



DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO – VARIACIONAL EN EL
APRENDIZAJE DE PORCENTAJES APLICADO A LA EDUCACIÓN FINANCIERA EN
ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO DE BÁSICA SECUNDARIA DEL IETI COMUNA

17 DE LA CIUDAD DE CALI

ESMERALDA ROCÍO BOCANEGRAS VELASCO

Universidad ICESI

Escuela de Ciencias de la Educación

Maestría en Educación

Santiago de Cali

2017



DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO – VARIACIONAL EN EL
APRENDIZAJE DE PORCENTAJES APLICADO A LA EDUCACIÓN FINANCIERA EN
ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO DE BÁSICA SECUNDARIA DEL IETI COMUNA
17 DE LA CIUDAD DE CALI

TRABAJO DE GRADO

ESMERALDA ROCÍO BOCALEGRA VELASCO

Asesor de investigación

Henry Arley Taquez Quenguan

Universidad ICESI

Escuela de Ciencias de la Educación

Maestría en Educación

Santiago de Cali

2017

Tabla de contenido

Introducción.....	1
Planteamiento del problema	3
1. Contexto.....	3
2. Pregunta problema	7
Justificación	8
Objetivos.....	12
1. Objetivo general	12
2. Objetivos específicos.....	12
Marco teórico.....	13
1. Estado del arte	13
2. Marco conceptual	19
1. Fundamentos pedagógicos y didácticos.....	19
2. Perspectiva curricular.....	29
3. Perspectiva didáctica.....	45
4. Perspectiva disciplinar.....	49
5. Perspectiva de la evaluación	56
Metodología.....	60
1. Tipo de investigación.....	60

2. Población y muestra.....	62
3. Técnicas de recolección de información	62
1. Encuesta.....	62
2. Observación	63
3. Grupo nominal	63
4. Entrevista no estructurada.....	63
5. Cuestionario.....	63
4. Procedimiento para la implementación de la secuencia didáctica.....	64
1. Reportes escritos	66
2. Audios.....	67
3. Diario de campo.....	67
4. Cuestionario	67
Análisis de resultados	68
1. Identificación de necesidades educativas	68
1. Test de conocimientos previos.....	72
2. Diseño de la secuencia didáctica	78
1. Descripción de la secuencia didáctica.....	78
2. Estructura de la secuencia didáctica	81
3. Categorías de análisis.....	82
3. Implementación de la secuencia didáctica.....	87

1. Ejecución de algoritmos y procedimientos	87
2. Comprensión de conceptos	94
3. Resolución de problemas	99
4. Evaluación de la implementación de la secuencia.....	106
1. Trabajo colaborativo	107
2. Recursos didácticos.....	109
3. Evaluación de aprendizajes.....	111
4. Reflexión de la práctica docente	112
Conclusiones y recomendaciones	117
Bibliografía.....	120
Anexos	129
1. Anexo 1. Formato de observación.....	129
2. Anexo 2. Test de conocimientos previos.....	130
3. Anexo 3. Actividades de la secuencia didáctica.....	132
4. Anexo 4. Conformación de grupos de trabajo.....	151
5. Anexo 5. Entrevista	152
6. Anexo 6. Lista de chequeo	154
7. Anexo 7. Algunas respuestas a la lista de chequeo	155

Índice de figuras

Figura 1 Resultados prueba saber noveno 2013-2014.....	4
Figura 2. El porcentaje y sus relaciones	50
Figura 3. Respuesta a la pregunta 1	74
Figura 4. Respuesta a la pregunta 2.....	75
Figura 5. Respuesta a la pregunta 3	75
Figura 6. Respuesta a la pregunta 4	76
Figura 7.Respuesta a la pregunta 5	77
Figura 8. Respuesta a la pregunta 6.....	77
Figura 9. Respuesta a la pregunta 6.....	77
Figura 10. Procedimiento realizado por el E35 en la situación 1.1.a	88
Figura 11. Procedimiento realizado por el G 9 en la situación 1.1.a.....	88
Figura 12. Procedimiento realizado por el G 2 en la situación 1.1.a.....	88
Figura 13. Procedimiento realizado por el G 6 en la situación 2.1.....	90
Figura 14. Procedimiento realizado por el G 3 en la situación 2.1.....	91
Figura 15. Procedimiento realizado por el G 2 en la situación 2.1.....	92
Figura 16. Procedimiento realizado por el G 12 en la situación 3.2.....	93
Figura 17 Procedimiento realizado por el E9 en la situación 1.1.f, g, h.....	94
Figura 18. Procedimiento realizado por el G 7 en la situación 1.1.c, d.....	95
Figura 19. Procedimiento realizado por el E8 en la situación 1.2	96
Figura 20. Procedimiento realizado por el E 20 en la situación 1.2	96
Figura 21. Procedimiento realizado por el G6 en la situación 1.1.c, d.....	97
Figura 22. Procedimiento realizado por los grupos G 1y G3 en la situación 2.1	98

Figura 23. Procedimiento realizado por los grupos G 1 en la situación 3.1 y 3.2	99
Figura 24. Procedimiento realizado por el E34 en la situación 1.1.a	100
Figura 25. Procedimiento realizado por el G8 en la situación 1.1.c, d.....	101
Figura 26. Procedimiento realizado por el G12 en la situación 1.2. i-l.....	103
Figura 27. Procedimiento realizado por el G1 en la situación 2.2.....	104
Figura 28. Procedimiento realizado por el G6 en la situación 3.1. y 3.2.....	105
Figura 29. Respuestas del estudiante E32	107
Figura 30. Respuestas del estudiante E19	108
Figura 31. Respuestas del estudiante E10	109

Introducción

Las matemáticas están presentes en casi todo lo que nos rodea y tenemos contacto con ella desde temprana edad, sin embargo, los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta área presentan serias dificultades, lo que se refleja en los bajos resultados en las pruebas que a nivel internacional y nacional se realizan, en la poca relación y aplicación práctica de este conocimiento durante el desarrollo de las clases con la vida cotidiana y, en la apatía y desinterés que a diario muestran los estudiantes. Lo que nos invita, de forma apremiante, a enfocar los esfuerzos en el aprendizaje del conocimiento matemático escolar, teniendo presente que este es producto de una construcción continua en el que se trasforman las estructuras existentes a través de la reflexión personal y colectiva.

Igualmente, en las últimas pruebas PISA realizadas a los estudiantes colombianos se evidenció la falta de conocimientos relacionados con la economía y las finanzas. Estudios realizados por el Banco de la República muestran los bajos niveles de conocimiento de los colombianos en cuanto a temas económicos y financieros se refiere. Problema que ataña al conocimiento matemático, ya que un gran número de conceptos financieros están directamente relacionados con el aprendizaje de las matemáticas.

Es así como las matemáticas revelan su utilidad no solo en contextos matemáticos, de ahí que sea preciso que los estudiantes adquieran herramientas que les permitan resolver situaciones problema tanto de la matemática como de su cotidianidad. Muchos de estos problemas requieren que se movilicen el pensamiento numérico y variacional. Pensamientos cuyo desarrollo involucra el que los estudiantes den sentido y significado a los números a través de la comprensión de conceptos, el uso reflexivo de algoritmos y procedimientos, y la solución de problemas tanto de la matemática como de la vida cotidiana.

Teniendo en cuenta que el concepto de porcentaje hace parte del currículo de matemática y que es parte fundamental para la comprensión y solución de problemas de educación financiera relacionados con el cálculo de intereses y montos, se proyecta articular estas temáticas y así procurar un aprendizaje significativo de las matemáticas, al mismo tiempo que incentivar la toma de decisiones financieras de forma reflexiva y crítica; contribuyendo de esta forma a la formación de ciudadanos responsables, conscientes de sus consumos y habituados al ahorro.

Este proyecto presenta el diseño, implementación y evaluación de una secuencia didáctica en la que se pretende integrar el aprendizaje de la matemática con la educación financiera de forma que el estudiante compruebe el uso práctico de las matemáticas, se movilice el desarrollo del pensamiento numérico – variacional y al mismo tiempo adquiera y fortalezca conocimientos relacionados con el manejo de las finanzas.

Planteamiento del problema

1. Contexto

En las pruebas saber 2014 realizadas en toda Colombia, los resultados obtenidos en el Valle del Cauca fueron estables comparados con los del 2010. Sin embargo, en el análisis presentado por la Secretaría de Educación del Valle del Cauca en junio del 2015, se evidencia que en matemáticas los resultados variaron negativamente y causa de ello es que “...la gran mayoría de los estudiantes en el área de matemáticas, no está en capacidad de resolver problemas matemáticos complejos, que no tengan en el enunciado toda la información para resolverlos...” (2015).

Por otro lado, los resultados obtenidos en Cali en las pruebas Saber 2015 evidencian el aumento del porcentaje de estudiantes que están en categoría insuficiente y la disminución del porcentaje correspondiente al nivel avanzado, ocupando el puesto 20 entre las ciudades capitales de Colombia, y con resultados preocupantes en el área de matemáticas.

En el informe de resultados de las pruebas saber grado noveno de la Institución Educativa IETI Comuna 17 se muestra un aumento en el puntaje promedio de los resultados obtenidos entre el 2013 y 2014 en la prueba de matemática, y aunque los resultados están por encima del promedio, el porcentaje de estudiantes que logra ubicarse en nivel avanzado no es muy significativo. (Ver Figura 1)

Resultados de noveno grado en el área de matemáticas

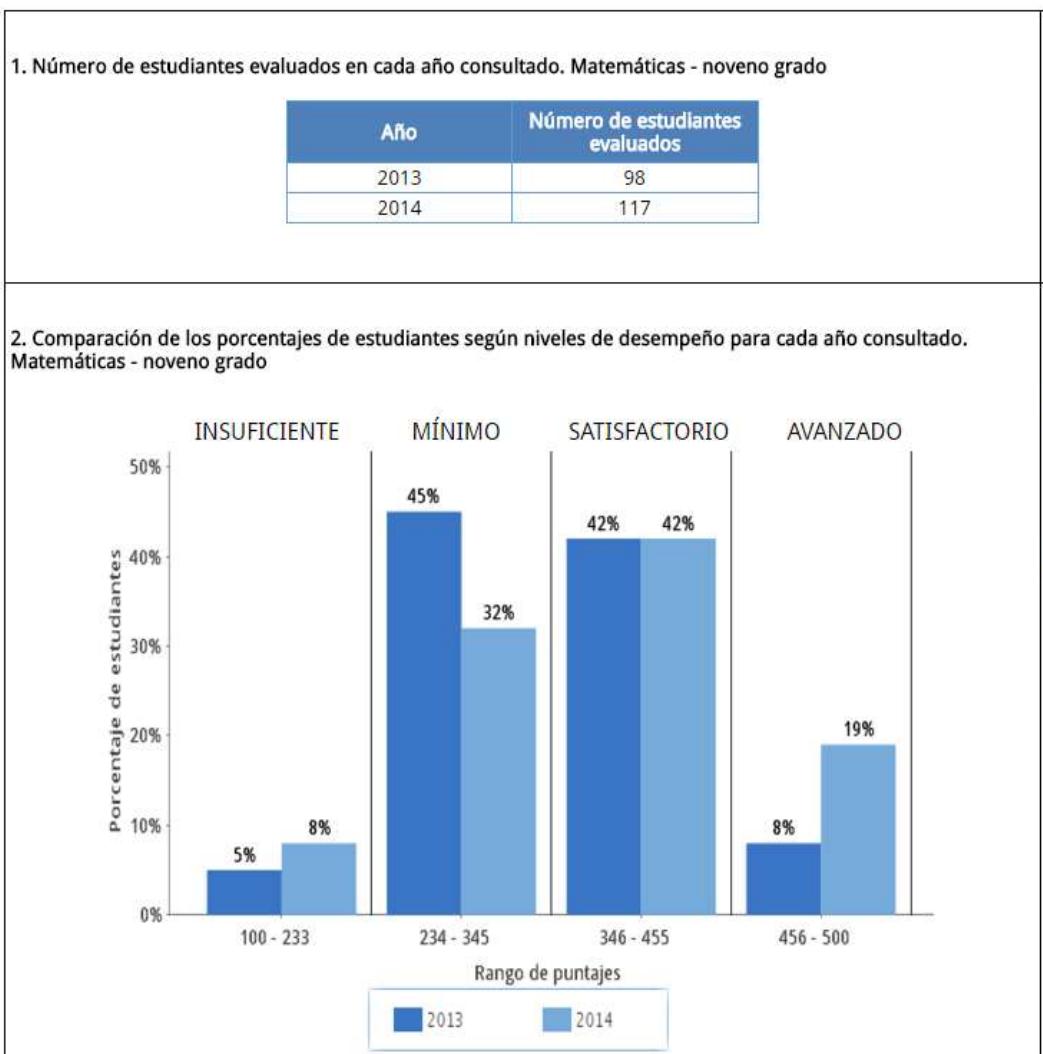


Figura 1 Resultados prueba saber noveno 2013-2014.

¹ <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/historico/reportHistoricoComparativo.jspx>

Teniendo en cuenta los bajo resultados en matemática de los estudiantes en las pruebas realizadas tanto a nivel internacional, nacional como local se hace necesario implementar estrategias que permitan mejorar el nivel de desempeño en esta área.

Igualmente, la matemática debe ir más allá de un conjunto de operaciones mecánicas y repetitivas, y servir como instrumento para la reflexión y la crítica. Lo anterior llama la atención sobre el uso de problemas contextualizados, basados en situaciones reales que cobren sentido práctico para el estudiante. Diversas investigaciones resaltan la importancia de la resolución de situaciones problema para la comprensión y afianzamiento de conceptos matemáticos, así como la importancia de relacionar la matemática con otras disciplinas.

Los problemas basados en educación financiera y relacionadas con las diferentes situaciones a las que día a día nos vemos abocados, tales como préstamos, créditos, descuentos, sirven como herramienta útil para el aprendizaje significativo de conceptos matemáticos, como en nuestro caso el de porcentaje, así como para la toma de decisiones y el desarrollo de competencias ciudadanas.

A escala mundial se ha visto la necesidad de formar ciudadanos capaces de manejar crítica y responsablemente sus finanzas personales. Diversas organizaciones internacionales, como la Comisión Europea, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), el Consejo de Asuntos Económicos y Financieros (ECOFIN) y la Organización Internacional de Comisiones de Valores (OICV), han llamado la atención sobre la necesidad de mejorar la cultura financiera de la población en general. Es así como en varios países de Europa la educación financiera ya forma parte del currículo de la enseñanza tanto en primaria como secundaria.

Con respecto a América Latina y el Caribe, en un estudio realizado por la Corporación Andina de Fomento se evidencia un desconocimiento generalizado de la población con respecto a conceptos básicos de la educación financiera: “Menos de la mitad de la población comprende el término “tasa de interés” y es capaz de realizar cálculos básicos con respecto a la tasa de interés simple (a excepción de Chile, donde poco más de 50% de la población entiende el concepto) o compuesta (encuestas de Chile, Colombia, Guatemala, México y Perú)”. (2013).

Para dar solución a esta problemática se han implementado varias estrategias enfocadas al desarrollo de programas de educación financiera, sobresaliendo países como Brasil, México y Perú. En Colombia se concibe la Estrategia Nacional de Educación Económica y Financiera (ENEEF), que entre sus objetivos establece la incorporación de la educación económica y financiera en los currículos de la educación formal. Se propone que cada institución educativa incorpore y articule la Enseñanza de la Educación Económica y Financiera (EEF) al Proyecto Educativo Institucional (PEI), de forma trasversal en los currículos escolares.

Uno de los conceptos que se pueden incorporar y articular con la educación financiera es el porcentaje. El concepto de porcentaje, que resalta por su frecuente uso y utilidad en la vida cotidiana, está presente en las diferentes transacciones comerciales, en la publicidad que a diario circula y en variadas situaciones a las que nos vemos abocados día a día. Es parte del currículo de matemática, tanto en básica primaria como en secundaria, y además es fundamental en el aprendizaje de contenidos relacionados con la educación financiera.

Este concepto presenta un grado de complejidad para los estudiantes considerable, ya que involucra nociones de razón, proporcionalidad y de operador multiplicativo fraccionario y decimal, que de por sí ya son “un dolor de cabeza para estudiantes y docentes”. Diferentes estudios e investigaciones llaman la atención sobre las dificultades y errores que presentan los

estudiantes en el manejo e interpretación de este concepto al momento de resolver problemas.

Se hace necesario plantear estrategias que permitan superar estas dificultades.

Una estrategia, y que se propone en el presente trabajo, es partir de situaciones problema contextualizadas, cercanas a la cotidianidad del estudiante, de forma que cobre sentido el aprendizaje y se despierte el interés y la motivación en el estudiante. Para ello se propone el desarrollo de una secuencia didáctica que permita movilizar el pensamiento numérico - variacional en el aprendizaje del objeto matemático porcentaje, a través de situaciones problema que involucren conceptos de educación financiera.

2. **Pregunta problema**

¿De qué manera el desarrollo de una secuencia didáctica aplicada al aprendizaje del objeto matemático porcentaje contribuye a movilizar el pensamiento numérico - variacional mediante situaciones problema de carácter financiero en los estudiantes de grado séptimo de básica secundaria del IETI Comuna 17 de la ciudad de Cali?

Justificación

La necesidad de que los estudiantes se enfrenten con mayor frecuencia a problemas que requieran el uso práctico de las matemáticas y que estén relacionados con su vida cotidiana es una premisa que a diario se escucha y nos hace repensar los procesos de enseñanza - aprendizaje.

Se debe pasar de la enseñanza y aprendizaje de un cúmulo de conceptos y operaciones a la aplicación y relación de los mismos con otras ciencias y en contextos determinados. “*Según Aragón, Castro, Gómez y González (2009) el reto en la actualidad para matemáticos y profesores de esta área, es lograr que los alumnos desarrollen habilidades de pensamiento y en el uso de herramientas que les permitan la resolución de los problemas de su vida cotidiana*”

(Herrera Villamizar, Montenegro Velandia, & Poveda Jaimes, 2012).

En las pruebas PISA realizadas en el 2006, que tienen como propósito obtener evidencia del desempeño de los estudiantes en diferentes áreas y se enfocan en las competencias, los estudiantes colombianos presentaron serias deficiencias en la resolución de problemas matemáticos relacionados con aplicaciones de esta área en la vida real. “El menor desempeño se registró en matemáticas. La quinta parte (18%) de los evaluados alcanzó el nivel mínimo (dos). Estos estudiantes pueden interpretar situaciones en contextos que sólo requieren una inferencia directa, utilizar algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones elementales y efectuar razonamientos directos e interpretación literal de los resultados. Sólo 10 de cada 100 mostraron competencias en los niveles tres y cuatro.” (Altablero No. 44, 2008). Se infiere que la parte algebraica (pensamiento variacional) es una de las más críticas, “En Colombia la mayor debilidad en matemáticas está en el álgebra” (Schmidt, 2014). Se hace necesario posibilitar

acercamientos a la enseñanza del álgebra como aplicación de la matemática en casos concretos desde antes de llegar al grado Octavo.

Así mismo, según datos del Ministerio de Educación y el ICFES, los estudiantes de Cali no lograron buenos resultados en las pruebas Saber 11 de este año, quedando Cali en los últimos puestos, sólo por encima de los estudiantes de ciudades como Cartagena, Riohacha, Santa Marta y Quibdó (2015). En matemáticas, el caso es aún más preocupante, a nivel nacional cerca del 70% de los estudiantes se ubica en inferior o mínimo.

Por otro lado, según la encuesta de Inclusión financiera realizada en el 2013 por el Banco de la República y el Banco Mundial, el 69% de los colombianos no ha recibido enseñanza en temas financieros. Lo anterior explica los resultados obtenidos en la prueba Pisa realizada en el 2014, que evaluó conocimientos en temas financieros y en la que los estudiantes colombianos obtuvieron 379 puntos de los 603, siendo Colombia el peor país situado en la tabla. “El análisis, elaborado con la colaboración del banco español BBVA, revela que solo el 3,8 % demostró un nivel de excelencia, y que apenas uno de cada diez pudo resolver las preguntas más difíciles, que implicaban por ejemplo el coste de una transacción o calcular el balance de una cuenta” (Noticias RCN, 2014).

En Colombia se ha mostrado interés por fortalecer la educación en economía y finanzas, prueba de ello es el documento “Estrategia Nacional de Educación Económica y Financiera” que sustenta su razón de ser en: “El desconocimiento y desinformación generalizados de la población colombiana sobre temas básicos de economía y finanzas limitan la capacidad de los ciudadanos para tomar decisiones fundamentadas y consistentes en este aspecto básico de la vida contemporánea. Así mismo, la falta de desarrollo de competencias relacionadas con estos temas impide que las personas participen activa y responsablemente en procesos económicos

muy importantes, lo cual, en un mediano plazo, influye negativamente sobre su bienestar individual y familiar, y retrasa el avance de la sociedad en su conjunto” (2010).

A través del convenio 024 de 2012, se concertaron alianzas entre el sector bancario y el MEN, enfocadas al fortalecimiento de la educación financiera tanto en básica primaria como secundaria. En el año 2014 el MEN mostró interés por integrar la enseñanza de temas económicos y financieros en los estudiantes tanto de básica primaria como de secundaria presentando el documento “Orientaciones Pedagógicas para la Educación Económica y Financiera” (2014). Igualmente, el Banco de la República ha diseñado y distribuido cartillas sobre conceptos básicos de educación financiera, para ser implementadas en básica primaria.

Sin embargo, hace falta un plan estructurado que involucre la educación financiera en la básica secundaria de forma que el estudiante se apropie de los conceptos y vea la aplicación en su contexto inmediato. Se requiere plantear y diseñar más estrategias que posibiliten el fortalecimiento e implementación de la Educación Financiera en los estudiantes. Estrategias que se integren a las áreas que ya forman parte del currículo de las instituciones, para nuestro caso específico el área de matemática. Además, que posibilite la construcción de conocimiento matemático a través de actividades que motiven al estudiante y le permita desde el dialogo con el otro profundizar y apropiarse de los conceptos que allí convergen.

De lo anteriormente mencionado y teniendo en cuenta que el concepto de porcentaje es de suma importancia, ya que su uso se extiende a un sin número de situaciones relacionadas con la vida cotidiana y en especial con las de índole financiero, que involucran conceptos como descuento, oferta, ahorro, crédito, entre otros; se plantea el diseño e implementación de una secuencia didáctica para el aprendizaje del porcentaje a través de situaciones problema en el campo de las finanzas.

Esta propuesta pretende movilizar el pensamiento numérico – variacional, pensamiento que abarca gran parte de los estándares de matemática y que es de suma importancia para el aprendizaje de un conjunto considerable de conceptos, cuyo uso y utilidad es frecuente y de suma importancia en diversas situaciones que a diario se presentan. De ahí que pretenda que los estudiantes reconozcan las múltiples interpretaciones y representaciones del concepto de porcentaje y las use adecuadamente. Además, logren fortalecer y dilucidar el significado y utilidad de este concepto, al mismo tiempo que lo relacionan con otras áreas del conocimiento.

Objetivos

1. Objetivo general

Evaluar la implementación de secuencia didáctica basada en situaciones problema relacionados con conceptos financieros que permita promover el pensamiento numérico-variacional en el aprendizaje del objeto matemático porcentaje en los estudiantes de grado séptimo de básica secundaria de la Institución Educativa Comuna 17 de Cali.

2. Objetivos específicos

- Identificar dificultades relacionadas con el pensamiento numérico- variacional en el aprendizaje del objeto matemático porcentaje en la resolución de problemas cotidianos de índole financiero en estudiantes de grado séptimo de básica secundaria..
- Diseñar una secuencia didáctica basada en problemas cotidianos relacionados con conceptos financieros para el desarrollo del pensamiento numérico- variacional mediante el uso y comprensión de las diversas interpretaciones del objeto matemático porcentaje
- Valorar la implementación de una secuencia didáctica basada en situaciones problema relacionadas con conceptos financieros que permita promover el pensamiento numérico- variacional en el aprendizaje del objeto matemático porcentaje en los estudiantes de grado séptimo de básica secundaria del IETI Comuna 17.

Marco teórico

1. Estado del arte

Pese a la creencia de que el cálculo de porcentajes presenta un grado dificultad mínimo, los estudios realizados demuestran lo contrario. Es así como varias investigaciones se han interesado por estudiar las dificultades en el aprendizaje del concepto de porcentaje y su aplicación en la solución de problemas. Entre los resultados obtenidos se evidencia la falta de comprensión y el uso exclusivamente algorítmico para dar solución a ejercicios y casos específicos que involucran porcentajes. Godino (2002) en una de sus investigaciones expresa que:

“La comprensión de los porcentajes se considera con frecuencia como fácil de lograr, pero hay datos experimentales abundantes de lo contrario. El uso incorrecto de los porcentajes es frecuente no solo entre los estudiantes de secundaria sino incluso también en los adultos. Se encuentran errores flagrantes, lo que sugiere que con frecuencia las ideas básicas pueden no estar claras. Por ejemplo, en algunas investigaciones se ha encontrado que alrededor de la tercera parte de los estudiantes de 17 años respondieron erróneamente la siguiente cuestión: “Si el 5% de los alumnos han faltado hoy a clase, ¿5 de cuántos han faltado?”. Un error en esta idea fundamental sobre los porcentajes sugiere que no sabían que 100 es la base de comparación de los porcentajes.” (Godino & Batanero, 2002).

Estos resultados además permiten inferir que los estudiantes al momento de aplicar el concepto de porcentaje a ejercicios más estructurados y de mayor dificultad no logran dar

solución a ellos, quedando en evidencia el deficiente conocimiento conceptual que al respecto se tiene. Al mismo tiempo el concepto de porcentaje no es relacionado ni aplicado competentemente en la solución de problemas de la vida cotidiana, entre ellos los relacionados con educación financiera a los que a diario no vemos abocados y que son de gran importancia en la actualidad.

Estudios realizados por Parker & Leinhardt (1995), Godino (2002), Dole (2000) muestran los diferentes errores en el manejo e interpretación de porcentajes por parte de los estudiantes. Entre los errores detectados se encuentra que los estudiantes toman el porcentaje como un valor numérico, como una relación parte - todo, asumen la aplicación sucesiva de porcentajes a una cantidad de forma aditiva y se confunden a la hora de determinar qué tanto por ciento es una cantidad de otra.

En la investigación realizada por Parker & Leinhardt (1995) se argumenta las dificultades que presenta el aprendizaje del concepto de porcentaje y las diversas interpretaciones que este adquiere. En dicha investigación se da a conocer cuatro dificultades presentes en la enseñanza y aprendizaje de este concepto, las cuales resume Chavez (2013) en su trabajo de tesis y que a grandes rasgos son:

- El otorgar al concepto de porcentaje el carácter de número ya sea decimal o fracción.
- El porcentaje es un concepto complejo y abarca múltiples significados e interpretaciones.
- El porcentaje conlleva una notación reducida, lo que oculta en cierta forma las relaciones entre las cantidades y dificulta identificar el carácter multiplicativo que conlleva y lo aproxima a procedimientos aditivos erróneos.

- Los estudiantes con frecuencia tienen una idea limitada del concepto, relacionándolo frecuentemente con la interpretación parte – todo. Esto en gran parte gracias a la forma como se imparte su enseñanza y el tipo de ejercicios que generalmente se abordan.”

Por otro lado, al aplicar el concepto de porcentaje en la resolución de problemas, entre ellos los de índole financiero, se presentan flagrantes errores en cálculos simples como el descuento aplicado a un artículo o el cómputo del impuesto a pagar por la compra de un producto. En donde prevalece el uso mecánico y generalizado de la regla de tres, sin que medie una reflexión y análisis de la solución a la que se llega.

Teniendo en cuenta la problemática expuesta y los Lineamientos Curriculares de Matemática (1998) en los se propone una “educación matemática que propicie aprendizajes de mayor alcance y más duraderos que los tradicionales, que no sólo haga énfasis en el aprendizaje de conceptos y procedimientos sino en procesos de pensamiento ampliamente aplicables y útiles para aprender como aprender”(p. 18), se considera fundamental que los estudiantes se enfrenten a situaciones que propicien el desarrollo del pensamiento matemático, adquiriendo de paso herramientas para enfrentarse a situaciones de la vida en la que cobra importancia el uso efectivo de la matemática.

En el presente trabajo se hizo la implementación de una secuencia didáctica conformada de situaciones problema de índole financiero con el fin de desarrollar el pensamiento numérico variacional en los estudiantes a través de los procesos generales de interpretación, razonamiento, representación y comunicación con el objeto matemático porcentaje. Para ello se ha tenido en cuenta el aprendizaje matemático desde una perspectiva socio – cultural.

Este planteamiento lleva a repensar el currículo, pasando del enfoque centrado en contenidos a uno centrado en procesos, en concordancia con los lineamientos curriculares y los estándares de competencias propuesto por el MEN para la educación en Colombia. Igualmente, a centrar la actividad didáctica en el alumno y en la construcción del conocimiento a partir de las diversas interacciones que se dan en el aula entre estudiantes y con el profesor, que permiten compartir significado matemático a través de la comunicación y de las representaciones en los diferentes registros de los objetos matemáticos.

Los procesos están presentes en toda actividad matemática, y dicha actividad abarca aspectos tanto conceptuales como procedimentales y actitudinales, lo que nos lleva a hablar de competencias. La competencia como:

“...un conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio afectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores” (2006)

Hablar de competencias significa necesariamente hablar de procesos y por ende del desarrollo del pensamiento. Los procesos se configuran como la base para el desarrollo de competencias, las cuales no se alcanzan espontáneamente ni en un periodo corto de tiempo, por el contrario, su desarrollo es paulatino y continuo a lo largo de toda la vida. De ahí que ser matemáticamente competente implique el desarrollo del pensamiento matemático, el cual a partir de los Lineamientos Curriculares se ha dividido en cinco tipos de pensamiento: el numérico, el espacial, el métrico, el estocástico y el variacional, a través de un trabajo enfocado en procesos más que en contenidos.

Entre estos cinco tipos de pensamiento se encuentran el pensamiento numérico y el variacional. El pensamiento numérico hace referencia al estudio de los sistemas numéricos, lo que abarca el uso y comprensión de los números en contextos propios de la matemática como de otras disciplinas. Dicho pensamiento involucra dar significado a los números y reconocerlos como herramientas que permiten comunicar, interpretar, analizar y tomar decisiones a partir de la información que a diario y por diferentes fuentes se exhibe.

“...el pensamiento numérico se refiere a la comprensión en general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones.” (Mcintosh, 1992) (Citado por MEN, 1998, p 43).

Ahora bien, investigaciones como la realizada por Gilberto Obando y otros autores (2006) muestran la necesidad de diseñar situaciones que permitan al estudiante comprender la multiplicidad de significados y sentidos que tienen los números y su aplicación efectiva en la matemática y la vida cotidiana. Dicha comprensión debe ser producto de la construcción activa de quien aprende, a través de diversas actividades, en diferentes contextos y por medio de diferentes sistemas de representación. Implica, además que el estudiante este en capacidad de reflexionar sobre la validez y pertinencia de los procedimientos y algoritmos usados al momento de solucionar un problema.

No obstante, en el trabajo en el aula son múltiples las ocasiones en que los estudiantes al enfrentarse a un problema recurren a cualquier procedimiento con la única intención de dar una respuesta, tenga o no sentido, sin que medie una reflexión sobre la validez y pertinencia de

dicha respuesta. Es así como fácilmente un 4% se convierte en un 40% pese a tener conciencia que la cantidad es muy grande para representar un ínfimo 4%.

Otro rasgo del pensamiento numérico está relacionado con “la elaboración, codificación y comunicación de sistemas simbólicos con los que expresar los conceptos y relaciones de una estructura numérica” (Castro E. , 1994). Por consiguiente, para esta investigación es fundamental que el estudiante pueda relacionar, interpretar y usar las diferentes representaciones relacionadas con porcentajes y que forman parte del sistema de los números racionales. Del mismo modo que comunica tanto de forma oral como escrita sus ideas, confrontando resultados y estrategias con sus pares para la comprensión de conceptos.

A su vez, en los últimos años se ha visto el interés que han puesto diversos investigadores en la noción de variación y por ende del desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes, planteando que dicho pensamiento se debe trabajar desde los primeros años de escolaridad. Lo que lleva a dar una mirada más amplia a este tipo de pensamiento y no reducirlo simplemente a la aplicación de habilidades algebraicas fuera de contexto y sin sentido, de ahí que “el estudio del pensamiento variacional en la escuela debe surgir a partir de tareas sobre la noción de cambio, variación y procesos de modelación, buscando desarrollos por comprensión y no como un estudio formal de conceptos”. (Gómez Ospina, 2013)

El pensamiento variacional implica, además de la comprensión de conceptos, aplicación de procedimientos y algoritmos, y la resolución de problemas, el manejo de relaciones entre variables y el estudio de patrones y regularidades que presentes en múltiples y variadas relaciones numéricas. Al igual que la modelación de situaciones y su generalización a través del uso del lenguaje matemático. Aspectos que están presentes en el estudio y aprendizaje del

objeto matemático porcentaje, puesto que involucra la relación entre cantidades, la aplicación de la proporcionalidad directa, al mismo tiempo que los diferentes usos del signo igual y la identificación de variables y constantes.

Finalmente, es necesario destacar que siendo el porcentaje un concepto fundamental de uso diario en la vida cotidiana y que hace parte tanto de la educación primaria como secundaria, no es comprendido y se presenta diversos errores en su aplicación siendo asociado a una operación algebraica, ya sea de suma, de multiplicación, o de regla de tres. Los problemas y ejercicios que involucran este concepto son resueltos por los estudiantes a partir de los algoritmos aprendidos, pero con un conocimiento conceptual deficiente sin tener en cuenta sus diferentes representaciones y significados (Maz Machado & Gutiérrez, 2008). Por ende se requiere trabajar en el aula actividades que procuren la movilización del pensamiento numérico variacional, a través de diversas situaciones y contextos que permitan al estudiante dar sentido a los números, adquirir habilidades de cálculo y estimación, y desarrollar un sentido crítico frente a los diversos métodos de solución y el uso del más apropiado de acuerdo al problema planteado.

2. Marco conceptual

1. Fundamentos pedagógicos y didácticos

Una preocupación constante de diversos autores ha sido la forma de concebir la educación y, los procesos de enseñanza y aprendizaje que ella conlleva. Entre ellos Jhon Dewey, para quien la preocupación principal radicaba en el distanciamiento de los métodos pedagógicos del método experimental, su gran preocupación no era el cómo enseñar sino como el alumno debe aprender. Para Dewey la pedagogía es una experiencia constante y este concepto le lleva

a concebir una Escuela laboratorio donde todo gire alrededor de construcciones que involucren la experiencia y hagan posible que el alumno adquiera un pensamiento experimental.

Dewey considera el método científico como el modelo apropiado para guiar el aprendizaje, agrega que: “el método científico es el único medio auténtico a nuestra disposición para descubrir la significación de nuestras experiencias diarias en el mundo en que vivimos” (Dewey, 1939) citado por (Saenz, 2004)). Este método inicia con el planteamiento de un problema surgido de la experiencia de los alumnos, que ellos mismos analizan, plantean ideas e hipótesis para su solución, que luego validan a través de la observación. Finalmente, el alumno reflexiona sobre todo el proceso y el conocimiento así adquirido.

Dewey da importancia a los conceptos, la enseñanza y el papel del maestro. El maestro está llamado observar a sus estudiantes, reflexionar continuamente, tener claridad sobre su quehacer y disciplina, y así ir reestructurando su práctica pedagógica. La enseñanza para Dewey consiste en transformar los contenidos en conocimientos que sean válidos y aplicables a situaciones de la vida diaria, acorde con los intereses del niño.

Asimismo, Bruner con su Teoría del aprendizaje Conceptual y por descubrimiento, enuncia que el ser humano desde el inicio de su desarrollo comienza a formarse representaciones sobre sus acciones y sus experiencias. Lo que implica un aprendizaje por descubrimiento que consiste en la transformación de hechos o experiencias, de manera que se va más allá de la información recibida, ampliando el conocimiento que hasta el momento se tiene. En este aprendizaje el estudiante evalúa toda la información que el entorno le provee, sin limitarse a repetir lo que le es dado.

A lo anterior se suman los principios expuestos por Vigotsky, quien propone el desarrollo de las capacidades e intereses de los estudiantes a través de situaciones problemas tomados de la realidad cuya solución se da integralmente potencializando el trabajo colaborativo

y como una práctica contextualizada. Se reconoce al estudiante como un ser activo quien además de responder a estímulos actúa sobre ellos, transformándolos, y en esa transformación está presente el intercambio de saberes con el otro.

En ese sentido, en los últimos años se ha dado una tendencia en la que el aprendizaje está por encima de la enseñanza. Lo que nos lleva a concebir el conocimiento matemático desde una postura pragmática. Postura que caracteriza el conocimiento matemático como constructo socio - cultural, en donde el hombre y las relaciones que establece con los otros y su entorno es parte esencial en su concepción y desarrollo. Esta teoría lleva implícito el paso de una educación cuya base principal es la enseñanza a una educación centrada en el aprendizaje, donde el protagonista principal es el estudiante. Se consolida en la idea del conocimiento como un constructo social, que se construye y reconstruye a cada momento, lo que necesariamente nos lleva a una mirada antropológica del mismo.

Visión antropológica en la que los procesos de enseñanza, aprendizaje y conceptualización, privilegian al ser humano junto con sus interacciones, consensos, disensos y contextos. En el mismo orden de ideas, tomar una postura pragmática nos lleva a concebir una didáctica pensada en el alumno y para el aprendizaje, que indaga los procesos y actividades que favorecen la construcción del conocimiento. Es romper con el esquema del profesor como transmisor del conocimiento y entregar al estudiante gran parte de la responsabilidad del aprendizaje, orientándolo y aprovechando favorablemente los recursos disponibles.

Además, teniendo en cuenta que en matemática los objetos son abstractos y no tangibles, para su construcción se hace necesario servirse de las diversas representaciones disponibles. De ahí que el significado que los objetos adquieren no es único, no se apoya en la realidad y dependen del contexto en el cual emergen. En la construcción de un concepto están inmersas

tanto las relaciones que se establecen entre el objeto y quien aprende, como las que se dan entre el objeto y el contexto en el que se da el aprendizaje, lo que determina el significado que adquiere el objeto. Por lo tanto, la conceptualización va más allá de la nominalización, siendo primordial la relación signo - objeto.

Asumir la postura pragmática de las matemáticas implica crear situaciones de aprendizaje que permitan a los estudiantes estar en una continua construcción de sistemas de representación de objetos matemáticos. En ese sentido, y de acuerdo a lo que expone Bruno D'Amore (D'Amore, 2009), el paso de la semiótica a la noética es parte fundamental en el aprendizaje matemático conceptual. La semiótica entendida como las diversas representaciones del objeto matemático, de forma que permite la comunicación, tratamiento, y objetivación del pensamiento y conocimiento a través de signos. Y la noética como el perfeccionamiento y creación de nuevas representaciones en diferentes registros, hasta la adquisición conceptual del objeto matemático.

Teniendo en cuenta la pedagogía de Dewey en complemento con las ideas expresadas por Vigotsky, la Teoría de Bruner, Ausbel, Vergnaud y otros autores, como Lerner, Polya, Shoenfeld, Sfard, D'Amore, Duval, se plantea el presente trabajo que parte de una secuencia didáctica que involucra una serie de situaciones problema o tareas. Situaciones en las que se evidencie el uso de la matemática en otra área del conocimiento como es la economía enfocada a las finanzas, en un contexto cercano al estudiante y promoviendo la interacción comunicativa entre los miembros de la comunidad (aula de clase). De ahí que se hace necesario partir de tres grandes enfoques: El constructivismo desde una perspectiva socio -cultural, el desarrollo del pensamiento matemático y los procesos matemáticos como base para el desarrollo de competencias.

1. El Enfoque Constructivista

A finales de los años 60 se produce una revolución cognitiva, poniendo en tela de juicio el enfoque asociacionista. Diversos autores expresan las falencias de este enfoque apoyados en las múltiples y variadas actividades del ser humano que no obedecen a una relación estímulo – respuesta. Autores como Piaget, Inhelder, Ausubel, Feurstein, Bruner y Kuhn, entre otros; exhiben el papel activo que debe tener el estudiante en el proceso de enseñanza y aprendizaje, dando paso al constructivismo.

Uno de los principales exponentes del constructivismo es L. Vygotsky, quien consideraba que el ambiente socio – cultural y las interacciones sociales eran cruciales para el aprendizaje. Daba importancia al lenguaje, las vivencias y la confrontación de saberes con el otro en la construcción del conocimiento. Por otro lado, y tomando como base lo expuesto por Vygotsky, Ausubel expone que el aprendizaje es un proceso activo donde se relacionan y contrastan los nuevos saberes con los saberes previos.

Por su parte, Kilpatrick (1987) plantea su punto de vista constructivista en el que expone dos principios fundamentales:

- El conocimiento es construido activamente por el sujeto que conoce, no es recibido pasivamente del entorno.
- Llegar a conocer es un proceso adaptativo que organiza el propio mundo experiencial; no se descubre un mundo independiente, preexistente, exterior a la mente del sujeto.

Axiomas que Vergnaud complementa cuando expresa: “La construcción del conocimiento consiste en la construcción progresiva de representaciones mentales, implícitas o

explícitas, que son homomórficas a la realidad para algunos aspectos y no lo son para otros”. (Vergnaud, 1990).

De acuerdo a los anteriormente expuesto y teniendo en cuenta que en la actualidad el constructivismo abarca una variedad de tendencias e interpretaciones, se ha tomado como enfoque para el presente trabajo, un constructivismo de índole socio – cultural, que tiene sus bases en los trabajos de Vygotsky. “El constructivismo socio-cultural propone a una persona que construye significados actuando en un entorno estructurado e interactuando con otras personas de forma intencional” (Serrano & Pons, 2011). El constructivismo socio – cultural aboga por el trabajo colaborativo, en el que los estudiantes interactúan, confrontan ideas, argumentan puntos de vista, acciones que favorecen el aprendizaje.

Desde esta perspectiva la matemática es producto de la construcción del hombre, su desarrollo está ligado al contexto socio cultural del cual emergen los diferentes conceptos y teorías que la conforman. De ahí que el conocimiento matemático en la escuela se conciba como una construcción progresiva y cimentada en un dialogo permanente, forjado a partir de interrogantes y problemas que permitan dar sentido a la matemática y responder a los interrogantes del porque y para qué del estudio de esta disciplina. Donde el estudiante adquiere diferentes y nuevas responsabilidades, como el proponer formas de trabajo, formular hipótesis, plantear tesis, entre otras, que tradicionalmente han sido exclusivas del profesor

Por lo tanto, los procesos de enseñanza y aprendizaje son concebidos como el trabajo planeado y organizado a partir de problemas que permitan la reconstrucción de conceptos, promoviendo al interior del aula la comunicación, sustentación de ideas y conjeturas y, finalmente la resolución colaborativa de las situaciones problemas. Problemas que pueden surgir de las inquietudes de los mismos estudiantes o del profesor

“Enseñar es promover la discusión sobre los problemas planteados, es brindar la oportunidad de coordinar diferentes puntos de vista, es orientar hacia la resolución cooperativa de las situaciones problemáticas. Enseñar es alentar la formulación de conceptualizaciones necesarias para el progreso en el dominio del objeto de conocimiento, es propiciar redefiniciones sucesivas hasta alcanzar un conocimiento próximo al saber socialmente establecido. Enseñar es –finalmente– promover que los niños se planteen nuevos problemas que no se hubieran planteado fuera de la escuela”

(Lerner 1996)

Cada día se hace más notable la importancia del aprendizaje matemático desde una perspectiva socio – cultural, donde la construcción del saber se funda sobre el proceso de comunicación del conocimiento y el eje central es quien aprende. De ahí que el trabajo entre pares, la sustentación de ideas, la puesta de conocimientos en común y de sus discrepancias, en donde el docente participa como facilitador de los aprendizajes a desarrollar, validando los saberes que emergen e institucionalizando el conocimiento, es una característica fundamental de esta perspectiva

Los profesores son los llamados a “*documentar lo que hacen los alumnos, describir lo que ha ocurrido y lo que tiene una relación con el conocimiento al que se apunta, dar un status a los acontecimientos de la clase como resultado de los alumnos y como resultado del docente; asumir un objeto de enseñanza, identificarlo, acercar esas producciones al conocimiento de los otros (culturales o del programa), indicar que ellos pueden volver a ser utilizables*” (Brousseau, Los diferentes roles del maestro en Parra, Cecilia e Irma Sàiz (coords). Didactica de la matemàticas: Aportes y reflexioones., 1994) citado por Lerner (1996))

2. La resolución de problemas y la modelización matemática.

El aprendizaje de la matemática a partir de la resolución de problemas procura la construcción de conocimiento matemático, de forma que el estudiante se apropie de los conceptos, transformándolos, representándolos y usándolos de acuerdo a las necesidades que su entorno y la vida diría le plantea. Además, la resolución de problemas en los que se trabajen diferentes aspectos relacionados con un concepto posibilita que el estudiante le dé sentido y significado.

Sin embargo, en la enseñanza tradicional los problemas se dejan al final de cada unidad de aprendizaje, ya que se inicia con la presentación de propiedades, algoritmos, mecanización de procedimientos y solución de una cantidad de ejercicios descontextualizados y sin sentido para el estudiante, dejando para el final el planteamiento y solución de problemas como un simple método de aplicación de lo ya memorizado y mecanizado, donde el docente es el depositario del saber y el alumno es un simple receptor y ejecutor.

De ahí que se deba tener cuidado a la hora de plantear un problema, ya que muchos de ellos carecen de las características que lo hacen un verdadero problema. Un problema debe involucrar un obstáculo a vencer y su solución no se da de forma inmediata. Permite al estudiante validar sus conocimientos, transformarlos y, dar apertura y significado a nuevos conceptos matemáticos que aplica en diversos contextos.

“...Una situación problemática tiene que permitir a los alumnos poner en acción los esquemas de asimilación que ya han construido e interpretarla a partir de ellos, pero estos conocimientos previos no deben ser suficientes para resolverla: la situación debe requerir la construcción de nuevos conocimientos o de nuevas relaciones entre los ya

elaborados. Es conveniente además que el problema sea rico y abierto, que coloque a los alumnos frente a la necesidad de tomar decisiones, que les permita elegir procedimientos o caminos diferentes... ”. (Lerner, 1996)

Un aspecto importante en la formulación y resolución de problemas es su diseño y aplicación, de forma promuevan el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes. Lo anterior exige del docente la reflexión y el estudio concienzudo de las actividades a desarrollar, además de un profundo conocimiento matemático que justifique la elección y consideración de una determinada actividad. Como señala Brousseau (1994):

“El trabajo del docente consiste, pues, en proponer al alumno una situación de aprendizaje para que produzca sus conocimientos como respuesta personal a una pregunta, y los haga funcionar o los modifique como respuesta a las exigencias del medio y no a un deseo del maestro. [...]. Para que un niño lea una situación como una necesidad independiente de la voluntad del maestro, hace falta una construcción epistemológica cognitiva intencional. La resolución del problema se vuelve entonces responsabilidad del alumno, que debe hacerse cargo de obtener un cierto resultado. No es tan fácil. Es necesario que el alumno tenga un proyecto y acepte su responsabilidad”.

(Brousseau, 1994)

Entre 1965 y 1968 a partir de investigaciones realizadas en Canadá se comprueba que el aprendizaje es más efectivo y desarrolla competencias si se parte de situaciones problema. Ya antes Polya (1945), había expuesto un “método” sobre cómo resolver problemas, lo que fue el inicio de una serie de investigaciones que abarca desde planteamiento, formulación, resolución de problemas interdisciplinarios hasta la modelación matemática. De las investigaciones

realizadas se destaca el Planteamiento de problemas según Delia Lerner, quien formula que no todo problema puede considerarse como tal y para que ello sea posible es necesario que cumplan con ciertas características que permitan catalogarlos como verdaderos problemas. Un verdadero problema debe tener sentido para el estudiante, ser desafiante e involucrar diferentes estrategias de solución. (Lerner, Reflexiones sobre uso del material concreto en matemáticas y problemas de la vida cotidiana, 1999)

Por su parte Schoenfeld través de sus investigaciones propone que además de tener en cuenta en la resolución de problemas una serie de heurística es necesario tener en cuenta otros factores como los conocimientos previos y recursos que poseen los estudiantes. Recursos que en algunos casos pueden ser efectivos y otros que pueden resultar “defectuosos”, es decir formulas procedimientos mal comprendidos y por ende mal aplicados al momento de buscar y dar solución a un problema. Adicionalmente considera importante que el estudiante sea consciente de los conocimientos con los que cuenta y de lo que ésta en capacidad de hacer. Sugiere la importancia del trabajo colaborativo en pequeños grupos lo que redunda en el desarrollo de habilidades y favorece el aprendizaje a través del conocimiento que adquiere de la interacción con los otros: Asimismo destaca la importancia de tener en cuenta las creencias que sobre la matemática y específicamente sobre a la resolución de problemas que tienen los estudiantes los profesores y en general la sociedad.

De acuerdo a los aspectos mencionados anteriormente, los problemas que se formulan en el presente trabajo tienen como fin construir el objeto matemático de porcentaje a partir de situaciones relacionadas con conceptos financieros, de tal forma que tengan sentido para el estudiante en el campo de sus conocimientos y de su cotidianidad. Llevan implícito un desafío que precisa la búsqueda de nuevos métodos y herramientas para su resolución, lo que involucra

encontrar nuevas y diversas estrategias que finalmente se confrontan, validan y de las cuales se extraen conclusiones, propiciando la construcción de conocimiento.

Es así como el estudiante puede ver que la matemática no es ajena a él, que es un conocimiento dinámico, que es aplicable a la vida cotidiana y a las diversas áreas del conocimiento. El trabajar a partir de tareas o situaciones problema en un primer momento de forma individual y luego en grupos de trabajo colaborativo permite al estudiante realizar acciones que envuelven el discutir estrategias, identificar y valorar sus conocimientos, compartir saberes, representar, argumentar y justificar procedimientos. De ahí, que para el presente trabajo se tomen los procesos razonar, interpretar, representar y comunicar, que se considera están presentes de forma transversal en la resolución de problemas, y que se considera promueven el pensamiento matemático y particularmente la construcción del concepto de porcentaje.

2. Perspectiva curricular.

Como punto de partida para este proyecto, se retomaron los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de competencias concernientes a las Matemáticas., en los que se hace referencia a una educación matemática que además de hacer énfasis en los conceptos y procedimientos también se ocupe de los procesos de pensamiento y de los ambientes que rodean al estudiante. Del mismo modo se retoma el enfoque Investiga; Construye y Aprende propuesto por la Institución Educativa IETI Comuna diecisiete que se describe en el PEI de la institución, y en el que se posibilita una variedad de estrategias pedagógicas.

Por consiguiente y teniendo en cuenta lo expresado en los lineamientos curriculares de matemática:

“Las matemáticas, lo mismo que otras áreas del conocimiento, están presentes en el proceso educativo para contribuir al desarrollo integral de los estudiantes con la perspectiva de que puedan asumir los retos del siglo XXI. Se propone pues una educación matemática que propicie aprendizajes de mayor alcance y más duraderos que los tradicionales, que no sólo haga énfasis en el aprendizaje de conceptos y procedimientos sino en procesos de pensamiento ampliamente aplicables y útiles para aprender cómo aprender” (1998).

La perspectiva curricular planteada para este proyecto de investigación gira en torno a los pensamientos matemáticos y los procesos, como ruta a seguir en busca de mejorar la actividad matemática de aprendizaje en los estudiantes. De ahí que se planteen los procesos de interpretación, razonamiento, comunicación y representación, con el objeto matemático porcentaje para movilizar el pensamiento numérico – variacional mediante la formulación y resolución de situaciones problema.

Para tal fin se diseña una secuencia didáctica compuesta de situaciones problemas o tareas en contextos cotidianas que involucren conceptos financieros y que permiten evidenciar los procesos de interpretación, razonamiento, comunicación y representación, que se encuentran inmersos de forma transversal en la resolución de problemas y que junto a la actividad matemática de aprendizaje contribuyen al desarrollo del pensamiento.

Los problemas que se proponen están relacionados con la aplicación de conceptos financieros básicos como son: ahorro, descuentos, interés simple e impuesto, en donde además de requerir el uso de las matemáticas sea necesario la interpretación y uso correcto de la

información tanto para la toma de decisiones como para la comunicación y argumentación de las soluciones que emergen tanto de forma individual como grupal.

1. Procesos matemáticos.

Potenciar el pensamiento matemático es uno de los puntos centrales expuestos en los Estándares básicos de competencias en Matemáticas (MEN, 2006), dicho avance involucra procesos que son la base para el desarrollo de competencias. Competencias entendidas no solo como saber hacer en contexto sino como la integración coherente de aspectos tanto cognitivos, como procedimentales y actitudinales relacionados con el saber conocer, saber hacer, saber ser.

Lo anterior involucra el uso intencionado del conocimiento, lo cual se favorece a través de situaciones problema o tareas que impliquen procesos matemáticos y que permitan al estudiante aplicar los conocimientos, trabajar en forma colaborativa e ir construyendo paulatinamente los conceptos matemáticos, y al mismo tiempo incentivar el interés por la matemática,

Entre los procesos de construcción del conocimiento matemático expuestos en los Lineamientos Curriculares de matemáticas (MEN, 1998), como son el de ejercitarse en procedimientos y algoritmos, modelar, comunicar, razonar, formular y resolver problemas, entre otros; se ha tomado como procesos primordiales y ejes principales de esta investigación los procesos de interpretación, razonamiento, representación y comunicación, en la resolución de situaciones problema de índole financiero. Procesos que están inmersos en el desarrollo de competencias y en consecuencia en el desarrollo del pensamiento matemático.

1. Proceso razonar

El proceso razonar se relaciona con la capacidad para realizar operaciones de carácter matemático con fluidez y exactitud, su desarrollo permite que las personas puedan dar solución a los diversos problemas que se les presente en la vida cotidiana. Es la forma de pensamiento mediante la cual se obtienen nuevos saberes a partir de otros ya conocidos.

El razonamiento matemático debe estar presente en todo el trabajo matemático de los estudiantes y por ende en la resolución de problemas, en la que se involucra la comunicación, la modelación y el uso de procedimientos (MEN, 2006). Uno de los aspectos fundamentales a tener en cuenta en el presente trabajo, relacionado con el proceso razonar, es el uso de argumentos propios para exponer ideas relacionadas con el uso de las diversas representaciones del objeto matemático porcentaje en la solución de las tareas o situaciones propuestas, lo que se propicia mediante un ambiente en el que se fomente la participación activa y el trabajo colaborativo entre los estudiantes. Además de la reflexión entre estudiantes y de estos con el profesor.

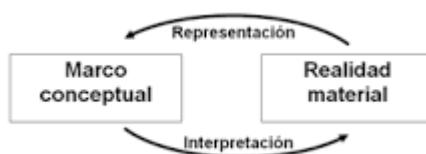
En el proceso razonar se encuentra inmersa el de argumentar, que se define como el conjunto de proposiciones que se exponen para justificar un proceso o resolución de un problema partiendo de datos y conocimientos, y razonando los criterios usado para la decisión que se ha tomado. Según Homero Flores (2007) argumentar en matemáticas es “*El conjunto de acciones y razonamientos que un individuo pone en juego para justificar o explicar un resultado o para validar una conjetura nacida durante el proceso de resolución de un problema*”. Este proceso involucra además del acto de comunicar el de comprender. Al argumentar, el estudiante puede hacer uso de diversas representaciones y de pasar de un registro a otro para validar sus

tesis, al mismo tiempo que va fortaleciendo valores como la tolerancia y el respeto. Esto se evidencia en la puesta en común del trabajo individual ante el grupo de trabajo y el curso en general.

El proceso razonar y argumentar es importante y su uso se evidencia potencialmente en la resolución de problemas en donde el estudiante se ve enfrentado a analizar la información, reflexionar sobre los procedimientos, aplicar algoritmos y verificar la coherencia o no de sus resultados. Involucra acciones relacionadas con interpretar, hacer conjeturas, justificar procedimientos, dar explicaciones coherentes y sustentar ideas ante los demás con argumentos claros y válidos. Acciones que están articulados de manera directa en los procesos de interpretación, representación y comunicación.

2. Proceso interpretar

Este proceso hace referencia al sentido o explicación que se da a la información (enunciado u objeto) en un contexto específico. Para ello el individuo recurre a sus conocimientos preexistentes y a diversas representaciones, en concordancia al contexto socio cultural del cual forma parte. “Es un acto consistente en la captura de una información presente en un contexto determinado, atribuyéndole un significado dentro de un campo del conocimiento, lo cual se hace a partir de las experiencias previas del Individuo” (Niño Rojas, 2005).



La interpretación requiere que el individuo extraiga el significado del discurso y lo replantee con el fin de que sea más claro. En la resolución de problemas el replanteamiento conlleva el uso de diferentes representaciones que le permiten al estudiante comprender la situación e

identificar los conocimientos con los que cuenta y que pueden ayudar a dar solución al problema al cual se enfrenta.

3. Proceso representar

Vista la matemática como una actividad humana, en construcción, incrustada y dependiente de un contexto socio cultural e histórico, hablar de construcción de conocimiento matemático y por ende de aprendizaje involucra la capacidad de representar los conceptos, de tratar las representaciones obtenidas al interior de un registro establecido y de convertir las representaciones de un registro a otro. Como lo expresa D'Amore "En matemáticas, la adquisición conceptual de un objeto pasa necesariamente a través de la adquisición de una o más representaciones semióticas" (2004)

Ahora bien, que se entiende por representar, Según Espinoza et. al. ((2009) Citado por García et. al (2015)) se concibe representar como "la capacidad de usar el lenguaje simbólico, formal y técnico, decodificando y traduciendo dicho lenguaje y entendiendo sus relaciones con el lenguaje natural, al igual que escoger diferentes formas de representación dependiendo del contexto, la situación y el propósito". En la resolución de problemas con el objeto matemático porcentaje el estudiante se ve abocado a recurrir a diversas representaciones ya sea como fracción, como razón, como decimal, o a través del lenguaje natural, gráficos, tablas, letras y operaciones, para mejorar la comprensión del mismo y al mismo tiempo para plantear métodos y estrategias que le permitan encontrar la solución.

4. Proceso comunicar

En la actualidad diversas investigaciones resaltan la importancia que tiene la comunicación en los procesos de enseñanza y aprendizaje. En ese sentido tanto Los

Lineamientos Curriculares como los Estándares básicos de competencias hacen referencia a la comunicación como un proceso fundamental en el aprendizaje y particularmente en el desarrollo del conocimiento matemático. Además, contribuye de manera significativa a la formación de ciudadanos críticos y reflexivos. Por su parte Sfard (2007) expresa que “los objetos matemáticos surgen de las necesidades de comunicación en vez de ser elementos primarios para la comunicación”

La comunicación adquiere relevancia cuando en la clase los estudiantes son incentivados a preguntar, discutir, justificar y argumentar entre ellos y con el profesor tanto las soluciones a las situaciones planteadas como los procedimientos realizados, lo que finalmente contribuye al desarrollo del pensamiento matemático. Como lo expresa Suarez “Con la práctica de una buena comunicación se desarrollan procesos de pensamiento donde los estudiantes son estimulados a utilizar su propio lenguaje, de tal manera que el lenguaje de la matemática surge como un proceso de construcción” (2010)

Cuando la comunicación es parte de la clase de matemáticas los estudiantes se sienten con la seguridad de mostrar sus resultados, explicarlos y argumentarlos ante los compañeros y el profesor, al mismo tiempo que adquiere la capacidad de escuchar y aceptar otras formas de solución, o de reconocer el error de sus procedimientos, para finalmente llegar a acuerdos y validar las ideas que surgen de las interacciones desplegadas.

Al mismo tiempo la resolución de problemas mediante el trabajo colaborativo estimula el proceso comunicativo facilitando la interacción entre los estudiantes y de estos con el profesor. Convirtiendo el aula en un ambiente de aprendizaje donde se propicia la discusión y la negociación de significados, el respeto y la tolerancia. Lo que finalmente convierte el aula

en una comunidad de aprendizaje en donde el lenguaje es parte fundamental en la interacción y la participación de todos los involucrados.

En el desarrollo de este trabajo las situaciones planteadas implican el proceso de comunicación, favoreciendo el dialogo entre los estudiantes y de estos con el profesor sobre las operaciones, significados y representaciones del objeto matemático porcentaje en contextos cercanos al estudiante relacionados con conceptos financieros que hacen parte del lenguaje familiar y social que le son conocidos. Lo que se logra en un primer momento a través de un trabajo individual y luego mediante el trabajo en grupo donde los estudiantes tienen la oportunidad de compartir sus soluciones, llegar a acuerdos y finalmente dar a conocer los resultados a los que como grupo llegan. En un segundo momento se comparten y explican a la clase las diferentes formas de solución obtenidas. Durante este proceso el profesor actúa como mediador y orientador del aprendizaje.

2. Competencias matemáticas

Durante los últimos años ha tomado relevancia el concepto de competencia, entendiéndose como el uso de los conocimientos de forma eficiente. Ser competente envuelve la apropiación y uso intencional de los contenidos y de habilidades tanto intelectuales como sociales, implica el saber pensar, saber hacer y saber ser. Por su parte el MEN en el año 2006 publica los Estándares Básicos de Competencias en las áreas fundamentales, como guía sobre lo que deben saber y saber hacer los estudiantes con lo que aprenden, con el propósito de mejorar la calidad de la educación y que los estudiantes desarrollen habilidades que le permitan desempeñarse eficiente mente en el mundo globalizado del cual forma parte integral.

En matemáticas, a partir de los lineamientos curriculares se estructuran los estándares básicos de competencias, en los que se hace referencia a la importancia, además del aprendizaje de contenidos y conceptos, al uso de estos en una variedad de contextos intra y extraescolares en las que las matemáticas juegan un papel importante y protagónico. De ahí que el hablar de competencias involucra, como lo expresa García (2011), aspectos cognitivos (procesos matemáticos), procedimentales (tendencia de acción) y afectivos (disposición y voluntad), que se desarrollan paulatina y progresivamente.

“Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos” (MEN, 2006)

Los procesos de enseñanza y aprendizaje bajo un enfoque por competencias requieren una postura socio cultural en la que se vele por la formación integral del individuo, el uso social del conocimiento y un gusto por hacerlo. Como lo expresa D’Amore (2008), “¿Qué sería una competencia sin el deseo, sin la voluntad y sin el gusto de hacer uso de ella?” (pág. 21). El aprendizaje por competencias involucra hacer referencia a un aprendizaje activo y significativo.

El aprendizaje por competencias implica pasar de un currículo centrado en contenido a uno por procesos, permitiendo la estructuración e implementación de planes de área flexibles, de cara a la realidad y contextualizados. Respondiendo efectivamente a las demandas que la sociedad, organizaciones y empresas exigen actualmente, particularmente las relacionadas con la educación financiera cuya reciprocidad con la matemática data desde sus inicios. Todo lo anterior con miras al desarrollo del estudiante como persona integral y como ciudadano.

Teniendo como principio que toda competencia tiene como base los procesos, y que al movilizar los procesos se moviliza al mismo tiempo las competencias, el presente trabajo pretende desarrollar el pensamiento numérico -variacional a través de los procesos interpretar, razonar, representar y comunicar, asociados al aprendizaje del objeto matemático porcentaje.

“Ser matemáticamente competente se concreta de manera específica en el pensamiento lógico y el pensamiento matemático, el cual se subdivide en los cinco tipos de pensamiento propuestos en los lineamientos curriculares” (MEN, 2006).

3. Pensamientos matemáticos

El que un individuo sea matemáticamente competente involucra el manejo fluido de cinco procesos, a saber: el razonamiento; la resolución y planteamiento de problemas; la comunicación; la modelación y la elaboración, la comparación y ejercitación de procedimientos. Además, el paso a través de distintos niveles de competencia lo que finalmente se evidencia en el desarrollo del pensamiento matemático. El pensamiento matemático hace referencia al uso efectivo de la matemática en diferentes contextos, lo que implica el desarrollo de diversos pensamientos.

El Ministerio de Educación Nacional ha propuesto, a través de los Lineamientos Curriculares en el área de matemáticas (MEN, 1998), potenciar el pensamiento matemático a través del desarrollo de cinco pensamientos específicos relacionados cada uno con un sistema determinado, así: pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento aleatorio y sistemas de datos, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. Entre estos cinco pensamientos los que en esta investigación se pretenden movilizar son el pensamiento numérico

y el pensamiento variacional. Pensamientos que en las pruebas Saber, que presentan los estudiantes cada año, se han integrado dando paso al pensamiento denominado numérico-variacional.

1. Pensamiento numérico y los sistemas numéricos

El pensamiento numérico está relacionado directamente con los números, sus usos, operaciones, relaciones y propiedades. Está presente a diario en todas las actividades que realizamos, desde el conteo de un conjunto de objetos hasta la compra de una verdura o la medición de un trayecto. Sin embargo, su desarrollo no es inmediato, de ahí que el cálculo, inclusive con números naturales, presente dificultades y errores.

El desarrollo del pensamiento numérico involucra el uso cada vez más complejo y profundo de los números tanto en la vida diría como al interior de la propia matemática. Involucra constructos como el pensamiento relacional, el sentido numérico y el pensamiento cuantitativo flexible. “Un Pensamiento Numérico de calidad irá acompañado de un potente Pensamiento Relacional, un rico Pensamiento Cuantitativo Flexible y un fuerte Sentido Numérico” (Castro E. , 2008)

El pensamiento relacional hace referencia a las relaciones que el estudiante puede establecer entre los números, conectando ideas y sacando conclusiones. Hace posible la construcción de ideas matemáticas más complejas a partir de otras más simples. El pensamiento cuantitativo flexible hace referencia la capacidad de ver en un problema o ejercicios diversas opciones y elegir entre varias estrategias de solución la más eficaz y rápida. Finalmente, el sentido numérico hace referencia a razonar las distintas situaciones numéricas y dar significado a los números a través de sus diversas representaciones en diferentes contextos.

Cabe señalar que el ser humano constantemente está haciendo uso del número y sus operaciones en la vida cotidiana. En particular el concepto de porcentaje está presente en las

diferentes transacciones relacionadas con bienes y servicios lo que evidencia una relación necesaria entre las matemáticas y las finanzas. Las ofertas que se publican a diario requieren que el ciudadano común no solo posea conocimientos matemáticos que le permitan calcular intereses, descuentos, impuestos entre otros, sino que los use acertada y críticamente para la toma de decisiones como ciudadano responsable y bien informado.

De ahí que el aprendizaje del porcentaje además de implicar la comprensión del número ya sea como parte de un todo, como la relación entre una magnitud en relación con otras magnitudes, o como operador decimal, involucre su uso en contextos relacionados con otras áreas del conocimiento, en particular el campo financiero. Dado que en esta área se hace evidente el uso práctico y social de la matemática, siendo innegable su importancia para el tratamiento de información y el cálculo de diferentes transacciones que son frecuentes en la vida corriente. En síntesis, la construcción del objeto matemático porcentaje lleva implícito el desarrollo del pensamiento numérico.

“La apropiación de la noción de porcentaje implica transitar de la medida a la relación entre medidas para después cuantificar dicha relación con un solo número, lo que conlleva un cambio de significado en las nociones de fracción y multiplicación. Así, la problemática didáctica del porcentaje se circunscribe a las de las razones, fracciones y decimales”. (Mendoza & Block, 2010).

2. Pensamiento variacional

El pensamiento variacional debe estar presente en el currículo de matemáticas desde los primeros grados de primaria hasta el grado once de básica secundaria, así lo sugiere el Ministerio de Educación nacional en los Lineamientos Curriculares y en los Estándares Básico de Competencias. Además, se invita a los profesores a actividades y problemas que fomenten su

desarrollo, teniendo en cuenta que este pensamiento involucra otros pensamientos como el pensamiento numérico.

El pensamiento variacional está caracterizado por dos elementos: el cambio y la variación. Su desarrollo permite comprender los factores de cambio, establecer patrones, el modelar y el identificar las variables y contantes en una determinada situación o problema. Como expresa Vasco “El pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covarién en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad” (2006).

Una de las formas de desarrollar el pensamiento variacional es a través del pensamiento numérico mediante la observación de como varían los números y la búsqueda de patrones que se repiten, también al establecer relaciones de covariación positiva y de proporcionalidad directa. Ésta última relacionada directamente con el porcentaje.

El cálculo de porcentaje obedece a relaciones de proporcionalidad entre dos conjuntos de cantidades, de ahí que al tener claro esta relación y cómo al variar uno de las cantidades la otra cambia, se puede calcular el porcentaje asociado a dicha relación. Dicha relación de cambio se hace evidente en el uso de la regla de tres cuyas aplicaciones son múltiples y variadas, siendo una de ellas el uso en conceptos financieros como el cálculo de intereses, impuestos y descuentos.

3. Pensamiento numérico – variacional

Teniendo en cuenta que las prueba SABER en Colombia articula el pensamiento numérico y el variacional, y que el objeto matemático porcentaje involucra aspecto tanto de índole

numérico como de cambio, se propone la combinación de estos dos pensamientos. Por lo tanto, se hablará de pensamiento numérico - variacional, entendido como aquel que hace referencia a aspectos asociados a los números, sus representaciones, significado, relaciones, operaciones y propiedades. Además, al reconocimiento de regularidades y patrones, conceptos y procedimientos asociados a la variación directa y a la proporcionalidad en contextos aritméticos.

Ahora, el desarrollo del pensamiento matemático a partir de la resolución de problemas implica acciones relativas a procesos matemáticos, que para ese trabajo son: el razonamiento, la interpretación, la representación y la comunicación. Procesos que están inmersos en los estándares de competencias, y que se describen y relacionan con el pensamiento numérico y el variacional, tal y como se ilustra en la siguiente tabla:

Grado Séptimo de la básica secundaria		
Proceso	Pensamiento Numérico y sistemas numéricos	Pensamiento variacional
Razonar Se relaciona con la capacidad para realizar operaciones de carácter matemático con fluidez y exactitud, su desarrollo permite que las personas puedan dar solución a los diversos problemas que se les presente en la vida	Utilizar números en sus diferentes representaciones Formular y resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.	Analizar las propiedades de proporcionalidad directa en contextos aritméticos.

<p>cotidiana. Es la forma de pensamiento mediante la cual se obtienen nuevos saberes a partir de otros ya conocidos.</p>		
<p>Interpretar Es un acto propio de cada individuo, dependiente del contexto y las circunstancias que le rodean. “Es un acto consistente en la captura de una información presente en un contexto determinado, atribuyéndole un significado dentro de un campo del conocimiento, lo cual se hace a partir de las experiencias previas del Individuo” (Niño Rojas, 2005).</p>	<p>Utilizar números en sus diferentes representaciones. Formular y resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.</p>	<p>Analizar las propiedades de proporcionalidad directa en contextos aritméticos</p>

Comunicar	Justificar la elección de métodos e instrumentos de cálculo en la resolución de problemas. Justificar procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.	Describir situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).
Representar	Utilizar números en sus diferentes representaciones. Usar representaciones en situaciones de proporcionalidad directa	Representar situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones

<p>capacidad de usar el lenguaje simbólico, formal y técnico, decodificando y traduciendo dicho lenguaje y entendiendo sus relaciones con el lenguaje natural, al igual que escoger diferentes formas de representación dependiendo del contexto, la situación y el propósito"</p>		<p>verbales generalizadas y tablas)</p>
--	--	---

3. Perspectiva didáctica.

El diseño de la secuencia didáctica y de las actividades que en ella se inscriben pretende movilizar el pensamiento numérico – variacional en los estudiantes, a partir de situaciones problema, enfocadas a temas financieros. Cada actividad está compuesta por dos situaciones, las cuales están pensadas en hechos cercanos a la cotidianidad del estudiante y relacionadas con aspectos que son tema de comentario tanto en la prensa, radio revistas, como en las conversaciones de familiares amigos.

En las situaciones se tienen en cuenta expectativas de aprendizaje a corto plazo, que se evidencian en el logro de objetivos específicos relacionados con los procesos de razonar,

interpretar, representar, y comunicar, encaminados a movilizar el pensamiento numérico – variacional y por ende al desarrollo competencias, como una expectativa de aprendizaje a largo plazo.

Además, las situaciones problema que se plantean en este trabajo siguen las siguientes fases: en un primer momento el estudiante debe entender el problema, lo que requiere una lectura cuidadosa y compresivamente, en la que el estudiante se forma una idea general de la información con la que cuenta y la que debe buscar. Implica identificar datos conocidos, desconocidos, al igual que las condiciones, contradicciones y la información ausente y necesaria. Lo anterior permite evidenciar los procesos de razonamiento e interpretación.

Segundo el diseño de un plan que implica los procesos de razonar y representar. Allí el estudiante hace memoria de problemas ya resueltos, de métodos anteriormente utilizados, de la identificación y uso de todos los datos con los que cuenta, y finalmente plantea una ecuación o estrategia que le permitirá dar solución al problema. Tercero, ejecución del plan, en donde se realizan las operaciones pertinentes y se justifican cada uno de los pasos, momento donde se evidencia el proceso de comunicar. En último lugar se examina la solución obtenida, validando la respuesta y los procedimientos usados, en donde nuevamente están presentes los procesos de razonar y comunicar.

Igualmente, para esta investigación se considera fundamental el papel activo y propositivo del estudiante como miembro de una comunidad al interior del aula de clase, por lo que en el tránscurso de la secuencia didáctica se potencializa el trabajo colaborativo, donde el estudiante tenga la oportunidad de discutir y defender sus procedimientos e ideas matemáticas. Como lo expresa Santos “Las matemáticas no son solamente actividades que el estudiante

aprende dentro del salón de clases: los cursos de matemáticas deben convertirse en comunidades donde la gente toma acuerdos, se comporte de cierta forma y donde existe un gran diálogo para construir argumentos que sustente alguna idea o se planteen contraejemplos para refutar algún resultado” (1997).

La clase vista como comunidad de aprendizaje propende por la participación activa del estudiante, en la que los estudiantes comparten lo que entienden por el objeto matemático y los conceptos alrededor de este. Además, reflexionan, hacen representaciones, lo entienden y lo aplican. Esto implica, como lo expresa Bishop (2005), que la enseñanza de la matemática este orientada al control de la organización y la dinámica de la clase para los propósitos de compartir y desarrollar el significado matemático, a través de actividades adecuadas para los estudiantes y de carácter colaborativo, en las que se comparta significado matemático tanto entre los estudiantes como entre el profesor y los estudiantes. Lo que finalmente involucra el uso del lenguaje para la comunicación en y con las matemáticas.

Investigaciones realizadas por Sfard y Bishop resaltan la importancia de la comunicación y del contexto socio cultural en el que el estudiante se mueve para el desarrollo del pensamiento matemático y por ende del aprendizaje de la matemática. Sfard plantea una nueva visión del aprendizaje a través de la metáfora de la participación, en la que el aprendizaje se evidencia a través de la participación y la calidad del discurso que se maneja, el cual poco a poco se va perfeccionando hasta alcanzar niveles cada vez más formales. Teniendo presente que los estudiantes tienen conocimientos previos y un discurso propio y que la tarea del profesor es “modificar e intercambiar el discurso existente más que crear uno de la nada”, lo que conlleva a dar relevancia a la comunicación en el desarrollo cognitivo.

Para Sfard (2007) “los objetos matemáticos se construyen de manera discursiva y surgen de la necesidad de comunicación más que ser elementos preexistentes para la comunicación”. De ahí, que para esta investigación sean relevantes los procesos interpretar, razonar, representar y comunicar, que se considera están presentes en todo proceso de aprendizaje a través de la participación, negociación y aplicación de conceptos en la resolución de problemas.

Al mismo tiempo, es necesario tener en cuenta que la enseñanza y el aprendizaje de la matemática debe procurar por el desarrollo del conocimiento matemático en los estudiantes. Lo que involucra su provecho más allá del ámbito escolar, como herramienta útil y necesaria en las relaciones socio - culturales y problemas que a diario como ciudadanos enfrentamos y que requieren un uso práctico de la matemática. El planteamiento y la resolución de problemas resultan fundamentales para el desarrollo tanto de capacidades como de actitudes que permitan mejorar procesos, procesos que a largo plazo redundan en el desarrollo de competencias que el estudiante irá perfeccionando paulatinamente a lo largo de toda su vida.

1. Secuencia didáctica.

La secuencia didáctica hace referencia una serie articulada de actividades de aprendizaje que junto con el acompañamiento del docente buscan el alcance de ciertos objetivos. En este caso esos objetivos están relacionados con el desarrollo del pensamiento numérico - variacional que se evidencia en los procesos interpretar, razonar, representa y comunicar, de los que el estudiante va dando cuenta a través del trabajo, tanto individual como grupal, en las diferentes situaciones dque se proponen.

La secuencia didáctica requiere de una planeación, un análisis y un diseño por parte del docente en donde se tienen en cuenta además de los propósitos disciplinares, el contexto y los recursos. A partir de lo observado en su implementación permite la reflexión y la reformulación

de tareas, lo que implica que es flexible y adaptable. La secuencia didáctica que se plantea en este proyecto está compuesta de situaciones problemas o tareas que involucran el objeto matemático porcentaje en contextos financiero y propende por el desarrollo del pensamiento numérico – variacional a través del análisis de los procesos razonar, interpretar, representar y comunicar.

4. Perspectiva disciplinar.

El concepto de porcentaje es bastante antiguo, siendo utilizado desde la época del Imperio Romano, cuando el emperador Augusto recaudaba el impuesto sobre el precio de venta de los bienes. Manuscritos italianos del siglo XV reflejan el uso de expresiones como “20 p 100” y “xx p centro” para indicar el 20 por ciento. A finales del siglo XV en un manuscrito de autor italiano surge el símbolo  y, ya en el siglo XVII se usó para indicar porcentaje el signo . Finalmente se suprimió la palabra “per”, quedando el signo % que se utiliza actualmente. (Smith, 2001)

El concepto de porcentaje establece una relación de proporcionalidad directa entre un número y 100, que se designa tanto por ciento. También puede verse como una de las aplicaciones del campo de las razones y proporciones, en donde se pueden comparar cantidades y determinar relaciones (parte- todo), de ahí que el porcentaje se puede interpretar como una fracción decimal o como un operador multiplicativo decimal, sin que esto signifique que el porcentaje sea un número, como se formula en algunos casos. De ahí que la problemática en la enseñanza y aprendizaje del porcentaje esté notablemente relacionada con las razones, fracciones y decimales.

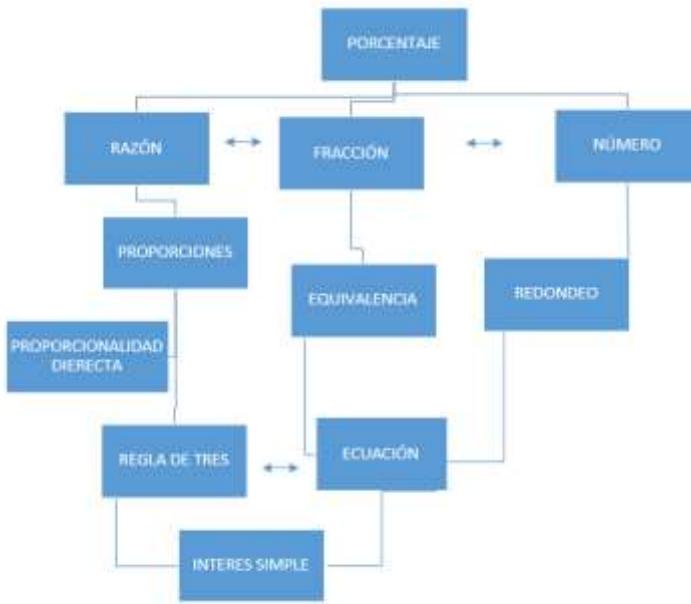


Figura 2. El porcentaje y sus relaciones

Por otro lado, el concepto de porcentaje puede ser entendido como una función lineal como lo indica Davis (1988), lo que permite que el estudiante tenga un conocimiento más amplio del tema y así mismo pueda resolver en forma acertada diferentes tipos de problemas sobre porcentajes. Como expresa Carlo E Vasco (2006):

“Es muy importante para las competencias matemática del ciudadano común y corriente dominar la proporcionalidad directa e inversa entre cantidades y saber calcular rápidamente una de las cuatro cantidades relacionadas (cuando se conocen las otras tres) utilizando el método de reducción a la unidad (por ejemplo, con el costo unitario, ahora obligatorio en las etiquetas de alimentos) o el método de regla de tres, pero entendiendo cómo varían y por qué se usa uno u otro método”.

De ahí que el aprendizaje del porcentaje y su aplicación acertada en la resolución de problemas requiere tener en cuenta la variedad de representaciones semióticas que contiene, lo que hace necesario hablar de objeto matemático antes que del concepto. Teniendo en cuenta a

Duval, en la construcción del conocimiento matemático es fundamental establecer la relación entre el objeto y su representación semiótica “No se trabaja sobre los conceptos; se trabaja sobre los Objetos (números, funciones...) que tienen propiedades. En otros términos, lo importante es la dupla signo, objeto” (2004).

En estudios realizados por Vergnaud (citado por D'Amore (2006)) se hace referencia a los aspectos a tener en cuenta en el desarrollo y funcionamiento de los conceptos. Se considera que un concepto está compuesto por las situaciones que le dan sentido, por su significado y por sus representaciones. Al mismo tiempo los conceptos son abstractos, no se encuentran aislados, son parte de una red de relaciones y estructuras. Hablar del aprendizaje de un concepto matemático implica tener en cuenta sus diversas representaciones y registros, de ahí que sea preferible hablar de objetos matemáticos y de la importancia que adquieren las relaciones que se establecen entre signo y objeto.

1. Interpretaciones del concepto de porcentaje

El objeto matemático porcentaje tiene múltiples aplicaciones en la vida diaria, y en especial a aquellos aspectos relacionados con la economía. Sus múltiples aplicaciones involucran también una serie de interpretaciones que el estudiante debe enfrentar y manejar. Entre ellas se tiene:

I. El porcentaje como razón. En diversos ejercicios y problemas el porcentaje suele ser visto como una razón, ejemplo de ellos son enunciados como:

- El aumento del 30% en el servicio de telefonía
- Una disminución en los precios de la canasta familiar equivalente al 30%

En donde el porcentaje establece una relación de tipo multiplicativo entre dos o más cantidades. Lo que corresponde a una razón que se formula mediante la notación 30%, que hace referencia a la relación 30 de cada 100, y que implica el manejo de dos variables. Esto comporta cierto de grado de dificultad para los estudiantes pues es pasar de un trabajo con medidas a uno en donde se establece relaciones entre medidas. (Mendoza & Block, 2010)

II. El porcentaje como fracción. En algunos casos el porcentaje suele ser visto como una fracción. Dichos casos se presentan cuando se establecen porcentajes como 25%, 50%, 75%, los que el estudiante relaciona fácilmente con $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$. Sin embargo, dicha representación cobra dificultad al momento de relacionar fracciones con porcentajes en donde la fracción no es tan evidente, por ejemplo, el 70%. (70 de cada 100).

Lo anterior evidencia la deficiente comprensión que se tiene de la fracción como razón. Y aunque la fracción no puede ser vista únicamente como una razón, sí se requiere al momento de trabajar con porcentajes.

“Así, el tratamiento del porcentaje mediante el uso de fracciones supone una construcción en la concepción de número, el cual pasa de ser expresión de medidas a ser expresión de relaciones entre medidas” (Mendoza & Block, 2010)

III. El porcentaje como operador multiplicativo decimal. Por otro lado, el porcentaje puede ser visto como un operador multiplicativo decimal. Así el 50% equivale al factor 0.5 y 30% al factor 0.3, lo que involucra el manejo de multiplicaciones con números decimales. Esto requiere un cambio en el significado de la multiplicación para el estudiante, pues es pasar del concepto de multiplicación en los enteros como suma sucesiva, en donde siempre se da un aumento en la cantidad a multiplicar, por una nueva

configuración en donde la multiplicación puede al mismo tiempo agrandar o disminuir cantidades.

Al mismo tiempo, al momento de calcular porcentajes inferiores a la decena, 2%, %5, se comete con frecuencia el error de interpretar el 2% como 0,2 y el 5% como 0,5. Lo que demuestra el deficiente manejo del porcentaje como operador decimal, alejado de las razones y de las relaciones entre cantidades, que este concepto conlleva.

“Tenemos indicios de que el operador decimal es débilmente dotado de sentido por quienes lo emplean: es evocado como una serie de operaciones, se recupera a partir de búsquedas inciertas, o bien a partir de una generalización rápida, poco comprensible (si el 50% y el 25% se asignan a 0.50 y 0.25, entonces el x% corresponde al operador 0.x y, por ejemplo, 5% es 0.5), se utiliza en tareas donde no es pertinente” (Mendoza von der Borch, 2009)

Concluyendo el porcentaje tiene un significado amplio y variado, no puede limitarse a una de sus interpretaciones. Es ante todo una relación de proporcionalidad, que admite dos aspectos diferentes y complementarios, uno que involucra razones y proporciones (perspectiva aritmética), y otro que involucra funciones lineales (perspectiva algebraica) en donde sus elementos son variables que se relacionan directamente, ya sea en forma creciente o decreciente (Gilberto Obando, Carlos Eduardo Vasco et al., 2014). Por ende, su estudio y aprendizaje requiere el desarrollo del pensamiento numérico (razonamiento proporcional) y del pensamiento variacional

2. Fenomenología del objeto matemático porcentaje

El objeto matemático porcentaje se aplica en diferentes áreas del conocimiento, una de ellas y donde presenta mayor relevancia es la relacionada con aspectos financieros, y es allí donde se enfoca la presente investigación. Lo anterior teniendo en cuenta las deficiencias que presentan los estudiantes en la aplicación del porcentaje en la resolución de problemas, las dificultades que se evidencian en la práctica en el aula y las diversas investigaciones relacionadas con las dificultades presentadas por los estudiantes con el objeto matemático porcentaje y sus diferentes representaciones.

Porcentaje y educación financiera.

El estudio de porcentajes forma parte del currículo de matemáticas del sistema educativo colombiano, tanto en el programa de grado quinto de la básica primaria, y de los grados séptimo y noveno de la básica secundaria. Su aplicación en la vida cotidiana es frecuente y de suma utilidad.

Dentro de las múltiples aplicaciones del porcentaje encontramos la relacionada con la solución a problemas de índole financiero. En el año 2014 el MEN preocupado por los resultados obtenidos por los estudiantes en las pruebas Pisa, en las que gran parte de las preguntas en las que se rajaron los estudiantes estaban relacionadas con conocimientos de educación financiera, vio la necesidad de proporcionar educación financiera a los estudiantes elaborando y publicando el documento “Orientaciones Pedagógicas para la Educación Económica y Financiera”. No obstante, en Colombia la alfabetización financiera no está incluida explícitamente en el currículo, ni hace parte de los DBA que se publicaron en el año 2015.

Educación financiera.

El porcentaje es un concepto clave para enfrentar problemas de la vida diaria, pues está presente en múltiples situaciones que se nos plantean como el costo de vida, la inflación, el aumento de salario, los préstamos, hipotecas, descuentos en compras, ofertas, publicidad, entre otras. Lo que implica que es un concepto matemático importante en el desarrollo de la competencia matemática, entendiendo esta competencia como la define Rico en su artículo: “...la capacidad de un individuo para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios fundados y usar e implicarse con las matemáticas en aquellos momentos que presenten necesidades para su vida individual como ciudadano” (Rico L. , 2006).

Es así como no basta con aplicar un concepto matemático de forma netamente numérica para dar respuesta a una multiplicidad de ejercicios tipo, sino que se hace necesario establecer relaciones entre conceptos y otras áreas del currículo, aplicarlos en contexto y que adquieran significado para el estudiante. De ahí que una buena formación matemática permita además desarrollar habilidades financieras, las cuales son indispensables para desenvolverse en la sociedad actual

La educación financiera es uno de los campos en donde el concepto de porcentaje se aplica con regularidad y hace parte de situaciones cotidianas con las que el estudiante está familiarizado y que a las diariamente se ve enfrentado. Pero ¿qué entender por educación financiera?, según la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), la educación financiera es *"El proceso por el cual los consumidores financieros / inversores mejoran su comprensión de los productos financieros, conceptos y riesgos y, a través de información, instrucción y/o asesoramiento objetivo, desarrollan las habilidades y la confianza para ser más consciente de los riesgos y oportunidades, para tomar decisiones informadas,*

para saber a dónde ir en busca de ayuda, y tomar otras medidas eficaces para mejorar su bienestar financiero". (2005).

De ahí que la educación financiera sea más que un cumulo de información y, requiera como complemento la aplicación de conceptos en forma crítica y reflexiva para la toma de decisiones conscientes y objetivas. Sin embargo, los resultados de las últimas pruebas Pisa realizadas en Colombia muestran las deficiencias que presentan los estudiantes en este aspecto.

5. Perspectiva de la evaluación

La evaluación es parte esencial en los procesos de enseñanza y aprendizaje, sin embargo, en muchos casos su implementación en el aula se limita a aspectos meramente cuantitativos y se deja de lado el papel formativo que ésta debe tener en la formación del estudiante. La evaluación debe ser integral y permitir al estudiante el mejoramiento continuo, estar presente como un medio de valoración y no de sanción. De ahí que sea necesario implementar mecanismo de evaluación que permitan dar cuenta tanto de aspectos conceptuales como procedimentales y actitudinales.

"La evaluación implica, implica no solo medir, sino entender y valorar la situación objeto de estudio, en orden a intervenir del modo más adecuado para la mejora permanente de la calidad del proceso de enseñanza-aprendizaje" (Fontán Montesinos, 2004)

El docente al pensar en evaluar debe tener claro que se quiere evaluar, para qué se va evaluar y cómo va evaluar, de forma que la evaluación responda a los objetivos propuestos y a las competencias a desarrollar. La evaluación es un proceso y su finalidad debe ser la toma de

decisiones con el fin de mejorar las prácticas en el aula a través de la reflexión continua y el análisis de la información que emerge en las diferentes situaciones que se suscitan dentro y fuera de la clase. En ella lo importante es que tanto el estudiante como el profesor reconozcan errores y se mejore.

Partiendo de las premisas expuestas la evaluación debe permitir que tanto los evaluados como los evaluadores participen, emitan juicios valorativos y tomen decisiones respecto a su avance y aprendizaje lo que implica necesariamente tener en cuenta en el proceso la autoevaluación, la coevaluación y la heteroevaluación. En el presente proyecto se parte de la observación para valorar el avance en las actividades y el aprendizaje que se va dando. Se plantea una actividad inicial de reconocimientos de saberes previos, que se valora de forma cualitativa y permite dar cuenta de los saberes que se consideran fundamentales para el aprendizaje del objeto matemático porcentaje.

Del mismo modo, se tiene en cuenta la autoevaluación en la que el alumno tiene la oportunidad de reflexionar respecto a sus respuestas y procedimientos, y a partir de su análisis participar en un trabajo más elaborado a través de las discusiones que se van dando en grupo. Valorando su trabajo y aporte al grupo a través de una rúbrica. La coevaluación permite a los estudiantes apreciar el trabajo de sus compañeros como el propio identificando errores y haciendo de paso las correcciones pertinentes a sus resultados y procedimientos.

Finalmente se tiene la heteroevaluación en donde el docente observa e identifica las dificultades presentadas durante el desarrollo de la secuencia, brindando espacios de retroalimentación a la clase en general y valorando tanto el trabajo individual como grupal. Igualmente, en el transcurso de la secuencia se dan espacios en los que la docente reflexiona con los estudiantes sobre los aspectos a mejorar y lo errores presentados, valorando el trabajo

realizado a partir de la observación, participación, y la revisión y análisis de los registros escritos.

1. Practica reflexiva.

En toda profesión es fundamental la reflexión sobre el quehacer diario en una búsqueda continua de mejoramiento en las prácticas y procesos, lo que implica valorar la labor realizada de forma permanente y objetiva. De ahí que la evaluación deba ser pensada más como un proceso continuo, permanente y formativo que invita a reflexionar constantemente y auto evaluar el desempeño, que un mecanismo de calificación y estratificación.

Lo anterior involucra de forma especial y particular a la profesión docente. El docente a diario se ven enfrentado a evaluar a los estudiantes y emitir juicios sobre los aprendizajes que estos adquieren, sus comportamientos y actitudes, de ahí que en los últimos años el tema de la evaluación en los procesos de enseñanza y aprendizaje se ha convertido en un tema recurrente y que cada día cobra mayor importancia. Sin embargo, es necesario reflexionar y analizar al mismo tiempo el desempeño del docente y como éste incide de forma directa en el rendimiento académico de los estudiantes y en su actitud hacia la disciplina que se pretende enseñar.

Por ende, se requiere crear una cultura de la autoevaluación con respecto a todos y cada uno de quienes ejercen la labor docente, contribuyendo así a mejorar los procesos educativos, y la práctica misma. Recordando constantemente que la evaluación debe estar presente en todos los momentos de los procesos de enseñanza y aprendizaje. El docente debe estar dispuesto a valorar crítica y objetivamente tanto la planeación como el diseño, implementación y evaluación de su trabajo en el aula, al mismo tiempo que es receptivo ante los comentarios y observaciones de sus colegas en cuanto a fortalezas y debilidades para la implementación de acciones de mejora.

Empero, la práctica reflexiva no es algo que se da espontáneamente, se debe contar con cierta experticia que permita dar cuenta de ella. Según Perrenoud:

“Una práctica reflexiva no es solamente una competencia al servicio de los intereses legítimos del enseñante, sino que también es una expresión de la conciencia profesional. Los profesores que no reflexionan más que por necesidad y que dejan de plantearse cuestiones desde el momento en que se sienten seguros no son practicantes reflexivos.”

(Perrenoud, 2007)

En esta investigación, al igual que en el trabajo en el aula, se desea reflexionar de forma continua y permanente a través de los distintos momentos de la secuencia didáctica tanto de los resultados de la misma como de su diseño e implementación desde el punto de vista de la labor del docente y cómo contribuye al aprendizaje de los estudiantes y a la actitud de ellos hacia la matemática. Hacer un intento de mirar en retrospectiva las concepciones que se tienen del aprendizaje y la enseñanza al igual que de la evaluación, y como estas influyen en la forma como se realiza el acto educativo.

Metodología

1. Tipo de investigación

A través de la historia el ser humano se ha caracterizado por su curiosidad y la búsqueda de respuestas a un sin número de preguntas que le permitan entender el mundo que le rodea, es así como poco a poco fue estructurando métodos que le permitieran dar cuenta de los fenómenos que se sucedían a su alrededor. La observación, las selección, clasificación y organización de información le permitieron pasar de una mirada casual a una mirada científica de los hechos, construyendo conocimiento y formulando teorías.

Sin embargo, la forma de ver el mundo, de investigarlo y profundizar en él no es única y por consiguiente surgen dos enfoques de investigación que, aunque diferentes no excluyentes la una de la otra, ellas son la investigación cuantitativa y la cualitativa. La educación por su carácter humano, social y contextual recurre con frecuencia a la investigación de tipo cualitativo.

La investigación cualitativa en educación comienza aemerger en el ámbito internacional a principio del siglo XX, diversos autores publican sus trabajos de investigación educativa desde una metodología cualitativa. La investigación pasa de interesarse en la recolección y manejo estadístico de datos en busca de explicar los fenómenos educativos, para interesarse por conocer, reflexionar y plantear nuevas metodologías enfocadas en el estudiante y su forma de acceder al conocimiento.

La investigación educativa se puede ver como el resultado de la aplicación del método científico al ámbito de la educación. Según Travers la educación educativa se define como “*Una actividad encaminada a la creación de un cuerpo organizado de conocimientos científicos sobre todo cuanto interesa a los educadores. Tiene por objeto descubrir los principios generales o las*

interpretaciones del comportamiento que sirven para explicar, predecir y controlar los eventos en situaciones educacionales, o sea, se propone elaborar una teoría científica". (1979)

El presente trabajo se orienta en la técnica de estudio de casos, el cual responde al paradigma cualitativo. Este se aplica a la educación cada vez con mayor frecuencia, caracterizándose por la descripción contextualizada del objeto de estudio y teniendo en cuenta sus particularidades. Los estudios de caso se han usado como recurso para enseñar a los nuevos maestros como evolucionan los estudiantes cuando se aplica un sistema de enseñanza o una técnica de estudio específica (Walker, 2002). Además, ofrece herramientas prácticas para el mejoramiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje en la escuela, brindando alternativas para la descripción, interpretación y explicación del universo socio –cultural, así como de los fenómenos educativos que tienen lugar en él.

La realización de estudios de casos en la investigación educativa plantea una variedad de ventajas y posibilidades, entre ellas su utilidad para dar información de realidades educativas complejas, permitir el empleo de una variedad de técnicas de recolección y análisis de datos, además de orientar la toma de decisiones con respecto a problemáticas educativas. (Álvarez & San Fabián, 2012). Permite ir más allá de la descripción de los hechos, profundizando en los resultados y sus causas a partir del análisis de la información obtenida para finalmente sacar conclusiones y plantear recomendaciones.

El seguir esta ruta obedece a las particularidades de la muestra, lo que implica que no siempre pueda ser totalmente replicable lo planteado, dado las características propias tanto de los individuos como del contexto en el cual se trabaja. Es así como se parte de un grupo de estudiantes en su ambiente natural, en un contexto concreto y en un ambiente socio – cultural específico, pasando por el diseño del estudio de caso, recopilación de la información, análisis de la información, y finalmente la redacción del informe y su diseminación.

Teniendo en cuenta lo anterior, este trabajo pretende obtener información sobre los conocimientos previos que tienen los estudiantes, así como de los avances y dificultades que se van dando durante el desarrollo de las actividades en la movilización del pensamiento numérico – variacional con el objeto matemático porcentaje, mediante la observación, registros escritos, participación y narraciones. Estos insumos se analizan y permiten validar o no la hipótesis al problema planteado, exponiendo al mismo tiempo las conclusiones y recomendaciones pertinentes.

2. Población y muestra

La investigación se desarrolla en el marco de la formación de profesores fomentada por el Ministerio de Educación Nacional en varias regiones del país, con el fin de mejorar la calidad educativa en las instituciones educativas públicas del país, en este caso particular la ciudad de Cali.

Los involucrados en el estudio son estudiantes de básica secundaria del grado séptimo con edades entre 12 y 16 años, jornada de la tarde, de la Institución Educativa Técnico Industrial Comuna 17. Se trabaja específicamente con el grado 7-4, que se escogió a conveniencia, teniendo en cuenta su disposición para el trabajo y horario de clase. El grupo está conformado por 43 alumnos, entre los que 19 son mujeres y 24 hombres.

3. Técnicas de recolección de información

1. Encuesta.

Se efectúa antes de la implementación de la secuencia didáctica a través de un cuestionario que tiene como finalidad identificar los saberes previos al igual que aquellos aspectos en donde se

presentaron dificultades o aciertos relevantes con respecto al manejo y uso de fracciones, razones y proporciones.

2. Observación

Se realiza durante todo el transcurso de las 6 diferentes sesiones de clase en las que se implementa la secuencia. La observación es participante lo que implica que el investigador asume un papel activo y reflexivo frente al actuar de los estudiantes, atendiendo a las actitudes, detalles, hechos e interacciones que se presentan. Lo que se sistematiza a través de un formato de diario de campo que permite registrar los comentarios y lo acontecido durante las actividades de la secuencia didáctica. (Ver anexo 1).

3. Grupo nominal

Se conforman grupos de tres estudiantes heterogéneos teniendo en cuenta su desempeño en el transcurso del año lectivo. Se procura que todos los integrantes del grupo tengan la oportunidad de contribuir a la solución de las situaciones planteadas a partir del trabajo individual realizado. Las ideas y procedimientos productos del trabajo en grupo son registrados a través de grabaciones y reportes escritos por los estudiantes.

4. Entrevista no estructurada

La docente pasa continuamente por los diferentes grupos de estudiantes realizando una serie de cuestionamientos que permitan esclarecer las dudas que los estudiantes presentan, escuchando sus comentarios, justificaciones de los procedimientos usados y conclusiones a las que llegan. Durante el trabajo en grupo los estudiantes graban las discusiones, negociaciones y planteamientos hechos frente a las interpretaciones, razonamientos y representaciones usadas

5. Cuestionario

Se plantea al final de la secuencia didáctica a través de un cuestionario, como un instrumento para recolectar información, valorar e identificar las percepciones de los estudiantes

ante el trabajo realizado. La entrevista permite al estudiante expresar de forma escrita su experiencia y sentir ante el proceso vivenciado.

A través de la entrevista escrita se recoge información que permite realizar un análisis objetivo a partir de las reflexiones y comentarios de los estudiantes de los procesos desarrollados durante la implementación de la secuencia didáctica, identificando conceptos y alcances logrados en torno al desarrollo del pensamiento numérico - variacional. La entrevista se realizó a 40 de los 43 estudiantes de 7-4, contaron con una hora de clase de 55 minutos

4. Procedimiento para la implementación de la secuencia didáctica

La recolección de la información se llevó a cabo en tres momentos. En un primer momento se aplicó un test de conocimientos previos en el que se planteaban 6 situaciones problema relacionadas con fracciones, razones, proporciones y proporcionalidad. La aplicación del test se realizó el 3 de noviembre de 2016 a los estudiantes de grado séptimo del grupo 7-4. La prueba la presentaron 41 estudiantes, 17 mujeres y 24 hombres. Tuvo una duración de 55 minutos correspondiente a una hora de clase y se resuelve de forma individual

Un segundo momento en el que se aplica la secuencia didáctica previo análisis del test. Que comprende seis fases que corresponden a tres actividades cada una con dos situaciones, en cada una de las situaciones se da espacio a la argumentación y justificación de los procedimientos y razonamientos usados. Todas las sesiones inician con una recapitulación de lo trabajado en la sesión anterior, al igual que una revisión de las tareas y consultas propuestas; y terminan con una retroalimentación por parte de la profesora a cargo. Encierran dos tipos de trabajo, un primer trabajo individual para dar paso después a un trabajo en grupo. Durante el trabajo en grupo se graban audios que permiten dar cuenta de las interpretaciones, razonamientos y negociaciones que se dan al interior de los grupos. La actividad 1, situación

1.1 se realizó el 8 de noviembre, tuvo una duración de dos (2) horas clase cada una de 55 minutos. La situación plantea la lectura de un texto que abarca los conceptos de porcentajes ahorro, presupuesto, ingresos y gastos, compuesta de una serie de preguntas que ponen en juego los procesos de interpretación, razonamiento, comunicación y representación, en el reconocimiento de porcentajes, aplicación de operaciones y algoritmos y comprensión de conceptos. Abarca dos momentos, primero un trabajo en forma individual y luego un trabajo grupal en donde se socializan, discuten y justifican procedimientos para finalmente entregar a la docente un resultado final. Los grupos se conformaron aleatoriamente. Ver anexo4.

En un primer momento la docente describe la actividad individual a realizar. Se informa que al finalizar deben entregar la hoja de soluciones y que a medida que se avance el material será legajado organizadamente en un folder para su presentación final. Se entregan fotocopias para realizar la primera parte situación 1.1 que se resuelve en forma individual, para la que se da un tiempo de 45 minutos iniciando a la 1:15 y terminando a la 2:00. Asisten 23 hombres, 17 mujeres; para un total de 40 estudiantes del total que son 41. Falta a clases el estudiante veintiuno (E21). Al terminar se organizan en grupos de tres estudiantes con el fin de resolver la parte grupal propuesta en la situación. Cada grupo cuenta con un monitor o líder los cuales fueron elegidos previamente teniendo en cuenta su rendimiento académico en el transcurso del año lectivo. El trabajo en grupo tuvo con una duración de 40 minutos, iniciando a las 2:10 pm y terminando a las 2:50 pm.

La Situación 1.2. Se realizó en dos sesiones, la primera el 11 de noviembre y la segunda el 17 de noviembre, participaron 41 estudiantes, 24 hombres y 17 mujeres, con una duración de una (1) hora clase cada una. La situación plantea un problema que abarca los conceptos de razón y ahorro, compuesta de una serie de preguntas que ponen en juego los procesos de interpretación, razonamiento, comunicación y representación, en el reconocimiento de

porcentajes, aplicación de operaciones y algoritmos. Abarca dos momentos, primero un trabajo en forma individual y luego un trabajo grupal en donde se socializan, discuten y justifican procedimientos para finalmente entregar a la docente un resultado final. Los grupos son los mismos que se conformaron en la situación anterior.

La Actividad 2, Situación 2.1. Se realizó el 17 de noviembre, participaron 39 estudiantes, 23 hombres y 16 mujeres, con una duración de dos (2) hora clase. La situación plantea un problema relacionado con descuentos y porcentajes. Se inicia con un trabajo individual, para el que se da un tiempo de 40 minutos. Luego se organizan en grupos (los mismos de la sesión anterior) para socializar, negociar y definir las soluciones que se consideren son las que dan solución al problema. La situación 2.2 se realizó el 18 de noviembre, participaron 41 estudiantes, se parte de un trabajo grupal y plantea un problema relacionado con descuento, ahorro y porcentajes, tuvo una duración de 55 minutos (1 hora clase).

La Actividad 3, situación 3.1. y 3.2. Se realizó el 24 de noviembre, participaron 39 estudiantes, 23 hombres y 16 mujeres, con una duración de tres (3) hora clase. La situación plantea un problema relacionado con descuentos y porcentajes. Se inicia trabajando en grupos (los mismos de la sesión anterior) en los que se socializan, negocian y definen las soluciones que se consideran son las que dan solución al problema.

Un tercer momento en el que participaron 37 de los 41 estudiantes, esto debido a que algunos no asistieron a clase, en la que se entrevista a cada uno sobre su sentir y aprendizajes en la implementación y desarrollo de la secuencia. Ver anexo 5.

1. Reportes escritos

Una de las fuentes de información son los reportes escritos de los trabajos realizados por los estudiantes tanto del trabajo individual como grupal. Los estudiantes durante cada una de las

sesiones registran en el cuaderno de apuntes, que llevan normalmente a la clase, con fecha y nombre de la actividad a realizar los, procedimientos, algoritmos y soluciones a los interrogantes planteados en cada una de las situaciones. Para el trabajo grupal los estudiantes cuentan con un portafolio donde recopilan los trabajos realizados en las diferentes sesiones.

2. Audios

En el trascurso de la implementación de la secuencia didáctica se graban las participaciones de los estudiantes tanto a nivel de los diferentes grupos conformado como en la presentación de resultados a la clase en general. La transcripción de estos audios permite analizar las ideas, argumentos y razonamientos en la solución a los interrogantes planteados y las participaciones de los estudiantes durante la presentación de los resultados.

3. Diario de campo

Se registran los hechos observados y aspectos relevantes ocurridos en cada una de las sesiones, al igual que las inquietudes y comentarios que surgen tanto en el trabajo individual de los estudiantes como en el de grupo.

4. Cuestionario

Se usa en dos momentos diferentes de la investigación. Primero como instrumento para identificar los saberes previos de los estudiantes, luego como instrumento para registrar y valorar el sentir y aprendizajes de los estudiantes al término de la aplicación de la secuencia didáctica.

Análisis de resultados

Para el análisis de resultados se plantean cuatro secciones cada una en correspondencia con los objetivos planteados en la investigación.

1. Identificación de necesidades educativas

Para la identificación de necesidades educativas se hace una lectura cuidadosa de los estudios que hasta el momento se ha realizado en cuanto a las dificultades en el aprendizaje del objeto matemático porcentaje y el desarrollo del pensamiento numérico – variacional, igualmente se toman en cuenta los informes relacionados con los resultados de los estudiantes en las pruebas saber que se realizan cada año a los estudiantes, puntualmente las realizadas en grado quinto y noveno de la básica secundaria. Finalmente, el análisis del test de saberes previos realizado a los estudiantes con el fin de determinar las dificultades que presentan los estudiantes relacionados con razones y proporciones, conceptos que se consideran son la base para el aprendizaje de porcentajes.

Como primer punto a tener en cuenta se debe tener presente que el pensamiento numérico - variacional es uno de los ejes fundamentales en el desarrollo del pensamiento matemático y que entre los aspectos que se destacan y que merecen especial atención se encuentran los números racionales, sus diferentes representaciones entre ellas la de porcentaje y las relaciones que se establecen entre las operaciones en especial la multiplicación y división. El porcentaje es una de las aplicaciones de la proporcionalidad, estando estrechamente ligada a las razones y proporciones, y pese a su uso y utilidad en la vida diaria, son diversas las dificultades que su aprendizaje enfrenta.

Entre las dificultades que presentan los estudiantes relacionados con la resolución de problemas con racionales se evidencia el uso de algoritmos, ecuaciones y procedimientos que no responden al problema debido a dificultades en la interpretación y comprensión del enunciado. Se tiende en muchos casos a dar respuestas sin mediar un análisis previo de las mismas y su coherencia., además de la ausencia de un método o heurísticas que permitan comprender y dar solución al problema planteado.

“La comprensión del problema se convierte en una de las dificultades esenciales a la hora de solucionar problemas con números racionales, de acuerdo con los datos se puede afirmar que existe una necesidad de encontrar los datos cuantitativos con los cuales hacer cualquier operación matemática, de tal manera que si no se encuentra explícito, se asume que no se comprende el problema” (Morales Díaz, 2014)

En cuanto al pensamiento numérico variacional en el sistema de los números racionales y en particular con porcentajes, los estudiantes establecen relaciones entre los números sin que se evidencie comprensión ni justificación, especialmente hacen uso de la igualdad de forma indiscriminada. Al estar el porcentaje vinculado a las razones, fracciones y operador decimal hereda de estas dificultades entre ellas la interpretación de las diferentes representaciones, el reconocimiento de la unidad y la relación parte - todo.

“La apropiación de la noción de porcentaje implica transitar de la medida a la relación entre medidas para después cuantificar dicha relación con un solo número, lo que conlleva un cambio de significado en las nociones de fracción y multiplicación. Así, la problemática didáctica del porcentaje se circunscribe a las de las razones, fracciones y decimales”. (Mendoza & Block, 2010)

Al momento de calcular porcentajes usando la proporcional directa que se da entre los conjuntos de cantidades se dificulta la identificación de los términos variables y los constantes, igualmente de las variables dependientes y las independientes.

“...el concepto de porcentaje proviene de la necesidad de comparar dos números entre sí, no sólo de manera absoluta (cuál de los dos es mayor), sino de una manera relativa, es decir, se desea saber qué fracción o proporción de uno representa respecto del otro....

Sin embargo, la noción de porcentaje no sólo se utiliza para establecer comparaciones en valor relativo entre dos números. Una vez que se fija un porcentaje se puede aplicar a distintos números, obteniendo de este modo series de números proporcionales”.

(Godino J. D., 2002)

Ahora bien, al revisar los resultados e informes de las pruebas saber realizadas a los estudiantes de grado quinto y noveno de la básica secundaria se pudo establecer las dificultades que presentan los estudiantes relacionados con los números racionales y la proporcionalidad, conceptos que como ya se mencionó están relacionados con el objeto matemático porcentaje.

Es necesario primero señalar que las pruebas saber se realizan cada año y abarcan tres competencias a saber: la competencia comunicativa, la de razonar y la resolución de problemas. Se aplican a los grados tercero, quinto y noveno de la básica secundaria y pretende valorar los desempeños de los estudiantes. En los informes que reportan a la institución de los resultados de los estudiantes se identifican las fortalezas y los aspectos a mejorar.

Según el informe del año 2015 correspondiente a los resultados de los estudiantes de grado quinto se detallan dificultades relacionadas con la relación entre los números, el uso de razones y fracciones y sus representaciones.

En la competencia comunicativa el 30% se encuentran en nivel satisfactorio y el 50% en nivel mínimo. Entre los aprendizajes a mejorar relacionados con el pensamiento numérico

variacional, el informe detalla que 47% de los estudiantes de los estudiantes no reconoce diferentes representaciones de un mismo número (natural o fracción) y ni hace traducciones entre ellas. El 43% de los estudiantes no reconoce ni interpreta números naturales y fracciones en diferentes contextos. Y el 18 % de los estudiantes no describe e interpreta propiedades y relaciones de los números y sus operaciones.

En la competencia razonar el 56% se encuentran en nivel satisfactorio y el 44% en nivel mínimo. Entre los aspectos a mejorar se tiene que el 39% de los estudiantes no justifica y genera equivalencias entre expresiones numéricas. El 36% de los estudiantes justifica propiedades y relaciones numéricas usando ejemplos y contraejemplos.

En la competencia resolución de problemas el 50% se encuentran en nivel satisfactorio y el otro 50% en nivel mínimo. Entre los aspectos a mejorar se tiene que el 64% de los estudiantes no resuelve y formula problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo, como cociente y como razón. El 52% de los estudiantes no resuelve y formula problemas sencillos de proporcionalidad directa e inversa. El 39% de los estudiantes no resuelve y formula problemas multiplicativos rutinarios y no rutinarios de adición repetida, factor multiplicante, razón y producto cartesiano.

Por otro lado, en el informe de resultados correspondientes al grado noveno se evidencia un mejoramiento en lo referente al pensamiento numérico variacional, siendo los resultados más alentadores. Sin embargo, nuevamente se detallan dificultades relacionadas con la relación entre los números, el uso de razones y fracciones y sus representaciones. En la competencia comunicativa el 67% se encuentran en nivel satisfactorio y el 22% en nivel mínimo.

Entre los aprendizajes a mejorar relacionados, el informe detalla que el 39% de los estudiantes no usa y relaciona diferentes representaciones para modelar situaciones de variación. En la competencia razonar el 44% de los estudiantes no interpreta tendencias que se presentan

en una situación de variación. El 44% de los estudiantes no utiliza propiedades y relaciones de los números reales para resolver problemas. En la competencia resolución de problemas el 63% de los estudiantes resuelve problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales.

Como se puede apreciar son varios y diversos los aspectos a mejorar, y aunque el nivel de la institución es considerado sobresaliente existen y existirán siempre puntos sobre los cuales mejorar y avanzar en el desarrollo de competencias en los estudiantes.

1. Test de conocimientos previos

Con el interés de analizar e identificar los conocimientos previos de los estudiantes, se realiza un test en el que se valoran los conocimientos y habilidades pensadas como fundamentales para el aprendizaje del concepto de porcentaje y para el desarrollo de las actividades de la secuencia didáctica.

Se considera que para la implementación de la secuencia el estudiante debe haber trabajado con anterioridad los conocimientos relacionados con números racionales, razón, proporción y proporcionalidad directa, al igual que la relación entre fracción y número decimal. De ahí que el test a aplicar pretende verificar dichos conocimientos e identificar las falencias, dificultades y aciertos de los estudiantes. (Ver anexo 2).

Teniendo presente que la realización del test de conocimientos previos tiene como finalidad identificar los saberes que lo estudiantes poseen sobre los conceptos y procedimientos que se consideran pertinentes y necesarios para el aprendizaje del objeto matemático porcentaje.

Se realizan preguntas concernientes a los números racionales, razones, proporciones y proporcionalidad directa, sobre las cuales se realiza un análisis de fortalezas, dificultades y

errores que presentan los estudiantes. Consta de 6 preguntas abiertas, en las que el estudiante además de dar respuesta a las preguntas planteadas debe justificar y evidenciar los procedimientos realizados. Los resultados obtenidos se analizan y presentan en la siguiente tabla, de acuerdo a los siguientes ítems:

Correcto: Porcentaje de estudiantes con respuesta y correcta

En Proceso: Porcentaje de estudiantes que plantean la situación.

Incorrecto: Porcentaje de estudiantes que no llegan a la respuesta correcta.

No responde: Porcentaje de estudiantes que no responden a la pregunta

	Correcto	En proceso	Incorrecto	No responde
Pregunta	Porcentaje	Porcentaje	Porcentaje	Porcentaje
P1a	85%	5%	10%	0%
P1b	85%	3%	10%	3%
P1c	21%	5%	10%	64%
P2a	51%	15%	31%	3%
P2b	51%	15%	31%	3%
P2c	67%	13%	21%	0%
P3a	77%	3%	21%	0%
P3b	62%	21%	15%	3%
P3c	8%	5%	10%	77%
P4a	26%	15%	31%	28%
P4b	21%	21%	31%	28%
P5a	87%	5%	8%	0%
P5b	87%	5%	8%	0%
P5c	5%	10%	31%	54%
P5d	49%	10%	41%	0%
P6a	77%	15%	5%	3%
P6b	64%	21%	13%	3%

Tabla 1. Resultados cualitativos del test de conocimientos previos.

Los conocimientos sobre los que se indagan en cada una de ellas y los resultados observados se describen a continuación

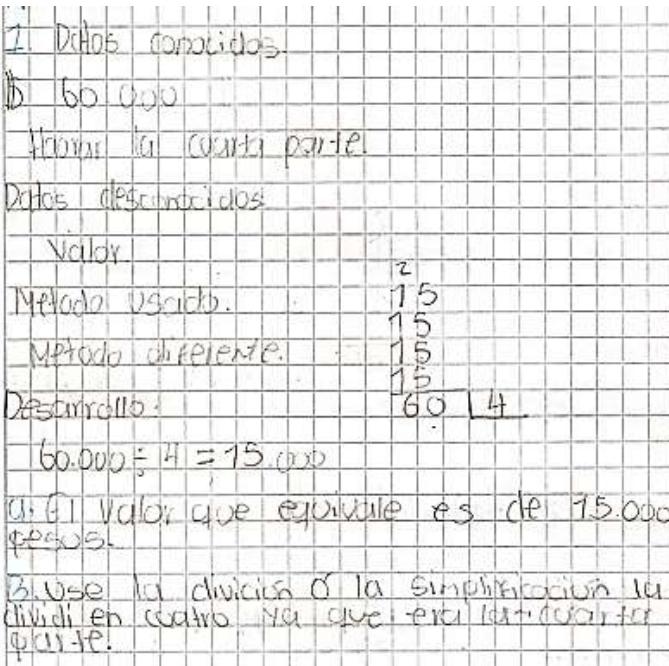
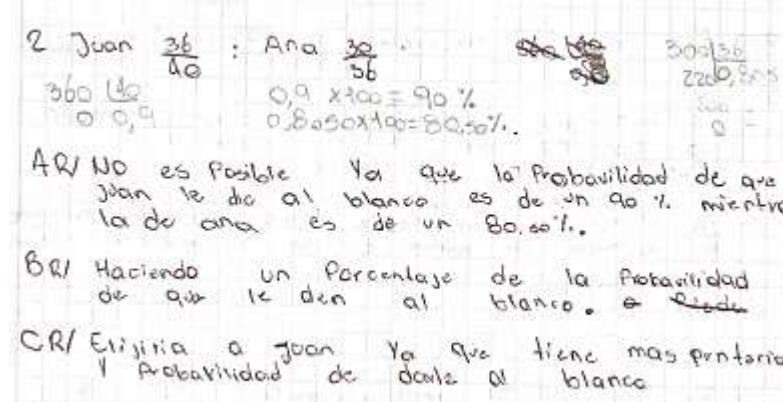
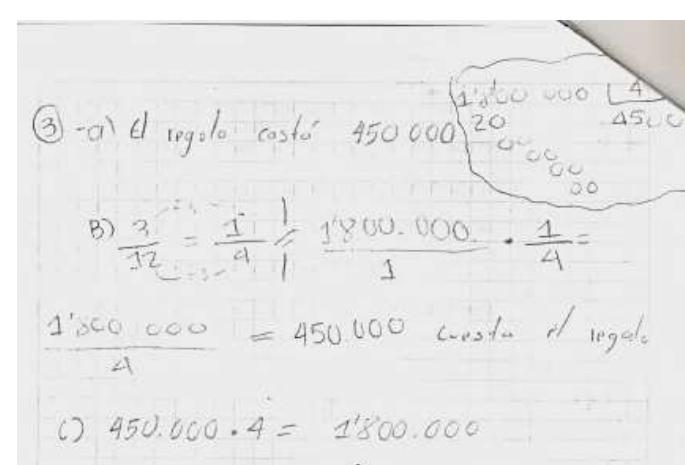
Pregunta	Conocimientos	Comentarios
a	P1.	<p>Conocer y aplicar números racionales</p> <p>Un porcentaje alto de estudiantes responde correctamente, identifican la expresión “la cuarta parte” con la fracción $\frac{1}{4}$ y la operan para hallar la solución. Igualmente explican el procedimiento usado. La mayoría responden los ítems a y b, pero se abstienen de responder el ítem c, de ahí que muy pocos estudiantes enuncian otro método. Entre los métodos alternos se presenta la simplificación y el uso de sumas consecutivas.</p>  <p>The handwritten work shows the following steps:</p> <ul style="list-style-type: none"> 1. Dados conocidos: 60.000 2. Dados desconocidos: x 3. Método usado: $60.000 \div 4 = 15.000$ 4. Método diferente: $60.000 \times \frac{1}{4} = 15.000$ 5. Desarrollo: $60.000 \div 4 = 15.000$ 6. Uso de la división ó la simplificación: $60.000 \div 4 = 15.000$ 7. Uso de la multiplicación: $15.000 \times 4 = 60.000$
P2.	Conocer y aplicar razones	<p>La mayoría de los estudiantes usan las razones para responder los diversos ítems. Algunos expresan la razón en forma de fracción, aplicando la propiedad fundamental de las</p>

Figura 3. Respuesta a la pregunta 1

		<p>proporciones para dar respuesta al ítem a y c, otros en forma de numero decimal comparando los resultados.</p> <p>2 Juan $\frac{36}{40}$: Ana $\frac{30}{36}$ $36 \times 100 = 90\%$ $0.9 \times 100 = 90\%$ $0.85 \times 100 = 85\%$</p> <p>AR/ No es posible ya que la probabilidad de que Juan le dé al blanco es de un 90%, mientras la de Ana es de un 80%.</p> <p>BR/ Haciendo un porcentaje de la probabilidad de que le den al blanco.</p> <p>CR/ Elijo a Juan ya que tiene mas probabilidad de darle al blanco</p>  <p style="text-align: center;"><i>Figura 4. Respuesta a la pregunta 2</i></p>
P3.	Conocer y aplicar números racionales	<p>La mayoría de los estudiantes responden correctamente los ítems a y b, sin embargo, en el ítem c que requería que los estudiantes aplicaran un método diferente al usado inicialmente, el porcentaje es bajo, ya que ante la solución ya encontrada no se evidencia interés por encontrar otro método.</p>  <p style="text-align: center;"><i>Figura 5. Respuesta a la pregunta 3</i></p>

P4.	Conocer y aplicar números racionales	<p>Esta pregunta presento gran dificultad, un porcentaje muy bajo logra dar respuesta correcta. Hallan la quinta parte al total sin tener en cuenta que este valor incluye el impuesto más el valor original. Se evidencia dificultades en la identificación y uso de fracciones impropias lo que es una consecuencia de la idea de fracción como parte de un entero. Con respecto a lo anterior (Fazio & Siegler, pág. 10), afirma que “Los niños que sólo comprenden una parte del enfoque de las fracciones a menudo cometen errores, como decir que $4/3$ no es un número porque una persona no puede recibir cuatro partes de un objeto que es dividido en tres partes”.</p>
P5.	Conocer y aplicar el concepto de proporcionalidad directa.	<p>Un porcentaje bastante alto logra dar respuesta correcta y explicar correctamente los ítems a y b. Sin embargo, los ítems c y d presentan dificultades, una de ellas el desconocimiento de la expresión “cuatro por mil”, que no relacionan con razones en donde por cada cuatro pesos se paga 1000.</p>

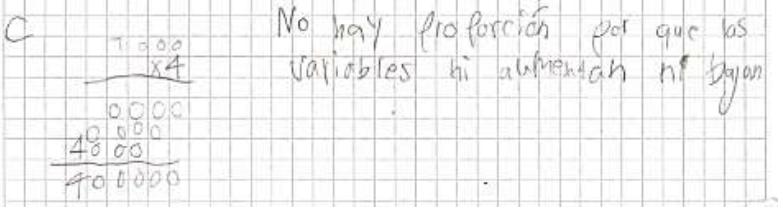
		 <p><i>No hay progresión por que las variables no aumentan ni bajan.</i></p>
P6.	Conocer y aplicar el concepto de proporcionalidad directa	<p>La mayoría responde correctamente.</p> <p>6)</p> <p>a) Es una proporción directa ya que sus datos van aumentando y al dividir los datos dan lo mismo:</p> $1 \div 3 = 0.3333\dots$ $2 \div 6 = 0.3333\dots$ $3 \div 9 = 0.3333\dots$ $4 \div 12 = 0.3333\dots$ $5 \div 15 = 0.3333\dots$

Figura 7. Respuesta a la pregunta 5

Sin embargo, un 21% relacionan la proporcionalidad directa únicamente con el hecho que si una de las variables aumenta la otra también lo hace.

Figura 8. Respuesta a la pregunta 6

6)

a. Si es directa porque al aumentar m, n también aumentan

*Figura 9. Respuesta a la pregunta 6**Tabla 2. Descripción de resultados del test de conocimientos previos.*

En término generales los estudiantes cuenta con un manejo aceptable de los conceptos que se consideran necesarios para dar inicio al desarrollo de las actividades en el aprendizaje del objeto matemático porcentaje, como son las fracciones, razones, proporciones y proporcionalidad directa. Se evidencian dificultades en cuanto:

- Al proceso comunicar ya que en su mayoría se abstienen a escribir y detallar los procedimientos utilizados.
- Igualmente, en los procesos interpretar y razonar pues tienden a resolver las preguntas propuesta sin un análisis y comprensión previa, lo cual hacen después de que se pide que expliquen los procedimientos usados.
- Un porcentaje considerable de estudiantes usan correctamente las razones
- A reconocer cuando dos magnitudes no son directamente proporcionales.
- El manejo de términos como “cuatro por mil” de uso frecuente en la vida diaria en el contexto colombiano y que está relacionado con las razones, que hacen parte de los programas matemática en grado quinto y séptimo. Lo que deja ver un distanciamiento entre lo que se aprende en la escuela y su aplicación en la vida cotidiana.

2. Diseño de la secuencia didáctica

Para el desarrollo del trabajo de investigación se tuvo en cuenta el pensamiento matemático y los procesos matemáticos. Consecuentemente se diseñó una secuencia didáctica enfocada al aprendizaje del porcentaje, articulando los procesos de razonamiento, interpretación, representación y comunicación con la perspectiva constructivista socio -cultural, a través de problemas de contexto y enfocados al campo de las finanzas.

1. Descripción de la secuencia didáctica

La secuencia didáctica abarca una serie actividades de creciente complejidad, concatenadas y que fomentan el trabajo colaborativo, así como la iteración y el dialogo entre los estudiantes, y estos con el profesor. Suscitando un acercamiento gradual al concepto de

porcentaje, sus representaciones y utilidad en la vida cotidiana, desde contextos relacionados con el campo de las finanzas y sus diversos significados. Procura, además, la articulación entre proporcionalidad, fracciones y decimales, con miras a otorgar un sentido más amplio al porcentaje. Al mismo tiempo en el transcurso del desarrollo de la secuencia se va dando una evaluación de índole formativa y continua.

Durante el desarrollo de las diferentes actividades el docente a partir del propio conocimiento del objeto matemático, guía y orienta a los estudiantes en el aprendizaje y las actividades a realizar. Las actividades involucran tres tipos de trabajo: Primero un trabajo individual, luego un trabajo en grupos de tres estudiantes y finalmente un trabajo colectivo donde participa la totalidad de estudiantes de la clase. Ver anexo 3

En cada una de las actividades la profesora presenta la actividad, explicando y orientando las tareas a realizar en cada actividad, en el transcurso de las mismas verifica continuamente la comprensión de las consignas y requerimientos de cada una de ellas para un óptimo desarrollo de la actividad. Finalmente se socializan los resultados por parte de los estudiantes, quienes deben argumentar sus procedimientos, lo que permite a la clase intervenir y reformular respuestas, dando paso a la validación e institucionalización de significado del concepto de porcentaje hasta ahora construido.

La secuencia didáctica está compuesta por tres actividades cada una con dos situaciones problemas relacionadas con aspectos financieros, que buscan desencadenar procesos de aprendizaje encaminados al desarrollo del pensamiento numérico – variacional en la construcción del objeto matemático porcentaje.

Las situaciones que conforman la secuencia se fundamentan en el uso de fracciones, razones y proporciones como estrategia para el aprendizaje del porcentaje, permitiendo al estudiante identificar y usar acertadamente las diferentes interpretaciones del objeto matemático

porcentaje. Además, procura la aplicación de este concepto a temas cotidianos y cercanos a la realidad del estudiante mediante la resolución de problemas de índole financiero, de forma que los alumnos identifiquen, representen y caractericen el uso y utilidad del porcentaje. Igualmente estimulan la utilización de distintos registros como el escrito, el verbal y el tabular.

Se trabaja a través de tres momentos. El primero pretende indagar los conocimientos previos que tienen los estudiantes del objeto matemático tanto por ciento y su utilidad en la vida diaria y en su contexto particular; al igual que estimular un acercamiento al objeto matemático mediante la comunicación y participación de los estudiantes en el trabajo grupal, a través de problemas contextualizados que involucran el concepto de ahorro, en los que se espera que el estudiante interprete y use distintas estrategias para resolver y calcular porcentajes.

El segundo, construir el concepto de porcentaje e identificar sus representaciones a través de tareas en las que los estudiantes, trabajando en un primer momento de forma individual y luego en grupo discuten, formulan hipótesis, plantean posibles soluciones a la actividad y, además, se generan preguntas y cuestionamientos lo que, retomando a Delia Lerner (1999), permite la construcción progresiva del conocimiento matemático. Incluye situaciones problema de mayor complejidad que involucran conceptos de educación financiera como son impuestos y descuentos, y en la que se espera los estudiantes identifique y usen correctamente las distintas representaciones del porcentaje: fracción, proporción y operador decimal, e igualmente calculen porcentaje menores o mayores al 100%

El tercero, en el que se presentan problemas de aplicación del objeto matemático porcentaje en situaciones financieras cotidianas en las que los estudiantes, tanto en forma individual como grupal, analiza, propone y comprueba soluciones acudiendo a diferentes representaciones del objeto matemático porcentaje y al objeto matemático proporcionalidad

directa. Finalmente, el saber aprendido se formaliza a través de los aportes y discusiones entre estudiante – estudiante y estudiante – profesor.

2. Estructura de la secuencia didáctica

El trabajo en el aula no puede ser producto de la improvisación, de ahí que los procesos de enseñanza y aprendizaje deban ser programados y producto de una seria y bien pensada planeación. Lo que implica el planteamiento de objetivos, contenidos, actividades a desarrollar, mecanismos de evaluación y recursos, es por esto que la secuencia planteada se configura a partir de una serie de elementos que se piensan favorecen la consecución de los objetivos propuestos. El esquema que se presenta a continuación muestra los elementos que conforman la secuencia didáctica propuesta en esta investigación.

Título. Se indica el contenido o nombre de la unidad a trabajar
Objetivo General. Se plantean el objetivo que describe concretamente lo que se espera evidencien los estudiantes al término de la secuencia.
Estructura conceptual. Se detallan los contenidos de aprendizaje sobre los cuales se va a trabajar durante el desarrollo de la secuencia didáctica.
Procesos matemáticos abordados. Se especifican los procesos que se van a favorecer en el desarrollo de las actividades propuestas en la secuencia y del pensamiento matemático.
Estándares: Se detallan los estándares que abarcan los procesos y contenidos aprendizaje y que se relacionan con el pensamiento matemático a movilizar.

Actividades. Se establece la secuencia teniendo en cuenta que las actividades estén relacionadas y que se ajuste a las necesidades de los estudiantes. Para cada actividad, se plantean:

Objetivos de aprendizaje

Situación.

Apertura:

Trabajo individual

Trabajo grupal

Trabajo en casa

Cierre

Conceptos y procedimientos implicados

Recursos

Criterios de evaluación

Este esquema permite trabajar de forma transversal los procesos de interpretación, razonamiento, representación y comunicación a partir de situaciones problema que permitan movilizar el pensamiento numérico - variacional, en las que los estudiantes logren dar sentido y significado a los conceptos. Incluyen tanto un trabajo individual, en el que el alumno se enfrenta al problema con sus saberes previos, como un trabajo grupal en el que puede compartir y validar conocimientos, expresando libremente sus ideas y opiniones de forma oral y escrita. Al mismo tiempo incluye un trabajo en casa de forma que puedan reforzar y ampliar lo trabajado en clase.

3. Categorías de análisis

Para el análisis e interpretación de resultados se tendrá en cuenta la siguiente rejilla

Competencia	Pensamientos	Categorías	Procesos matemáticos	Indicador
				Trabajo individual
Pensamiento matemático	Pensamiento numérico variacional	Ejecución de algoritmos y procedimientos	Razonar Interpretar	Interpreta y expresa relaciones entre las cantidades que intervienen en la situación problema
		Resolución problemas	Representar	Aplica conocimientos matemáticos en la solución de la situación problema.
		Comprensión del concepto	Comunicar	Expresa de forma verbal y escrita los razonamientos y procedimientos usados.
				Relaciona cantidades y enlaza conceptos matemáticos.
				Trabajo grupal
				Justifica y argumenta ante el grupo los procedimientos usados

				y los resultados obtenidos con claridad
				Comparte y discute ideas y procedimientos con los integrantes del grupo, con el profesor y en general con la clase.
				Expone los resultados obtenidos, con argumentos claros y precisos usando diferentes representaciones (verbal o escrita).

Tabla 3. Categorías de análisis e interpretación de resultados

El desarrollo del pensamiento numérico resulta fundamental para el desenvolvimiento en la vida diaria, constantemente las personas se ven abocadas a aplicar los números y sus operaciones tanto en los asuntos personales como familiares y laborales. Pero este pensamiento no se limita simplemente al uso de los números y sus operaciones, sino que abarca otros aspectos, como lo expresa McIntosh (1992) citado en los Lineamientos Curriculares (1998):

“...el pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta

comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones”.

El pensamiento numérico involucra además de una comprensión de los números, las operaciones y sus relaciones, la concerniente con las diferentes maneras de representarlos e interpretarlos. (MEN, 1998). Además, el pensamiento numérico tiene elementos que permiten integrarlo con los otros pensamientos, en particular con el pensamiento variacional. Lo que se evidencia en la identificación de regularidades y la identificación de términos constantes y variables.

Desarrollar pensamiento numérico involucra al mismo tiempo el desarrollo del pensamiento relacional, el pensamiento cuantitativo y especialmente el sentido numérico. Este último envuelve a los dos anteriores, e implica una comprensión profunda de los números, su naturaleza, operaciones y relaciones que se pueden realizar entre ellos. (Castro E. , 2008).

Con base en lo anteriormente expuesto se describen a continuación cada una de las categorías a tener en cuenta para el análisis de los resultados.

1. Ejecución de algoritmos y procedimientos

Un procedimiento es un conjunto ordenado de acciones con una finalidad precisa, su realización involucra el uso de métodos y estrategias tanto mentales como físicas. Involucra claridad en cuanto a los cálculos a realizar y las soluciones obtenidas. Tomar conciencia de las diversas estrategias para resolver un problema y escoger de forma razonada la que se considere más fácil y pertinente

2. Comprensión de conceptos

Acciones relacionadas con el desarrollo del pensamiento numérico- variacional son el entendimiento del uso de los números, operaciones, relaciones y sus distintas representaciones. De ahí que la comprensión de los conceptos que allí están involucrados sea fundamental en el

desarrollo del pensamiento numérico - variacional. La comprensión de conceptos implica su aplicación y las relaciones que se pueden establecer entre estos. Lo que es posible lograr a través de la asociación, de las diferentes representaciones (gráfica, verbal, escrita...) que el estudiante elabora y de su aplicación en la solución de ejercicios y problemas. (Monge Padilla, 2002). Según Duval citado por (Macairo Vives & Aymerich, 2006) para lograr la comprensión matemática es necesario el uso de diferentes representaciones “las representaciones semióticas son producciones constituidas por el uso de signos que pertenecen a un sistema de representación, que tiene sus propias restricciones de significado y función”. Para Duval más que hablar de conceptos se habla de objetos cuya comprensión involucra una dupla conformada signo – objeto, de ahí que el estudiante en su aprendizaje además de apropiarse de una variedad de representaciones debe estar en capacidad de transformar una representación en otra. (Duval, 2004), usando la representación más adecuada y reconociendo el objeto en diversos contextos.

3. Resolución de problemas:

En el pensamiento numérico – variacional cobra importancia el uso de los números, operaciones y la identificación de términos variables y constantes en la resolución de problemas, no basta con dar solución al problema planteado es fundamental que el estudiante identifique la coherencia o no de los cálculos realizados y las soluciones obtenidas acorde con el contexto del problema. Soluciones con sentido y que obedezcan a determinada lógica. El estudiante debe estar en capacidad de interpretar tanto lo que el problema pide y los conceptos que involucra, así como las soluciones que él da al mismo. A medida que va comprendiendo el problema el uso de representaciones e interpretaciones va evolucionando, y los razonamientos usados son justificados con mayor claridad y precisión desde la matemática.

“En la resolución de problemas varios niveles y tipos de respuesta casi siempre son posibles (donde una es la mejor dependiendo del propósito y circunstancias), y los estudiantes mismos deben ser capaces de juzgar el valor relativo o formas de conocer que debe ir más allá de la forma inicial de pensar el problema” (Lesh & Doerr, 2003)

3. Implementación de la secuencia didáctica.

La secuencia plantea tres actividades cada con dos situaciones problemas que involucran un trabajo individual y otro colaborativo, en contexto significativos para el estudiante y relacionadas con conceptos financieros, haciendo énfasis en las interpretaciones, razonamientos, justificaciones y representaciones usadas en la solución de dichas situaciones a través de los registros escritos y verbales tanto en el trabajo individual como grupal. Cada situación consta de una apertura, desarrollo, socialización y cierre. En la socialización se da espacio para justificar los procedimientos y cálculos realizados individualmente ante el grupo, y después ante la clase en general.

Durante la implementación de la secuencia se observa el desempeño de los estudiantes y se acude a la descripción y análisis de las estrategias de resolución empleadas para dar solución a las situaciones propuestas, a través de tres ejes principales que involucran trasversalmente los procesos interpretar, razonar, representar y comunicar.

1. Ejecución de algoritmos y procedimientos

En la actividad 1, situación 1.1. Un gran número de estudiantes identifica la cantidad de personas con el porcentaje correspondiente, aunque no realizan el cálculo para determinar el número de personas, y se limitan a escribir el valor porcentual. No obstante, reconocen el total como el 100%.

1. Si tenemos un 100% de personas, solo el 39% no ahorran, el otro 61% si ahorran.
El porcentaje es alto, por ende la cantidad de personas también.

Figura 10. Procedimiento realizado por el E35 en la situación 1.1.a

Ya en el trabajo en grupo continúan dando el mismo tipo de respuesta, aunque pasan a justificar su elección en forma más detallada. El grupo nueve (G9), al que pertenece el estudiante E35, resuelve y justicia el ítem a como sigue:

Situación 1.1

A. Si, Porque el 39% de los colombianos no ahorran y de la mayoría de los que si lo hacen osea que es 61%, Porque si sumamos $39 + 61$ es igual a 100, es 100 porque 100 son todo lo que le corresponde.

$$\begin{array}{r} 39 \\ + 61 \\ \hline 100 \end{array}$$

Figura 11. Procedimiento realizado por el G 9 en la situación 1.1.a

Como muestra la figura el grupo comunica de forma escrita sus razonamientos clara y ordenadamente, detallando los procedimientos realizados.

En la A1 S1.1.a el G2 después de socializar el trabajo individual acuerdan el procedimiento que consideran deben tener en cuenta, es así como realizan una división y luego multiplican, calculando así correctamente el número de personas correspondiente al porcentaje pedido:

$$\begin{array}{r} 5\ 000 \mid 100 \\ \quad \quad \quad | 50 \\ \quad \quad \quad 00 \quad | 50 \\ \quad \quad \quad 0 \end{array} \quad 50 \cdot 61 = 3.050 \\ \text{R/! Aproximadamente 3.050 ahorran}$$

Figura 12. Procedimiento realizado por el G 2 en la situación 1.1.a

Por ser uno de los dos grupos que lograron dar una respuesta completa y acertada al ítem a, se pasa a preguntar por el procedimiento usado:

Profesor: ¿Por qué hacen esa división?

E3: Para hallar el uno por ciento

Profesor: ¿Cómo sabes que esa cantidad equivale al uno por ciento?

E29: porque el cien por ciento es el total que corresponde a 5000

E23: y con la división da el uno por ciento que es 50

E 29: usando 5000 es a 100 como 50 es a 1

Como se observa entre los integrantes del grupo se evidencia la conexión de ideas con los saberes previamente estudiados y la disposición para justificar el procedimiento usado, al igual que el uso acertado de la división.

En la situación 1.2. El grupo G6 hace uso de razones y proporciones y utilizan el teorema fundamental de las proporciones, sin embargo hacen mal uso de la igualdad, al pedir la explicación del procedimiento usado el grupo afirma que hay proporciones porque el producto da el mismo valor lo que expresan como una razón.

Situación 1.2 (trabajo grupal)

Duda:

1. d) Comp. hallar el % de los 600 estudiantes que ahorraron, si sabemos que 25 de cada 100 estudiantes los que ahorraron?

$$A. \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = \frac{100}{400}$$

$$B. \frac{1}{4} = 0,25$$

$$C. \frac{25}{100} \begin{array}{l} \nearrow 25 \cdot 100 \\ \swarrow 1/4 \\ 0,25 \end{array}$$

$$D. Si, daria 0,25$$

$$E. Si, daria 25\%$$

$$F. \frac{75}{100} = \frac{15}{20} = \frac{1500}{2000}$$

$$G. \frac{15}{20}$$

$$H. \frac{NF}{TP} = \frac{75}{100} = 0,75$$

$$\frac{TP}{NF} = \frac{100}{75} = 1,333$$

Figura 13. Procedimiento realizado por el G 6 en la situación 2.1

En los ítems k y l de la situación 2.1. Cinco (5) de los trece (13) grupos usan algoritmos y procedimientos que no obedecen a la determinación del porcentaje, pese a que ya en los primeros ítems se habían determinado los porcentajes y se habían representados de diferentes formas. Al revisar el trabajo individual nuevamente se evidencia el mismo hecho. Se evidencia dificultades en la interpretación y razonamiento de la situación.

K -

$\begin{array}{r} 150 \\ 300 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 100 \\ 1.5 \\ \hline 1.5 \end{array}$
---	---

$$\begin{array}{r} 100 \\ 15 \\ \hline 500 \\ 100 \\ \hline 1500 \end{array}$$

$$\frac{600}{100} = x$$

$$\frac{1500}{100} = x$$

$$\frac{300}{20} = x$$

$$\frac{150}{10} = x$$

$$15\% = x$$

L -

$\begin{array}{r} 450 \\ 500 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 100 \\ 4.5 \\ \hline \end{array}$
---	---

$$\begin{array}{r} 100 \\ 45 \\ \hline 500 \\ 400 \\ \hline 4500 \end{array}$$

$$\frac{600}{100} = \frac{x}{45}$$

$$\frac{11500}{100} = x$$

$$\frac{900}{20} = x$$

$$\frac{450}{70} = x$$

$$45\% = x$$

Figura 14. Procedimiento realizado por el G 3 en la situación 2.1.

Entre las estrategias usadas por los estudiantes se evidencia el intento por determinar el 1%, por lo que toman el 100% como 450 o 150 según el caso, lo que implica dificultades en la noción parte todo del porcentaje. No hay claridad y veracidad en las operaciones que se deben realizar. Como lo expresa Mendoza & Block (2010) “Los episodios anteriores dejan ver que la identidad entre el total y el 100% puede ser difícil de construir”.

Por otra parte, el grupo G2 en la actividad 2 situación 2.1 (A2. S2.1.), además de realizar los procedimientos los describen, recurren a la resta, multiplicación, división y establecen igualdad entre razones para los porcentajes.

Actividad 2.

1 $\frac{579.900}{100} = 5799$ y el descuento en pesos al comprar el celular en el centro comercial N es de 156.573

2 al 100% corresponde el precio del celular antes del descuento

$$\begin{array}{r} 579.900 \\ -156.573 \\ \hline 423,327 \end{array}$$

$$\frac{579900}{100} = \frac{156.573}{27} = \frac{423,327}{73}$$

1 se resta 156.573 que es el 27% con el 100% que es 579.900
 2 hayo el valor desconocido que es el porcentaje del resultado de la resta
 3) el precio con el descuento es $423,327$ pesos y su porcentaje 73%.

d) $\frac{599.900}{100} = 5999$ y el descuento en el centro comercial K es de $209,965$

Figura 15. Procedimiento realizado por el G 2 en la situación 2.1.

Se observa que calculan fácilmente el porcentaje de una cantidad y hallan el precio después de aplicar el porcentaje correspondiente al descuento, situación que se privilegia tanto en los problemas y ejercicios que se plantean en la escuela como en la vida cotidiana. En cambio, presentan serias dificultades al calcular el porcentaje de una cantidad cuando conocen

la nueva cantidad calculada después de aplicar el porcentaje, pese a que logran identificar el valor total como el 125%. Como lo refiere Corinne Hahn "De hecho, muchos de ellos calculan sistemáticamente el precio después de aplicar el porcentaje, sea cual sea la pregunta. El "reflejo", que hemos denominado "reflejo del precio neto" parece inducirse prácticas escolares tales como las prácticas profesionales. En la escuela, como en la tienda, el cálculo del precio después de la aplicación de un porcentaje es privilegiada". (Hahn, 1999).

Un punto		
Código	Descripción	Valor
25841	Sofá cama	285.000
Subtotal		285.000
Iva (16%)		60.800
Costo Envío (9%)		34.200
Total		380.000

Desarrollo

Iva $\frac{380.000}{100} \cdot 16 = 60.800$

Costo de envío $\frac{380.000}{100} \cdot 9 = 34.200$

$$\begin{array}{r} 60.800 \\ + 34.200 \\ \hline 95.000 \\ - 380.000 \\ \hline 285.000 \end{array}$$

Si el Porcentaje del Valor es 125% ya que se suma el IVA 16% mas el 9% y el 285.000 que equivale al 100%

Figura 16. Procedimiento realizado por el G 12 en la situación 3.2.

2. Comprensión de conceptos

Aunque todos los estudiantes consideran importante ahorrar, solamente el 46% respondió que lo hacen, el otro 54% argumenta que no le alcanza la mesada que les dan para los gastos que tienen, entre ellos fotocopias, cartulina e implementos para los trabajos del colegio.

- g)
- f) Si, ya que en un momento dадel ese dinero que tenemos ahorrado durante cierto tiempo nos puede servir para alguna circunstancia o inversión que queramos hacer.
- g) Nada ya que casi no me gustas ahorrar, pero si lo llegara a hacer ahorraria la mitad que median que son 200 pesos diarios.
- h) al 50%, ya que si tomamos los 2000 como el 100% ya es ahorrar la mitad y pues lógicamente la mitad del 100% es 50%.

Figura 17 Procedimiento realizado por el E9 en la situación 1.1.f, g, h.

Se evidencia una idea del concepto de ahorro y su relación con el objeto matemático porcentaje. Además, del uso de porcentajes que les son familiares como el 50%, que identifican y calculan fácilmente y no reviste mayor dificultad. Sin embargo, otros porcentajes como el del 58% pedido en el ítem c, evidencia un alto grado de dificultad. En este ítem la mayoría de los estudiantes, tanto en el trabajo individual como el grupal, no logran dar una respuesta correcta y los procedimientos usados se alejan del concepto de porcentaje.

El G7 recurre a dos sistemas de representación diferentes (aritmético y tabular), para resolver los ítems c y d, producto de la socialización del trabajo individual.

c) $\frac{5000}{100} \times 58 = 2900$

$$\begin{array}{r} 50 \\ \times 58 \\ \hline 400 \\ 250 \\ \hline 2900 \end{array}$$

R.H: $2900 = 58\%$

d) Vd. Porcentaje $\times 100 = 2900$

Vd. Personas $\times 50 = 250$

$50\% + 8\% = 2900 (58\%)$

Figura 18. Procedimiento realizado por el G 7 en la situación 1.1.c, d.

El estudiante E36, es quien socializa al grupo el procedimiento y la representación usada en el ítem d.

Profesor: *Por favor me explicas lo que hiciste en este punto*

E36: *como se pide otro método, yo use lo que vimos de proporcionalidad.*

Profesor: *¿Cómo así?*

E36: *Pues identifique variable dependiente y variable independiente*

E4: *y fue llenando... proporcional*

E36: *Si sacando mitad varias veces*

Profesor: *y entonces como llegaste al 58%*

E36: *Pues sumando*

Se observa que los estudiantes a partir de las situaciones propuestas establecen relaciones entre los conceptos matemáticos a través de los procesos de interpretación, razonamiento, comunicación y representación.

La situación 1.2 se relaciona directamente con conceptos de uso familiar y cotidiano para los estudiantes, lo que produjo que los estudiantes interpretaran rápidamente lo que allí se pedía, la mayoría expresa correctamente la razón e inclusive pasan a determinar la fracción y el decimal correspondiente haciendo uso de la simplificación y del algoritmo de la división, sin embargo, en algunos casos es notable la usencia de justificaciones a las operaciones realizadas.

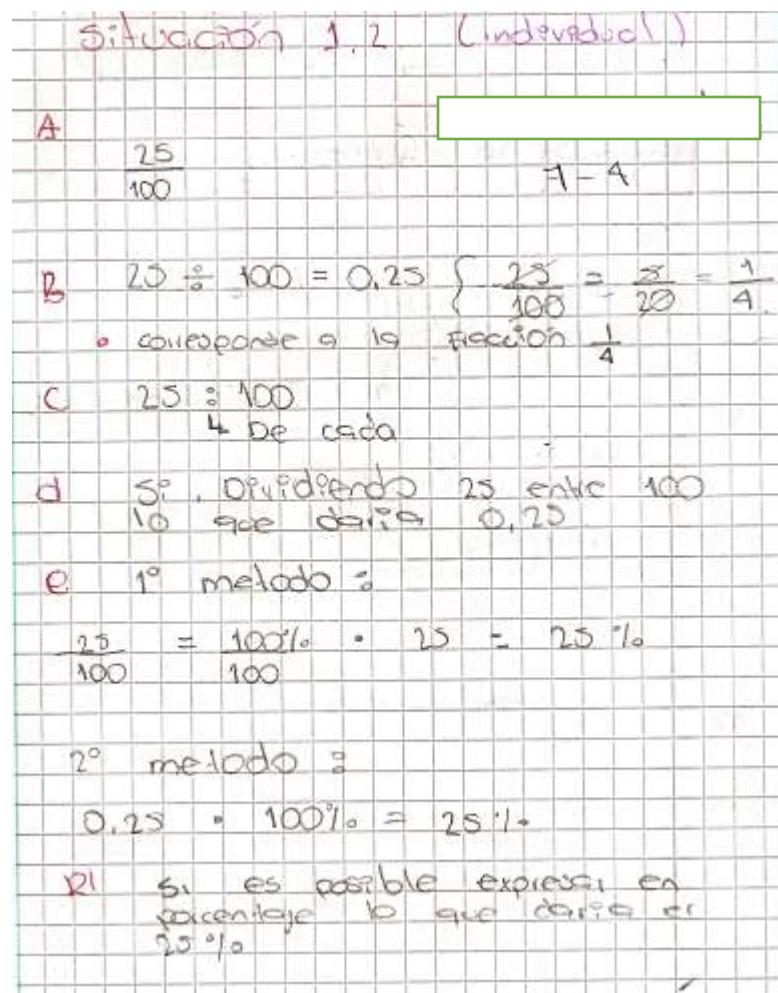


Figura 19. Procedimiento realizado por el E8 en la situación 1.2

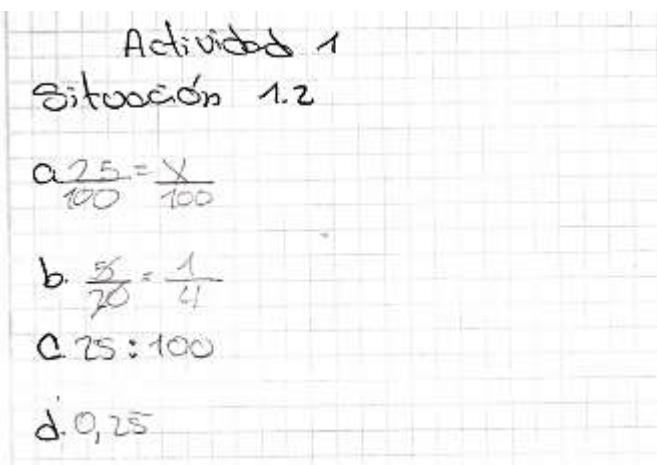


Figura 20. Procedimiento realizado por el E 20 en la situación 1.2.

Los estudiantes hacen uso de las proporciones y de la simplificación para dar solución a la situación, estableciendo la relación entre fracción, proporciones y número decimal en el trabajo con porcentajes. A partir de lo anterior aparece el concepto de porcentaje como razón expresada mediante dos cantidades y el uso de las fracciones como razones. (Mendoza & Block, 2010)

Los grupos, G6 y G7, después de discutir y negociar los procedimientos usados. Plantean las soluciones que se describen a continuación: El grupo seis (G6), usa como segundo método la propiedad fundamental de las proporciones, estableciendo y resolviendo la ecuación a través de la propiedad uniforme. Además, se evidencia el intento por dejar en claro los procedimientos usados, explicando los pasos seguidos en los dos métodos usados. Sin embargo, se contradicen en el concepto que dan del porcentaje.

c) $5000 / 100 = 50 \quad 50 \cdot 58 = 2900$

R/ Porque al dividir 5000 por el porcentaje total (100%) da el cuarto equivalente $\frac{1}{4}$ y al multiplicarlo ese $\frac{1}{4}$ (50) por las personas con presupuesto (58%) da la cantidad de personas que tienen presupuesto de las 5000

d) $\frac{5000}{100} = \frac{X}{58}$

$\frac{290000}{100} = X$

$2900 = X$

R/ la hacerlo en fracción/cociente es más fácil llevar los valores

$58/100 = 0,58$

$0,58 \cdot 5000 = 2900$

R/ Un porcentaje es cuando un valor lo multiplica por 100 pero en este caso se hace a la inversa es decir dividir por 100 y con ese valor se multiplicará con la cantidad de personas encuestadas (5000)

Figura 21. Procedimiento realizado por el G6 en la situación 1.1.c, d.

En la situación 1.2, doce de los trece grupos establecen relaciones entre las operaciones aritméticas, interpretando el porcentaje como una parte del total o calculando porcentaje a través de la igualdad de razones, proporciones.

<p>Situación 1.2 (Trabajo Grupal)</p> <p>Duda:</p> <p>1. d) Compara hallar el $\frac{25}{100}$ de los 600 estudiantes que ahorran, si sabemos que 25 de cada 100 estudiantes los que ahorran?</p> <p>A. $\frac{25}{100} = \frac{1}{4} = \frac{100}{400}$</p> <p>B. $\frac{1}{4} = 0,25$</p> <p>C.</p> <p>D. Si, daria 0,25</p> <p>E. Si, daria 25%</p> <p>F. $\frac{75}{100} = \frac{15}{20} = \frac{1500}{2000}$</p> <p>G. $\frac{15}{20}$</p> <p>H. $\frac{NF}{TP} = \frac{75}{100} = 0,75$</p> <p>$\frac{TP}{NF} = \frac{100}{75} = 1,33\bar{3}$</p>	<p>Situación 2.1</p> <p>Solución:</p> <p>a. $579900 \begin{array}{r} 100 \\ 799 \\ 990 \\ 900 \\ 0 \end{array} \begin{array}{l} 5799 \rightarrow 1\% \\ \hline 40593 \\ \hline 11598x \end{array} \begin{array}{r} 5799 \\ 27 \\ \hline 156573 \end{array}$</p> <p>$5799 \cdot 27 = 156.573$</p> <p>R/ El descuento es igual a ₡ 156.573</p> <p>b- El porcentaje al que corresponde el precio antes del descuento es igual al 73%</p> <p>c. $\begin{array}{r} 100 \\ - 27 \\ \hline 73 \end{array} \begin{array}{l} R/ El precio final del celular \\ \text{Corresponde a el } 73\%. \end{array}$</p> <p>d. $599900 \begin{array}{r} 100 \\ 0 \\ 5999 \end{array} \begin{array}{l} \rightarrow 1\% \\ \hline 29995 \\ \hline 17995 \\ \hline 209965 \end{array} \begin{array}{r} 5999 \\ 35 \\ \hline 209965 \end{array}$</p> <p>$5999 \cdot 35 = 209965$</p>
---	---

Figura 22. Procedimiento realizado por los grupos G 1y G3 en la situación 2.1.

También hacen uso de la amplificación para determinar el porcentaje correspondiente al descuento realizado. Se observa comprensión a partir de la interpretación de la información que se les da, así como la que se pide. Además, logran expresar los elementos que identifican en la situación y manejan términos como amplificación, multiplicación, división, descuento, e identifican el total como el 100%, al momento de justificar los procedimientos usados. Por otro lado, se evidencia el reconocimiento de las diversas representaciones del porcentaje como razón, fracción, y número decimal

En la actividad tres, situación 3.1. 10 de los trece grupos logra realizar los cálculos e identificar el porcentaje total después de aplicar el impuesto y el gasto de envío.

E IVA $\frac{250.000 \cdot 16}{100} = 40.000$
 Costo del envío $\frac{250.000 \cdot 9}{100} = 22.500$
 El equivalente al 125% porque se suma el IVA
 mas el costo del envío y el porcentaje
 de la silla que es el 100%
 Se puede decir que la silla
 costaba \$250.000 pero con el IVA y el
 costo del envío costaría mas y daría un total
 de \$322.500
 A. $\frac{320.000 \cdot 16}{100} = 60.800$ } IVA
 $\frac{320.000 \cdot 9}{100} = 34.200$ } Costo del envío

Figura 23. Procedimiento realizado por los grupos G 1 en la situación 3.1 y 3.2.

Sin embargo, al pasar a la situación 3.2 en la que se da el total y se pide hallar el valor de la compra antes de aplicar el impuesto y el pago por envío ninguno de los grupos logra identificar los cálculos necesarios para hallar correctamente los valores pedidos. Los estudiantes toman como el 100% el valor final y es sobre este valor que calculan los porcentajes, sin tener en cuenta que en los ítems anteriores se tenía que este valor representaba el 125%. Lo que evidencia dificultades en el tratamiento y comprensión de porcentajes mayores que el 100%.

3. Resolución de problemas

En el primer momento, el 68% de los estudiantes logran identificar la información necesaria para dar respuesta a la primera pregunta formulada en la A.1S1.1. Sin embargo, el 32% no lo hacen y recurren en primera instancia a preguntar al docente, quien los anima a hacer una

segunda lectura, lo que indica la falta de una lectura comprensiva y dificultades al momento de interpretar el enunciado propuesto. La figura 1 muestra lo que responde el estudiante treinta y cuatro (E34) al ítem a:

- a. ¿Cuál cantidad de personas que ahorra es alta?
- R// No, porque es una cantidad mínima de cada persona que ahorra. No las personas de ahorrar porque lo desistan en cosas que no importa
- b. R// de perder el presupuesto que tarda cada persona podría ser el estrato que a veces pierde por el estrato no se rebaja para guardarlo

Figura 24. Procedimiento realizado por el E34 en la situación 1.1.a

En la estrategia propuesta por el estudiante se nota que no hay una comprensión del problema a resolver, en sus justificaciones el estudiante hace uso de información ajena a la planteada en el problema y recurre a los saberes que posee de su contexto y realidad inmediata.

El estudiante E18 pregunta por qué hay que hallar el número de personas que tienen un presupuesto si ya dice que es el 58%. Se aclara que la pregunta se refiere a la cantidad de personas que representan dicho porcentaje. El estudiante no logra interpretar el enunciado del problema ni los cálculos necesarios para hallar la solución.

Por otro lado, el estudiante E36, además de identificar las variables las relaciona con lo que conoce de proporcionalidad directa, haciendo uso de la simplificación e identificando 5000 como el 100%. Su razonamiento lo explica a los compañeros quienes lo comprenden y asumen.

Es de notar el procedimiento presentado por el grupo ocho (G8), quienes en el ítem c, dividen entre cuatro:

$C. 5000 \div 4 = 1250$
 | / \ |
 Colombia Perú Bolivia
 |
 Ecuador

R1) El número de Colombianos que tienen un presupuesto son 1250.

D $\frac{5000}{1} : \frac{4}{1} = \frac{1250}{1} = 1250$

R1) Lo que hicimos fue dividir en forma de fracción de manera que diera el mismo resultado.

Figura 25. Procedimiento realizado por el G8 en la situación 1.1.c, d.

De lo anterior queda claro que el ítem c se presta para varias interpretaciones, lo que se evidencia en la discusión y conclusión a la que llega el G8.

E16: Usted que dijo, ¿cómo lo hizo?

E24: Yo primero halle valor conocido y valor desconocido. El valor conocido es 5000 personas encuestadas. El valor desconocido sería el número de colombianos que tiene un presupuesto. Lo divide y me dio mil doscientos cincuenta. Entonces el número de colombianos que tiene un presupuesto es mil doscientos cincuenta.

E16: ¿Y entre cuánto lo dividió?

E24: Lo divide entre cuatro

E16: Y ¿por qué?

E24: porque Espera. Vayan diciendo entre ustedes mientras yo me acuerdo.

E16: Yo, cinco mil lo divide entre cincuenta y ocho, ya que este es el número de hogares colombianos que tiene un presupuesto. Entonces cinco mil lo divide entre 58 que me dio ochenta y seis coma dos y más números de seguido, entonces dije que aproximadamente 86 personas de las encuestadas tienen un presupuesto.

E25: Yo hice eso, también la división, pero daba cero, coma cero, cero algo, no daba lo que usted dice.

E24: Ya me acorde porque puse cuatro, porque aquí dice las personas que se...se encuestaron, y encuestaron a Colombia, Ecuador, Perú y Bolivia y son cuatro países. Entonces dividí las cinco mil personas encuestadas de esos países y son cuatro.

E16: Y como dice la pregunta, otra vez: Si tomamos como cinco mil el número de personas encuestadas, ¿cuál es aproximadamente el número de colombianos que tiene un presupuesto? Ummm. Si es esa, es esa la que Usted tiene.

E25: Si, ya sé en qué me equivoque

E16: Ahhhh vio. Entonces cinco mil dividido entre ¿cuánto?

E25: Cuatro, es igual

E16: No. Y entonces estos cuatro son uno, dos, tres, cuatro. ¿Cuáles son esos cuatro países?

E25: Perú, Colombia

E16: Ajá

E24: Ecuador

E16: Si??

E24: Perú, Bolivia.

El grupo no termina el problema y pasan por alto la pregunta principal, se quedan con una parte de la información y no pasan a validar su respuesta. Sin embargo, es interesante que el grupo ocho (G8), expresa tanto verbal como por escrito el razonamiento y proceso matemático usado, discuten, negocian y llegan a una única respuesta. Se identifica el estudiante (E16) como quien dirige la discusión, contando con la participación activa de todos los integrantes y comunicando claramente sus ideas, sin embargo, es el estudiante veinticuatro (E24) quien

finalmente convence al grupo de la solución a tomar en consideración. Como lo expresa Sfard, la comunicación tiene como intención hacer que el otro piense, actúe o sienta de acuerdo con ciertos propósitos. (2007, pág. 181).

En la situación 1.2. Se observa que los estudiantes logran establecer relaciones entre los números e identificar la información necesaria para dar solución a la situación. Se evidencia planificación y claridad en las soluciones a los interrogantes planteados, además, no se limitan a describir los procedimientos, sino que los realizan matemáticamente, lo que deja ver el uso de estrategias en correspondencia con lo propuesto Polya. Sin embargo, en varios grupos concretamente cinco de los trece grupos, se presentan dificultades al relacionar las soluciones obtenidas con otras cuestiones que se les presentan a lo largo de la situación, lo que muestra la falta de razonamiento y validación de los resultados obtenidos.

Es así como se observa que el estudiante E27 hace uso de la representación tabular relacionando el número de estudiante que ahorran con el total correctamente. Este razonamiento lo comparte con el grupo G12, y es esa solución la que el grupo toma como propia. No obstante, se presenta errores para determinar los porcentajes correspondiente pues no se establece relación entre las soluciones ya argumentadas y las obtenidas en la última parte.

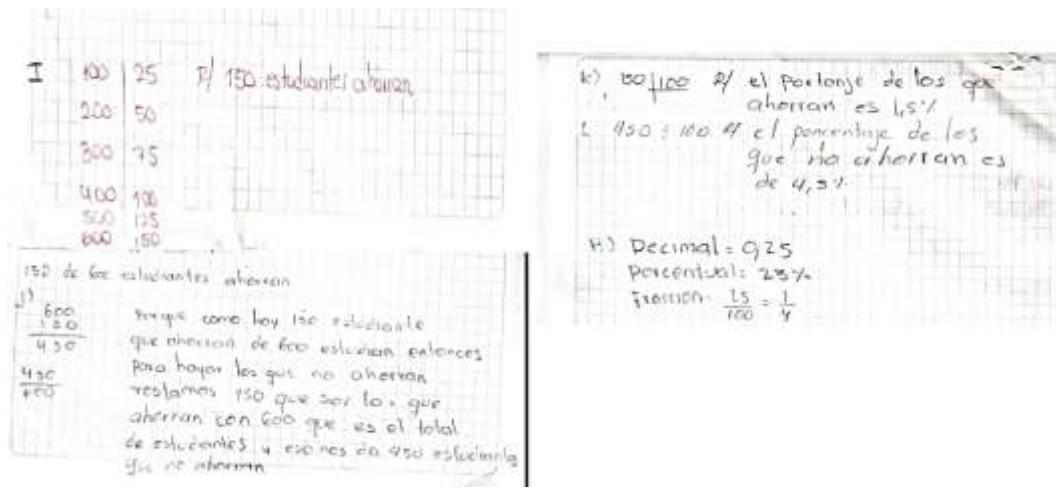


Figura 26. Procedimiento realizado por el G12 en la situación 1.2. i-l

En la situación 2.2 se observa en los estudiantes comprensión del problema y el uso acertado de algoritmos, además de un refinamiento en los pasos a seguir para dar solución a la situación planteada. Sin embargo, la verificación de los resultados se deja por fuera, al igual que dejan de resolver los puntos que carecen de información sin tratar de buscar medios alternativos para su solución.

1- Precio Normal \$ 31.900
 Precio con descuento \$ 22.330

$$\frac{31.900}{100} = \frac{95\%}{x} = \frac{31.900}{22.330}$$

$$95\% = \frac{22.330}{31.900} = 70\%$$

RH El 30% de 31.900 es de 9.570

2- Precio Normal: 28.800
 Precio con descuento 18.720

$$\frac{28.800}{100} = \frac{10\%}{x} = \frac{28.800}{18.720}$$

$$10\% = \frac{18.720}{28.800} = 35\%$$

RH El 35% de 28.800 es de 10.080

Producto	Precio Normal	Porcentaje de descuento	Ahorro	Precio con descuento	Porcentaje de precio con descuento
Ariel	31.900	30%	9.570	22.330	70%
Lava mate	19.800	35%	10.080	10.720	60%
Lácteos	34.900	20%	10.490	24.410	70%
Zelam blanca	11.000	25%	2.750	8.250	75%
	0	20%	0	0	0

No tiene precios

Figura 27. Procedimiento realizado por el G1 en la situación 2.2

Los estudiantes siguen la mayoría de las estrategias propuestas por Polya (1965) en la resolución de problemas, que involucran la comprensión del problema, el diseño de un plan, la ejecución del problema, pero dejan de lado lo relacionado con la revisión de la solución.

Se observa en la Actividad 3 situación 3.1. Comprensión del problema, identifican variables lo que se ve reflejado en comentarios referentes a los gastos de envío, en los que expresan que este valor no puede ser fijo y que depende del valor de los productos. Los estudiantes realizan cálculos aplicando algoritmos apropiados e interpretan los resultados. Se

evidencia en las discusiones y negociaciones en grupo que los estudiantes se identifican con la actividad pues refleja situaciones a las que alguna vez se han enfrentado en su vida diaria, lo que permite que den sentido a la matemática, en correlación con lo expresado por Dewey las situaciones planteadas en el aula deben estar relacionada con las experiencias y vivencias del estudiante, con esos momentos en que la matemática es indispensable para desenvolverse y tomar decisiones.

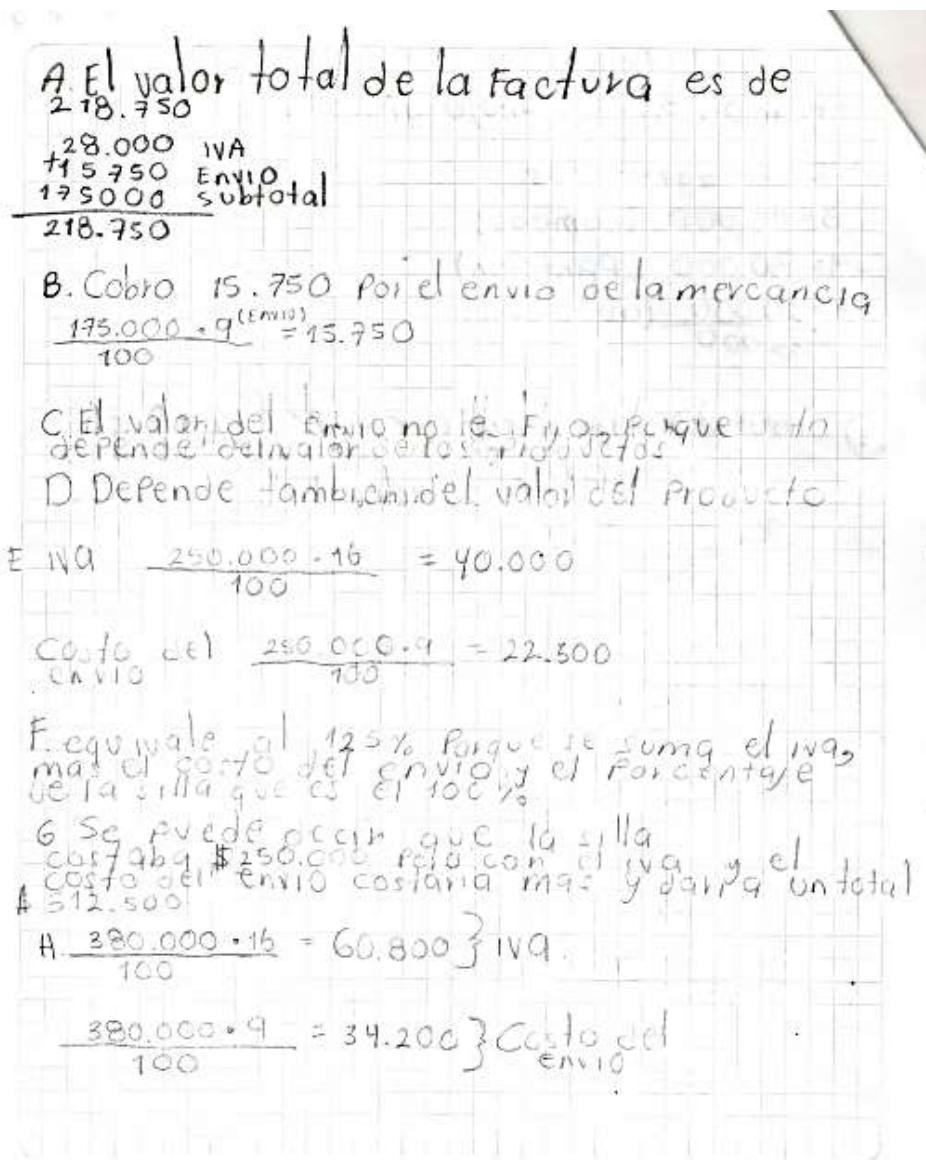


Figura 28. Procedimiento realizado por el G6 en la situación 3.1. y 3.2.

Finalmente, al cierre de cada situación un integrante de cada uno de los diferentes grupos expone los resultados, justifica los procedimientos usados y las conclusiones a las que llegaron. En cada exposición los estudiantes están atentos y participan, igualmente la docente interviene aclarando aquellos puntos en los que las explicaciones dadas por los estudiantes no son muy claras para el resto del grupo, así la clase de matemática permite compartir y desarrollar significado matemático a través de la comunicación entre profesor – estudiante y entre estudiante – estudiante, conformando una comunidad de aprendizaje. (Bishpo, 2005)

4. Evaluación de la implementación de la secuencia

Teniendo presente la evaluación como un proceso integral, que abarca no solo a los estudiantes sino al docente, junto a los procesos de planeación, desarrollo y reflexión al término de cada clase o sesión de trabajo, se plantean cuatro aspectos que permitan valorar la secuencia realizada y los aprendizajes en torno al desarrollo del pensamiento numérico variacional con el objeto matemático porcentaje. Lo que se logra mediante el análisis de los registros orales y escritos de los estudiantes durante el desarrollo de la secuencia y la entrevista escrita que recoge el sentir de los estudiantes con respecto a la secuencia desarrollada.

Los aspectos que se plantean para la evaluación de la implementación de la secuencia abarcan lo relacionado con el trabajo en clase en grupos colaborativos, la evaluación de aprendizajes y los recursos educativos disponibles, junto con la reflexión de la práctica docente en términos propuesto por Perrenaud (2007). Todo lo anterior con miras a mejorar y tener una perspectiva más amplia de los estudiantes, su aprendizaje y la pertinencia de las actividades propuestas en la secuencia.

1. Trabajo colaborativo

El trabajo en grupo permite a los estudiantes exponer sus puntos de vista, discutirlos y llegar a consensos, lo que abre el camino para la comprensión de conceptos matemáticos. Como dice Suarez et al., “Una condición necesaria para que se vayan cimentando los conceptos y significados matemáticos es que los estudiantes tengan libertad para comunicarse” (2010).

A continuación, se presentan algunas de las respuestas de los estudiantes a las preguntas planteadas en la entrevista escrita relacionadas con el trabajo colaborativo.

1. Con respecto al trabajo realizado que aspectos te parecieron positivos.
en forma de grupo cuando muy bien
Por que uno se motivaba lo que uno
hacía en la clase y sus dudas al
Maestro ...
2. ¿Crees que este tipo de trabajo facilita el aprendizaje de conceptos matemáticos? Explica.
Sí, a la forma de la Duda que tiene
en el tema y en el que profesor realizara
su problema.
3. ¿Durante el trabajo en grupo que elementos o características crees favorecieron el desarrollo de las actividades de aprendizaje? Justifica.
Porque tiene más personas que tienen diferentes
perspectivas del tema.
4. ¿Qué aspectos crees se podrían mejorar?
en la forma de que un grupo de
estudiante te llevaban unos ejemplos donde
ellos más te afectaba el aprendizaje
5. En cuanto a la profesora ¿cómo describes y valoras su participación y acompañamiento durante las diferentes actividades?
me parece que la profesora debe estar
más presente aunque esta busca el
metodo de aprendizaje
6. ¿Esas diversas actividades trabajadas te permiten interpretar, analizar y calcular porcentajes en situaciones de la vida cotidiana? Justifica.
Sí, porque en algún momento de nuestras

Figura 29. Respuestas del estudiante E32

1. Con respecto al trabajo realizado qué aspectos te parecieron positivos.
el tema de la grabación salió muy bien
 por que uno se mostraba lo que uno
 hacia en la clase y las dudas al
 momento
2. ¿Crees que este tipo de trabajo facilita el aprendizaje de conceptos matemáticos? Explique
Si a la forma de la duda que tiene
 en el tema y en el despreferir revisar
3. ¿Durante el trabajo en grupo qué elementos o características crees favorecieron el desarrollo de las actividades de aprendizaje? Justifica
para más si por que deben sus opiniones
 entre compañeros que tuvieran diferentes
 perspectivas del tema

Figura 30. Respuestas del estudiante E19

Entre las respuestas los estudiantes recalcan las bondades del trabajo colaborativo como una forma de trabajo que les permite aclarar ideas, hacer correcciones, llegar a consensos, y mejorar el aprendizaje. Se considera la importancia de la comunicación entre pares para la interpretación y comprensión de conceptos, al igual que la importancia de grabar las interacciones durante el trabajo en grupo ya que al volver a escucharlas pueden encontrar errores de interpretación e ir corrigiendo en la marcha, además que les permite darse cuenta de sus propios errores en las justificaciones dadas.

“Para generar un ambiente apropiado en clase de matemáticas, el trabajo en grupo es fundamental. La experiencia indica que el trabajo en grupos de tres estudiantes (parece el número más apropiado) es muy productivo, para luego realizar plenarias, donde cada grupo defiende sus respuestas, sus soluciones o sus conjeturas. Aquí el profesor se convierte en moderador que dinamiza el trabajo de discusión y argumentación hacia la búsqueda de consensos” (Suarez Ávila, Galindo Mendoza, & Jiménez Espinosa, 2010).

6. ¿Las diversas actividades trabajadas te permiten interpretar, analizar y calcular porcentajes en situaciones de la vida cotidiana? Justifica.

Si dentro de los 4 o 5 ejercicios que cumplí un 76 lo que dice tiene el 20 de descuento y tu no sabes porque te crees la profesora te mide sentido

Figura 31. Respuestas del estudiante E10

Se destaca al mismo tiempo el contraste entre la dificultad para explicar por escrito los procedimientos e ideas y la disponibilidad con que expresaban verbalmente sus ideas ante los integrantes del grupo y la clase. Por otro lado, entre los aspectos a mejorar subrayan el comportamiento en clase de algunos compañeros que no trabajan y no aportaban al grupo.

2. Recursos didácticos

El uso de recursos didácticos como mediadores para la construcción de conocimientos posibilita que los aprendizajes sean de calidad y duraderos. Su éxito depende de la planificación que el docente realice teniendo en cuenta factores como tiempo, espacio, disponibilidad, entre otros.

“Los Recursos Didácticos son todos aquellos medios empleados por el docente para apoyar, complementar, acompañar o evaluar el proceso educativo que dirige u orienta. Los Recursos Didácticos abarcan una amplísima variedad de técnicas, estrategias, instrumentos, materiales, etc., que van desde la pizarra y el marcador hasta los videos y el uso de Internet” (Grisolía, 2010).

Entre los recursos didácticos usados en la presente investigación y que hacen parte de la secuencia se tienen: el material de consulta, sitios educativos en internet y algunos recursos tecnológicos, que potencializaron el trabajo colaborativo y la retroalimentación tanto en el aula como fuera de ella. Entre los aspectos a valorar al momento de aplicar la secuencia se tiene el

acuerdo de poner a disposición de los estudiantes un blog, en el que se publicaron algunos ejercicios de refuerzo y videos, que fueron usados por los estudiantes y que permitieron aclarar dudas y poner en práctica lo aprendido en clase. Sin embargo el tiempo con el que se contó no fue suficiente para revisar todos los trabajos realizados por los estudiantes y constatar que todos hubiesen accedido al blog y resuelto las actividades planteadas.

El uso de recursos tecnológicos llama la atención, la idea de que grabaran sus interacciones fue positiva ya que los estudiantes se veían en la necesidad de justificar ante los compañeros los procedimientos y los demás de afirmarlos o refutarlos, lo que permitió un trabajo de verdad colaborativo. El uso de la calculadora fue positiva pues como ellos mismo expresan les permitió validar los resultados de las operaciones realizadas, sin embargo es necesario hacer mayor énfasis en el cálculo mental y la aproximación pues respuestas como 25000 en lugar de 25000 dejan entrever falta de atención y un razonamiento que permita constatar lo ilógico de la solución.

La distribución de los estudiantes en el aula y el espacio disponible fue un obstáculo, pues en muchas ocasiones por la cantidad de estudiantes y el poco espacio, el ruido terminaba siendo un factor de distracción que impedía la concentración. Pese a contar con mesas que facilitaban la distribución en grupos, la distancia entre los grupos era muy pequeña y esto provocaba interferencia al momento de grabar los audios y escuchar los comentarios al interior de cada grupo.

Por último, el contar con una variedad de recursos favorece en el estudiante la capacidad de aprender por sí mismo gracias a que combinan una diversidad de estímulos y actividades. No obstante, es necesario tener cuidado en cuanto a la cantidad y pertinencia de los recursos evitando que el estudiante se sienta abrumado por la cantidad y exigencia de los mismos y se

pierda uno de los aspectos fundamentales, como es la motivación que estos pueden incentivar en el estudiante.

3. Evaluación de aprendizajes

En cuanto a lo concerniente a los aprendizajes logrados a lo largo de la secuencia didáctica se ha notado que los estudiantes logran establecer las diferentes representaciones del objeto matemático porcentaje: fracción, decimal, porcentual. Representaciones que usan, en la mayoría de los casos, de forma acertada y convenientemente.

Del mismo modo se observa el uso de razones y proporciones como estrategia para el cálculo de porcentajes, logrando establecer la relación entre cantidades y dando sentido a las operaciones realizadas. Se supera el uso mecánico de la regla de tres, estableciendo en su lugar la igualdad entre proporciones e identificando términos variables. Cabe señalar que se hace necesario reforzar el trabajo con porcentajes mayores al 100% pues, aunque los estudiantes los reconocen y hasta calculan, al tratar de devolverse y determinar el 100%. no lo logra y se cometen serios errores.

Es importante, mencionar que el trabajo en un primer momento individual y luego en pequeños grupos, permitió que se defendieran sus ideas frente a su grupo, se llegaran a consensos y posteriormente se presentaran a debate los resultados y procedimientos frente al grupo en general. Del mismo modo sirvió para que se revisaran las soluciones y se hicieran los ajustes necesarios a partir de los aportes y opiniones de los compañeros durante la presentación de los trabajos. Es así como los estudiantes mostraron lo que iban comprendiendo, los métodos usados para llegar a la solución de las situaciones planteadas y finalmente lograr dar sentido y significado a lo que se estaba estudiando. Todo lo anterior con el aporte y guía del docente.

En las situaciones planteadas los estudiantes muestran saber no sólo el método que funciona sino por qué, adaptando los métodos a nuevos problemas al mismo tiempo que lo

relacionan con su realidad. La secuencia permitió a los estudiantes expresarse con libertad, comunicar y validar soluciones, al mismo tiempo confrontarlas con los compañeros, favoreciendo el aprendizaje.

Las situaciones presentadas con complejidad creciente permitieron afianzar conocimientos y una mejor comprensión de conceptos, logrando dar sentido y significado a lo que se estaba aprendiendo.

Por otro lado, la mayoría expresa estar en capacidad de calcular porcentajes, lo que consideran importante por su aplicabilidad en la vida diaria. Lo que pone de manifiesto la necesidad de trabajar situaciones cercanas a la cotidianidad de los estudiantes en las que se evidencie la utilidad de la matemática y sirvan de motivación para su aprendizaje. Entre estas situaciones las relacionadas con problemas de índole financiero y su aplicación en la vida diaria, de tal manera que se adquieran las herramientas necesarias para tomar decisiones responsablemente.

4. Reflexión de la práctica docente

Reflexionar sobre la práctica docente es pensarse desde las actitudes y aptitudes que se asumen en el aula de clase y que de una forma u otra permean a los estudiantes. El docente está llamado a reflexionar continua y constantemente su práctica, planeando actividades que acerquen al estudiante al conocimiento y su aplicación en la vida diaria, siendo consciente de los aciertos desaciertos que se van dando durante los procesos de enseñanza aprendizajes y transformándolos acorde a las necesidades de los estudiantes en pro de aprendizajes significativos y de cara a una realidad social y cultural.

Siguiendo las facetas propuestas por Perrenoud (2007) para una práctica reflexiva en la docencia de forma que está se configure en un trabajo metódico y regular del trabajo en el aula,

se plantean las siguientes fases: una reflexión a priori, una reflexión en la acción y una reflexión a posteriori. Fases que se piensa dan un panorama completo y detallado de la propuesta planteada, permitiendo identificar fortalezas y debilidades, así como aspecto de mejora.

1. Reflexión a priori.

Durante el diseño de la secuencia se presentaron momentos en los que fue necesario hacer cambios acordes con los conocimientos que tenían los estudiantes y el tiempo del que se disponía para la implementación de la secuencia. Es así como algunas actividades se reformularon para que se ajustaran al tiempo disponible.

Igualmente se tuvo en cuenta que se acaba de estudiar lo referente a razones y proporciones lo que se pensó permitía introducir lo relacionado con porcentajes de forma fluida. Sin embargo, se encontró en la prueba diagnóstica que todavía quedaban dudas y se presentaban errores en la comprensión de la proporcionalidad. De ahí se decidió ajustar las primeras actividades en las que además de tener en cuenta su relación con conceptos financieros se relacionaran con situaciones cercanas al estudiante. Al mismo tiempo se decidió usar el blog de la clase para que los estudiantes realizaran actividades extra clase que le permitieran reforzar lo realizado en clase.

Se consultó material bibliográfico sobre investigaciones relacionadas con el pensamiento que se pretendía desarrollar, así como las dificultades que se presentaban en el aprendizaje del objeto matemático porcentaje y que se relacionaban directamente con el pensamiento numérico – variacional. Por otro lado, se consultaron aspectos relevantes relacionados con el trabajo colaborativo, lo que permitió decidir el número de integrantes adecuado para el trabajo en grupo y la conformación de los mismos.

En cuanto a la evaluación se decidió apostar una evaluación basada en la observación y en la que se tuviese en cuenta instantes tanto de autoevaluación como de coevaluación, al mismo

tiempo que se decidió dar prioridad a la participación en el trabajo en grupo como a la discusiones y planteamientos producto de la socialización de las actividades ante la clase en general. Esta decisión fue producto de las diversas lecturas que sobre el tema se realizaron en el transcurso de la maestría y que permitieron dar una mirada renovada y amplia a la evaluación.

2. Reflexión en la acción

A través de una reflexión profunda en relación a la implementación de la secuencia didáctica, he podido constatar que algunos aspectos requieren mejora. Algunos puntos de la secuencia no fueron claros para los estudiantes y se prestaron para varias interpretaciones lo que debe mejorarse para próximas intervenciones. Igualmente dada la cantidad de estudiantes en algunos momentos se reclamó mayor atención lo que evidencia la necesidad de estrategias que permitan llegar a todos los estudiantes, suministrando atención a todas y cada una de las inquietudes y dudas que ellos plantean o que pueden quedar en el aire por pena a ser expresadas.

Se requiere ser más inquisitivo, preguntar más y dar la oportunidad de que el estudiante mismo busque respuestas, indague y sacie su necesidad de conocimiento. Son los mismos estudiantes quienes expresan la importancia de la retroalimentación permanente de lo visto y que se relacione con lo que ellos van a necesitar para desenvolverse en la vida diaria.

En cuanto al tiempo dispuesto para las actividades se hace necesario reformularlo, se evidencio que no era suficiente y que algunas actividades quedaban dudas que debían ser aclaradas, detalles que los estudiantes suplían a través de charlas informales con la docente o a través de los recursos disponibles en el blog de la clase. Lo que hace que vea la trascendencia que ha adquirido el blog para los estudiantes y la importancia de mantenerlo actualizado.

Al momento de valorar los aprendizajes se ve la necesidad de generar con mayor frecuencia espacios de autoevaluación y coevaluación con los estudiantes, reforzando la

importancia de la honestidad, claridad y respeto en los comentarios y observaciones. Así mismo el uso de diferentes procedimientos e instrumentos de evaluación que permitan considerar los diversos estilos y formas de aprendizaje.

3. Reflexión a posteriori.

Después de implementada la secuencia y reflexionando sobre los acontecimientos ocurridos se pudo constatar la necesidad de dedicar un mayor tiempo a la formulación de situaciones problema que permitan integrar contenidos y trabajar por procesos, lo que en últimas permitirá optimizar el tiempo y lograr aprendizajes significativos en los estudiantes.

El trabajo en grupo fue enriquecedor, permitiendo a los estudiantes compartir saberes y discutir ideas, al mismo tiempo que permite al profesor obtener información oportuna y pertinente sobre las dudas e inquietudes de los estudiantes. Empero se hace necesario asignar roles al interior de los grupos de forma que todos y cada uno tenga una responsabilidad y no se deje el trabajo a unos cuantos.

La situación 1.1. se debe reformular, pues algunas de las preguntas causaron dudas y se prestaban para diferentes interpretaciones. Igualmente cuidar el lenguaje usado, ya que algunas palabras no eran familiares a los estudiantes e impedían el desarrollo de las mismas. Del mismo modo es necesario habituar al estudiante con términos como IVA y cuatro por mil, que pese a ser de conocimiento general no se comprenden fácilmente lo que hace que su cálculo no se realice correctamente.

A partir de los documentos consultados se evidencia la necesidad de reformular el programa de matemática para grado séptimo, fortaleciendo el aprendizaje de los números racionales y sus diversas representaciones y aplicaciones, entre ellas el porcentaje. Aprendizaje que requiere movilizar el pensamiento numérico – variacional, en donde el estudiante deje la

mecanización y aplicación sin sentido de algoritmos a cambio de la compresión y reflexión de conceptos y procedimientos en la resolución de problemas cercanos a su cotidianidad.

Con respecto a la evaluación, cabe destacar que la ausencia de una evaluación final sumativa que calificara el trabajo realizado permitió que los estudiantes realizaran las actividades tranquilamente y se preocuparan más por discutir y aclarar sus dudas con sus pares y el profesor que por la consecución de una nota. De ahí la necesidad de plantear la evaluación desde un nuevo enfoque, como un proceso en el que el estudiante se consiente de su aprendizaje a través de la autoevaluación y coevaluación.

En síntesis, todo lo anterior invita a estar en constante formación, actualizando y enriqueciendo estrategias y métodos que posibiliten llegar de forma apropiada a los estudiantes facilitando el aprendizaje y que éstos desarrollem habilidades y actitudes que les permitan acercarse al conocimiento de forma significativa y con sentido, en procura de la movilización del pensamiento matemático.

Conclusiones y recomendaciones

La implementación de la secuencia didáctica y su correspondiente valoración permite expresar las siguientes conclusiones y recomendaciones:

- Tener en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes es fundamental al momento de introducir nuevos aprendizajes, lo que permite identificar dificultad y fortalezas, asociar conceptos y planear con bases reales las actividades a desarrollar. Además de reconocer lo que el niño trae de su contexto y relaciones reconociéndolo como parte de una sociedad con una cultura y un saber propio.
- El trabajo a través de situaciones problema que involucren conceptos financieros que son familiares para el estudiante como ahorro presupuesto, interés, descuento resultan fundamentales en la comprensión tanto de estos conceptos como de los conceptos matemáticos relacionados. El estudiante permanentemente esta relacionándose con aspectos de orden financiero entre ellos la compra y venta de bienes resultando en un factor motivante para el aprendizaje de la matemática.
- Movilizarse en diferentes representaciones es fundamental en la comprensión de conceptos matemáticos, aplicación de procedimientos y algoritmos, y resolución de problemas, lo que conlleva al desarrollo del pensamiento numérico – variacional.
- El trabajo colaborativo y la posibilidad de grabar las interacciones que allí se presentaron permitieron al estudiante reflexionar sobre su actuar y tomar conciencia de las interpretaciones y razonamientos usados. Igualmente se fortalecieron las competencias sociales lo que se evidencio en el compromiso y responsabilidad de los integrantes de los diferentes grupos en el desarrollo de las actividades y los acuerdos a los que se

llegaron después de exponer las diversas soluciones producto del trabajo individual, llegando a consensuar el procedimiento y la solución que consideraban pertinente y ajustada a la situación.

- Tanto en el trabajo individual como en grupo las representaciones verbales y escritas dan cuenta de los argumentos y razonamientos usados, permitiendo describir y analizar aspectos relacionados con el desarrollo del pensamiento numérico- variacional tanto en la compresión de conceptos, como en el uso de procedimientos y algoritmos, y la resolución de problemas.
- Los interrogantes que se plantearon a lo largo de la secuencia tanto por el docente como por los mismos estudiantes permitieron la aclaración de conceptos y el entendimiento del uso de determinados algoritmos en la solución de las situaciones planteadas.
- Los estudiantes que participaron en esta investigación mostraron una actitud de apertura e interés en el desarrollo de las actividades, evidenciaron el uso de estrategias y la adquisición de habilidades para aplicar procesos de razonamiento, interpretación, comunicación y representación, en la resolución de problemas con el objeto matemático porcentaje
- De los registros realizados por los estudiantes se observa dificultades para trabajar porcentajes mayores al 100%, lo que plantea la necesidad de reforzar el concepto de porcentaje como razón y la identificación de parte - todo. Igualmente, el uso recurrente de la igualdad en casos que no es pertinente se hace entonces necesario reforzar las propiedades de la igualdad con ejemplo prácticos que hagan ver el error que se comete al usar el igual indiscriminadamente, problema relacionado con el proceso de interpretación.

Bibliografía

- Altablero No. 44. (Enero - Marzo de 2008). Colombia: qué y cómo mejorar a partir de la prueba PISA. *Al Tablero, reotmado de* <http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-162392.html>. Obtenido de Al tablero.
- Álvarez, C., & San Fabián, J. (Junio de 2012). La elección del estudio de caso en investigación educativa. *Gaceta de antropología*, 28(14). Obtenido de <http://hdl.handle.net/10481/20644>
- Bishpo, A. (2005). *Aproximación sociocultural a la educación matemática*. Cali: Universidad del Valle.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-115. Obtenido de cimate.uagro.mx/ivanlopez/seminario/archivos/Brousseau:Fondements.pdf
- Brousseau, G. (1994). *Los diferentes roles del maestro en Parra, Cecilia e Irma Sàiz (coords). Didactica de la matemàticas: Aportes y reflexioones*. Buenos Aires, Argentina: Paidós .
- CAF. (2013). *La educación financiera en América Latina y el Caribe. Situación actual y perspectivas*. Obtenido de http://www.oecd.org/daf/fin/financial-education/OECD_CAF_Financial_Education_Latin_AmericaES.pdf
- Castro, E. (1994). *Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales. Estudio con escolares de primer ciclo de secundaria (12-14 años)*. Tesis Doctoral, Universidad de Granada, Granada.
- Castro, E. (2008). Pensamiento numérico y educación matemática. 23–32. Obtenido de <http://doi.org/10.13140/2.1.2803.4244>

- Chavez S., J. C. (2013). *Propuesta de una secuencia didáctica para la enseñanza de porcentajes a estudiantes de administración y sistemas.* Obtenido de http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/4739/CHAVEZ_SALINAS_JUDITH_PROPUESTA_SISTEMAS.pdf?sequence=1
- D'Amore, B. (2004). *Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: Interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución.* (Vol. 35). Barcelona, España: Uno. Obtenido de <http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore/479%20Conceptualisacion.pdf>
- D'Amore, B. (2006). *Didáctica de las matemáticas.* Bogotá: Cooperativa Editorial Maigsterio.
- D'Amore, B., Godino, J., & M., F. (2008). *Competencias y Matemáticas.* Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Davis, R. (1988). “percent” a Number? *Is Journal of Mathematical Behavior*, 299-302.
- Dewey, J. (1939). *Experiencia y educación.* Buenos Aires: Losada.
- Dole, S. (2000). *Promoting percent as a proportion in eighth-grade mathematics.* School Science and Mathematics.
- Duval, R. (2004). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas supeiores en el desarrollo cognitivo.* Cali, Colombia: Merlin I. D.
- El Pais.com.co. (29 de Octubre de 2015). *Cali se rajó en resultados de las Pruebas Icfes.* Obtenido de El Pais.com.co: <http://www.elpais.com.co/elpais/cali/noticias/cali-rajo-resultados-pruebas-saber-11-mineducacion>
- Fazio, L., & Siegler, R. (2011). Enseñanza de las fracciones Educational practices series. *Educational practices series*, 22, 10. Obtenido de <http://unesdoc.unesco.org/images/0021/002127/212781S.pdf>

- Fontán Montesinos, M. T. (2004). Evaluación curricular y mejora didáctica. *El Guiniguada*(13), 43-58.
- García Quiroga, B., & et., a. (2015). *Orientaciones didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas*. Florencia, Colombia: Universidad de la Amazonía.
- García Quiroga, B., & et., a. (2015). *Orientaciones didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas*. Florencia, Colombia: Universidad de la Amazonia.
- Godino, J. D. (2002). *Proporcionalidad y su didáctica para maestros*. Obtenido de http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/3_Proportionalidad.pdf
- Godino, J. D., & Batanero, C. (2002). Matemáticas y su Didáctica para Maestros. *Matemáticas y su Didáctica para Maestros Proporcionalidad Manual para el Estudiante*. Proyecto de Investigación y Desarrollo del Ministerio de Ciencia y Tecnología. Obtenido de www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/
- Gómez Ospina, O. M. (2013). Desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado noveno. *Educación científica y tecnológica*. Obtenido de <http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/viewFile/5966/9582>
- Grisolía, M. (29 de Agosto de 2010). *Prof. Maricarmen Grisolía - Recursos Didácticos - Web del Profesor*. (P. M. Educación, Productor) Obtenido de <http://webdelprofesor.ula.ve/humanidades/marygri/recursos.php>
- Gronlund, N. E. (1971). *Measurement and evaluation of teaching*. New York: The McMillan Co.
- Hahn, C. (1999). Proportionnalite et pourcentage chez des apprentis vendeurs. Reflexion sur la relation mathematiques / realite dans une formation « En alternance ». *Educational studies in mathematics*, 9. Obtenido de https://www.researchgate.net/profile/Corinne_Hahn/publication/227263159_Proportio

- nnalite_et_Pourcentage_Chez_des_Apprentis_Vendeurs_Reflexion_sur_la_Relation_Mathematiques_Realite_dans_une_Formation'_en_Alternance'/links/5454c2be0cf2cf51647d3d50.pdf
- Herrera Villamizar, N. L., Montenegro Velandia, W., & Poveda Jaimes, S. (2012). Revisión teórica sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. "Revista Virtual Universidad Católica del Norte". No. 35, acceso <http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/viewFile/361/676>.
- Herrero, J. D. (1995). *Introducción a la enseñanza universitaria*. Madrid: Editorial Dykinson.
- Homero Flores, A. (2007). Esquemas de argumentación en profesores de matemáticas. *Educación Matemática*, 19(1), 63-98.
- IETI Comuna17. (2005). *PEI*. Cali.
- Kilpatrick, J. (1987). *What constructivism might be in mathematics education*. Proc. 11th Conference PME. Montreal: Retomado de <http://www.cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/eudoxus/article/viewFile/426/424>.
- Lerner, D. (1996). *La enseñanza y el aprendizaje escolar. Alegato contra una falsa oposición, en Castoria, J.A., Ferreiro, E., Kohl de Oliveira, M. y Lerberm, D., Piaget-Vygotski: Contribuciones para replantear el debate*. Buenos Aires: Paidós.
- Lerner, D. (1999). *Reflexiones sobre uso del material concreto en matemáticas y problemas de la vida cotidiana*. Montevideo: Quehacer Educativo. Obtenido de <http://www.mecaep.edu.uy/pdf/matematicas/mat1/14-%20D.%20Lerner%20Sobre%20material%20concreto.pdf>
- Lesh, R., & Doerr, H. (2003). Foundations of models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. En R. Lesh, & H. Doerr, *Beyond constructivism: Models and modeling perspective on mathematics problem solving*,

- learning and teaching* (págs. 3-33). New Jersey, Mahwah: Lawrence Erlbaum Association. Obtenido de http://blog.ncue.edu.tw/sys/lib/read_attach.php?id=4311
- López, D. (2015). *Análisis y usos de los resultados de las evaluaciones de estudiantes, pruebas SABER 3°, 5°, 9° y 11° año 2014*. Valle del Cauca, Cali. Obtenido de file:///C:/Users/Esm/Downloads/Informe_SED_PRUEBAS_SABER_a%C3%B3lo_2014_V_2.pdf
- Macairo Vives, S., & Aymerich, J. (2006). Matemáticas para el siglo XXI. *Publicacions de la Universitat Jaume*(22), 150.
- Maz Machado, A., & Gutiérrez, M. d. (Marzo de 2008). Errores de los estudiantes de magisterio frente a situaciones que implican porcentajes. *Investigación*, 17(1), 59-69.
- MEN. (1998). *Lineamientos curriculares de matemática*.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias*. Bogotá, Colombia. Obtenido de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurs0_1.pdf.
- MEN. (3 de Julio de 2014). Colombia formará a sus niños y jóvenes en educación económica y financiera. *Comunicado de prensa*. Bogotá, Colombia. Obtenido de <http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/w3-article-343155.html>
- MEN, M. de E. N. de C. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Obtenido de http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf
- Mendoza von der Borch, T. M. (2009). La noción de porcentaje: procedimientos, errores e interpretaciones. Obtenido de http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v10/pdf/area_tematica_05/ponencias/0300-F.pdf

- Mendoza, T., & Block, D. (2010). El porcentaje: lugar de encuentro de las razones, fracciones y decimales en las matemáticas escolares. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa [en línea]*, 13(4), 177-190.
- Mendoza, T., & Block, D. (2010). El porcentaje: lugar de encuentro de las razones, fracciones y decimales en las matemáticas escolares. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(4), 177-190. Obtenido de <http://www.redalyc.org/pdf/335/33529137012.pdf>
- Ministerio de Hacienda y Crédito Público, e. (2010). *Estrategia Nacional de Educación Económica y Financiera: Una propuesta para su implantación en Colombia*.
- Monge Padilla, J. (2002). *Desarrollo de destrezas matemáticas*. Quito: Libresa.
- Morales Díaz, R. O. (2014). *Dificultades y errores en la solución de problemas con números racionales*. Universidad Autonoma de Manizales, Colombia. Tesis de maestría. Obtenido de <http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/bitstream/11182/865/1/Informe%20final%20Raul%20Morales%20con%20toda%20la%20bibliografia%20diciembre%20toda%20completa.pdf>
- Niño Rojas, V. M. (2005). *Competencias en la comunicación. Hacia las prácticas del discurso*. Bogotá, Colombia: Ecoe Ediciones.
- Noticias RCN. (9 de Julio de 2014). *Colombia, de nuevo última en los resultados de pruebas Pisa*. Obtenido de <http://www.noticiasrcn.com/bienestar-educacion/colombia-nuevo-ultima-los-resultados-pruebas-pisa>
- Obando, G., Vanegas Vasco, M. D., & Vásquez Lasprilla, N. L. (2006). *Módulo 1. Pensamiento numérico y sistemas numéricos*. Medellín,, Colombia: Editorial Artes y Letras Ltda.

OCDE. (2005). *Recommendation on Principles and Good Practices for Financial Education.*

Obtenido de <http://www.oecd.org/finance/financialeducation/35108560.pdf>

Ortíz, M. E. (s.f.). *¿Qué diferencias existen entre competencias y objetivos de aprendizaje?*

<http://www.redes->

<http://cepalcala.org/inspector/DOCUMENTOS%20Y%20LIBROS/COMPETENCIAS/DIFERENCIA%20COMPETENCIAS%20-%20OBJETIVOS.pdf>.

Parker, M., & Leinhardt, G. (1995). Percent: A Privileged Proportionn. *Review of Educational,*

65, 421 - 481. Obtenido de

<http://journals.sagepub.com/doi/abs/10.3102/00346543065004421>

Perrenoud, P. (2007). *Desarrollar la práctica reflexiva en el oficio de enseñar.* México D F: Editorial Graó.

Peterssen, W. H. (1976.). *La enseñanza por objetivos.* Madrid: Santillana,.

Polya, G. (1945). *How to solve it.* México: Editorial Trillas.

Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas .* México: Editorial Trillas.

Ramos, H. R. (2004). Hacia la correlación de los objetivos. *Cartilla Docente*, 16.

Rico, L. (2006). La competencia matemática en Pisa. *Funes*, 47-66. Obtenido de
<http://funes.uniandes.edu.co/529/1/RicoL07-2777.PDF>

Rico, L. (2012). Aproximación a la Investigación en Didáctica de la Matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1, págs. 39-63.

Saenz, J. (2004). *Experiencia y educación.* Madrid: Editorial Escuela Nueva. Obtenido de
<https://drive.google.com/file/d/0BwyXzuOLhS5cMWNhYjVINjEtMzNhZS00YTYYlWI2NjAtZDBhZDk4Zjg3MGQ0/view?ddrp=1&hl=es#>

Santos Trigo, L. M. (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de la matemáticas.* Mexico.

- Schmidt, W. (2014). Inequidad, culpable de malos resultados en pruebas Pisa. *Dinero*, Retomado de <http://www.dinero.com/pais/articulo/resultados-pruebas-pisa/202771>.
- Serrano, J. M., & Pons, R. M. (2011). El Constructivismo hoy: Enfoques constructivistas en educación. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 13(1). Obtenido de <http://redie.uabc.mx/redie/article/view/268/708>
- Sfard, A. (2007). *Aprendizaje de las matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional*. Bogotá.
- Smith, S. A. (2001). *Algebra*. México: Pearson.
- Suarez Ávila, N. Y., Galindo Mendoza, S. M., & Jiménez Espinosa, A. (Junio de 2010). La comunicación: eje en la clase de matemáticas. *Praxis & Saber*, 1(2), 173-202. Obtenido de http://revistas.uptc.edu.co/revistas/index.php/praxis_saber/article/view/1104/1103
- Suarez Ávila, N. Y., Galindo Mendoza, S. M., & Jiménez Espinosa, A. (Junio de 2010). La comunicación: eje en la clase de matemáticas. *Praxis & Saber*, 1(2), 173-202. Obtenido de http://revistas.uptc.edu.co/revistas/index.php/praxis_saber/article/view/1104/1103
- Travers, R. M. (1979). *Introducción a la investigación educacional*. Buenos Aires: Paidós.
- Vasco, C. E. (2006). *El pensamiento variacional y la modelación matemática*. Cali. Obtenido de http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos_publicacoes1/indicacoes_01/pensamento_variacional_VASCO.pdf
- Vasco, C. E. (2006). Razones y proporciones, proporcionalidad directa e inversa.
- Vergnaud, G. (1990). *Epistemology and psychology of mathematics education*. En: P. Nesher & J. Kilpatrick (Eds), *Mathematics and cognition*. Cambridge: Cambridge University Press. Retomado de <http://www.cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/eudoxus/article/viewFile/426/424>.

Walker, R. (2002). Case study, case records and multimedia. *Cambridge Journal of Education*, 32, 109-127.

Anexos**1. Anexo 1. Formato de observación****REGISTRO DE LAS ACTIVIDADES DE OBSERVACIÓN**

Número de estudiantes: _____ Fecha _____

Sesión/Actividad: _____ Duración: _____

Contexto: _____ Escenario: _____

Actores: _____ Observador: _____

Hora	Descripción	Comentarios

2. Anexo 2. Test de conocimientos previos

Objetivo:

Indagar los conocimientos que tienen los estudiantes sobre números racionales razón, proporción y proporcionalidad directa.

Proceso: Resolución de problemas

Fecha: Octubre 25

Duración: 55 minutos

Desarrollo

Explica como resolverías las siguientes situaciones:

1. Si recibes al mes \$60.000 pesos para el descanso y decides ahorrar la cuarta parte.
 - a. ¿A cuánto equivale este valor?
 - b. Explica el método usado para dar tu respuesta.
 - c. Escribe un método diferente al que usaste anteriormente
2. Ana y Juan discuten sobre quien tiene mejor puntería. Juan ha hecho blanco 36 de 40 veces; Ana, 30 de 36
 - a. ¿Es posible que ambos tengan la misma puntería?
 - b. ¿Cómo puedes ayudar para dar fin a la discusión?
 - c. Finalmente si se debe elegir quien va a la competencia de tiro al blanco programada por la institución, ¿a quién elegirías? ¿por qué?
3. La familia de Nicolás le ha dado de regalo de cumpleaños $\frac{3}{12}$ de los ingresos familiares recibidos ese mes, los cuales ascienden a 1800.000.
 - a. ¿Cuánto es el valor del regalo?
 - b. Explica el método usado para dar tu respuesta.

- c. ¿Escribe un método diferente al que usaste anteriormente?
4. Don Pedro paga por su auto nuevo el precio de lista más el impuesto DAR, que es la quinta parte de este precio. Si se ha pagado 28.540.000 pesos en total:
- ¿Cuál es el precio de lista?
 - ¿A cuánto equivale el impuesto?
5. ¿Cuáles de los siguientes pares de magnitudes son directamente proporcionales?
Justifica la respuesta.
- La cantidad de kilos de verdura y su precio total, manteniendo fijo el precio por cada kilo.
 - El salario y el número de horas de trabajo realizado, si el valor por hora trabajado es fijo.
 - El valor a pagar del cuatro por mil y la cantidad de dinero que se retira del banco.
 - La edad de un niño y su estatura, durante 10 años.
6. Determina si las magnitudes representadas M y N son directamente proporcionales.

a.

M	N
1	3
2	6
3	9
4	12
5	15

b.

M	N
1	6
2	12
3	9
4	18
5	15

3. Anexo 3. Actividades de la secuencia didáctica

Descripción general

Título: El porcentaje como objeto para desarrollar el pensamiento numérico y el pensamiento variacional.

Objetivo General:

Desarrollar el pensamiento numérico – variacional a través de los procesos de interpretación, razonamiento, comunicación y representación, relacionando diversas representaciones del objeto matemático porcentaje (razón, fracción, numero decimal, proporcionalidad directa), y aplicándolas en la resolución de problemas financieros a través de diferentes registros (verbal, aritmético y tabular)

Estructura conceptual

Mediante esta secuencia se pretende que el estudiante movilice el pensamiento numérico y variacional, a través de los procesos de interpretación, razonamiento, representación y comunicación en la identificación y aplicación del porcentaje en la solución situaciones problema. Además, se familiarice con los conceptos financieros: ahorro, sistema financiero, cuenta de ahorro, depósito a término fijo (CDT), presupuesto, ingresos y gastos, crédito, descuentos, interés.

Procesos matemáticos abordados:

Interpretación, razonamiento, representación y comunicación.

Estándares:

- Utilizar números racionales, en sus diferentes expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en diferentes contextos.

- Justificar procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.
- Justificar el uso de representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa...
- Formular y resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.
- Justificar la elección de métodos e instrumentos de cálculo en la resolución de problemas.
- Analizar las propiedades de proporcionalidad directa en contextos aritméticos.
- Describir situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).
- Representar situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas)

Actividad 1. Reconociendo porcentajes en situaciones cotidianas.

Objetivos de aprendizaje

Reconocer la expresión “tanto por ciento” como una forma especial de expresar y caracterizar una operación.

Identificar porcentajes y su significado en contextos cotidianos.

Reconocer los conceptos de ahorro, sistema financiero, Cuenta de ahorro, depósito a término fijo (CDT), presupuesto, ingresos y gastos

Situación 1.1.

Apertura:

La profesora da una breve descripción del trabajo a realizar, explica los propósitos de la secuencia didáctica, la forma como se trabajará, así como lo que deben entregar al final de la sesión.

Trabajo individual: El profesor solicita a los alumnos que en forma individual intenten responder las preguntas planteadas con los conocimientos que cuentan hasta el momento

Lee el siguiente texto

En una investigación realizada por el Banco de Desarrollo de América Latina (CAF) sobre las capacidades financieras en Colombia, Ecuador, Perú y Bolivia, a partir de encuestas hechas con más de 5.000 personas de distintas edades y niveles socioeconómicos, se encontró que el 39 por ciento de los colombianos no ahorran y de la mayoría de los que sí lo hacen, el 36 % mantiene el ahorro en su casa, por ejemplo en alcancías. El 25 por ciento de los consultados llevan sus ahorros al sistema financiero, que depositan, entre otros, en cuentas o en depósitos a término. Según el informe, el 58 por ciento de los hogares colombianos tiene un presupuesto, pero solo logran ajustarse seis de cada diez personas, que definen el monto para gastar de acuerdo con su nivel de ingresos y gastos.

<http://www.eltiempo.com/economia/finanzas-personales/ahorro-en-colombia/14963595>

De acuerdo al texto responde y justifica

- a. ¿La cantidad de personas que ahorra es alta?
- b. ¿Los colombianos prefieren guardar su dinero en entidades financieras?

- c. ¿Si tomamos como 5000 el número de personas encuestadas, cuál es aproximadamente el número de colombianos que tienen un presupuesto? Explica el método usado para dar tu respuesta.
- d. Escribe un método diferente al que usaste anteriormente
- e. ¿Aproximadamente cuantas personas ahorran?
- f. ¿Crees que es importante ahorrar?
- g. ¿Qué cantidad de tu mesada ahorras?
- h. ¿A qué porcentaje aproximadamente equivale este valor?
- i. ¿Qué dificultades se perciben en la institución o en casa cuya solución involucra el uso del porcentaje?

Trabajo grupal

Se forman grupos de tres alumnos y ponen en común las respuestas a los interrogantes planteados y los diferentes métodos de solución usados. Luego se entregan los resultados del trabajo individual y grupal con las soluciones que el grupo considere más apropiadas.

Trabajo en casa

- Consultar los conceptos de ahorro, sistema financiero, Cuenta de ahorro, depósito a término fijo (CDT), presupuesto, ingresos y gastos, a través de tres medios diferentes:
 - Pregunta a un familiar
 - Pregunta a un vecino
 - Uso de la WEB

Cierre:

<p>Los estudiantes entregan el trabajo realizado. Se solicita que el grupo que desee exponga y sustente el trabajo realizado a toda la clase. Se ve el video sobre utilidad del porcentaje en la vida diaria https://www.youtube.com/watch?v=vVhU4c4vsNw</p> <p>En conjunto, profesor y estudiantes, se aclaran dudas y se comprueban procedimientos.</p>
<p>Conceptos y procedimientos implicados:</p> <p>Reconocimiento del uso y utilidad del porcentaje en situaciones cotidianas relacionadas con las finanzas donde el porcentaje desempeñan un determinado papel.</p> <p>Procesos matemáticos de Argumentación, representación e interpretación en el trascursos y desarrollo de la situación.</p> <p>Procedimientos aritméticos y rutinarios.</p> <p>Concepto de ahorro, sistema financiero, CDT, ingresos, gastos.</p>
<p>Recursos:</p> <p>Fotocopia de la actividad de la secuencia. Hojas cuadriculadas tipo cuadernillo.</p> <p>Video: https://www.youtube.com/watch?v=vVhU4c4vsNw</p> <p>Blog www.matelouendo.wordpress.com.co</p>
<p>Criterios de evaluación:</p> <p>Observación. Calidad y pertinencia de las justificaciones tanto en el trabajo individual como grupal.</p> <p>Participación activa durante clase.</p>
<p>Situación 1.2.</p> <p>Apertura:</p> <p>Se solicita la participación de los estudiantes para hacer un recuento de lo acontecido en la sesión anterior. Se socializan los conceptos dejados como consulta la sesión anterior. Se</p>

apunta en el tablero los datos más relevantes. Se describe brevemente la actividad a realizar y se entrega el material de trabajo (fotocopia de la situación).

Desarrollo:

En el IETI Comuna 17, 25 de cada cien estudiantes ahorrar su descanso (mesada).

Trabajo Individual

Responde y explica tus respuestas.

- a. Expresa la relación del número de estudiantes que ahorrar con el total de estudiantes en forma de razón
- b. ¿A qué fracción corresponde?
- c. ¿De qué otra forma puedes escribir la razón? Explica el método usado para dar tu respuesta
- d. ¿Es posible expresar la situación como número decimal? Explica el método usado para dar tu respuesta.
- e. ¿Es posible expresar esta situación en forma de porcentaje? Explica el método usado para dar tu respuesta.
- f. ¿Cuál es la razón correspondiente a los estudiantes que no ahorrar?
- g. ¿A qué fracción corresponde?
- h. Escribe otras dos formas diferentes de expresar la razón. Explica el método usado para dar tu respuesta
- i. Si en nuestra institución hay 600 estudiantes, ¿cuantos ahorrar?
- j. ¿Cuántos no ahorrar?
- k. ¿A qué porcentaje equivale el número de estudiantes que ahorrar?
- l. ¿A qué porcentaje equivale el número de estudiantes que no ahorrar?

m. Explica el método usado para dar tus respuestas.

Trabajo grupal

Se forman grupos de tres alumnos y se socializan las respuestas a los interrogantes planteados y los diferentes métodos de solución usados. Luego se entregan los resultados del trabajo individual y grupal con las soluciones que el grupo considere más apropiadas.

Trabajo en casa

- Se revisa y se realizan los ejercicios dejados en el blog

www.mateloqueando.wordpress.com.co

Y en las páginas

<http://ntic.educacion.es/w3//recursos/primaria/matematicas/porcentajes/menuu2.html>

<http://ntic.educacion.es/w3//recursos/primaria/matematicas/porcentajes/menuu3.html>

Cierre:

Se reparte a cada grupo un papel en donde apuntan una pregunta que consideren necesaria para aclarar algún punto que no se pudo resolver o sobre el cual tenga dudas. Se recogen los interrogantes y se pasa a la lectura y aclaración de las dudas con la participación de los mismos estudiantes y la orientación del profesor.

Conceptos y procedimientos implicados:

Reconocimiento del porcentaje como razón, como decimal, como fracción.

Procesos matemáticos de Comunicación, representación e interpretación en el trascursos y desarrollo de la situación.

Procedimientos aritméticos y rutinarios.

Concepto de ahorro, sistema financiero, CDT, ingresos, gastos.

Recursos.

Fotocopia de la actividad de la secuencia. Hojas cuadriculadas tipo cuadernillo.

Actividad:

Blog www.mateloquendo.wordpress.com.co

Paginas

:

<http://ntic.educacion.es/w3//recursos/primaria/matematicas/porcentajes/menuu2.html>

<http://ntic.educacion.es/w3//recursos/primaria/matematicas/porcentajes/menuu3.html>

Criterios de evaluación:

Observación. Calidad y pertinencia de las justificaciones tanto en el trabajo individual como grupal.

Autoevaluación a través de una lista de chequeo.

Actividad 2. El porcentaje y sus diversas representaciones.

Objetivos de aprendizaje:

Reconocer equivalencias entre distintas representaciones del porcentaje, como razón, como fracción o como decimal a partir de situaciones problema y aplicarlas en el cálculo de porcentajes.

Interpretar y representar el porcentaje como una fracción de 100, como una razón y como operador decimal, aplicándolo en la solución de situaciones problema.

Reconocer y operar porcentajes menores o iguales a cien, tanto en forma de razón como de numero decimal.

Situación 2.1.

Apertura

Se describe brevemente la actividad a realizar y se entrega el material de trabajo (fotocopia de la situación).

Desarrollo

En dos centros comerciales de la ciudad se ofrecen las siguientes ofertas por la compra de un nuevo celular. Observa la imagen y responde.



De acuerdo a la imagen respondan y justifiquen

- ¿Cuánto es el descuento, en pesos, al comprar el celular en el centro comercial N?
- Si se quiere saber el porcentaje correspondiente al descuento en la compra del celular en el centro comercial N ¿A qué porcentaje corresponde el precio del celular antes del descuento?
- ¿Qué porcentaje corresponde al descuento del celular en el centro comercial N?

Explica paso a paso

- d. ¿Cuánto es el descuento, en pesos, al comprar el celular en el centro comercial K?
- e. Si se quiere saber el porcentaje correspondiente al descuento que se obtiene por el celular en el centro comercial K ¿Cuál es el 100%?
- f. ¿Qué porcentaje corresponde al descuento del celular en el centro comercial K? Explica pasos a paso.
- g. ¿En cuál centro comercial ofrecen el mejor descuento? Explica
- h. ¿Qué se debe tener en cuenta para distinguir una buena oferta?

Trabajo grupal

Se pide a los alumnos que se organicen en los mismos grupos que trabajaron la sesión anterior. Todos los integrantes del grupo deben comparar y examinar los resultados obtenidos en el trabajo individual, luego entregar los resultados del trabajo individual y grupal con las soluciones que el grupo considere más adecuada para las preguntas presentadas y comentar las razones que les llevaron a escoger las soluciones finales que van a presentar.

Cierre:

Se realiza la puesta en común de los diferentes métodos hallados. Se registran en el tablero todas las formas que surgieron. Un representante de cada grupo expone y explica los métodos y procedimientos usados. Se analizan y comentan lo que sucedió al revisar las soluciones de los compañeros. La profesora aporta en los momentos que se consideren pertinente.

Trabajo en casa

Se solicita a los estudiantes leer, analizar y resolver la información y las actividades que se dejan en el blog, para ampliar y aclarar lo visto en clase.

www.mateloqueando.wordpress.com.co

Y en la página

<http://ntic.educacion.es/w3//recursos/primaria/matematicas/porcentajes/menuu4.html>

[http://www.genmagic.org/mates3/perc1c.swf.](http://www.genmagic.org/mates3/perc1c.swf)

Conceptos y procedimientos implicados:

Procedimientos rutinarios y aritméticos. Descuento, ahorro, números racionales, razón, numero decimal, porcentaje, oferta. Procesos matemáticos de Razonamiento, comunicación, representación e interpretación en el trascursos y desarrollo de la situación. Calculo del porcentaje correspondiente a un descuento, uso de calculadora.

Recursos

Fotocopia de la actividad de la secuencia. Hojas cuadriculadas tipo cuadernillo

Blog www.mateloqueando.wordpress.com.co

Página

<http://ntic.educacion.es/w3//recursos/primaria/matematicas/porcentajes/menuu4.html>

<http://www.genmagic.org/mates3/perc1c.swf>

Criterios de evaluación

Coevaluación

- Cada grupo valora los trabajos expuestos por los compañeros respondiendo las siguientes preguntas
 - ¿Cuál trabajo le ha gustado más y porque?
 - ¿La explicación y argumentos presentados fueron claros?
 - ¿Cuál cree que se podría mejorar y porque?

Situación 2.2.

Apertura

Se pide a los estudiantes revisar nuevamente las soluciones de la actividad anterior y entregar con las correcciones que sean necesarias.

Se describe brevemente la actividad a realizar y se entrega el material de trabajo (fotocopia de la situación).

Desarrollo

Los siguientes son las ofertas presentadas por el centro comercial K.



Trabajo grupal

De acuerdo a la imagen:

- Completar la siguiente tabla:

	Producto	Precio Normal	Porcentaje	Ahorro	Precio con descuento	Porcentaje de precio con descuento	

b. Escribir paso a paso los procedimientos usados para hallar los valores que permiten completar la tabla.

c. Un representante de cada grupo debe explicar los métodos y procedimientos usados por el grupo.

d. Resolver la actividad en línea <http://www.genmagic.org/mates3/perc1c.swf>, chequear las respuestas correctas y entregar los resultados obtenidos.

Cierre

Se realiza la puesta en común de los diferentes métodos usados. Un representante de cada grupo explica los métodos y procedimientos usados por el grupo. Se registran en el tablero las diferentes formas de solución que surgieron. Se analizan y comentan lo que sucedió al revisar las soluciones de los compañeros. La profesora aporta en los momentos que se consideren pertinente.

Trabajo en casa

Se solicita a los estudiantes leer, analizar y resolver la información y las actividades que se dejan en el blog, para ampliar y aclarar lo visto en clase.

www.mateloqueando.wordpress.com.co

Y en la página:

[http://www.genmagic.org/mates3/perc1c.swf.](http://www.genmagic.org/mates3/perc1c.swf)

Conceptos y procedimientos implicados:

Procedimientos aritméticos y rutinarios. Procesos matemáticos de Razonamiento, comunicación, representación e interpretación en el trascursos y desarrollo de la situación.

Calculo del porcentaje correspondiente a un descuento, uso de calculadora. Números racionales, razón, numero decimal.

Recursos:

Fotocopia de la actividad, calculadora, rúbrica. Blog www.mateloqueando.wordpress.com.co

Actividad evaluativa [http://www.genmagic.org/mates3/perc1c.swf.](http://www.genmagic.org/mates3/perc1c.swf)

Criterios de evaluación

- **Coevaluación.** Los estudiantes en los grupos se evalúan teniendo en cuenta la participación, colaboración y esfuerzo presentados durante el desarrollo de la actividad. Para ello se facilita una rúbrica.

Actividad 3. El pensamiento numérico – variacional a través del porcentaje como proporcionalidad directa

Objetivos de aprendizaje:

Desarrollar la capacidad de tomar decisiones financieras a partir del análisis de actividades relacionadas con el cálculo de intereses e impuestos que involucran el porcentaje como proporcionalidad directa y movilicen el pensamiento numérico –variacional.

Reconocer y operar porcentajes mayores a 100, tanto en forma de razón como de número decimal.

Razonar y argumentar los procedimientos usados para determinar impuestos e interese en situaciones problema que involucra el porcentaje como proporcionalidad directa.

Situación 3.1.**Apertura:**

Se solicita la participación de los estudiantes para hacer un recuento de lo acontecido en la sesión anterior, para ellos deben escoger un representante de grupo diferente al de la sesión anterior. Se apunta en el tablero los datos más relevantes.

Se pide a los alumnos que se organicen en los mismos grupos que trabajaron la actividad anterior, se describe brevemente la actividad a realizar y se entrega el material de trabajo (fotocopia de la situación).

Desarrollo:

Laura recibió una factura del almacén TANTO'S y sus compras fueron 3 camisetas a \$25.000 c/u, Un pantalón a \$80.000 y Un par de audífono a \$20.000. El valor de la compra sin impuesto fue de \$175.000. Sin embargo al momento de cancelar debe tener en cuenta 16% correspondiente al IVA (impuesto al valor agregado) y el costo del envío correspondiente al 9% del valor de la compra.

Almacén TANTO'S		
Código	Descripción	Valor
25851	3 Camiseta	75.000
25861	1 Pantalón	80.000
25871	1 Audífonos	20.000
Subtotal		175.000
IVA (16%)		
Costo de Envío (9%)		
Total		



Trabajo grupal

a. ¿Cuál es el valor total de la factura? Explicar paso a paso el método usado.

b. ¿Cuánto cobro el almacén TANTO'S por el envío de la mercancía? Explica

c. ¿El valor del envío es fijo? Explique

d. ¿De qué depende el valor el envío? Explique

e. Si la compra de una silla, sin incluir impuestos ni envío, fuera por un valor de \$250.000, determina los valores a pagar presentes en la factura.

Almacén TANTO'S		
Código	Descripción	Valor
25831		
Subtotal		
IVA (16%)		
Costo de Envío (9%)		
Total		



f. ¿Qué porcentaje del valor de la compra se paga finalmente? Escribe paso a paso el método usado.

g. ¿Qué se puede decir con respecto a la relación entre el valor de la compra y el total a pagar? Explique.

Situación 3.2.

Trabajo grupal.

h. Si el almacén entrega una factura correspondiente a la compra de un sofá cama por un total de \$380.000, completa los valores que faltan en la factura

Almacén TANTO'S		
Código	Descripción	Valor
25841		
Subtotal		
IVA (16%)		

	Costo de Envío (9%)			
	Total	380.000		
<p>i. ¿Qué porcentaje del valor de la compra se paga finalmente? Escribe paso a paso el método usado</p> <p>j. ¿Qué puedes decir con respecto a la relación entre el valor de la compra y el total a pagar? Explica</p> <p>k. Representa gráficamente el valor de la compra y el total a pagar. Escribe paso a paso el procedimiento usado.</p> <p>l. ¿Hay proporcionalidad? Explica</p> <p>m. ¿Qué clase de proporcionalidad? Explica</p> <p>n. Si el consumo es de c pesos, y la cantidad total a pagar es de m pesos, expresa matemáticamente la relación entre m y c.</p>				
Cierre:				
<p>Se realiza la puesta en común de los diferentes métodos hallados. Se registran en el tablero todas las formas que surgieron. Los estudiantes explican sus métodos y procedimientos. Se analizan y comentan lo que sucedió en el paso a paso de los compañeros. La profesora aporta en los momentos que se considere pertinente.</p>				
Trabajo en casa				
<ul style="list-style-type: none"> • Se solicita a los estudiantes leer, analizar y resolver la información y las actividades que se dejan en el blog, para ampliar y aclarar lo visto en clase. www.mateloqueando.wordpress.com.co 				

- Y en la página
http://www.ceibal.edu.uy/UserFiles/P0001/ODEA/ORIGINAL/100413_porcentaje.elp/usos_de_porcentajes.html
- Se pide a los estudiantes consultar los conceptos de: interés, impuesto, IVA. a través de tres medios diferentes:
 - Pregunta a un familiar
 - Pregunta a un vecino
 - Uso de la WEB

Conceptos y procedimientos implicados.

Representación del porcentaje en forma de proporción, cálculo de porcentaje, uso de calculadora. Interpretación, razonamiento, representación y argumentación

Proporcionalidad directa, porcentaje, impuesto, tabla de datos, plano cartesiano, graficas en el plano.

Recursos.

Fotocopia de la actividad de la secuencia. Hojas cuadriculadas tipo cuadernillo.

Página

http://www.ceibal.edu.uy/UserFiles/P0001/ODEA/ORIGINAL/100413_porcentaje.elp/usos_de_porcentajes.html

Blog www.mateloqueando.wordpress.com.co

Criterios de evaluación:

Observación. Calidad y pertinencia de las explicaciones y argumentos expuestos en la resolución del trabajo realizado.

4. Anexo 4. Conformación de grupos de trabajo

Se conformaron dos (2) grupos de cuatro estudiantes y once (11) grupos de tres estudiantes, para un total de cuarenta y un (41) estudiantes. Los estudiantes y grupos se distribuyeron como se detalla a continuación.

Grupo 1 (G1): E11, E12, E18

Grupo 2 (G2): E9, E14, E34

Grupo 3 (G3): E3, E7, E23, E29

Grupo 4 (G4): E13, E15, E19

Grupo 5 (G5): E10, E26, E30

Grupo 6 (G6): E17, E21, E22

Grupo 7 (G7): E2, E4, E36, E40

Grupo 8 (G8): E16, E24, E25

Grupo 9 (G9): E1, E35, E37

Grupo 10 (G10): E5, E8, E20

Grupo 11 (G11): E28, E31, E32

Grupo 12 (G12): E6, E27, E39

Grupo 13 (G13): E33, E38, E41

5. Anexo 5. Entrevista.

	I.E.T.I. COMUNA 17 AREA MATEMÁTICAS Entrevista	
	Docente: Esmeralda Bocanegra	Grado Séptimo IV PERÍODO

La presente entrevista pretende recoger el sentir y las apreciaciones de los estudiantes con respecto a la secuencia aplicada y el trabajo en el aula realizado.

1. Con respecto al trabajo realizado que aspectos te parecieron positivos.

2. ¿Crees que este tipo de trabajo facilita el aprendizaje de conceptos matemáticos? Explique

3. ¿Durante el trabajo en grupo que elementos o características crees favorecieron el desarrollo de las actividades de aprendizaje? Justifica

4. ¿Qué aspectos crees se podrían mejorar?

5. En cuanto a la profesora ¿cómo describes y valoras su participación y acompañamiento durante las diferentes actividades?

6. ¿Las diversas actividades trabajadas te permiten interpretar, analizar y calcular porcentajes en situaciones de la vida cotidiana? Justifica

6. Anexo 6. Lista de chequeo

	I.E.T.I. COMUNA 17 ÁREA MATEMÁTICAS PORCENTAJES Docente: Esmeralda Bocanegra Lista de chequeo	 Grado Séptimo IV PERÍODO
---	--	--

Nombres: _____ Fecha: _____

LISTA DE CHEQUEO			
Marca la opción que consideres se ajusta a la calidad del trabajo en grupo realizado durante la clase			
Aspectos	Si (5)	Algunas veces (3.5)	No (2)
• Presentan a la clase los resultados del trabajo realizado			
• Responden preguntas y clarifican ideas.			
• Aporta ideas y opiniones a los miembros de la clase.			
• Enriquecen sus puntos de vista con las aportaciones de los otros.			
• Elaboran, por escrito, una solución al problema			
• Hacen la clarificación, definición y análisis del problema.			
• Formulan los aprendizajes para dar una solución al problema.			
• Planean el proceso a seguir.			

7. Anexo 7. Algunas respuestas a la lista de chequeo

Lista de chequeo

LISTA DE CHEQUEO			
Marca la opción que consideres se ajusta a la calidad del trabajo en grupo realizado durante la clase			
Aspectos	Si (5)	Algunas veces (3.5)	No (2)
• Presentan a la clase los resultados del trabajo realizado	X		
• Responden preguntas y clarifican ideas.	X		
• Aporta ideas y opiniones a los miembros de la clase.		X	
• Enriquecen sus puntos de vista con las aportaciones de los otros.	X		
• Elaboran, por escrito, una solución al problema	X		
• Hacen la clarificación, definición y análisis del problema.	X		
• Formulan los aprendizajes para dar una solución al problema.		X	
• Planean el proceso a seguir.		X	

Lista de chequeo

LISTA DE CHEQUEO			
Marca la opción que consideres se ajusta a la calidad del trabajo en grupo realizado durante la clase			
Aspectos	Si (5)	Algunas veces (3.5)	No (2)
• Presentan a la clase los resultados del trabajo realizado		X	
• Responden preguntas y clarifican ideas.		X	
• Aporta ideas y opiniones a los miembros de la clase.	X		
• Enriquecen sus puntos de vista con las aportaciones de los otros.	X		
• Elaboran, por escrito, una solución al problema	X		
• Hacen la clarificación, definición y análisis del problema.		X	
• Formulan los aprendizajes para dar una solución al problema.		X	
• Planean el proceso a seguir.		X	

Lista de chequeo

LISTA DE CHEQUEO			
Marca la opción que consideres se ajusta a la calidad del trabajo en grupo realizado durante la clase			
Aspectos	Si (5)	Algunas veces (3.5)	No (2)
• Presentan a la clase los resultados del trabajo realizado		X	
• Responden preguntas y clarifican ideas.		X	
• Aporta ideas y opiniones a los miembros de la clase.	X		
• Enriquecen sus puntos de vista con las aportaciones de los otros.	X		
• Elaboran, por escrito, una solución al problema	X		
• Hacen la clarificación, definición y análisis del problema.	X		
• Formulan los aprendizajes para dar una solución al problema.		X	
• Planean el proceso a seguir.		X	

Lista de chequeo

LISTA DE CHEQUEO			
Marca la opción que consideres se ajusta a la calidad del trabajo en grupo realizado durante la clase			
Aspectos	Si (5)	Algunas veces (3.5)	No (2)
• Presentan a la clase los resultados del trabajo realizado		X	
• Responden preguntas y clarifican ideas.		X	
• Aporta ideas y opiniones a los miembros de la clase.	X		
• Enriquecen sus puntos de vista con las aportaciones de los otros.		X	
• Elaboran, por escrito, una solución al problema	X		
• Hacen la clarificación, definición y análisis del problema.		X	
• Formulan los aprendizajes para dar una solución al problema.		X	
• Planean el proceso a seguir.		X	