

# Integración de tecnologías en educación matemática. En la búsqueda de un conocimiento articulado del futuro profesor de matemáticas

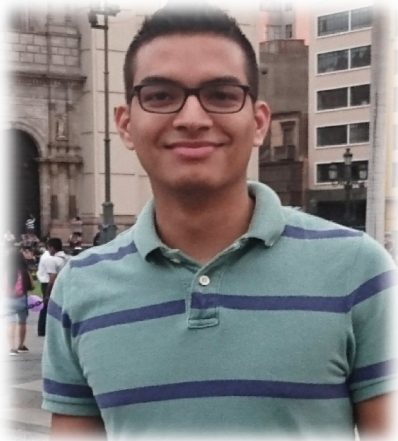


V Conferencia de Educación Matemática  
Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas

# Con:



**Alexander Castrillon Yepes**  
Grupo MATHEMA



**Jaime Andrés Carmona Mesa**  
Grupo MATHEMA

**Mónica Eliana Cardona**  
Grupo Piencias



**Grupo de estudio en el uso de tecnología para la enseñanza de las matemáticas y las ciencias  
(Grupo de estudio TEMC)**

# Contenido

- Introducción
- Sobre el conocimiento del profesor ¿Qué rol juega la tecnología?
- El Seminario de Especialización II
- Episodio
- Consideraciones finales



# Introducción

¿Puedo o no usar la calculadora en la enseñanza de la matemática en Primaria?



*¡No! Porque hace que los estudiantes tengan pereza mental y ya no pensarían al hacer las operaciones*

*Primero deben aprender las operaciones y luego usar la calculadora para verificar.*

*Depende del uso que se le dé, pero..*

## ¿Puedo o no usar la calculadora en la enseñanza de la matemática en Primaria?



*Necesidades de experiencias que permita:  
otros usos, ambientes, condiciones  
instituciones*

- *Exploración conceptual*
- *Resolución de problemas*
- *Exploración de teclado*
- *Automatización*
- *Otros*

¿Cuál debería ser el conocimiento del profesor de matemática para **integrar tecnologías** en sus prácticas de enseñanza?

¿Cómo se desarrolla ese conocimiento?

# Introducción

¿Cuál debería ser el conocimiento del profesor de matemática para **integrar tecnologías** en sus prácticas de enseñanza?

¿Cómo se desarrolla ese conocimiento?





# Introducción

¿Cuál debería ser el conocimiento del profesor de matemática para **integrar tecnologías** en sus prácticas de enseñanza?

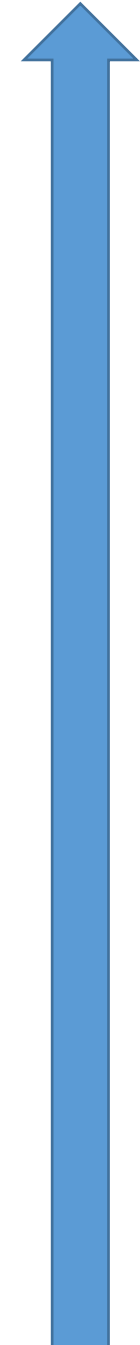
¿Cómo se desarrolla ese conocimiento?

Otros

Internet of Things  
Smart Learning  
Big data

Internet  
Applet  
Apps  
Video Juegos  
Aprendizaje híbrido  
Aprendizaje online

Calculadoras  
CAS  
DGS  
Excel  
Software (otros)



# Introducción

¿Cuál debería ser el conocimiento del profesor de matemática para **integrar tecnologías** en sus prácticas de enseñanza?

¿Cómo se desarrolla ese conocimiento?

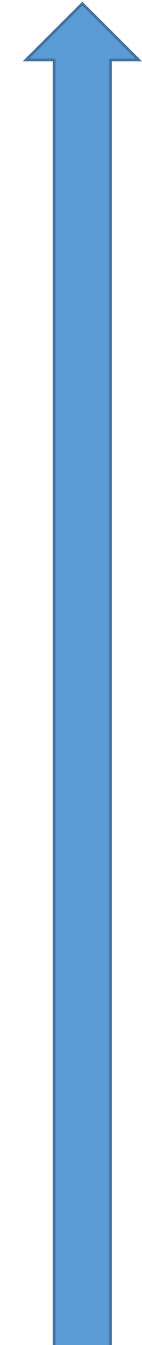
¿Corresponde al profesor de matemáticas?

Otros

Internet of Things  
Smart Learning  
Big data

Internet  
Applet  
Apps  
Video Juegos  
Aprendizaje híbrido  
Aprendizaje online

Calculadoras  
CAS  
DGS  
Excel  
Software (otros)



# Introducción

¿Cuál debería ser el conocimiento del profesor de matemática para **integrar tecnologías** en sus prácticas de enseñanza?

¿Cómo se desarrolla ese conocimiento?

*Necesidades de los profesores*

*Necesidades sociales e institucionales*

Condiciones escolares

Ambientes de formación

*Visiones sobre tecnología*

*Nuevos desarrollos tecnológicos*

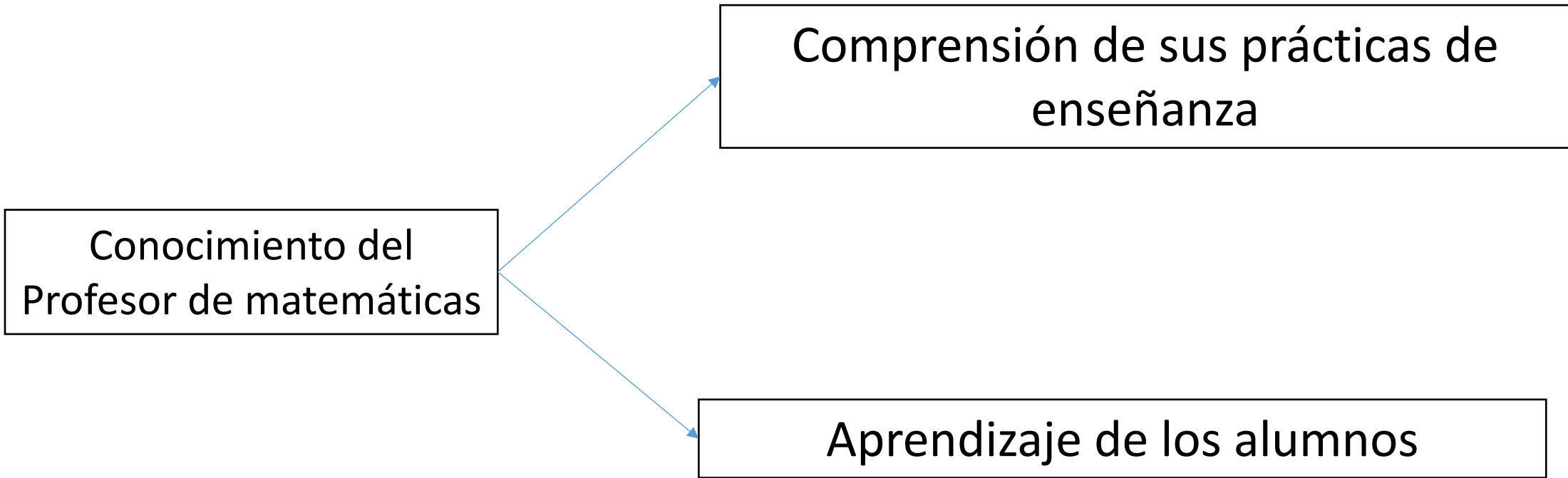


Sobre el conocimiento del profesor. ¿Qué rol juega la tecnología?



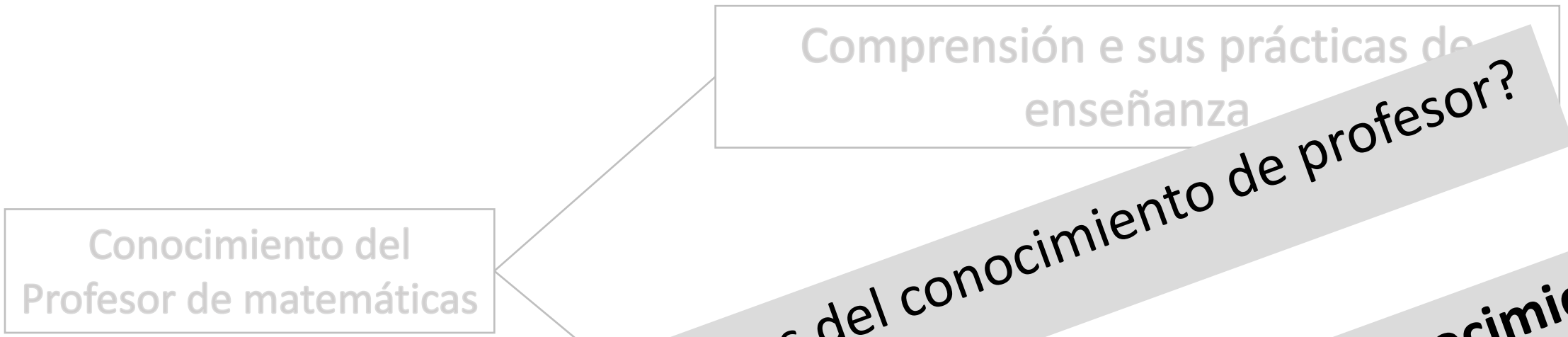
Preguntarse qué conocen y qué deben conocer los futuros profesores sobre el contenido matemático traslada la atención hacia las relaciones entre diferentes dominios del conocimiento de las matemáticas

(Buforn, Llinares, & Fernández, 2018; Ekawati, Lin y Yang, 2015; Hill, Ball y Schilling, 2008).



Un conocimiento limitado del **contenido matemático** dificultará a los maestros realizar la tarea de enseñar.

(Buform et al. 2018; Fernández, Llinares y Valls, 2013; Rivas, Godino y Castro, 2012).



**¿Cuáles serían otras dimensiones del conocimiento de profesor?**

**¿Cómo puede la tecnología aportar al desarrollo de este conocimiento?**

Un conocimiento del contenido matemático dificultará a los maestros realizar la tarea de enseñar.

(Garn et al. 2018; Fernández, Llinares y Valls, 2013; Rivas, Godino y Castro, 2012).



## Tendencias hacia:

- El uso de estrategias.
- Barreras/dificultades/obstáculos...
- Creencias/concepciones/actitudes/visiones.
- Educación en ambientes online/b-learning
- El conocimiento del profesor (TPCK-TPACK etc.).
- Otras

# Estrategias en la formación de profesores con Tecnologías

- Disposición de un solo curso específico en tecnología;
- Experiencias en mini-talleres;
- Integración de la tecnología en todos los cursos;
- Modelación acerca de cómo usar la tecnología;
- Uso de multimedia;
- La colaboración entre los futuros profesores,
- Experiencias con maestros mentores y profesores;
- Prácticas con tecnología en el campo;
- Mejorar el acceso a software, hardware,

Kay (2006)

# ¿Qué experiencias de aprendizaje debe tener los profesores en formación?

Muchas de las prácticas docentes intentan reflejar la manera en que los profesores aprendieron durante su formación.

La preocupación por la formación de profesores cobra mayor sentido cuando se considera que las prácticas de enseñanza de los profesores están bastante permeadas por las maneras en que ellos aprendieron de sus profesores durante su formación (Kennedy, 1999; Zaslavsky, 1995)

Los estudiantes (futuros profesores) aprenden de sus profesores mucho más que los contenidos prescritos en los currículos y libros de texto.

# Dos visiones

La computadora o calculadora son sólo una herramienta, nada más. Su valor radica en la forma en que complementa el ambiente total de aprendizaje.

(Martin & Pirie, 2003)



Los actores humanos no deben ser vistos como los únicos de la producción de conocimiento. Hay un énfasis en la colectividad, en la coparticipación de no humanos en este proceso.

(Borba y Villarreal, 2005; Souto, 2013)

# Borba y Villarreal (2005, p.3)

- La tecnología pueden verse en un enfoque de uso impositivo y desarticulado de la producción de conocimiento; de esta manera, puede ser pensada como algo que no debe alterar el *status quo* en la escuela. Las tecnologías puede ser “domesticadas”.
- Las computadoras pueden ser utilizados como si fueran “libros electrónicos” y calculadoras gráficas como sólo una forma de dibujar gráficos rápidamente. H-w-M representa un intento de contrarrestar esta manera de conceptualizar la tecnología en los centros educativos

¿Por qué H-w-M?

*Humans-with-media* puede entenderse como una unidad básica que produce conocimiento. Ofrece nuevos elementos (giros) a la amplia discusión sobre los aspectos y miradas que intervienen sobre la tecnología, los seres humanos y el conocimiento.

# H-w-M

Las posibilidades y restricciones (condiciones) que un determinado medio ofrece, conllevan a un proceso de producción de conocimiento distinto de otro realizado con un medio diferente.

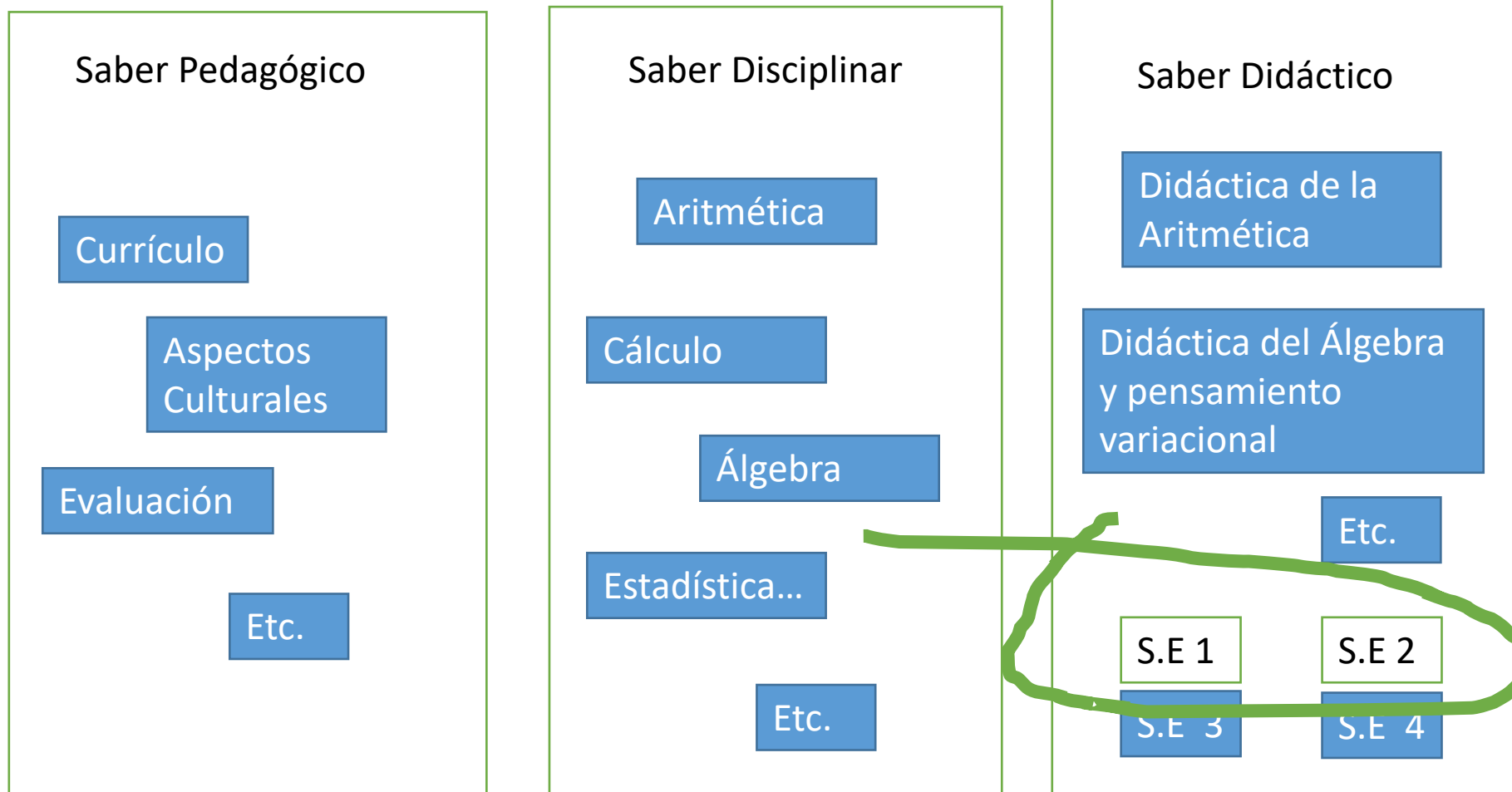
El conocimiento no puede desprenderse de los medios con los que construye





# El Seminario de Especialización II

# Programa de formación de inicial de profesores



Espacios extracurriculares: SRM; Semilleros de Investigación, entre otros

¿Cuántos cursos de cada componente debe tener un programa de formación?

# Cambio de cuestión

~~¿Cuántos cursos de cada componente debe tener un programa de formación?~~

¿Cómo *reconstituir* los espacios para que haya **más y mejores conexiones** entre los dominios?

Investigación en el Programa y para el Programa

# El Seminario de Especialización II.

## Algunas necesidades de formación

- Visiones compartimentalizadas de la actuación docente
- Creencias de los formadores de los profesores
- Amplias posibilidades de aprender matemáticas: “hacer matemáticas”
- Diversidad de Estrategias, de modos de actuación y potencialidades.
- Diversos usos de las Tecnologías
- Desarrollo de proyectos
- Experiencias auténticas

(Carmona-Mesa y Villa-Ochoa, 2017; Villa-Ochoa et al., 2014)

# El Seminario de Especialización II

- **Experiencias** en las que el conocimiento matemático no se desligue de los modos y medios de producción.
- **Discusiones** colectivas.
- **Problematización** de las nociones matemáticas y la manera en que fueron y pueden ser potencialmente aprendidas.
- **Reflexiones** acerca del uso, posibilidades y limitaciones que tienen las tecnologías.
- **Situaciones emergentes** acorde con las necesidades del colectivo.
- **Potenciales usos** en las aulas de matemáticas

# El Seminario de Especialización II

- **Eje Problémico 1: integración de tecnologías al aula de clase. El caso de la calculadora**

¿Cuáles son las potencialidades y limitaciones que los diferentes tipos de calculadoras ofrecen en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas?

- **Ejes Problémico 2: Estudio de las matemáticas apoyado en software de matemáticas**

¿Cuáles son los roles, posibilidades y restricciones que ofrecen los diferentes softwares a la producción de conocimiento matemático?

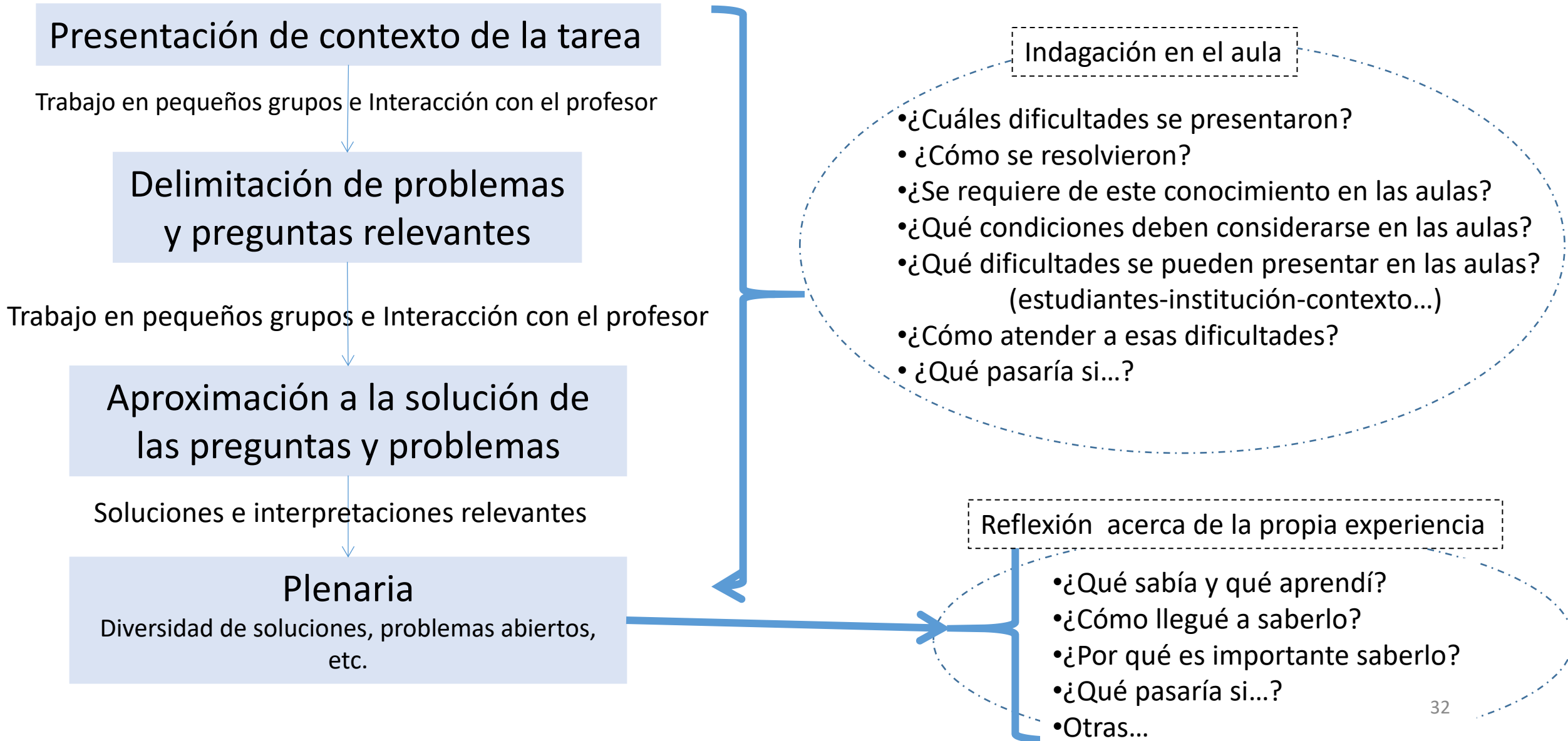
- **Ejes Problémicos 3: Experimentación y Tecnologías en el aula.**

¿Cuáles son los roles que tiene la tecnología en la Experimentación y en la modelación matemática?

- **Ejes Problémicos 4: Educación matemática e Internet**

¿Qué aportes tiene a la producción de Conocimiento Matemático las diferentes herramientas online?

# El ambiente de trabajo





# El ambiente de trabajo

## Tecnología

Presentación de contexto de la tarea

Trabajo en pequeños grupos e Interacción con el profesor

Delimitación de problemas y preguntas relevantes

Trabajo en pequeños grupos e Interacción con el profesor

Aproximación a la solución de las preguntas y problemas

Soluciones e interpretaciones relevantes

Plenaria

Diversidad de soluciones, problemas abiertos, etc.

Indagación en el aula

- ¿Cuáles dificultades se presentaron?
- ¿Cómo se resolvieron?
- ¿Se requiere de este conocimiento en las aulas?
- ¿Qué condiciones deben considerarse en las aulas?
- ¿Qué dificultades se pueden presentar en las aulas? (estudiantes-institución-contexto...)
- ¿Cómo atender a esas dificultades?
- ¿Qué pasaría si...?

Reflexión acerca de la propia experiencia

- ¿Qué sabía y qué aprendí?
- ¿Cómo llegué a saberlo?
- ¿Por qué es importante saberlo?
- ¿Qué pasaría si...?
- Otras...



# Un Episodio

## Presentación de contexto de la tarea

Una discusión con los profesores en formación sobre:

¿Qué es una variable?

"algo"-que-varía

Variación

expresión-algebraica

dependiente-independiente

representación-del-cambio

fórmula

letra

OTRAS

En la expresión:

$$y = ax + b$$

¿Cuáles son las variables?

¿Cómo explicaría a sus estudiantes  
cuál es la diferencia entre  $a$  y  $x$ ?

# Insuficiente

¿Puede la tecnología digital ayudar?

"algo"-que-varía

Variación

En la expresión:

$$y = \underline{ax+b}$$

expresión-algebraica

dependiente-independiente

representación-del-cambio

¿Cuáles son las variables?

¿Cómo explicaría a sus estudiantes  
cuál es la diferencia entre  $a$  y  $x$ ?

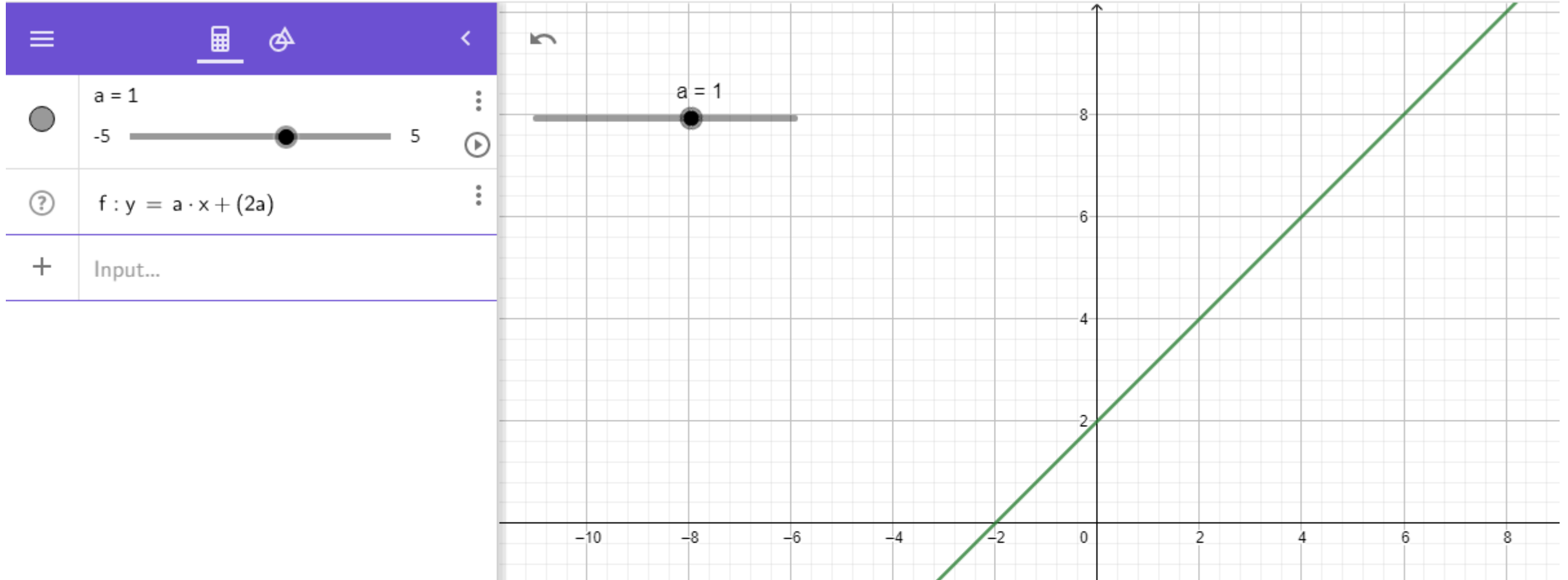
fórmula

letra

OTRAS



La expresión  $y = ax + b$ , con  $a, b \in R$  se usa para representar algebraicamente todas las rectas en  $R^2$ . Para el caso en que  $b = 0$ , la ecuación presenta *la familia de rectas* que pasan por el origen; de igual manera, para  $a = 3$  representa la *familia de rectas* paralelas con pendiente 3. En este contexto, ¿qué tipo de familia representan los siguientes casos?

- $b = 2a$
- $b = 3a + 1$
- ¿Podría establecer alguna generalización para una relación  $b = ka + m$  con  $k, m \in R$ ?
- ¿Cuál familia se determinaría si  $b = 5 - a^2$ ?




*“Rectas con cualquier pendiente e intercepto en punto cuya ordenadas está en el doble de la pendiente”*



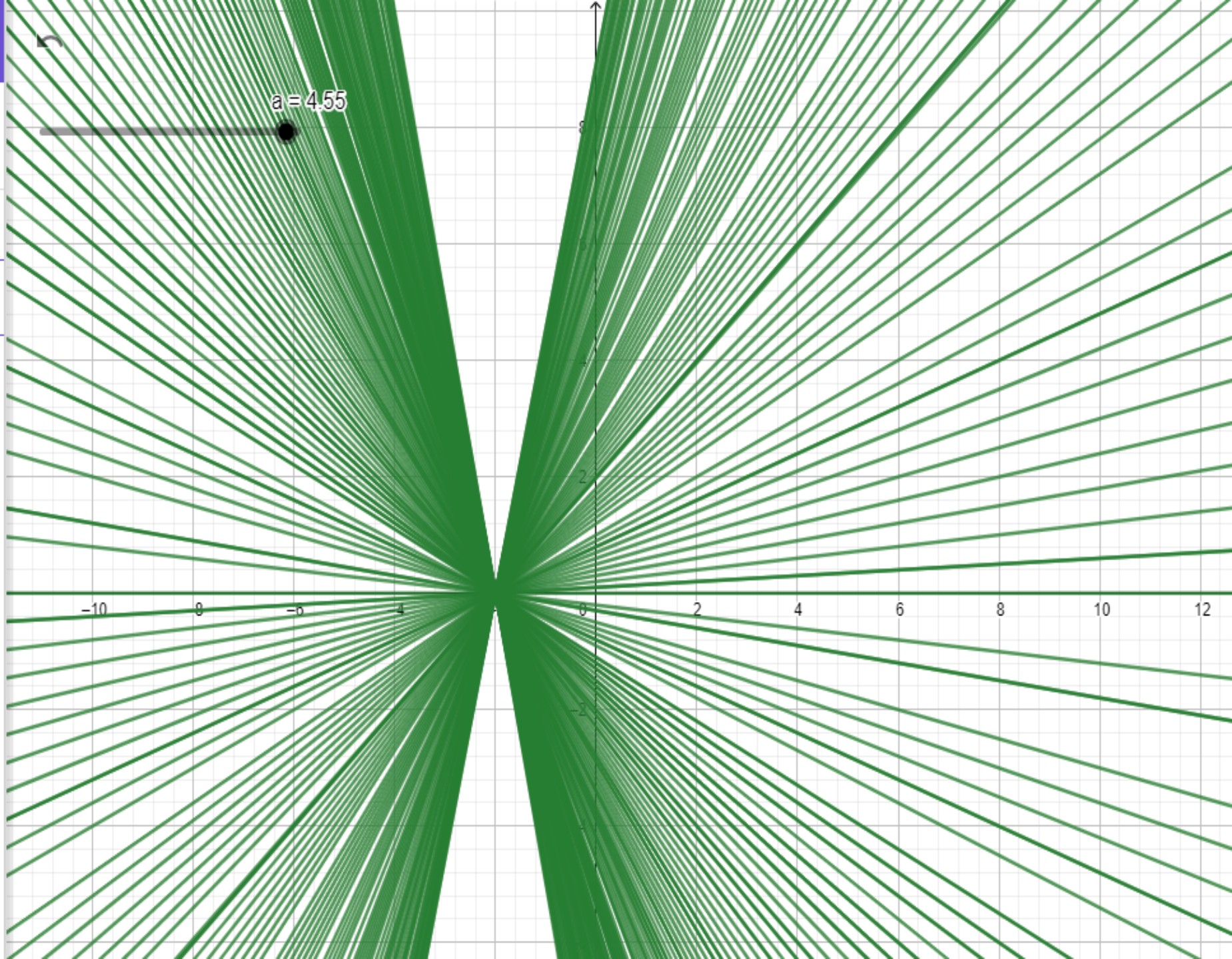
☰   <

●  $a = 4.55$  ⋮

-5  5 ▶

●  $f : y = 4.55 x + 2 \cdot 4.55$  ⋮

+ Input...



*Todas las rectas  
que pasan por un  
punto fijo*

¿Cuál punto fijo?  
¿Todas las rectas?

Carlos: *Hay infinitas  
rectas que no pasan*

Profesor: *¿Cuáles?*

## ¿Cuál punto fijo?

$$y = ax + (2a)$$

$$(x, y) = (-2, 0)$$

$$0 = a(-2) + (2a)$$

$$0 = 0$$

“porque da una igualdad que se cumple independiente de  $a$ ”

Reconocimiento visual del Software y comprobación en la ecuación

$$y = ax + 2a$$
$$y = a(x + 2)$$
$$x = -2$$

entonces

$$y = 0$$

Clara: “busco los números de  $x$  que hacen que se cancele la  $a$ ”  
“porque así en el resultado [Software] el punto no depende de las  $x$  ni las  $y$  ni de  $a$ ”

Condiciones del  
Sistema y deducción

$y_1 = ax_1$   
todas las rectas en el  
origen de  $x_1, y_1$

Juan: “porque  $y=ax$  es la [familia] de rectas que pasan por el origen,  
entonces hago las traslación y da lo mismo pero por el otro origen”

Transformación  
(Traslación)

$$y = ax + (2a)$$

$$(x, y) = (-2, 0)$$

$$0 = a(-2) + (2a)$$

$$0 = 0$$

$$y = ax + 2a$$

$$y = a(x + 2)$$

$$x = -2$$

entonces

$$y = 0$$

$$y_1 = ax_1$$

todas las rectas en el  
origen de  $x_1, y_1$

Reconocimiento visual del  
Software y comprobación  
en la ecuación

Condiciones del  
Sistema y deducción

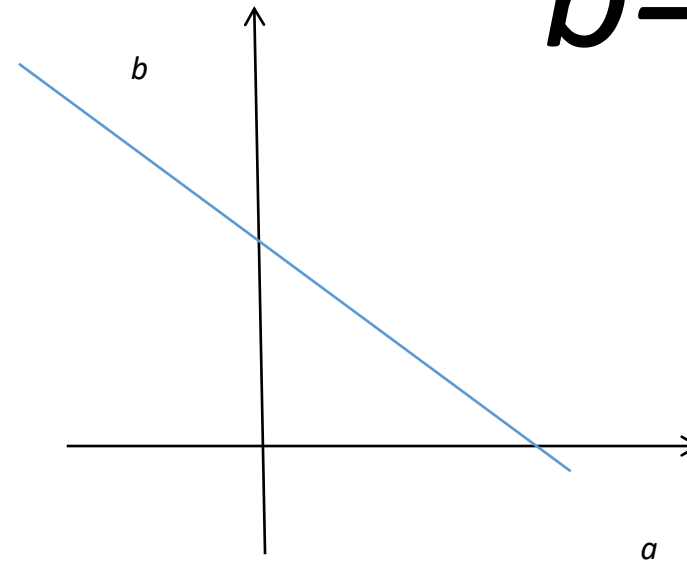
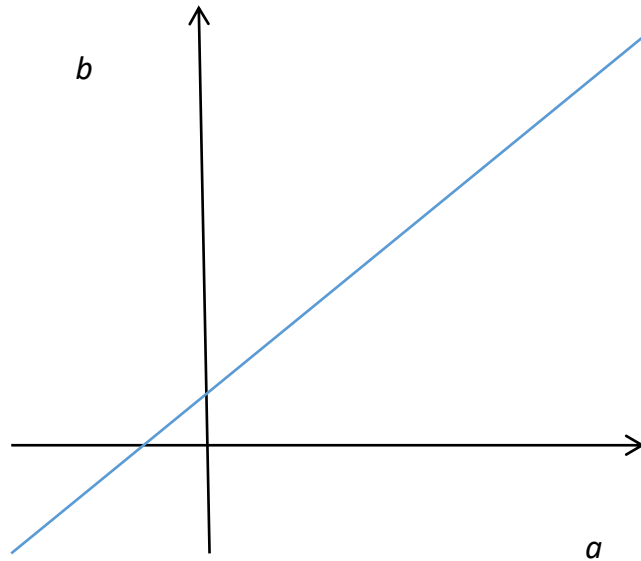
Transformación  
(Traslación)

**Inicialmente, parece natural que los estudiantes apelen solo a su experiencia sensorial, es decir, a confiar y establecer resultados con base en la confianza que les da lo observado en el software. Los resultados son *“dados por el software”***

El software fue inicialmente usado en su papel “natural”, es decir, en su rol de artefacto (Souto y Borba, 2016).

Solo con esa visión, el software sería un “facilitador” de un resultado.

¿Cuál es la familia de rectas  $y=ax+b$  que se determina cuando  $a$  y  $b$  cumplen las relaciones expresadas en los siguiente gráficos?



$$b=f(a)$$

- Desde un punto de vista matemático
  - Logran generalizar que cuando  $b=am+n$  se obtiene la una familia de rectas que pasa por un punto fijo  $(-m, n)$
  - Los significados relativos de los símbolos. A veces variables, a veces parámetros.
  - Argumentación
  - Otros
- Desde un punto de vista didáctico
  - La reflexión sobre la naturaleza del conocimiento matemático
  - La importancia de trascender una única vía de solución
  - La necesidad apoyar a los estudiantes en la comprensión de diferentes significados de los símbolos.
  - La importancia trascender la experiencia sensorial.
  - Los roles del software para apoyar la construcción de una respuesta, y los cuidados para buscar maneras alternativas de solucionar.
  - El rol del profesor como problematizado
  - Las condiciones del ambiente de clase que hicieron posible llegar a esos conocimientos.



- Desde un punto de vista matemático
  - Logran generalizar que cuando  $b=am+n$  se obtiene la una familia de rectas que pasa por un punto fijo  $(-m, n)$
  - Los significados relativos de los símbolos. A veces variables y a veces parámetros.
  - Argumentación
  - Otros
- Desde un punto de vista didáctico
  - La reflexión sobre la naturaleza del conocimiento matemático
  - La importancia de trabajar la vía de solución
  - La necesidad de trabajar con diferentes representaciones en la comprensión de diferentes significados
  - La importancia de tener la experiencia sensorial
  - El uso de software para apoyar la construcción de conocimientos y para buscar maneras alternativas de solucionar.
  - El rol del profesor como problematizador
  - Las condiciones del ambiente de clase que hicieron posible llegar a esos conocimientos.

¿y cómo llevarlo a la práctica escolar?

El desafío continua...



**Consideraciones finales**

# Sobre el episodio

- Utilizar educadores de docentes como modelos.
- Reflexionar sobre el papel de la tecnología en la educación.
- Colaboración con compañeros.
- Retroalimentación continua.

(Tondeur, Van Braak, Sang, Voogt, Fisser, y Ottenbreit-Leftwich, 2012; Tondeur, Aesaert, Prestridge, y Consuegra, 2018)

# Estrategias insuficientes

- Andamiaje de auténticas experiencias tecnológicas.
- Aprender a usar la tecnología por diseño.
- Aprendizaje a través de la propia experiencia.

## ¿Qué podemos hacer?

Práctica Pedagógica focalizada en la Tecnología en la Licenciatura en Matemáticas y Física.

Práctica tempranas en los programas de Licenciatura.

# Bibliografía

- Borba, M. C., & Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking* (Vol. 39). New York: Springer. <https://doi.org/10.1007/b105001>
- Buforn, Á., Llinares, S., & Fernández, C. (2018). Características del conocimiento de los estudiantes para maestro españoles en relación con la fracción, razón y proporción. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 23(76), 229–251.
- Carmona-Mesa, J. A., & Villa-Ochoa, J. A. (2017). Necesidades de formación en futuros profesores para el uso de tecnologías. Resultados de un estudio documental. *Paradigma*, 38(1), 169–185.
- Ekawati, R.; Lin, F. y Yang, K. (2015). Developing an instrument for measuring teachers' mathematics content knowledge on ratio and proportion: A case of Indonesian primary teachers, *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13 (sup 1), 1-24.
- Fernández, C.; Llinares, S. y Valls, J. (2013). Primary school teacher's noticing of students' mathematical thinking in problem solving, *The Mathematics Enthusiast*, 10 (1 y 2). 441-468

# Bibliografía

- Hill, H.; Ball, D. y Schilling, S. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students, *Journal for Research in Mathematics Education*, 39 (4), 372-400.
- Martínez Aguilar, Francisco, M., Susano García, L. J., & Espinosa Delgado, J. M. (2015). Redes sociales y tics en la cátedra universitaria. *Unipluriversidad*, 15(1), 87–99.
- Muchenski, J. C. (2015). A utilização leiga dos smartphones versus a sua utilização especializada no ambiente escolar. *Unipluriversidad*, 17(1), 25–38.
- Richit, A. (2014). Formação de Professores em Tecnologias Digitais: Desdobramentos nas práticas escolares em face do Programa Um Computador por Aluno. *Unipluriversidad*, 14(3), 81–93. Retrieved from <http://aprendeonline.udea.edu.co/revistas/index.php/unip/article/view/21342/17742>
- Rivas, M. A.; Godino, J. D. y Castro, W. F. (2012). Desarrollo del conocimiento para la Enseñanza de la Proporcionalidad en Futuros profesores de Primaria, *BOLEMA*, 26(42B), 559-588
- Selva, A. y Borba, R. (2014). Uso de la Calculadora en los primeros grados de escolaridad. Medellín: Sello Editorial Universidad de Medellín

# Bibliografía

- Souto, D. L., & Borba, M. D. C. (2016). Seres humanos-com-internet ou internet-com-seres humanos: uma troca de papéis? *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 19(2), 217–242. <https://doi.org/10.12802/relime.13.1924>
- Trevisani, F. D. M., & Maltempi, M. V. (2014). Contribuciones del software MiGen para la introducción de conceptos algebraicos. *Unipluriversidad*, 14(1), 63–69.
- Tondeur, J., Van Braak, J., Sang, G., Voogt, J., Fisser, P., & Ottenbreit-Leftwich, A. (2012). Preparing pre-service teachers to integrate technology in education: A synthesis of qualitative evidence. *Computers and Education*, 59(1), 134–144. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2011.10.009>
- Tondeur, J., Aesaert, K., Prestridge, S., & Consuegra, E. (2018). A multilevel analysis of what matters in the training of pre-service teacher's ICT competencies. *Computers & Education*, 122, 32–42. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2018.03.002>
- Villa-Ochoa, J. A., Galvis, J., Velez, L., & Sierra, R. (2014). Integración de tecnologías en el aula de clase. El caso de los profesores implicados en el proyecto TESO. In A. Richit (Ed.), *Tecnologías Digitais en Educação: perspectivas teóricas e metodológicas sobre formação e prática docente* (pp. 35–56). Curitiba: Editora CRV.



# ¡Muchas gracias!

**Grupo de estudio en el uso de tecnología para la enseñanza de las matemáticas y las ciencias**

**(Grupo de estudio TEMC)**

Jaime Andrés Carmona Mesa

[jandres.carmona@udea.edu.co](mailto:jandres.carmona@udea.edu.co)