

EL CASO DE LOS PROCESOS INFINITOS EN LOS LIBROS DE TEXTO  
DE MATEMÁTICAS EN 8° Y 9°

MAGDA PILAR ÁNGEL\* Y ALEJANDRO ROJAS TOVAR\*\*

\*Universidad Pedagógica Nacional, [mdma\\_mpangelr744@pedagogica.edu.co](mailto:mdma_mpangelr744@pedagogica.edu.co)

\*\*Universidad Pedagógica Nacional, [mdma\\_ahrojast617@pedagogica.edu.co](mailto:mdma_ahrojast617@pedagogica.edu.co)

**Resumen:** Este documento expone la propuesta de proyecto de grado en la Maestría en docencia de las Matemáticas a la que desean aplicar los autores, quienes pretenden establecer la manera como se presentan los procesos infinitos en los textos de matemáticas de 8° y 9°, las actividades que se desarrollan para su aplicación, las representaciones utilizadas y el vínculo de estas actividades con los conceptos propios del currículo del grado respectivo. Para cumplir con su cometido, los autores aplican la técnica de análisis documental para la revisión de textos tomando como unidades de análisis las secciones de los capítulos correspondientes a la construcción de los conjuntos numéricos, a las progresiones, sucesiones y series y como categorías de análisis los maneras de conocer desarrolladas por la teoría APOS (Acción, Proceso, Objeto y Esquema)

**Abstract:** This document to expose the project proposal to the Master's Degree in teaching of mathematics to which they wish to apply the authors, those who seek to establish how the processes are infinite in the texts of mathematics of 8° and 9 °, the activities that are developed for your application, the representations used and the link of these activities with the concepts of the curriculum of the respective degree. To comply with its mandate, the authors applied the technique of the documentary analysis for the revision of texts taking as units of analysis sections of chapters corresponding to the construction of the numeric sets, to the progressions, sequences and series and as categories of analysis the ways to get to know the theory developed by APOS (Action, Process, Object and Schema)

**Palabras claves:** Procesos Infinitos, libros de texto, teoría APOS, representaciones, conceptos.

Se puede considerar que la enseñanza del Cálculo “...se ha convertido en uno de los problemas neurálgicos para la educación matemática” (García, Serrano y Díaz, 1999, p. 51), lo cual se evidencia en los resultados de las investigaciones realizadas en torno a la Didáctica del Cálculo, que mencionan que la enseñanza y el aprendizaje del cálculo es un proceso complejo que genera múltiples dificultades, tanto a los estudiantes como a los profesores (González, 2007), además se identifica que tales dificultades se encuentran relacionadas con los siguientes aspectos:

- *convertir conceptos básicos como límite y derivada en un conocimiento puramente algorítmico.*
- *aspectos ligados con el infinito, ya que introduce una nueva forma de razonamiento.*

- *conceptos en torno a cantidades infinitamente grandes e infinitamente pequeñas* (Azcarate, Bosch, Casadevall y Casellas; 1996)

Las anteriores dificultades sugieren tener en cuenta en la conceptualización y discurso del cálculo escolar aspectos relacionados con el infinito y procesos infinitos; sin embargo esto aún no se evidencia en las aulas de matemáticas como lo señala Montero & Scheuer (2006), al considerar que es normal tratar en los cursos de matemática básica al concepto de infinito sin mayor profundidad y explicación como si fuese un concepto de fácil asimilación para los estudiantes, lo cual se argumenta en palabras de Waldegg (1996) al señalar que las “circunstancias escolares mediocres e intuiciones equívocas, contribuyen a que la cuestión del infinito sea uno de los obstáculos más difíciles de superar en la enseñanza de las matemáticas y esta situación hace crisis en el momento de iniciar el aprendizaje del cálculo” (Waldegg, 1996; p.2).

Se considera que la inclusión, acercamiento y trabajo en el aula de matemáticas con procesos infinitos, bien sea a través del discurso y actividades propuestas por el docente o por el texto guía, puede facilitar en los estudiantes de educación media el trabajo y comprensión de los conceptos fundamentales del cálculo, ya que sirven como bases conceptuales para la construcción de nociones como la de límite, derivada e integral, lo cual esta en concordancia con planteamientos realizados por González (2007) al señalar que la enseñanza de conceptos del cálculo debería ser un proceso que cuente con mayor tiempo y que se inicie desde la enseñanza primaria hasta la superior, de tal manera que pueda tener en cuenta las fases: *intuitiva* (en la enseñanza realizada en educación primaria a través nociones que involucren el cambio y la variación en la vida cotidiana), *pragmática* (fase de tipo exploratorio que sirve como fundamento para las nociones posteriores del cálculo) y *formal* (en esta ya se enfatiza en el lenguaje formal y la parte demostrativa).

La noción de infinito es fundamental para la conceptualización de varios tópicos desarrollados en la educación matemática escolar como por ejemplo en la construcción de los conjuntos numéricos, el trabajo con sucesiones, progresiones, series y en la fundamentación de los conceptos propios del cálculo. En particular en el cálculo, el infinito se presenta como una de las herramientas más poderosas para abordar el concepto de límite, derivada e integral razón por la que, como lo señala Hitt (2003, citado por González, Morales, & Sigarreta, 2013), también puede constituirse en un obstáculo ya que existe una confusión de los alumnos entre los procesos infinitos (infinito potencial) y la situación límite (infinito actual), lo cual se evidencia desde nuestra experiencia como docentes al observar que los estudiantes se quedan en el proceso, es decir, no crean un puente entre el infinito potencial y el actual. Por otra parte, las dificultades inherentes a la enseñanza y aprendizaje del concepto del límite como lo enuncia Azcárate et al. (1996 citados por Engler, Gregorini, Vrancken, Müller, Hecklein, & Henzenn, 2008) se deben a su riqueza y complejidad, además a que los aspectos cognitivos implicados no se pueden generar simplemente a partir de la definición.

Lo anterior evidencia la necesidad de analizar la manera cómo se están abordando las actividades o tareas relacionadas con los procesos infinitos, para que posteriormente pueda ser de utilidad en la construcción de los conceptos propios del cálculo en los grados siguientes de formación y por ello se considera pertinente realizar un análisis de estas maneras de construcción.

El interés se centra en evidenciar si al abordar temáticas propias de los grados octavo y noveno se pueden vislumbrar y trabajar con procesos infinitos, para ello no cabe duda que se puede examinar

de diferentes formas como por ejemplo a través del análisis de los libros de texto, de la planeación y gestión del docente o del currículo de matemáticas, entre otros. En nuestro caso hemos elegido el análisis de textos escolares de 8° y 9° empleados en el aula con el fin de evidenciar la presencia de actividades relacionadas a procesos infinitos.

En cuanto a la importancia del análisis del libro de texto de matemáticas, se puede decir que su uso se ha mostrado de diversas formas en el aula y se ha convertido en una herramienta fundamental en el desarrollo de las actividades que se proponen en la clase. Por ello en nuestro estudio, el análisis de los libros de texto se utilizará con el propósito de caracterizar la presencia de los procesos infinitos en los grados octavo y noveno y además la pertinencia de dichas actividades en la fundamentación del infinito como base conceptual de la noción de límite sustentado esto en las palabras de Choppin (1980 citado por Gonzalez Astudillo & Sierra Vásquez, 2004) en cuanto a su consideración del libro de texto como un “...apoyo del saber en tanto que impone una distribución y una jerarquía de los conocimientos y contribuye a forjar los andamios intelectuales tanto de alumnos como de profesores; es instrumento de poder, dado que contribuye a la uniformización lingüística de la disciplina, a la nivelación cultural y a la propagación de las ideas dominantes” (p. 389)

Entre las teorías de aprendizaje del pensamiento matemático avanzado se encuentra la teoría APOS, la cual establece que la comprensión matemática de un concepto comienza con el manejo de un objeto físico o mental para formar acciones las cuales, mediante su repetición, pueden ser interiorizadas para formar procesos quienes pueden ser encapsulados para constituirse en objetos. Luego de tener las acciones, los procesos y los objetos se puede generar un esquema. A partir de esto, se pretende determinar qué fase de construcción de los procesos infinitos reflejan los libros de texto, ya que a partir de las evidencias empíricas se puede decir que los profesores no identifican que dicha construcción del concepto se evidencie en los textos (Vargas Hernández, 2012).

Por ello es que se pretende indagar si en las actividades que proponen los textos escolares a los estudiantes se puede vislumbrar el trabajo con procesos infinitos a través del análisis de texto, con el fin de aportar en la construcción y comprensión de conceptos asociados al cálculo infinitesimal abordados en la educación media y superior ya que la forma en la que los textos escolares presentan los conceptos puede influir en gran medida en el aprendizaje de los estudiantes, ya que éstos son fuente de consulta del conocimiento abordado en la clase. Díaz & Morales (citados por Castañeda, Rosas & Molina, 2010)

## Referencias

- Azcárate, C., Bosch, D., Casadevall, M. y Casellas, E. (1996). Cálculo Diferencial e integral. España: Editorial Síntesis.
- García, G., Serrano, C. y Díaz, H. (1999). Una aproximación epistemológica, didáctica y cognitiva a nociones básicas y conceptos del Cálculo. Colombia, Tecne Episteme y Didaxis. (5), 51-58.
- González, M. (2007). Réplica de la ponencia "El Papel de la Didáctica en la Enseñanza del Cálculo: Evolución, Estado Actual y retos futuros" de la profesora Mar Moreno. *Investigación en Educación Matemática*, 405 - 414.

Montero, V. & Scheuer, N. (2006). Pensando el infinito. Concepciones de estudiantes universitarios. *Matemáticas Para el Siglo XXI*, 257-265.

Waldegg, G., (1996). Identificación de Obstáculos Didácticos en el estudio del Infinito Actual. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 107 - 122.