

Las Representaciones en el Conjunto de los Números Racionales: Estudio de Caso para Grado Quinto de Primaria

Francisco Alejandro Sanchez Acero, franciscoa.sancheza@fukl.edu.co

Fundación Universitaria Konrad Lorenz

Colegio Nuestra Señora Del Rosario Bogotá

1. Presentación del problema

A nivel de la matemática escolar, la construcción del número racional se inicia en los grados de primaria y se complejiza en los grados de básica. En las dos últimas décadas se han desarrollado referentes de calidad como los estándares de calidad del Ministerio de Educación MEN (2006) que mencionan al número racional un elemento importante en la formación de pensamiento numérico y de los sistemas numéricos. Basándonos en ese documento el estudio de los racionales se inicia en tercero de primaria con las nociones de Parte Todo con una escritura fraccionaria. En MEN (2006) se encuentra que un estudiante de grado tercero debe describir situaciones de medición utilizando fracciones comunes, para grado quinto al igual enuncia que el estudiante debe interpretar las fracciones en diferentes contextos tales como situaciones de medición, en razones y proporciones, este mismo estudiante también debe analizar y explicar las distintas representaciones de un mismo número (naturales, fracciones, decimales, porcentajes); por último menciona que el estudiante debe utilizar la notación decimal para expresar las fracciones en diferentes contextos. Ya en la educación media para grado séptimo MEN (2006) se encuentra que el estudiante debe utilizar números (fracciones, decimales, razones, porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida. En los estándares de grado noveno y once no es mencionado explícitamente enunciados involucrando los racionales, dando énfasis en el conjunto de los números reales y sus diferentes relaciones.

Al realizar un estudio de los estándares MEN (2006) se podría considerar que los racionales y sus representaciones están inmersos en el aprendizaje de las matemáticas escolares, tomando como referente para este estudio las representaciones en los racionales, Chamorro (2008) enuncia que existen dificultades en la enseñanza-aprendizaje de los números racionales y que estas dificultades radican en: dificultades relacionadas con diferentes tipos de situaciones y dificultades las relacionadas con sus representaciones. En este caso se abordó las dificultades relacionadas

con las representaciones conociendo que el estudiante “pasa” por todas las representaciones empezando desde el mismo día que comienza a adquirir su lengua natural mediante palabras como “mitad”, “Parte”. Abordando como tal el estudio de los fraccionarios con la noción parte todo en grado tercero Fandiño (2009). Así en grado quinto los estándares MEN (2006) mencionan las representaciones fraccionaria, decimal, porcentual, lengua natural y allí se debe utilizar cierto tipo de herramientas tales como operaciones aditivas, multiplicativas, el algoritmo de la división, el lenguaje cotidiano para poder (convertir) una representación a otra y viceversa lo que llama Duval (1998) un cambio de representación semiótica.

Cabe indicar que hasta el momento el estudiante aborda los racionales positivos ya en grado sexto y séptimo se define el conjunto de los racionales completo y allí se aborda el (problema) del cambio de representación a fondo, pero en todo este proceso no se diferencia los racionales, de los fraccionarios, de los decimales y sus isomorfismos en las representaciones, los cuales generan dificultades en el proceso de aprendizaje de este objeto matemático. Esto también se hace aún más evidente en el Estándar para grado sexto y séptimo MEN (2006) que enuncia “Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas”. Sin el hecho de realizar un análisis curricular profundo entorno a los números racionales como objeto matemático, más con el pretexto de presentar curricularmente las representaciones de un número racional, para tomar fundamento en la necesidad de su estudio en la enseñanza y el aprendizaje. Emergen interrogantes acerca de cómo influyen estos cambios de representación en los significados que se tienen del conjunto de los racionales y sus diversas dificultades en ellos.

Por tal motivo este trabajo visualiza un hace un ejercicio investigativo⁶⁰ desarrollado en el colegio Nuestra Señora del Rosario Bogotá, durante el año 2009 con estudiantes de grado quinto, sea este el momento de agradecer la colaboración por parte de la rectora, el cuerpo administrativo y docente, Esta investigación tiene como propósito responder hacer de *¿Qué tipo de representaciones semióticas utilizan los estudiantes de grado 5 en la comprensión del concepto de número Racional?* En cuanto al objetivo general planteado se concretó en el siguiente: *Identificar y estudiar de las representaciones que tienen los estudiantes de grado 5 acerca del concepto de número Racional y sus diferentes movilizaciones entre cada uno de los sistemas semióticos de representación.* Este basándose en investigaciones previas realizadas por Autores como (Duval, 1999), (D’Amore, 2009), (Fandiño, 2009) entre otros.

⁶⁰ Investigación dirigida por el Profesor Rodolfo Vergel Causado, Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

2. Marco de referencia conceptual

Con el fin de dar un marco referencial a esta investigación se estudió las representaciones en el conjunto de los números racionales desde las investigaciones y estudios realizados por (Duval, 1999 y 2004), donde aborda las representaciones en contextos de aprendizaje y pone a consideración elementos de gran importancia frente a las formas como se relacionan las representaciones con los objetos matemáticos, (Duval 1999 y 2004) enuncia las categorías correspondientes para el análisis de datos, categorías que realizo con el objeto matemático función y sus representaciones, en estudiantes de básica secundaria. Al igual que los conceptos de representación semiótica y sus elementos derivados como, las actividades cognitivas fundamentales de las representaciones definidas como definición, tratamiento y conversión.

También se puede observar dentro del estudio los conceptos de fenómenos de congruencia entre los sistemas de representación semiótica, en los cuales se visualiza el fenómeno de No congruencia y de congruencia. Dentro de los sistemas semióticos de representación de un mismo objeto, pueden existir fenómenos de Congruencia y de No-congruencia, para abordar estos fenómenos es necesario abordar el termino de unidad significativa que hace alusión a el significado que el sujeto le da a cada elemento de una representación; de allí una unidad significativa en un registro de representación puede subdividirse en unidades significantes elementales, de tal manera que puedan ser puestas en correspondencia y al término de una segmentación del registro comparativa , entonces se puede ver si las unidades significantes son, en cada uno de los dos registros, unidades simples o combinaciones de unidades simples. Dice (Duval, 1999, p. 46)“...esta comparación puede hacerse directamente o por intermedio de una tercera representación que de alguna manera codifique las representaciones que se quieren comparar...”. Encontrando que los fenómenos de congruencia de dan cuando se cumple tres condiciones: Igual orden posible de aprehensión de las unidades, correspondencia en el orden de arreglo de las unidades y Correspondencia semántica entre las unidades significantes.

Este trabajo al igual necesito abordar el objeto matemático de los Números Racionales, para lo cual se encontró el texto de (Fandiño, 2009) donde se observa un estudio frente a las representaciones de los números Racionales, insumo importante para realizar el instrumento. De allí Fandiño, 2009 señala la existencia de los diversos registros semióticos de representación en los números racionales tales como: lenguaje común, lenguaje aritmético, lenguaje algebraico, lenguaje figural y esquemas pictográficos.

Por último se utilizó referencialmente a (Chamorro, 2003) para observar el comportamiento de los racionales en la Básica y secundaria.

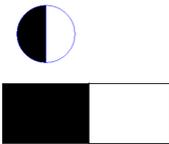
3. Metodología

Este estudio, que es de carácter cuantitativo-interpretativo, se realizó en un colegio privado de Bogotá, con una muestra estudiantes de grado 5. Al estudiar parte de la teoría existente sobre las representaciones en los racionales y teniendo como base la investigaciones ya mencionadas, se construyó un cuestionario piloto que constaba de 9 preguntas contextualizadas en una situación de suministro de un medicamento, entregando Las preguntas seleccionadas exigen al estudiante realizar conversiones de la escritura fraccionaria (caso específico Fracción Decimal) a escritura decimal, con la intención que el estudiante aplique la conversión como herramienta para poder responder las preguntas relacionadas un tabla con registros de tipo fraccionario y decimal.

Las dificultades encontradas en el análisis de los procedimientos escritos por los estudiantes en la actividad diagnóstico y el estudio de diversos documentos e investigaciones condujeron a la construcción del Instrumento.

El Instrumento estuvo compuesto por 7 ejercicios, en los cuales se le solicita al estudiante realizar diferentes correspondencias entre los registros de lenguaje natural, escritura fraccionaria, escritura porcentual, escritura decimal y esquemas pictográficos. Tabla 1

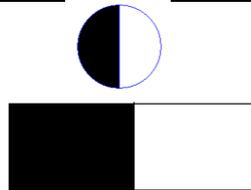
Tabla 1. Tipos de registros de representación semiótica en los racionales

Ejemplo	$\frac{1}{2}$	0,5	50%	Mitad	
	Escritura Fraccionaria	Escritura Decimal	Escritura Porcentual	Lenguaje Natural	Esquemas pictográficos

Los aportes desde cada uno de los elementos analizados en el marco conceptual permitieron realizar un análisis de los procedimientos, El análisis se realizó esperando elaborar una comparación frente a las representaciones que más privilegian los estudiantes en el conjunto de los racionales. Ver tabla 2.

Tabla 2. Instrumento de Investigación

Complete en cada casilla con la expresión que sea equivalente a la dada de acuerdo con el ejemplo anterior. Justifique cada respuesta en la hoja anexa

Ejemplo	$\frac{1}{2}$	0,5	50%	Mitad	
1		0,4			
2			10%		
3	$\frac{10}{12}$				
4				Tres quintas partes	
5					
6	$\frac{4}{8}$				
7		1,2			

Como se puede observar la estudiante debe completar cada uno de los espacios en blanco, cada ejercicio propuesto tiene la intención de identificar en cual registro tiene mayor éxito en la correspondencia. Este instrumento se basó en (Duval, 1999, p.56.) el cual presenta diferentes tipos de registros para ese caso de funciones y los analiza con respecto al éxito en la congruencia que tienen los estudiantes.

Luego de aplicar el instrumento a los estudiantes, se hizo un análisis de los datos frente al éxito en el cambio de representación, teniendo base a la teoría las actividades cognitivas fundamentales

de las representaciones planteada anteriormente. Y observando las actividades de conversión y de tratamiento entre los diferentes registros. Ver figura 1.

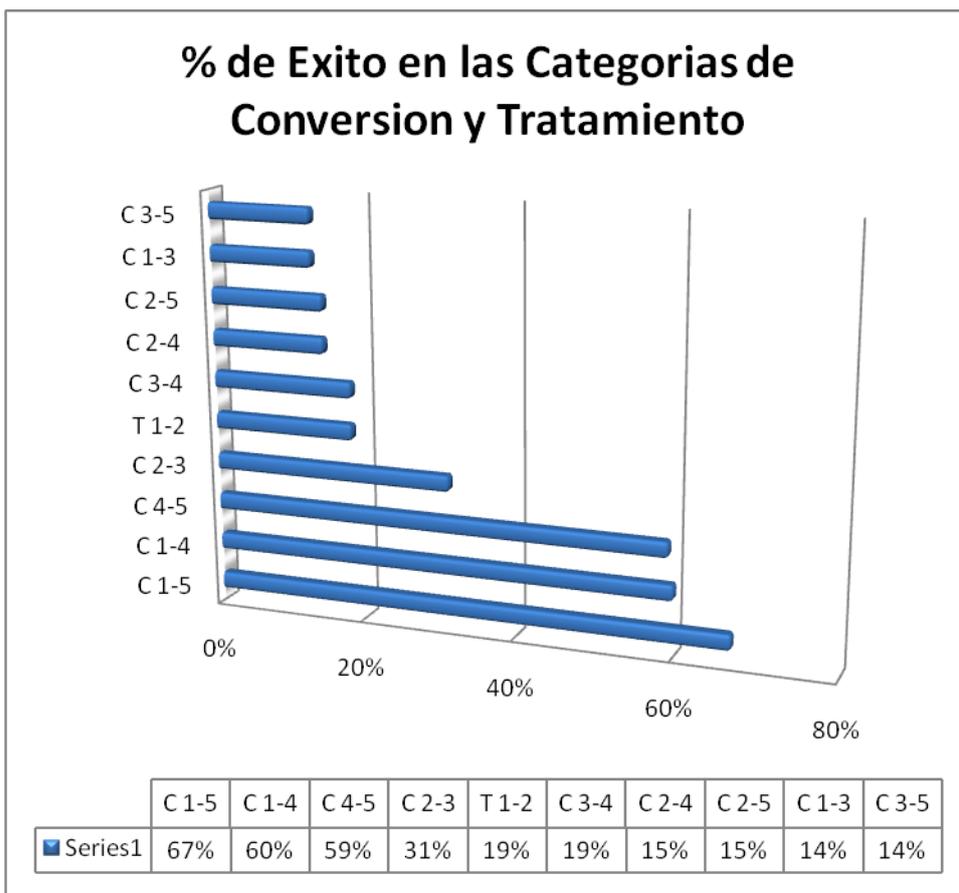
Mediante un análisis cuantitativo se observó que algunas estudiantes podrían brindar mayor información acerca de las concepciones de cada uno de los registros y sus respectivas movilizaciones, por este motivo se propuso realizar entrevistas al grupo de estudiantes seleccionado.

Ya por último se terminó de analizar estas entrevistas logrando dar las conclusiones pertinentes al objetivo planteado y a la pregunta de investigación propuesta.

4. Análisis de resultados

A través de un análisis cuantitativo frente al éxito obtenido en cada una de las correspondencias visualizadas en el instrumento, y teniendo como referente la actividades de conversión y de tratamiento identificados como: Tratamiento entre escritura fraccionaria y escritura decimal (T 1-2), conversión entre escritura fraccionaria y escritura porcentual (C 1-3), conversión entre escritura fraccionaria y lengua natural (C 1-4), conversión entre escritura fraccionaria y esquema pictográfico (C 1-5), conversión entre escritura fraccionaria y escritura porcentual (C 2-3), Conversión entre escritura fraccionaria y lengua natural (C 2-4), conversión entre escritura fraccionaria y esquema pictográfico (C 2-5), conversión entre escritura porcentual y lengua natural (C 3-4), conversión entre escritura porcentual y esquema pictográfico (C 3-5), conversión entre lengua natural y esquema pictográfico (C 4-5). Obteniendo el resultado presentado en la figura 1.

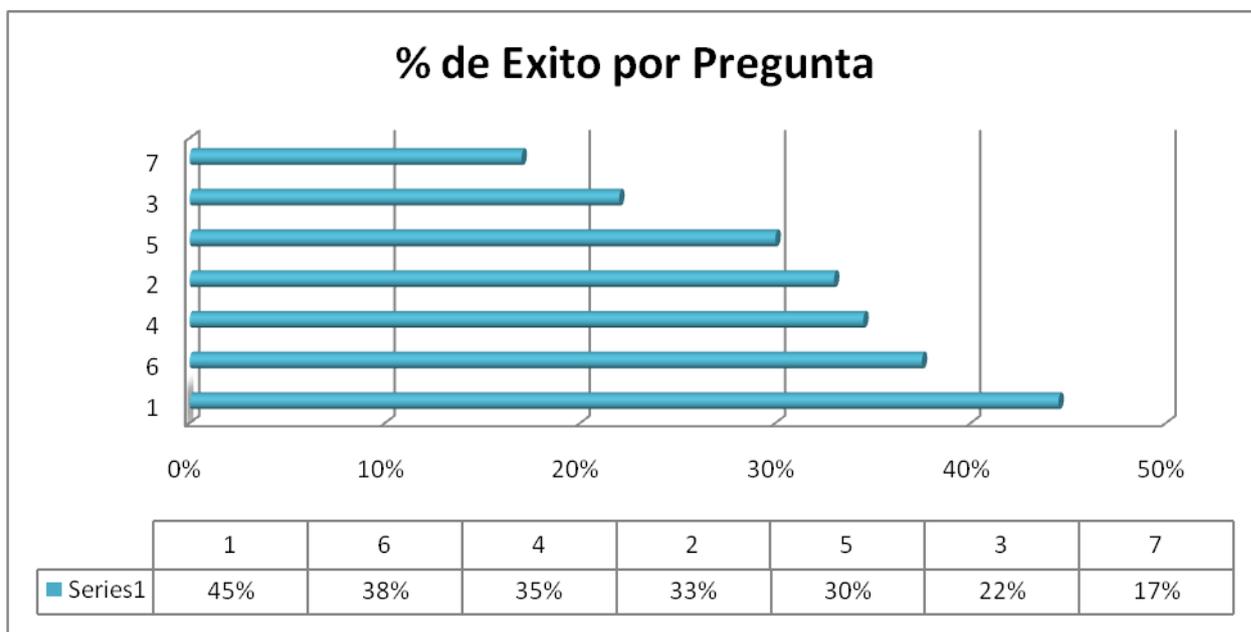
Figura 1. % de Éxito en las Categorías de Conversión y Tratamiento



De allí se podría analizar que la actividad donde se obtuvo el mayor éxito fue la correspondiente a la conversión entre escritura fraccionaria y el esquema pictórico(C 1-5), siguiéndole a esta la conversión entre escritura fraccionaria y lengua natural(C 1-4). Observando allí el menor éxito entre la conversión dada con la escritura porcentual y el esquema pictórico(C 3-5), siguiéndole en el mismo orden la conversión entre la escritura fraccionaria y la escritura porcentual (C 1-3).

Este análisis se observó al igual en cuanto al éxito realizado por pregunta, ya que como se visualiza en la tabla 2 cada pregunta estaba dada en registros diferentes, y esto permite dar un registro de partida hacia un registro de llegada (Duval, 2006). En este análisis se puede ver en la figura 2 que la pregunta que obtuvo mayor éxito fue la correspondiente a la del registro de partida en escritura decimal. Siguiéndole la pregunta 6 que tenía como registro de salida el registro en escritura fraccionaria, y adicionalmente existía un tratamiento entre el ejercicio 1 con este mismo registro ya que eran fracciones semejantes. La pregunta con menor porcentaje de éxito estaba dada en escritura decimal, elemento que coincide con el análisis realizado en la figura1, con el adicional que este decimal representaba una fracción impropia.

Figura 2. % de Éxito por Pregunta



Sin embargo es bueno aclarar que el porcentaje de éxito de esta pregunta estuvo influido por el ejemplo que se colocó en el instrumento ver la Tabla 2. La anterior afirmación se pudo inferir a partir del argumento realizado por el estudiante visto en la figura 3 y la entrevista dado en la figura 4.

Figura 3. Argumento estudiante 2 pregunta 1

① coloque $\frac{1}{4}$ porque me pareció que si colocaba $\frac{2}{4}$ sería la mitad, y me pareció que 0,4 era el 40% ya que 0,5 era el 50%, para mí es un cuarto ya que coloreo 1 cuadro de 4

Figura 4. Entrevista estudiante 2 pregunta 1

6:50. E2: Pues, ehh... La fracción como en el primero decía que 0,5 era la mitad entonces yo pensé que 1,4 era 0... Se refería al 0,4...ehh, escribí el 40% porque en el primero era 0,5 y era 50% y escribí que era $\frac{1}{4}$. Anexo Entrevista 2.

En este análisis no solamente se tomo como premisa el hecho cuantitativo del éxito en la pregunta, se tubo en cuenta el análisis teórico realizado frente a los elementos de cada registro, por ejemplo tanto en la figura 3 como en la figura 4, se observan elemento de la teoría descrita en (Duval, 1999) acerca de las unidades significantes y sus respectivas correspondencias, en este caso, la estudiante allí relaciona las unidades significantes dadas en el ejemplo (50%, 0,5) para desarrollar la conversión del 0,4 a 40% para ello se podría observar la figura 5 en la cual se presenta lo desarrollado por la estudiante en el instrumento, igualmente se puede observar que hace la comparación de las unidades significantes observables en el registro de escritura fraccionaria del ejemplo para desarrollar el registro de esta misma escritura en este punto. Igualmente enuncia “un cuarto” utilizándolo para la representación grafica, dándole correspondencias semánticas para esta transformación de representaciones.

Figura 5. Instrumento estudiante 2, pregunta 1

1	$\frac{4}{10}$	0,4	40%	lo 4 ^{ta} parte	
---	----------------	-----	-----	-----------------------------	---

De esta manera se desarrollo un análisis completo pregunta por pregunta y registro por registro, dando elementos suficientes para dar las conclusiones y responder a la pregunta de investigación propuesta.

5. Conclusiones

Se diseñó un Instrumento el cual permitió dar a la luz las dificultades que las estudiantes tienen en las diversas congruencias de los registros de representación, dando como resultado, la conversión entre escritura fraccionaria a representación grafica la de mayor éxito, siguiéndole la de conversión entre escritura fraccionaria y lengua natural; de la misma manera se pudo observar que la conversión entre escritura porcentual y representación grafica obtuvo el menor éxito, siguiéndole la conversión entre la escritura fraccionaria y la escritura porcentual.

Se desarrolló un marco teórico basándose Raymond Duval donde se encontraron elementos que permitieron identificar y caracterizar las diversas representaciones encontradas en los números Racionales. Al igual que Martha Fandiño la cual caracterizo los diversos registros que pueden tener los Racionales.

Dentro del análisis propuesto emergente a través del instrumento y mediante las entrevistas realizadas, se observa que las estudiantes le dan un sentido operatorio a cada unidad significativa elemental inmersa en las correspondencias, es decir tratan de realizar las correspondencias a través de operaciones entre los elementos que componen el registro.

Bibliografía

- Bruno, D. (2006). Objetos , Significados, Representaciones Semioticas y Sentido. *Revista Latinoamericana de investigacion enn Matematica Educativa* , 177-195.
- Centeno, J. (1988). *Numeros Decimales Porque, Para Que?* Madrid (Espana): Editorial Sintesis.
- Chamoro, M. d. (2003). *Didactica de las Matematicas*. Madrid (Espana): Pearson.
- Duval, R. (2004). *Los Problemas Fundamentales en el Aprendizaje de las Matematicas y las Formas Superiores del Desarrollo Cognitivo* . Cali (Colombia): Universidad del Valle.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y Pensamiento Humano*. Cali (Colombia): Universidad del Valle.
- Fandino, M. I. (2009). *Las Fracciones Aspectos Conceptuales y Didacticos*. Bogota (Colombia): Editorial Magisterio.
- MEN. (2006). *Estandares Basicos de Competencias*. Bogota (Colombia): Ministerio de Educacion Nacional.
- Sanchez, F. (2006). *expresiones fraccionarias a expresiones decimales y viceversa en el conjunto de los racionales*. Bogota (Colombia): Universidad Pedagogica.
- Villareal, O. (2004). *Estudio de Casos como metodologia de la investigacion cientifica*. Paris (Francia): Universidad de Paris Vasco.