

Gloria Inés Neira Sanabria,  
Manuel Andrés Castiblanco Acosta.

Universidad Distrital Francisco José de Caldas,  
Grupo de Investigación Interdisciplinaria en Pedagogía  
del Lenguaje y las Matemáticas GIIPLyM (Colombia).  
Colegio La Palestina IED (Colombia).

nicolauval@yahoo.es,  
mcastiblanco7@yahoo.es

## ELEMENTOS EN LA CONSTRUCCIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS A PARTIR DE UN CASO DEL CONSUMO DE AGUA

### Resumen:

Esta investigación tiene como propósito identificar los elementos que emergen en la construcción de modelos matemáticos, a partir de un contexto del consumo de agua en Bogotá. El trabajo fue realizado con estudiantes de grado noveno de un colegio de educación pública, quienes se interesaron en estudiar una situación de su propio contexto desde la modelación matemática. Dentro del campo de la modelación se asumió una perspectiva realista que abordó un problema del entorno del estudiante. Este proceso de modelación se realizó en cinco fases: exploración de las situaciones de dependencia, elección de una situación particular, desarrollo del contenido programático, formulación del problema y formulación del modelo matemático y resolución del problema a partir del modelo matemático. Al concluir estas fases se obtuvo un modelo matemático construido por los mismos estudiantes que describe el costo de la factura del acueducto en función de los metros cúbicos consumidos, para los estratos socioeconómicos dos y tres.

This research aims to identify the elements that emerge in the construction of mathematical models from a context of water consumption in Bogota. The work was carried out with freshmen of a public school education, who is interested in studying a situation of their own context from mathematical modeling. Within the field of modeling a realistic perspective that addressed a problem of the student environment was assumed. This modeling process was conducted in five phases: exploration of situations of dependency, choosing a particular situation, development of the program content, formulation of the problem and formulation of the mathematical model and solve the problem from the mathematical model. At the conclusion of these phases a mathematical model constructed by the students describing the cost of the aqueduct bill based on cubic meters consumed for socioeconomic two and three are obtained.

### Palabras clave:

Modelación matemática, enfoque realista, función parte entera, función por partes.

### Comunicación Breve

#### 1 Introducción

Esta comunicación breve, da cuenta de una investigación realizada que tiene como propósito identificar los elementos que emergen en la construcción de modelos matemáticos, a partir de un contexto del consumo de agua en Bogotá. Este trabajo fue realizado con siete estudiantes de grado noveno de un colegio de educación pública de Bogotá, quienes se interesaron en estudiar una situación de su propio contexto desde la modelación matemática. Dentro del campo de la modelación se asumió una perspectiva realista, que concibe la modelación matemática como la actividad para dar solución a problemas aplicados, pertenecientes a situaciones de la vida real, en donde se abordó un problema del entorno del estudiante, así como una perspectiva del docente, desde la cual éste desempeñó un papel relevante en el desarrollo del proceso de modelación en el aula. Para esto fue necesario abordar las posturas en modelación matemática de Villa-Ochoa (2007), Biembengut (2004) y Borromeo & Blum (2009).

#### 2 Metodología

Lo anterior, supuso implementar una metodología de investigación cualitativa como es el estudio de caso, donde se describió el proceso de construcción de un modelo matemático. Este proceso de modelación se realizó en cinco fases: En la primera fase, "exploración de las situaciones de dependencia", donde los estudiantes identificaron y recogieron de forma autónoma, situaciones que se pudieran cuantificar dado un contexto cercano como es el hogar y sus alrededores, relacionando a cada una de ellas las variables de dependencia. Para la segunda fase, "elección y definición de una situación particular", se realizó la selección de una situación específica a modelar de las presentadas por los estudiantes. Mediante una tabla de frecuencia se pudo establecer que temas relacionados con las situaciones les representaba mayor interés estudiar. De los temas opcionales (consumo de víveres, consumo de agua y transporte) fue elegido por los estudiantes el consumo de agua y, más específicamente, el costo del mismo. En la tercera fase, "desarrollo del contenido programático y ejemplo análogo", con base en el fenómeno a estudiar, el docente-investigador identificó que los estudiantes requerían el concepto de función parte entera y función por partes para la construcción del modelo matemático. En este sentido, se planteó un ejemplo análogo en el que se trabajó la construcción de un modelo matemático con el fin de determinar qué tan favorable era para el cliente un plan prepago o postpago, según el servicio de telefonía celular, dado el consumo de minutos al mes. En el desarrollo del ejemplo análogo se hizo énfasis en la representación de la función. En la cuarta etapa se analizaron con los estudiantes los aspectos relacionados con el consumo de agua en el hogar en tareas cotidianas. Para la quinta fase, "delimitación y formulación del problema", se estudió la estructura tarifaria del recibo del acueducto como subsidios y costos relacionados con el consumo de agua por estrato. En la quinta fase, "formulación del modelo matemático y resolución del problema a partir del modelo matemático", los estudiantes realizaron la construcción de un modelo matemático, que diera cuenta del comportamiento del costo de la factura del acueducto a partir del consumo de agua, para los estratos socioeconómicos dos y tres.

De otro lado, este trabajo de modelación matemática se realizó con estudiantes de grado noveno. En una etapa de exploración, inicialmente se contó con la participación de treinta y cinco estudiantes, de los cuales se eligieron siete porque tenían un interés en el tema de la modelación y un desempeño escolar alto. De allí que el tipo de metodología de investigación implementada fuera el estudio de caso, pues este supone el análisis de un caso particular en un contexto dado para una población determinada. Como categorías de análisis se tuvieron en cuenta los elementos de anteriores investigaciones de autores como Villa-Ochoa (2007) y Berrío (2011). Estos elementos son: el contexto, la experimentación, la cultura, el trabajo en equipo, el uso de modelos análogos y la simplificación.

Gloria Inés Neira Sanabria,  
Manuel Andrés Castiblanco Acosta.

Universidad Distrital Francisco José de Caldas,  
Grupo de Investigación Interdisciplinaria en Pedagogía  
del Lenguaje y las Matemáticas GIIPLyM (Colombia).  
Colegio La Palestina IED (Colombia).

nicolauval@yahoo.es,  
mcastiblanco7@yahoo.es

## ELEMENTOS EN LA CONSTRUCCIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS A PARTIR DE UN CASO DEL CONSUMO DE AGUA

Tal como lo enuncian Vasco (2003) y Murthy et al. (1990), la construcción de un modelo no es un proceso sencillo, más bien lo describen como un arte en el cual juegan un papel importante las habilidades del modelador tales como la creatividad, la intuición y la visión, así como la comprensión de la covariación de las variables del modelo matemático, de forma que simulen el comportamiento de la covariación de las variables del fenómeno que se intenta simular. Otro factor que hace compleja esta tarea es el de tratar de entender el problema del mundo real y llevarlo al mundo abstracto, estos es, al mundo de la matemática.

De acuerdo con lo anterior, para la implementación de la modelación en el aula, Biembengut & Hein (2004) parten de un tema sobre el cual se tiene interés y se realizan preguntas para definir qué aspectos se quieren estudiar del tema. Las preguntas planteadas deberán responderse utilizando un conjunto de herramientas matemáticas y un conocimiento previo del tema. El propósito inicial es que los alumnos puedan elegir un tema que sea de su interés para ser trabajado en clase bajo la orientación del profesor y así poder desarrollar el contenido programático. La modelación matemática, como proceso, debe considerar una serie de etapas para construir el modelo matemático, a saber: exploración de situaciones de dependencia, definición, exploración y delimitación del tema de una situación en particular, desarrollo del contenido programático y ejemplo análogo, formulación del problema “ Valor del servicio de acueducto a nivel residencial en función del consumo de agua potable”, formulación de un modelo matemático y resolución del problema a partir del modelo, interpretación de la solución y validación del modelo.

En suma, esta investigación pretende proponer la modelación matemática como una herramienta didáctica útil para el docente en función de la comprensión de los conceptos matemáticos por parte de los estudiantes.

### 3 Conclusiones

De otro lado, fue posible identificar los siguientes elementos propuestos por Villa-Ochoa (2007) y Berrio (2011): “Motivación”, durante las distintas etapas los estudiantes se vieron motivados en el proceso de obtención del modelo matemático, gracias a la aplicación de la matemática en la resolución de problemas de su vida cotidiana en un contexto escolar; “Construcción de modelos originales”, cada equipo de trabajo de estudiantes formuló un modelo matemático diferente utilizando notaciones particulares para llegar a la representación algebraica del modelo matemático; “Cultura”, los hábitos y los esquemas culturales en los cuales se desempeñan los objetos de la sociedad definen en mucho los modos en que se entienden los fenómenos de la realidad, es así como el consumo de agua se encuentra atravesado por las creencias que tienen los usuarios de este servicio, como es el desperdicio o ahorro de agua; “Contexto”, éste representa uno de los elementos más importantes a la hora de construir el modelo matemático, pues el trabajo con los estudiantes demostró que hay una alta incidencia del entorno en la comprensión de las diferentes etapas del modelo; “Simplificación”, dada una situación de la vida cotidiana a estudiar es necesario hacer una acotación, de tal forma que el nivel de complejidad del problema a resolver esté acorde con el nivel escolar del estudiante, respecto a la cantidad de variables a manejar en el modelo y el tipo de modelo a construir; “Experimentación”, la manipulación con el objeto de estudio como fue el consumo de agua llevó a los estudiantes a una mejor comprensión del concepto de función por partes y función parte entera, sobre una situación que en adelante podrá ser abordada desde una perspectiva matemática.

### 4 Referencias Bibliográficas

- Berrio Arboleda, M. de J. A. (2011). Elementos que intervienen en la construcción de que hacen los estudiantes frente a los modelos matemáticos. El caso del cultivo de café. (Maestría en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- Biembengut, M.& Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16, 105–125.
- Blum, W., & Borromeo, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1, No. 1, 45–58.
- Villa-Ochoa. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas. *Tecnológicas*, 63–85.

