

Javier Martínez Plazas  
Ferney Anturí Vargas

Colectivo Investigación en Tecnologías de  
Educación Matemática, CITEM

Universidad de la Amazonia (Colombia).

javiermartinezplazas@yahoo.com  
feanva@gmail.com

## UNA FORMA DE HACER REALIDAD LAS COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS. ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EUCLIDIANA

### Resumen.

La Teoría de las Situaciones Didácticas y el software de geometría dinámica Cabri Geometry II Plus o Geogebra, se han convertido en la mejor fusión para la orientación del espacio académico "Las Geometrías" en el segundo semestre de la Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de la Amazonia. Se trabajó con un grupo de cuarenta estudiantes. En la presente comunicación breve de investigación se desea socializar los resultados parciales de la aplicación de tres situaciones didácticas a estudiantes de segundo semestre en donde se refleja que el uso de dichos software permite elaborar el concepto del objeto geométrico (en estudio) desde el desarrollo de problemas contextualizados.

**Palabras claves:** situación didáctica, actividad de aprendizaje, geometría Euclidiana, software de geometría dinámica.

### Abstract.

The Theory of Didactical Situations and dynamic geometry software Cabri Geometry II Plus or Geogebra, have become the best fusion to the orientation of academic space "The Geometries" in the second semester of the Undergraduate Program in Mathematics and Physics, in Amazonia University. We worked with a group of forty students. In this brief communication of research we want to socialize the partial results of the application of three teaching situations to students in the second semester which reflects that the use of such software allows to elaborate the concept of geometric object (under study) from developing contextualized problems.

**Keys words:** teaching situations, learning activity, Euclidian geometry, and dynamic geometry software.

### Introducción.

La presente comunicación breve de investigación está enmarcada dentro de las experiencias de aula que se desarrollan al interior de la Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de la Amazonia, la cual dentro de su plan de estudios tiene el espacio académico "Las Geometrías" en el segundo semestre. Una de las características de la geometría euclidiana es la rigurosidad axiomática (matemática), aspecto que por lo general es el más utilizado por los docentes para iniciar su desarrollo en el salón de clases. Esta forma de abordarla genera múltiples inconvenientes en el aprendizaje de la mayoría de los estudiantes (no solo en la básica secundaria y media sino también en la educación superior), situación planteada en el informe ICMI PMME-UNISON (2006) y que llamó la atención de los docentes que orientan dicho espacio académico. Ante esta problemática se decidió indagar en la didáctica y así determinar una teoría o enfoque didáctico que permitiera transformar las prácticas de aula sin evadir la rigurosidad matemática.

Indagando en los referentes teóricos de la didáctica de las matemáticas se encontró la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau y el software de geometría dinámica, Cabri Geometry II Plus, los cuales permitieron estructurar varias situaciones didácticas que mediaran el aprendizaje de la Geometría Euclidiana y que abrieran la puerta para el estudio de las Geometrías no Euclidianas.

En La presente ponencia se comparte los resultados que se obtuvieron en el segundo periodo académico de 2015, por medio de las respuestas dadas por un estudiante a las tres situaciones propuestas.

### Desarrollo.

En la actualidad existen diversos métodos (didácticos) que tienen como objetivo mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, por ejemplo, aprendizaje basado en problemas, trabajo colaborativo, trabajo cooperativo, entre otros.

En este espectro de opciones, y desde un punto de vista más estructurado y general, se encuentra la Teoría de las Situaciones Didácticas (de ahora en adelante TSD), la cual parte de la hipótesis de que los conocimientos matemáticos no se construyen de manera espontánea, como lo plantea Brousseau mismo:

"(...) La descripción sistemática de las situaciones didácticas es un medio más directo para discutir con los maestros acerca de lo que hacen o podrían hacer, y para considerar cómo éstos podrían tomar en cuenta los resultados de las investigaciones en otros campos. La teoría de las situaciones aparece entonces como un medio privilegiado, no solamente para comprender lo que hacen los profesores y los alumnos, sino también para producir problemas o ejercicios adaptados a los saberes y a los alumnos y para producir finalmente un medio de comunicación entre los investigadores y los profesores." (Brousseau, 1999).

Un elemento fundamental en la TSD es cómo lograr articular los principales actores del sistema educativo, docentes y estudiantes, desde su quehacer en el salón de clase, a través de un medio eficiente, el investigador (bien sea externo o el mismo docente como investigador). Así, la TSD plantea una salida racional al problema del aprendizaje y a su vez facilita el actuar profesional del docente.

Javier Martínez Plazas  
Ferneý Anturí Vargas

Colectivo Investigación en Tecnologías de  
Educación Matemática, CITEM

Universidad de la Amazonia (Colombia).

javiermartinezplazas@yahoo.com  
feanva@gmail.com

## UNA FORMA DE HACER REALIDAD LAS COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS. ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EUCLIDIANA

Desde el sentido Piagetiano (concepción constructivista del aprendizaje) se considera que “el alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana” generando así la adaptación de éste, manifestándose en “respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje” (Brousseau, 1986).

Brousseau (1999) considera como “situación” un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina a un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. De hecho, aclara que “algunas de estas “situaciones” requieren de la adquisición “anterior” de todos los conocimientos y esquemas necesarios, pero hay otras que ofrecen una posibilidad al sujeto para construir por sí mismo un conocimiento nuevo en un proceso “genético”.”

Para el caso de un saber específico o determinado, Brousseau (1982), (citado por Galvez,1994), plantea las situaciones didácticas como:

“Un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o explícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución.”

En este sentido, “el aprendizaje resulta ser el proceso personal de construcción significativa del conocimiento, para lo que se necesita participación activa, en vez de una simple recepción de normas y conocimiento objetivado. (Bauersfeld, 1994) (citado por Gómez, 2002)”.

Ubicados desde el pensamiento matemático, se prioriza la actividad de resolución de problemas, lo cual está en la dirección de las situaciones didácticas y la tendencia natural del niño a hacer preguntas y a buscar respuestas. Por consiguiente las nociones matemáticas básicas se apoyan y constituyen partiendo de situaciones problemáticas, que ofrecen la oportunidad de verificar qué estrategias resolutivas utiliza y cuáles son las dificultades que encuentra. ¿Cómo no compartir esta posición? (D’Amore, 1997)

Desde la óptica de Polya resolver un problema es “encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no se consigue de forma inmediata, utilizando los medios adecuados”. (Polya, 1981).

Tratando de encontrar el mejor camino (respecto a las estrategias resolutivas) a la búsqueda de respuestas, aparece el recurso tecnológico, inmerso en lo que hoy en día se denomina las Tecnologías de la Información y la Comunicación (de ahora en adelante TIC). Al introducir las TIC al sistema educativo emerge el concepto de entorno virtual, “conceptualizado como el soporte tecnológico que hace posible la existencia de la interacción virtual por medios telemáticos. (Barberá, Badía, Mominó, 2001) (Citado por Gómez, 2002)”.

Una de las características al diseñar las situaciones didácticas es “permitir interacciones entre los alumnos y de éstos con el profesor, y que esta interacción evolucione. Los alumnos podrán hacer intercambios en la situación –sin la sanción del maestro–, y poner a prueba todos sus recursos. (Gómez, 2002).”

Dentro de las características de los entornos virtuales, más específicamente de los software educativos, se tiene: la finalidad didáctica, utilizan el ordenador (computador), son interactivos, individualizan el trabajo, son fáciles de usar. Frente a ello Marqués plantea que “ofrecen un entorno de trabajo más o menos sensible a las circunstancias de los alumnos y más o menos rico en posibilidades de interacción.” Adicionalmente, “la importancia de las herramientas computacionales para la educación matemática está asociada a su capacidad para ofrecernos medios alternativos de expresión matemática. A su capacidad para ofrecer formas innovadoras de manipulación de los objetos matemáticos (Armella. MEN, 2002).”

Se toma como ejemplo el universo virtual de la geometría dinámica (Cabri). López (2006) plantea que diversos trabajos y experiencias reflexionan acerca del empleo de la Geometría Dinámica en la enseñanza de la Geometría, y al respecto plantea en palabras de Rizo –Campistrous (2001): “Esto hace que la geometría dinámica permita a los alumnos formarse conceptos mucho más generales acerca de las figuras geométricas y comprender, de una manera más completa las propiedades geométricas. De esa manera el alumno no va a asociar cada propiedad con una forma particular de la figura” (citado por López, 2006).”

Más adelante los autores hacen referencia al uso de la heurística en la Geometría Dinámica, al señalar: “Otra ventaja de la geometría dinámica es que permite aprovechar plenamente una de las estrategias heurísticas en la solución de problemas geométricos que difícilmente puede ser aprovechada en otros casos, que es la estrategia de “mover la figura” (dragging) es decir, variar las condiciones. De esta manera el alumno puede mover la figura y conservar ciertas propiedades, y puede formarse una imagen de qué cosa es lo que ocurre al hacer las variaciones y así tener ideas de cómo resolver el problema...” (Rizo -Campistrous; 2001).

En general, son múltiples las ventajas de los software de geometría dinámica, razón por la cual, se dará paso a mostrar el trabajo realizado con los estudiantes en el aula de clase.

### Resultados.

El trabajo con los estudiantes del segundo semestre de Licenciatura en Matemáticas y Física, espacio académico “Las Geometrías”, se ha basado en el desarrollo de situaciones (problemas abiertos) que obligan al estudiante a explorar todas las opciones de solución (conjeturas) y de la mano con el software Cabri Geometry II Plus, las modelan y demuestran su veracidad o no, de tal manera que la conclusión del trabajo los conlleve al planteamiento de un axioma, teorema o definición. Para ilustrar lo planteado veamos una de las situaciones trabajadas en clase.

Javier Martínez Plazas  
Ferney Anturí Vargas






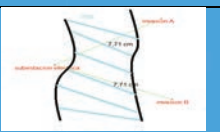
Colectivo Investigación en Tecnologías de  
Educación Matemática, CITEM

Universidad de la Amazonia (Colombia).


javiermartinezplazas@yahoo.com  
feanva@gmail.com

## UNA FORMA DE HACER REALIDAD LAS COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS. ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EUCLIDIANA


**Situación 1.** El paisaje urbanístico de Florencia en los últimos cinco años viene siendo afectado por las invasiones. A la altura del kilómetro 4 vía Montañita se están gestando dos nuevas invasiones al lado derecho del río Hacha. La alcaldía de Florencia está pensando en ubicar una subestación eléctrica para suministrar de energía a las dos invasiones, pero por costos, la va a construir a la orilla izquierda del río. ¿En qué punto debe ubicar la subestación la Alcaldía para que la cantidad de cable de alta tensión sea la misma para ambas invasiones?

Respuesta dada por Fabio Oliveros		
<p><i>Trazamos 2 puntos y los denominamos invasión A e invasión B, estos puntos se encuentran en el mismo lado, a continuación trazaremos una circunferencia que tiene como radio AB y otra de la misma magnitud pero con radio BA, al tener estas 2 circunferencias, se van a intersectar en un punto, mejor dicho en 2, pero el punto en el que se intersectan en la parte derecha es la que nos importa, porque ese punto se encontrará a la misma distancia de A que de B y por consiguiente las tensiones de los cables serán iguales por lo cual, este será el punto en el cual se podrá ubicar la subestación de electricidad.</i></p>		
Construcciones realizadas		
		
		
Conclusión		
<p><b>DEMOSTRACION:</b></p> <p>El punto que se encuentre a la misma distancia de A que de B es la subestación eléctrica, esto es debido a:</p> <p>Tenemos 2 puntos en el plano y según el Axioma 1.1.3. En una recta existen al menos dos puntos. Existen tres puntos no situados en una recta, lo cual da origen a la subestación eléctrica.</p>		

**Situación 2.** Dos estudiantes van a presentar a una prueba escrita al profesor del espacio académico Geometrias. La única mesa disponible para realizar la evaluación es de forma circular. El docente desea ubicarse en la mesa de tal forma que quede a igual distancia de cada uno de los estudiantes, sin importar la distancia entre los dos estudiantes, siempre y cuando no queden extremadamente cerca.

Respuesta dada por Fabio Oliveros	
<p>Procedimiento: Lo siguiente es elaborar un plano cartesiano y en este, trazamos una circunferencia tomando como centro la intersección del plano, después ponemos dos puntos de la circunferencia y trazamos dos líneas al punto de intersección el cual es el docente y en este damos la medición de estas dos distancias.</p>	
Construcciones realizadas	
	
Conclusión	
No presenta.	

**Situación 3.** El Ministerio de Minas y Energía de Colombia desea ubicar una central eléctrica para abastecer a Florencia, Neiva y Cali. ¿Cuál sería el sitio más estratégico para ubicar la central eléctrica y así el costo de suministro sea mínimo para el Ministerio?

Respuesta dada por Fabio Oliveros	
<p>Neiva al parecer se encuentra equidistante a Cali y a Florencia, además es posible que tenga la misma distancia a las 2 ciudades lo cual haría que la subestación distribuya mejor la electricidad.</p>	
Construcciones realizadas	
	
Conclusión	
No presenta.	

Javier Martínez Plazas  
Ferneý Anturí Vargas

Colectivo Investigación en Tecnologías de  
Educación Matemática, CITEM

Universidad de la Amazonia (Colombia).

javiermartinezplazas@yahoo.com  
feanva@gmail.com

## UNA FORMA DE HACER REALIDAD LAS COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS. ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EUCLIDIANA

A continuación se presenta la conclusión del trabajo realizado por el mismo estudiante,

CONCLUSIONES
<p>En el trabajo realizado, nos introducimos en temas nuevos y usamos un apoyo informático para facilitar su comprensión, lo cual facilitó el desarrollo y comprobación de los conceptos vistos claramente en un libro o en un texto, debido a que por así decirlo sacamos el concepto del libro y lo introducimos de alguna forma en un sistema que podemos observar en interactuar, moviendo mirando y modificando, lo cual nos permite jugar con los conceptos geométricos vistos.</p> <p>Al momento de interactuar con la geometría, el programa utilizado resultó de gran ayuda debido a que resulta muy fácil mover puntos, crear formas y modificar datos al igual que facilita la solución de problemas cotidianos gracias a que los lleva a una solución geométrica aplicable.</p> <p>El trabajo nos demostró algo muy interesante, y es lo siguiente: para que una figura cumpla la ley del arrastre y sus medidas sean exactas, tienen que estar compuesta o poseer en alguna parte la circunferencia como base del sistema a elaborar o al problema planteado.</p> <p>Con la observación y experiencia del trabajo vivido se avanza un poco más hasta el objetivo que es la enseñanza de la nueva generación, esta actividad abre nuestra mente a nuevas formas de enseñar e inculca en nosotros sobre cómo hacer de una de una clase un espacio de tiempo agradable y mucho más que eso avanzar hasta el punto de llegar a una unidad o espacio académico mucho más atractivo para el estudiante, y como consecuencia mayor comprensión docente-alumno, facilitando así la convivencia y estabilidad.</p>

Una vez entregado el informe de cada uno de los estudiantes y revisado por el docente, se socializan las respuestas que permiten generar debate, en particular aquellas en donde no se exploraron todas las opciones, de tal manera que el estudiante complemente su análisis y que se aproxime más al objetivo de la situación didáctica proyectada; para el caso citado, introducir el concepto de Mediatriz y posteriormente llegar a la definición.

### Conclusiones.

La aplicación de las actividades de aprendizaje ha generado un enfoque nuevo de entender el aprendizaje de la geometría. El trabajo de campo, constituido por la aplicación de las actividades de aprendizaje, la socialización estudiantes-docentes y el momento de meta cognición, han permitido la triangulación de la información. En la actualidad se han identificado dos momentos para la aplicación de las situaciones didácticas, el primero consiste en el desarrollo por parte del estudiante de las actividades de aprendizaje y el segundo es el momento de formalización de los conceptos (objetos matemáticos), acción en la cual el docente orienta a los estudiantes hacia la identificación de los elementos teóricos que emergen de éstas.

Lo anterior ha conllevado a la reestructuración del formato para el desarrollo de las actividades de aprendizaje. Se ha identificado que el estudiante desarrolla mejor la actividad si inicia planteando una hipótesis, bien sea como respuesta a la pregunta planteada o como estrategia de solución, pasando al desarrollo de ésta; luego se hace la socialización de las respuestas dadas, se complementa el trabajo y se pasa al momento de meta cognición, elemento clave en el proceso de aprendizaje. Es en éste, donde el estudiante saca el mayor provecho de su trabajo, como se dice coloquialmente “se expresan las respuestas”. El profesor incentiva a los estudiantes a generar nuevas preguntas a partir de las respuestas dadas por ellos, bien sea haciendo cambios iniciales al problema, al desarrollo o colocando nuevas condiciones de solución, en fin, es el momento donde el estudiante se da cuenta que el verdadero aprendizaje apenas empieza.

Para el segundo semestre del 2015 se tiene previsto aplicar el nuevo formato y generar conclusiones sobre el trabajo de campo.

### Bibliografía.

- Ballesteros, I. & Rojas, D. (2011). Análisis de la implementación de las actividades para la conceptualización de área del rectángulo en el grado séptimo con la mediación del programa Cabri Geometry (tesis de pregrado). Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.
- Gómez, M. (2002). Estudio teórico, desarrollo, implementación y evaluación de un entorno de enseñanza colaborativa con soporte informático (CSCL) para matemáticas (tesis doctoral). Universidad Complutense de Madrid, Madrid, España.
- ICMI PMME-UNISON (2001). Perspectives en l'Ensenyament de la Geometria pel segle XXI. Recuperado de <http://www.euclides.org/menu/articles/article2.htm>
- López, N. (2006). El empleo del software Cabri-Géomètre II en la enseñanza de la Geometría en la Universidad Autónoma de Guerrero, México (tesis doctoral). Instituto Superior Pedagógico “Enrique José Varona”, La Habana, Cuba.
- Arenas, M. (2012). Propuesta didáctica para la enseñanza de áreas y perímetros en figuras planas (tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- Panizza, M. (2009). Conceptos básicos de la Teoría de situaciones Didácticas. Recuperado de [www.crecerysonreir.org/docs/matematicas\\_teorico.pdf](http://www.crecerysonreir.org/docs/matematicas_teorico.pdf)
- Brousseau, G. (2013). Fundamentos y métodos de la didáctica de las Matemáticas. Recuperado de [www.uruguayeduca.edu.uy/Userfiles/P0001%5CFile%5CFundamentosBrousseau.pdf](http://www.uruguayeduca.edu.uy/Userfiles/P0001%5CFile%5CFundamentosBrousseau.pdf)
- Moncayo, C., & Pantoja, J., & Fernández, E. (2013). Enfoque didáctico para la conceptualización de la parábola como lugar geométrico integrando Cabri Géomètre II Plus. Universidad de Nariño, Pasto, Colombia.

