

Comunicaciones de innovación curricular en Educación Matemática

<http://ued.uniandes.edu.co>

Simulación de situaciones de optimización con el uso de un software dinámico

Astrid Lizbeth Torregroza Oliveros

Colegio Abraham Lincoln

24 de marzo 2018

Simulación
de
situaciones
de
optimización
con el uso
de un
software
dinámico

Propósitos de la comunicación:
Compartir algunas de las
construcciones que modelan
problemas de optimización, que se
realizaron con el uso de Cabri
Geometry II Plus en las clases de
Cálculo.

MATEMÁTICAS
 CON *GeoGebra*
DINÁMICAS

Matemáticas Dinámicas Mies Astrid
 10.140.000000

SEGUIR 134

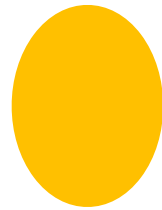
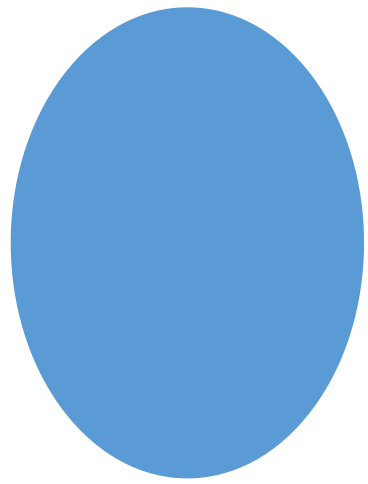
YouTube

Buscar

Simulación de situaciones de llenado de recipientes y de optimización

Compartir

Simulación de situaciones de optimización con el uso de un software dinámico



¿Situaciones de
Optimización?

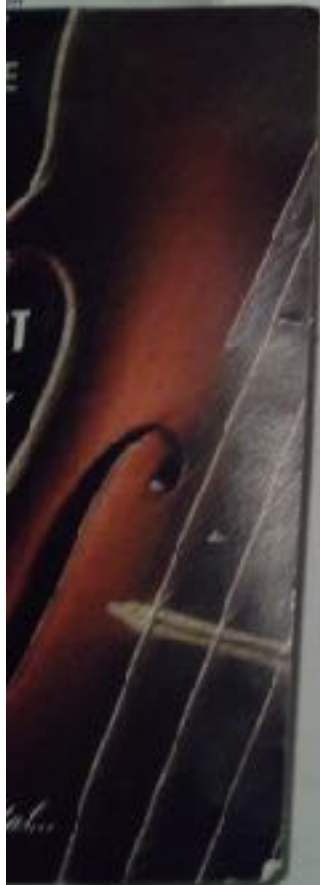
¡De las que
encontramos en
los libros de
cálculo!



A Selly, Don, Kelly y Jacqueline

A Alan, Sharon y Steven

• For Astrid
James Stewart

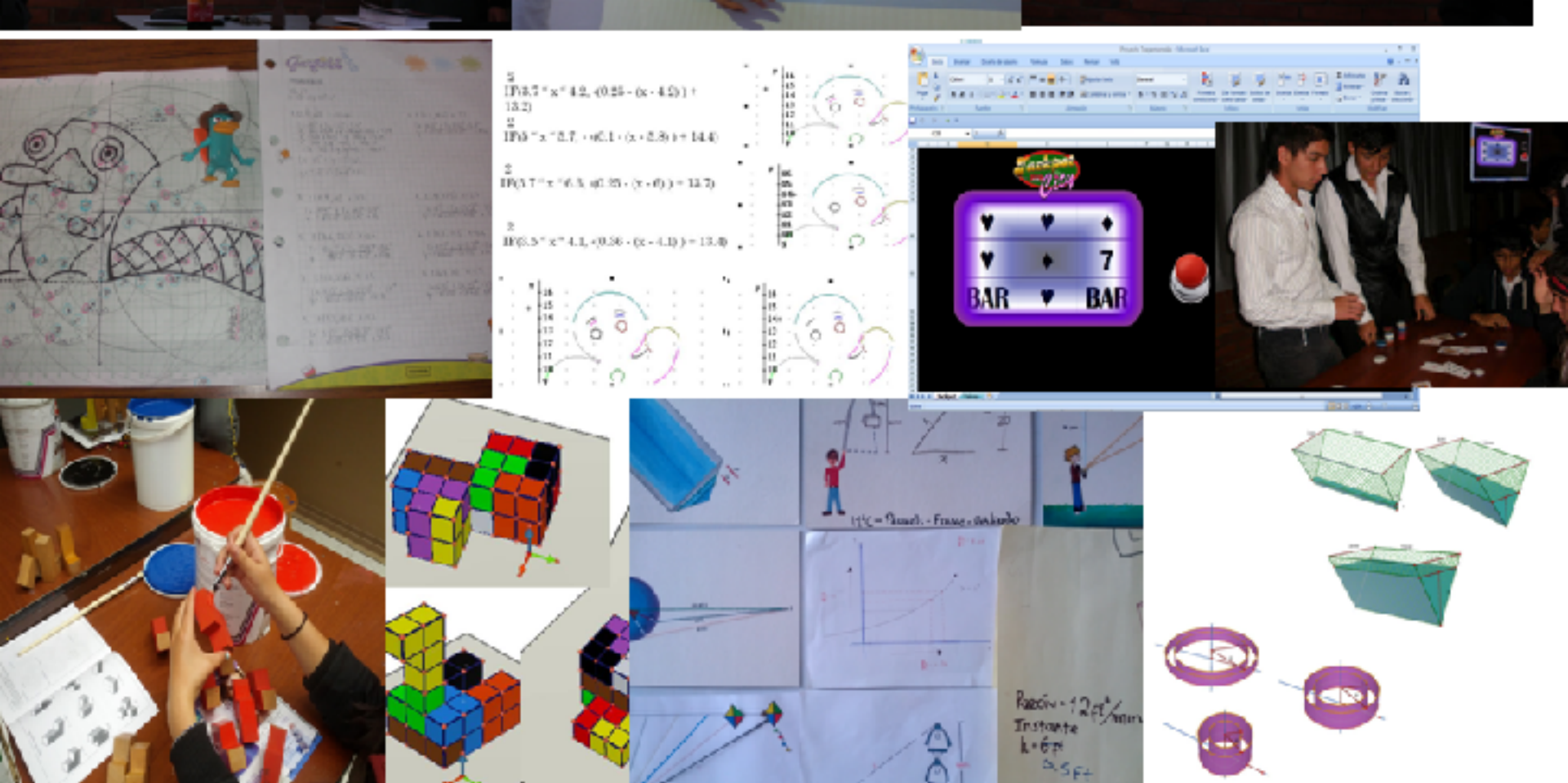


Ver para
creer...



¿y en el aula? ¿se trata de credibilidad?





Se trata de Comprensión

Comprensión Optimización (Clase Cálculo ALS)

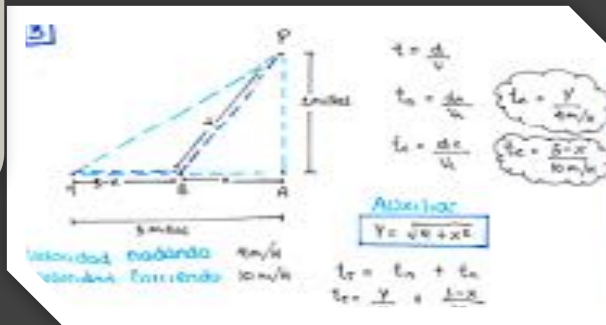


¿Y las derivadas? ¿Los Máximos? ¿Los mínimos?

Posibles rutas



Análisis del problema



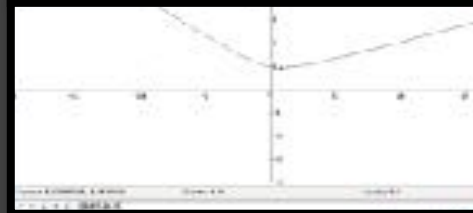
$$t_1 = \frac{\sqrt{4+x^2}}{4} = \frac{5-x}{10}$$

$$t_2 = \frac{(4+x^2)^{1/2}}{4} + \frac{5-x}{10}$$

$$t_1 = \frac{5(4+x^2)^{1/2} + 2(5-x)}{20}$$

$$t_1 = \frac{5(4+x^2)^{1/2} - 2x + 10}{20} \Rightarrow \text{Función}$$

Mínima



$$t(x) = \frac{5(4+x^2)^{1/2} - 2x + 10}{20}$$

$$t'(x) = \frac{5 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot (4+x^2)^{-1/2} - 2}{20}$$

$$t'(x) = \frac{5x \cdot (4+x^2)^{-1/2} - 2}{20}$$

$$t'(x) = 0 \Rightarrow 5x \cdot (4+x^2)^{-1/2} - 2 = 0$$

$$5x = 2 \cdot (4+x^2)^{1/2}$$

$$25x^2 = 4(4+x^2)$$

$$21x^2 = 16$$

$$x_1 = 0.88 \quad x_2 = -0.88$$

Partial Derivatives

$t_1 = -0.87 \Rightarrow$ no hay derivadas segundas

$$t''(x) = \frac{5 \cdot (4+x^2)^{-3/2} \cdot x - 0}{20}$$

$$t''(0.88) = \frac{5 \cdot (4+0.88^2)^{-3/2} \cdot 0.88}{20} = 0.0001 > 0$$

Minimum Derivatives

$$t''(x) = \frac{5 \cdot (4+x^2)^{-3/2} \cdot x}{20}$$

$$t''(0.88) = \frac{5 \cdot (4+0.88^2)^{-3/2} \cdot 0.88}{20} = 0.0001 > 0$$

$$t''(0.88) = 0.0001 > 0$$

$$t''(0.88) > 0 \Rightarrow$$
 mínimo \Rightarrow ¿cuánto?

5-x = 0.88

$$x = 5 - 0.88 = 4.12$$

Answer: 4.12

Distance increasing

ATA:

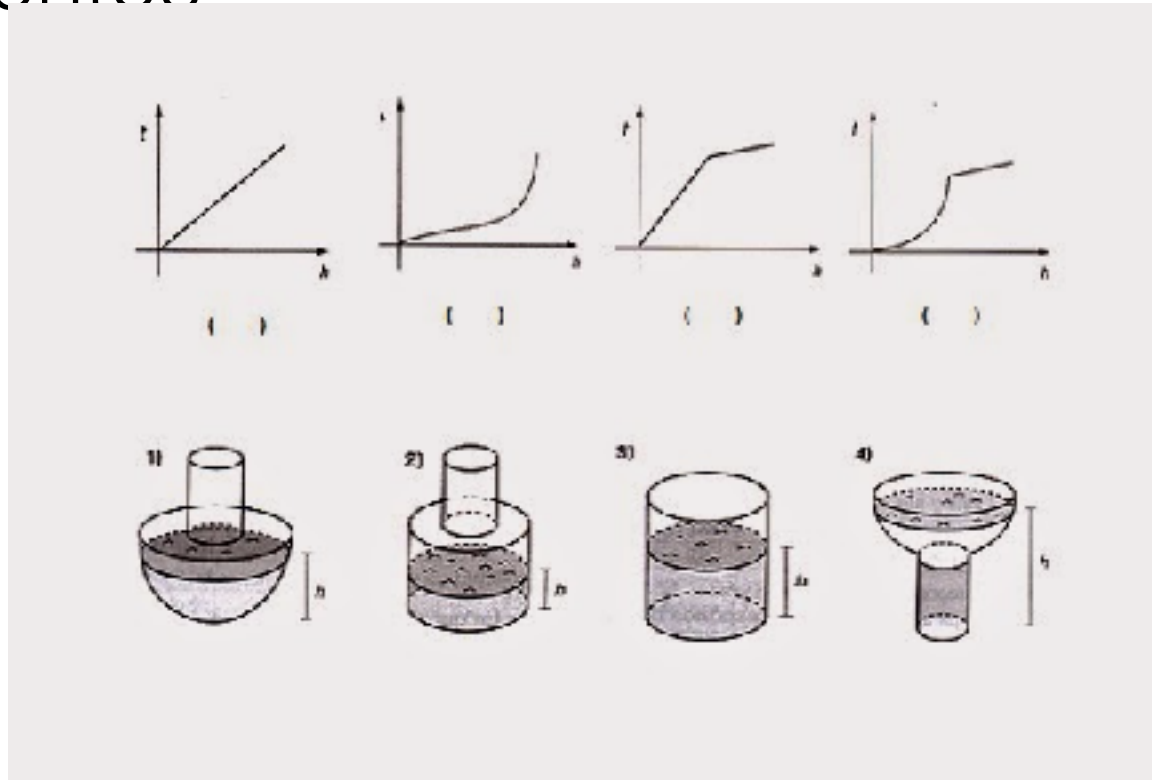
Dist. llega a su punto que se encuentra a 0.88 m/s. del punto A sobre la orilla.





Mi primera simulación en Cabri II Plus

Antes de optimizar, vamos a llenar recipientes



Tomado de: <https://cdn.geogebra.org/resource/M6gGp49V/o0BzlNEVAsY2Q7Wq/material-M6gGp49V.png>

¡Sin que
nos
pase
esto!



Tomado de: <https://goo.gl/YqCD6C>

SIMULACIÓN DE LLENADO DE RECIPIENTES CON CABRI GÉOMÈTRE

Objetivo: establecer relaciones entre las diferentes variables, predecir comportamientos analíticos-gráficos y recolectar datos.

Pasos:

- ❖ Se construyen los recipientes de diferentes formas con apariencia 3D.
- ❖ Se simula su llenado.
- ❖ Se analiza qué sucede con el volumen del sólido si se varían sus elementos principales: radio y altura.
- ❖ Se analiza cómo varía el volumen de llenado con respecto a los elementos principales del sólido (radio y altura).
- ❖ Se hace la representación gráfica de las variaciones de llenado en simultánea con el llenado del sólido.
- ❖ Se recolectan los datos y se muestran las tablas.

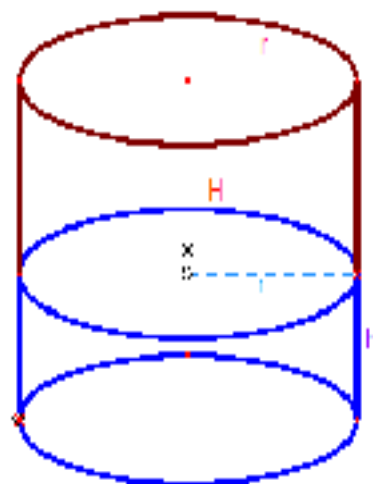


Llenando un tanque cilíndrico

Variación 1

H: 5,25 cm r: 3,21 cm Vol(O): 170,13

Variación 2



Variación de volumen del líquido & altura

h: 2,25 cm Vol(agua): 73,29

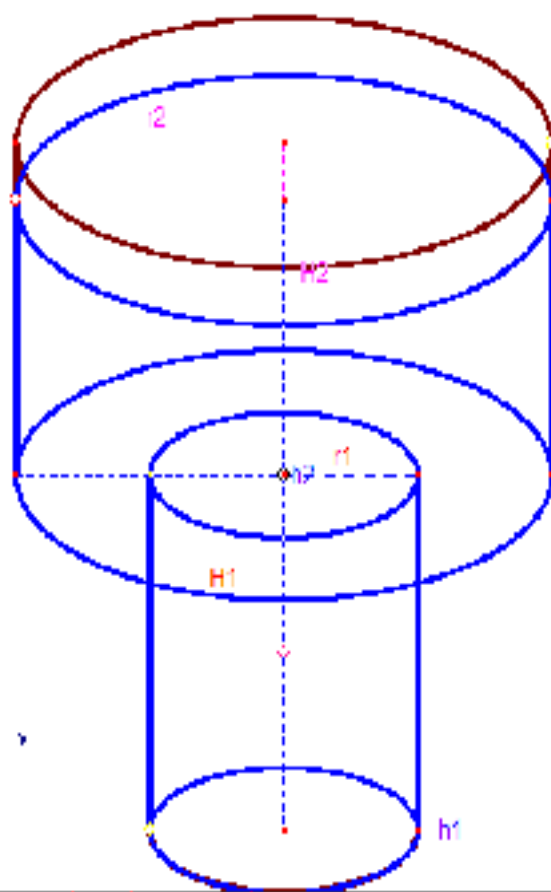


Vol(agua)

Lic. Astrid Libeth Torresosa Oliveros



Llenando un tanque a través de un tubo



TANQUE

TUBO

Variación 1

Dimensiones tubo

H1=5,60 cm
r1=2,45 cm
vol total tubo = 100,96

Dimensiones tanque

H2=6,32 cm
r2=4,89 cm
Vol estructura= 607,07
vol total tanque= 400,11

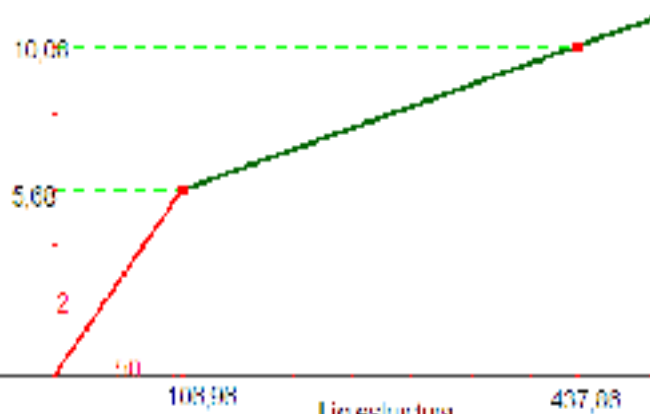
Variación 2

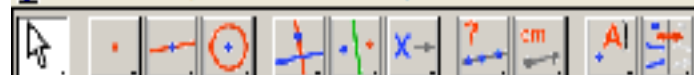
h1=5,60 cm
Liq tubo= 100,96

h2=4,40 cm
Liq tanque=300,00

Altura total liq = 10,08
Estructura tubo+tanque= 407,06

Altura liq

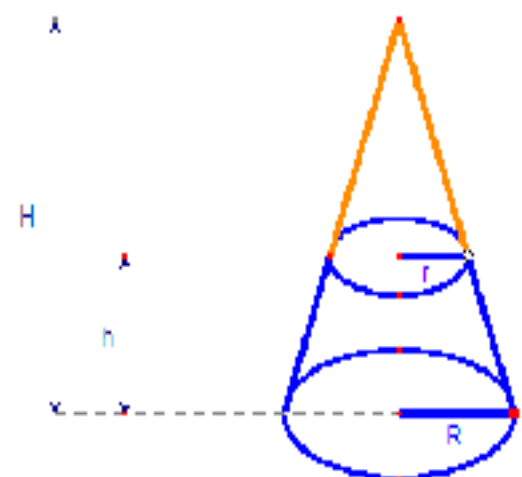




Llenando un recipiente cónico

VARIACIÓN 1

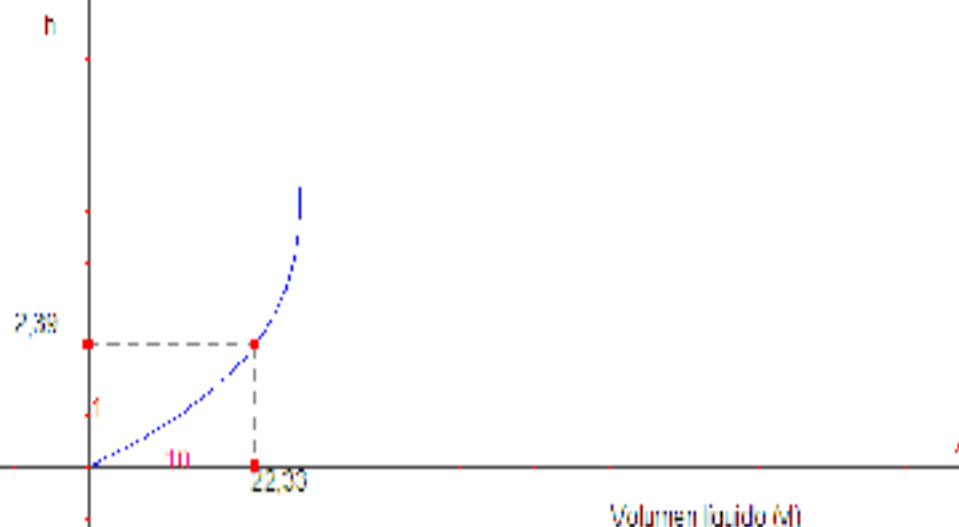
Altura cónico (H)=8,00 cm R=2,13 cm Volumen cónico = 28,55 cm³



VARIACIÓN 2

Variación del volumen del líquido & su altura

Altura líquido(h) 2,39 cm r = 1,28 cm Volumen líquido (v)= 22,30 cm³



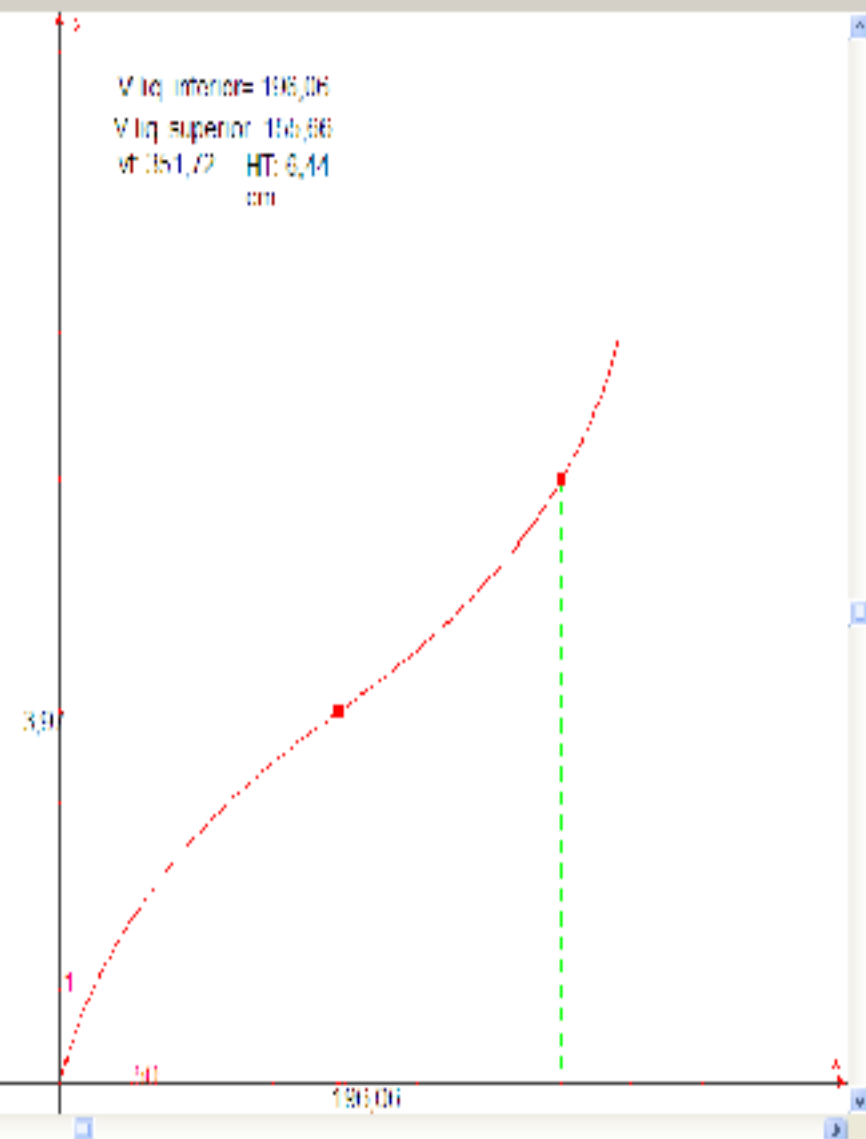
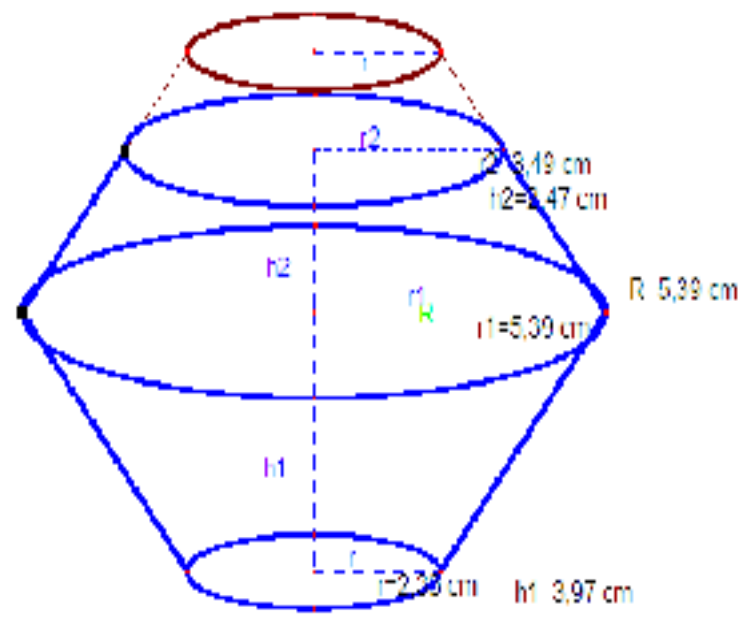


Llenando recipiente formado por dos conos truncados

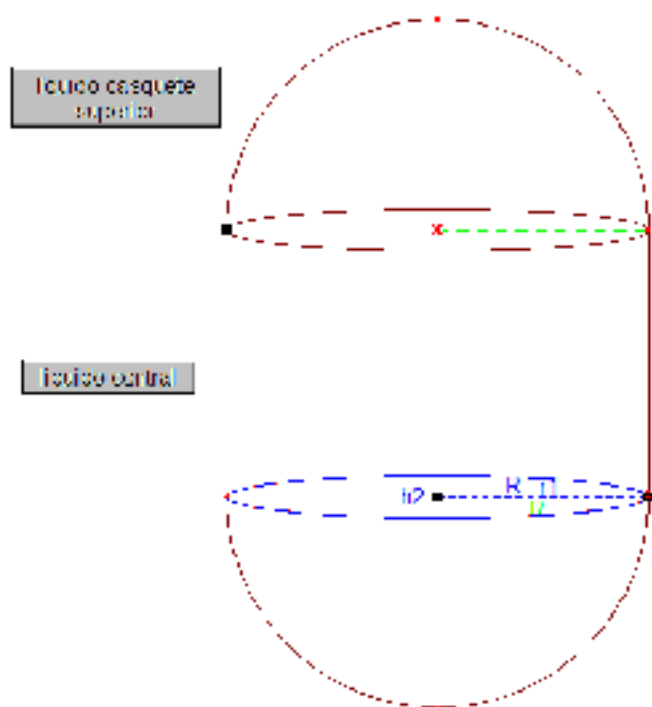
CONSTRUCCIÓN

$-(1-x^2/a^2) \cdot \tan^2(\alpha) \cdot (1-z)$
k1= 0,43
k2= 0,66
K3= 1,00

V liq inferior= 196,06
V liq superior= 116,86
vt= 351,72 HT= 6,44
cm



Llenando la cápsula de líquido



Análisis volumen & altura

Variación del volumen del líquido del casquete inferior de la estructura

Variación del volumen del líquido contenido en el casquete inferior y el central

Variación del volumen del líquido contenido en la estructura

SIMULACIÓN DE PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN CON CABRI GÉOMÈTRE

En un problema de optimización se debe tomar una **decisión óptima** para maximizar (ganancias, velocidad, eficiencia, etc.) o minimizar un criterio determinado (costos, tiempo, riesgo, error, otros). Las **restricciones** significan que no cualquier decisión es posible

El mejor corte de un alambre

Explorar problemas de optimización

Un tron de alambre de 11 m de largo se corta en dos partes. Una se debe para formar un cuadrado y la otra para formar un triángulo equilátero. ¿Cómo debe cortarse el alambre de modo que el área total encerrada sea (a) máxima y (b) mínima. [James Stewart Cálculo Integral y diferencia pág. 312 # 21]

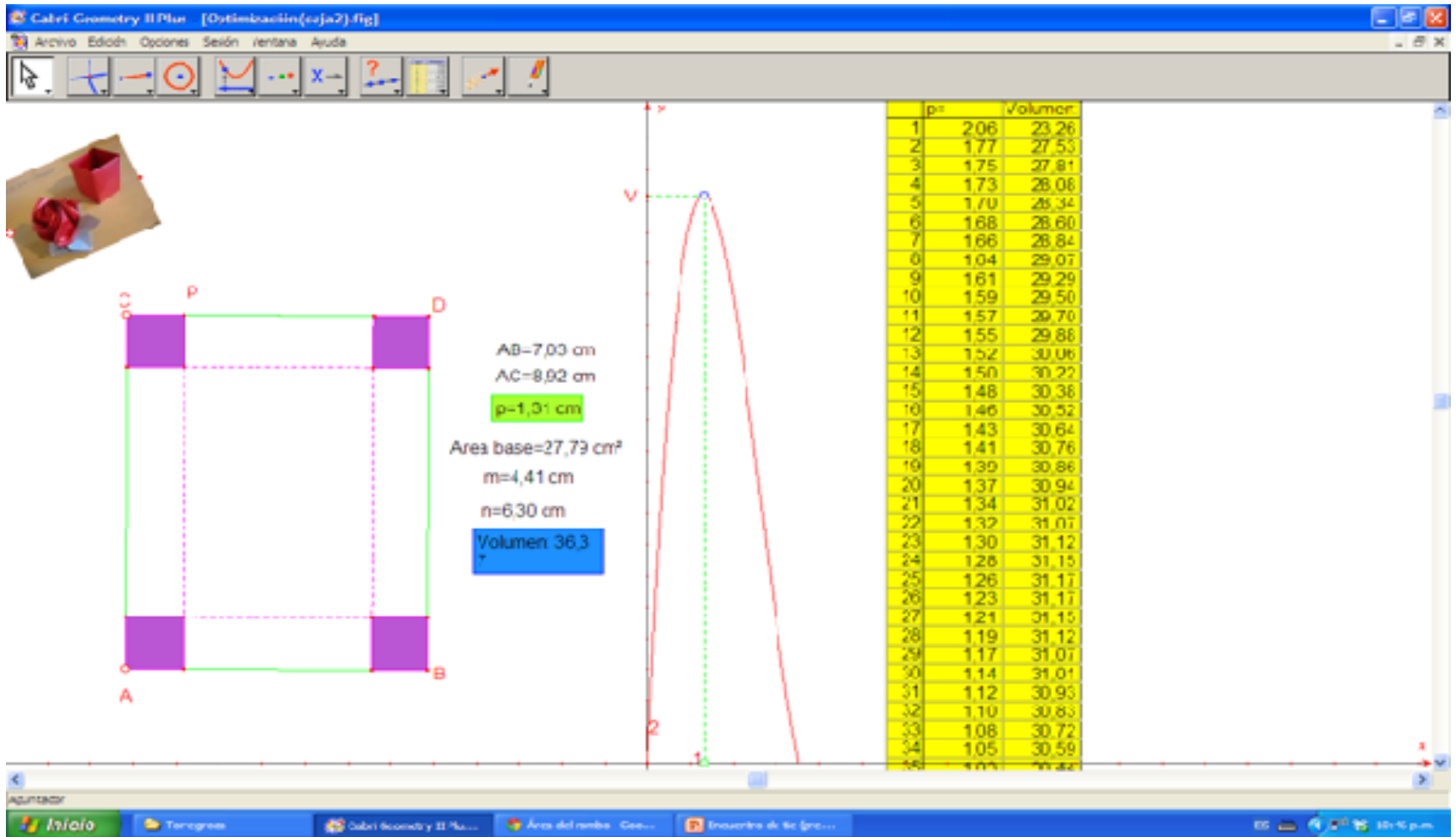
OBJETIVO

1. Situación Problemática
2. Alambre dado
3. Punto de corte del alambre (explora moviendo D)
4. Construcción del triángulo equilátero (verifique que es equilátero-explora moviendo E)
5. Construcción del cuadrado (Explora moviendo D- realice conjeturas sobre las áreas de estos polígonos y su relación con su perímetro)
6. Área del triángulo y del cuadrado (¿Qué sucede con las áreas cuando D se acerca a A o cuando D se acerca a H?)
7. Área encerrada y perímetro del triángulo y cuadrado (¿Cuál es la suma de las dos áreas en mínima cuando es máxima?)
8. Gráfica de la función y maximización (Explora moviendo E, explique con el método el significado del corte con el eje Y, cómo se ve el máximo)

$AI = 10,00 \text{ cm}$
 Área Triángulo = $1,43 \text{ cm}^2$ Área del Cuadrado = $1,30 \text{ cm}^2$
 Área Total encerrada = $2,72 \text{ cm}^2$
 Per tri = $0,40 \text{ cm}$ Per cuac = $4,55 \text{ cm}$

$y = 0,11x^2 - 0,66x + 4,81$
 (4,55; 2,72)

La caja de mayor volumen



El mayor rectángulo inscrito

Calci Geometry II Plus - [Optimización Rectángulo inscrito en triángulo.fig]

Archivo Editar Construcción Datos Herramientas Ayuda

Hallar las dimensiones del rectángulo más grande que se puede inscribir en un triángulo equilátero de lado 10 cm, si un lado del rectángulo se encuentra en la base del triángulo. (Cálculo diferencial e integral de James Stewart pág. 311 = 15)

Lado triángulo: 10,00 cm
 Base rectángulo (CD): 4,03 cm
 Altura rectángulo (GF): 4,85 cm
 Área rectángulo = 21,53 cm²

	Altura rect.	Área rect.
1	1,40	11,72
2	1,75	13,04
3	2,50	16,13
4	3,00	16,82
5	3,67	16,93
6	3,98	21,01
7	4,00	21,00
8	4,12	21,00
9	4,20	21,00
10	4,33	21,00
11	4,40	21,00
12	4,54	21,00
13	4,61	21,00

mHGE semejante mEDB
 HG=4,01 cm HOGE: 1,73
 GF=2,32 cm
 DB= 2,88 cm FDDB= 1,73

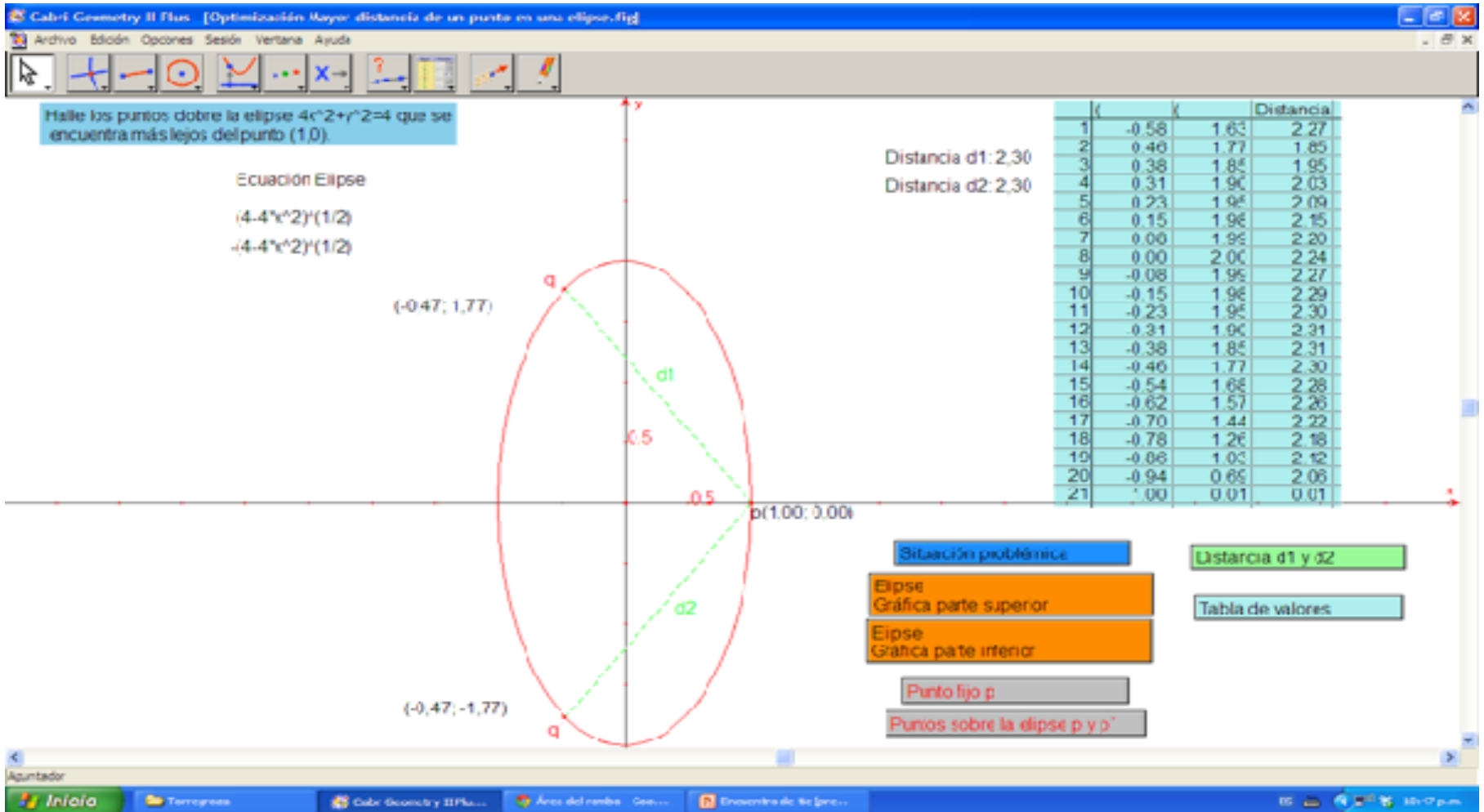
Situación problemática
Triángulo equilátero de lado 10 cm
Rectángulo inscrito
Triángulos semejantes
Razón entre lados correspondientes de tri. semejantes
Área del rectángulo = base x altura
Tabla de valores
Representación gráfica
Modelación
Base del rectángulo vs Área del rectángulo

$A_r = -0,98 x^2 + 0,86 x$

(4,03, 21,53)

Windows taskbar: Inicio, Documentos, Calci Geometría y II Ma..., Área de trabajo - Geo..., Trabajo de la... 15:48 p.m.

La mayor distancia

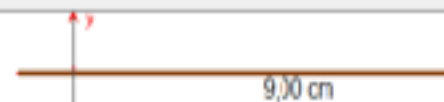
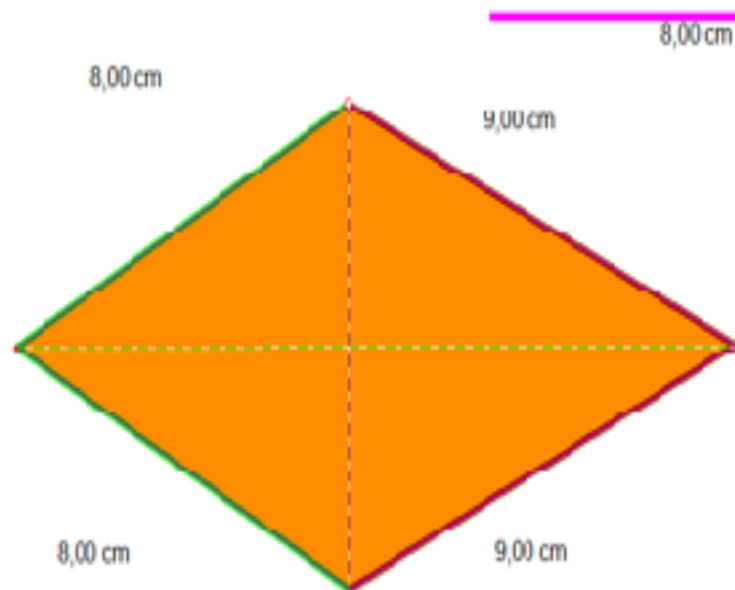


Lo que dejamos de ver en el aula...

Se va a construir el armazón de una cometa a partir de seis trozos de madera. Se han cortado los cuatro trozos exteriores con longitudes x , x , y , y . Para maximizar el área de la cometa, ¿qué longitudes deben tener los trozos de las diagonales?.

Tomado: Cálculo de una variable 4ª edición, James Stewart

[Para profundizar en todo lo relacionado con la construcción de cometas ir a http://galeon.com/tallerdematematicas/actividades.htm](http://galeon.com/tallerdematematicas/actividades.htm)

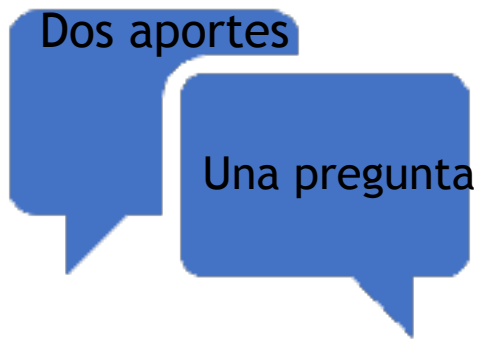


Area= 66,03 cm²

D1= 7,83 cm

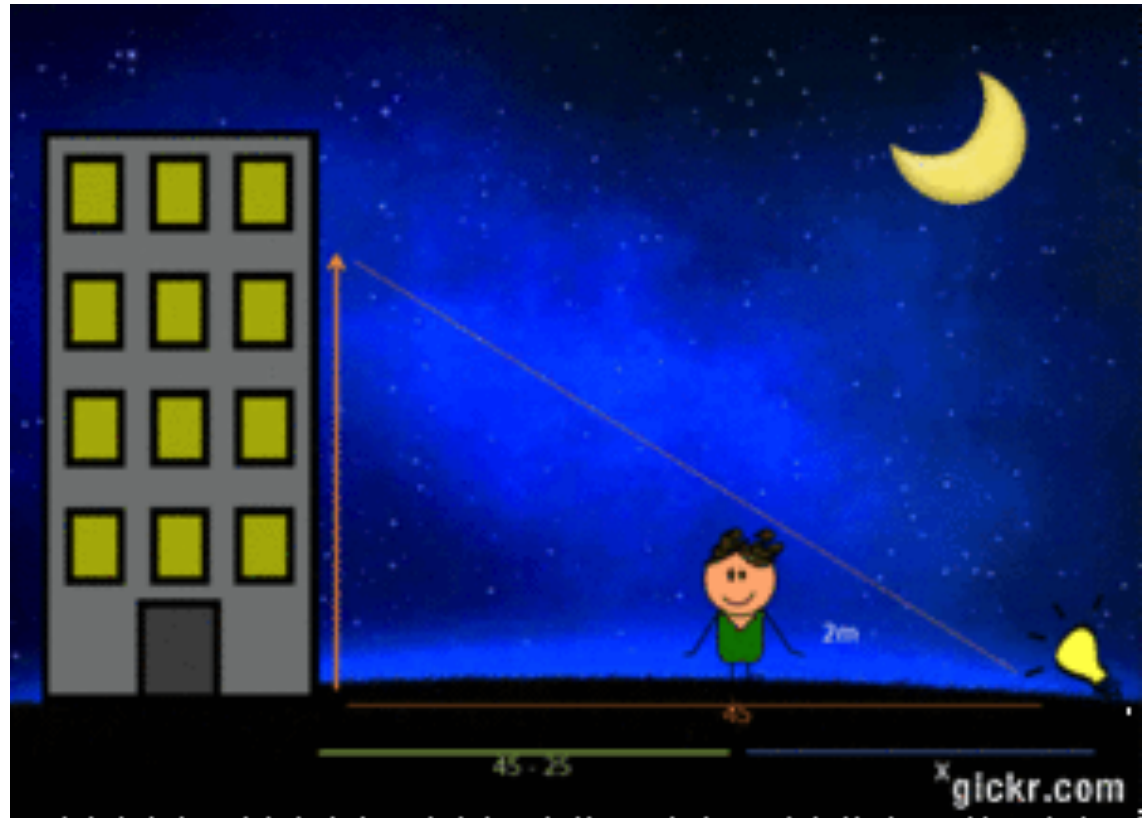
D2= 15,08 cm





Para cerrar la
comunicación

¿Y será que los problemas de razones relacionadas, sin las comprende el estudiante con solo marcador y tablero?



Gif de problemas de razón de cambio realizado por las estudiantes **Bobadilla Valentina** **Diaz Juan David**, **Linero Stephanie** e **Isabella Monsalve**, de la promoción 2015-2016.

Ir a: <https://prezi.com/5eelotuiwyph/problemas-de-razon-de-cambio-parte-i/>

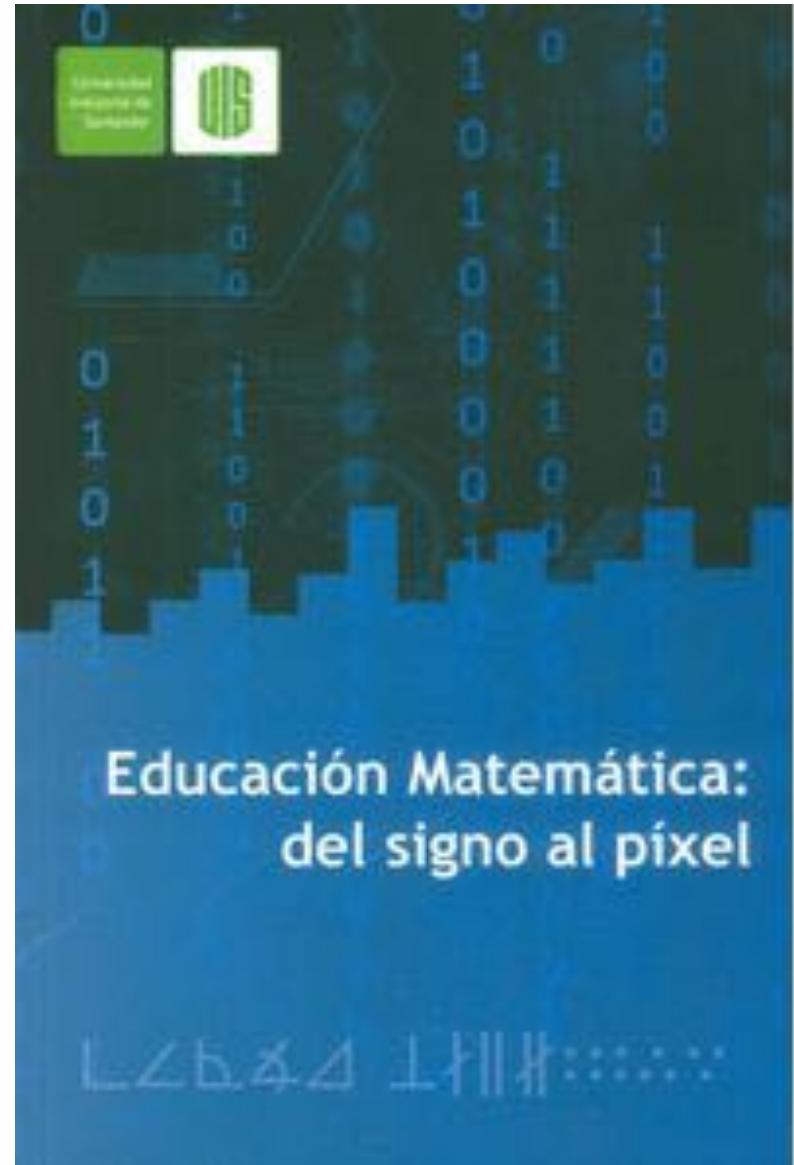
The screenshot shows a web browser window displaying a Prezi presentation. The browser's address bar shows the URL <https://prezi.com/5eelotuiwyph/problemas-de-razon-de-cambio-parte-i/>. The Prezi navigation bar at the top includes the logo and the words 'CREA', 'EXPLORA', 'APRENDE Y AYUDA', 'PRECIOS', 'ENTRA', and a blue 'COMIENZA' button.

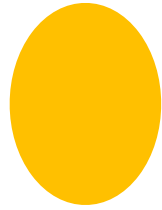
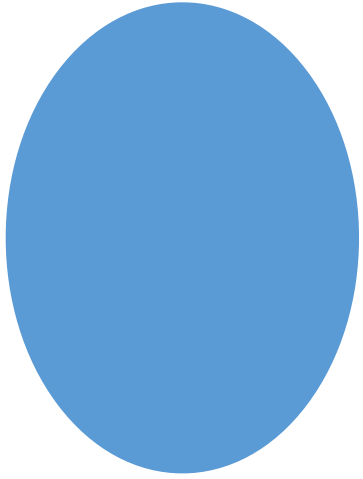
The main content area features a slide with the title 'Exploración visual y empírica'. The slide contains several images: a hand-drawn diagram of a right-angled triangle with a red line, a clock face, a diagram of a cylinder, a diagram of a sphere with a red arc, and a diagram of a triangle with a yellow hourglass. Below these images is a text box with the heading 'Representación con esquemas o dibujos' and the following text: 'Con este tipo de representaciones los estudiantes mejoran la comprensión del problema, identifican los elementos que permanecen constantes y los que varían con respecto al tiempo.'

At the bottom of the slide, there is a navigation bar with arrows and a 'Mostrar todo' button. Below the slide, a message reads: 'Usa la nueva versión mejorada del reproductor. Siempre puedes volver a la versión anterior. [Cambiar](#)'.

The Windows taskbar at the bottom of the screen shows several open applications, including Chrome, Word, and PowerPoint, along with the system tray showing the date and time as 3:14 p.m. on 2/4/2018.

Un libro
para leer





Muchas
gracias





Comunicaciones de innovación curricular en Educación Matemática

<http://ued.uniandes.edu.co>