



UNA ESTRATEGIA DE DIVULGACIÓN Y POPULARIZACIÓN DEL
LABORATORIO DE MATEMÁTICAS DE LA UNIVERSIDAD DEL VALLE
(LabMatUV)

JAIRO ANDRÉS SALAZAR HURTADO

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
3487

SANTIAGO DE CALI
2012



UNA ESTRATEGIA DE DIVULGACIÓN Y POPULARIZACIÓN DEL
LABORATORIO DE MATEMÁTICAS DE LA UNIVERSIDAD DEL VALLE
(LabMatUV)

JAIRO ANDRÉS SALAZAR HURTADO
CÓD. 200534608

Trabajo de grado para optar el título de Licenciado en Matemáticas y Física

DIRECTOR DE TRABAJO DE GRADO:
MG. OCTAVIO AUGUSTO PABÓN RAMÍREZ

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
3487

SANTIAGO DE CALI
2012

Nota de aceptación

Mg. Diego Garzón Castro

Mg. Jorge Hernando Arce Chaves

Santiago de Cali, octubre de 2012

RESUMEN

Esta investigación propone una aproximación, desde la Didáctica de las Matemáticas, al diseño y gestión de un *módulo de aprendizaje* a través del cual se divulgue la estrategia del Laboratorio de Matemáticas de la Universidad del Valle, y se dé también cuenta de su condición de escenario de producción y uso de *recursos pedagógicos*. Se abordan aspectos vinculados con la naturaleza, alcances y limitaciones de la integración de dichos recursos en el contexto escolar a partir de algunos principios teóricos y elementos metodológicos de la denominada *aproximación instrumental*.

Se estudian aspectos relativos a los procesos de *divulgación y popularización* de las matemáticas y algunos elementos del enfoque instrumental para fundamentar el diseño de un *módulo de aprendizaje virtual* del LabMatUV, que permita a una comunidad de educadores e investigadores en el campo de la Educación Matemática reconocer y apropiarse de esta estrategia pedagógica de utilización de material.

Se espera que los análisis y reflexiones que surgen en esta investigación sean útiles para el diseño de recursos y materiales de tipo divulgativo y se logre ampliar el horizonte de posibilidades para el trabajo en el aula que tienen los maestros en el contexto escolar.

Este trabajo hace parte de las actividades del proyecto “*Caracterización de los vínculos entre los Recursos Pedagógicos y el Conocimiento Matemático en la Enseñanza de las Matemáticas en la Educación Básica*”, que desarrolló el Grupo de Educación Matemática, GEM. (Universidad del Valle – COLCIENCIAS, Contrato 110648925213).

Palabras Clave: divulgación, popularización, laboratorio de matemáticas, aproximación instrumental, recurso pedagógico, redes de aprendizaje, módulo de aprendizaje, formación de maestros.

TABLA DE CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO 1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	4
1.1. Planteamiento del problema	4
1.2. Objetivos.....	8
1.2.1. Objetivo General.....	8
1.2.2. Objetivos Específicos	8
1.3. Justificación.....	9
1.4. Antecedentes sobre la divulgación y popularización de las matemáticas	12
CAPÍTULO 2. REFERENTES TEÓRICOS	17
2.1. La aproximación instrumental y la noción de recurso pedagógico.	17
2.2. La perspectiva instrumental y su proyección en el LabMatUV.	27
CAPÍTULO 3. DISEÑO Y ESTRATEGIA METODOLÓGICA	29
3.1. Descripción del diseño de un módulo de aprendizaje del LabMatUV.	30
3.2.1. Elementos teóricos del módulo	31
3.2.2. Elementos de programación del módulo	38
CAPÍTULO 4. ANÁLISIS Y RESULTADOS	43
CONCLUSIONES.....	68
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	75
ANEXOS.....	79

LISTA DE TABLAS

pág.

<i>Tabla 1. Ficha de identificación. Adaptado de Joab, Guin y Trouche, 2003.....</i>	<i>24</i>
<i>Tabla 2. Ficha del profesor. Adaptado de Joab, Guin y Trouche, 2003.....</i>	<i>25</i>
<i>Tabla 3. Ficha técnica. Adaptado de Joab, Guin y Trouche, 2003.....</i>	<i>25</i>
<i>Tabla 4. Escenario de uso. Adaptado de Joab, Guin y Trouche, 2003.....</i>	<i>26</i>
<i>Tabla 5. Organización general del módulo del LabMatUV.....</i>	<i>32</i>
<i>Tabla 6. Distribución de tiempo de trabajo – Unidades 1, 2 y 3.</i>	<i>33</i>
<i>Tabla 7. Distribución total del tiempo de trabajo.....</i>	<i>33</i>

LISTA DE FIGURAS

	pág.
<i>Figura 1. Portal Colombia Aprendiendo.</i>	<i>15</i>
<i>Figura 2. Calendario Matemático cuarto nivel, portal Colombia Aprendiendo.</i>	<i>15</i>
<i>Figura 3. Actividad para secundaria, portal Colombia Aprendiendo.</i>	<i>16</i>
<i>Figura 4. Interfaz principal de la Unidad 1.</i>	<i>40</i>
<i>Figura 5. Ejemplo de una ventana emergente en una unidad del módulo.</i>	<i>41</i>
<i>Figura 6. Unidad N° 1 de la versión preliminar del módulo.</i>	<i>44</i>
<i>Figura 7. Ventana emergente a una actividad con manipulativos virtuales.</i>	<i>45</i>
<i>Figura 8. Extractos de títulos y códigos de referencia TIMMS.</i>	<i>49</i>
<i>Figura 9. Título de un diseño de una ficha de trabajo.</i>	<i>50</i>
<i>Figura 10. Ejemplificación del uso de los títulos y códigos de referencia.</i>	<i>50</i>
<i>Figura 11. Otros tipos de títulos propuestos para el diseño.</i>	<i>51</i>
<i>Figura 12. Textos y gráficos de fichas diseñadas en el LabMatUV.</i>	<i>52</i>
<i>Figura 13. Análisis del proceso de construcción de una ficha de trabajo.</i>	<i>53</i>
<i>Figura 14. Construcción geométrica en Cabri.</i>	<i>54</i>
<i>Figura 15. Actividades demostrativas en las fichas del laboratorio.</i>	<i>55</i>
<i>Figura 16. Ficha sin referentes bibliográficos.</i>	<i>56</i>
<i>Figura 17. Propuesta de soporte de una ficha de trabajo.</i>	<i>58</i>
<i>Figura 18. Descripción de una solución a una actividad en el LabMatUV.</i>	<i>59</i>
<i>Figura 19. Solución gráfica de actividades propuestas en algunas fichas.</i>	<i>59</i>
<i>Figura 20. Solución de una actividad propuesta en Cabri.</i>	<i>60</i>
<i>Figura 21. Soporte de fichas que involucran el uso de manipulativos.</i>	<i>61</i>
<i>Figura 22. Proyección de la segunda versión de un módulo del LabMatUV.</i>	<i>67</i>

LISTA DE ESQUEMAS

	pág.
<i>Esquema 1. La génesis instrumental, un enfoque teórico actualizado.....</i>	18
<i>Esquema 2. Procesos de instrumentación en los aprendizajes matemáticos.....</i>	19
<i>Esquema 3. Las consecuencias del enfoque teórico.....</i>	20
<i>Esquema 4. Proceso de diseño, uso y actualización del módulo.</i>	31
<i>Esquema 5. Estructura general de los aspectos generales del módulo del LabMatUV.....</i>	32
<i>Esquema 6. Estructura general de la unidad uno del módulo del LabMatUV.</i>	34
<i>Esquema 7. Estructura general de la unidad dos del módulo del LabMatUV.....</i>	35
<i>Esquema 8. Estructura general de la unidad tres del módulo del LabMatUV.</i>	36
<i>Esquema 9. Estructura general de todo el módulo.</i>	36
<i>Esquema 10. Estructura esquemática general de las páginas principales del módulo.</i>	39
<i>Esquema 11. Estructura esquemática general de las páginas iniciales del módulo.....</i>	39

LISTA DE ANEXOS

	pág.
<i>Anexo N° 1. Plantilla de una ficha del LabMatUV</i>	<i>79</i>
<i>Anexo N° 2. Fichas diseñadas por los participantes para la mesa de geometría (I).....</i>	<i>80</i>
<i>Anexo N° 3. Fichas diseñadas por los participantes para la mesa de geometría (II)</i>	<i>115</i>
<i>Anexo N° 4. Applets diseñadas por los participantes para la mesa de matemáticas y nuevas tecnologías.....</i>	<i>125</i>
<i>Anexo N° 5. Marco de Referencia curricular en Matemáticas - TIMSS</i>	<i>130</i>

INTRODUCCIÓN

Este trabajo se inscribe en la Línea de Investigación *Didáctica de las Matemáticas* del Programa Licenciatura en Matemáticas y Física del Instituto de Educación y Pedagogía (IEP) de la Universidad del Valle y hace parte de las actividades realizadas en el marco del proyecto de investigación “*Caracterización de los vínculos entre los recursos pedagógicos y el conocimiento matemático en la enseñanza de las Matemáticas en la Educación Básica*” que desarrolló el Grupo de Educación Matemática, GEM¹. (Universidad del Valle – COLCIENCIAS, Contrato 110648925213).

Contempla una aproximación al diseño y gestión de un *módulo de aprendizaje virtual*² a través del cual se busca dar a conocer entre la comunidad educativa de profesores de matemáticas de Cali y eventualmente de la región, el *Laboratorio de Matemáticas de la Universidad del Valle* (en adelante, LabMatUV), en el contexto de la integración de los *ambientes de aprendizaje computacional* (Guin y Trouche, 2007b; Garzón, 2007).

Se toman como referentes teóricos entre otros, el denominado *enfoque instrumental* (Rabardel, 1995; Trouche, 2003, 2010), los procesos de *divulgación y popularización de las matemáticas* (Ibáñez, 2005a), y elementos de diseño a partir de los *ambientes de aprendizaje computacional*.

Se debe señalar que a través de los procesos de *divulgación y popularización de las matemáticas* se busca ampliar el conocimiento de un sector de la comunidad de

¹ Este proyecto de investigación es coordinado por el profesor Diego Garzón Castro, en compañía de los investigadores Jorge Hernando Arce Chaves, Gloria Castrillón Castro, Myriam Belisa Vega Restrepo y Octavio Augusto Pabón Ramírez, y se realizó en el periodo 2010-2012.

² Este módulo de aprendizaje es un material de carácter electrónico diseñado bajo parámetros de programación computacional. Se diferencia de los módulos tradicionales que han sido diseñados en formato impreso: libros de texto, fichas, cuadernos de actividades, etc., y que se han caracterizado por presentar información en una secuencia organizativa de tipo lineal (lectura página a página desde el principio al final).

educadores en matemáticas de la ciudad, de los investigadores en el campo y en un futuro del público en general, iniciativas como las del LabMatUV, donde se logre promover el interés por el estudio de las matemáticas en contextos escolares y extraescolares.

En un sentido general, la *divulgación matemática* en tanto proceso tiene distintos matices y no siempre se vincula al interés de formación en el contexto escolar, no obstante, su potencial puede asociarse al hecho de que puede permitir acercar a los estudiantes y profesores a un conocimiento matemático con mayor atractivo y eventualmente útil en resolución de problemas tanto en las clases de matemáticas como en el ámbito cotidiano.

De otra parte, el *enfoque instrumental* se considera como elemento central de estudio, puesto que su desarrollo a través de diversas investigaciones en las últimas décadas ha permitido iniciar una discusión necesaria sobre el estatus y naturaleza de los artefactos e instrumentos para el trabajo matemático. Así se distingue el artefacto (construido por la cultura, por ejemplo una herramienta técnica), dado al sujeto, y el *instrumento*, construido por el sujeto.

Al respecto, se señala que el proceso a través del cual un individuo transforma un artefacto en un instrumento, es un proceso complejo vinculado a las características del artefacto (sus potencialidades y restricciones) y a la actividad del sujeto (sus conocimientos y hábitos de trabajo anteriores) y que ocurre a través de la actividad propia del sujeto y la actividad organizada por el maestro (Rabardel, 1995).

A partir de las consideraciones precedentes, se ha estructurado el presente documento en cuatro capítulos, desarrollados de la siguiente manera:

En el primer capítulo se presenta el problema de investigación, que da cuenta de la influencia que se otorga a los procesos de *divulgación y popularización de las*

matemáticas en el contexto escolar en el marco de las investigaciones desarrolladas en Didáctica de las Matemáticas en las últimas décadas (Ibáñez, 2005a; Ibáñez, 2005b; Lozano, 2005; Marrero, 2008). Igualmente, se presentan los objetivos de la investigación, la justificación y algunos antecedentes sobre los procesos de *divulgación y popularización* de las matemáticas.

En el segundo capítulo, los referentes teóricos giran en torno a la *aproximación instrumental* y la noción de *recurso pedagógico*. Estos referentes se consideran centrales para fundamentar el diseño de un *módulo de aprendizaje* que se vincula al interés por promover el escenario del LabMatUV en ámbitos académicos de la ciudad y la región.

El tercer capítulo presenta la propuesta metodológica tanto para el diseño y gestión de un *módulo de aprendizaje* del LabMatUV como para la identificación de aspectos de naturaleza informática involucrados en el trabajo con un *recurso pedagógico* de naturaleza computacional.

En el cuarto capítulo, se presenta el análisis de los resultados obtenidos a partir del estudio de las producciones de los participantes del LabMatUV con un *módulo de aprendizaje*. Finalmente se presentan algunas consideraciones sobre algunos aspectos del proceso de *génesis instrumental*, tanto del *módulo* como del mismo LabMatUV, en tanto *recurso pedagógico*.

CAPÍTULO 1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. Planteamiento del problema

Algunas investigaciones en Didáctica de las Matemáticas desarrolladas en los últimos años han empezado a reconocer la importancia de integrar a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, desarrollos y avances de otras disciplinas, en particular de la ciencia y la tecnología (Lozano, 2005; Ibáñez, 2005b).

Uno de los aspectos importantes a tomar en consideración cuando se piensa el proceso de *divulgación de las matemáticas* remite a algunas investigaciones que señalan la importancia de que los profesores conozcan innovaciones educativas y propuestas de intervención en el aula, donde se reconoce la importancia de integrar las tecnologías en este proceso (Ibáñez, 2005a; Pérez, 2008).

Se reconoce la importancia de diseñar estrategias de *divulgación* científica en Educación como parte de iniciativas institucionales de las universidades y secretarías departamentales y municipales de educación, en la vía de fomentar una cultura científica regional y local.

Es importante señalar que este interés se ha materializado en diferentes contextos, proyectos e iniciativas dirigidos a la difusión y *divulgación* de innovaciones didácticas. Así por ejemplo, se destacan propuestas como las del Centro de *Divulgación* de las Matemáticas DivulgaMAT³ (Ibáñez, 2008) y en el ámbito nacional propuestas como las de Maloka, el museo de la ciencia y el juego de la Universidad Nacional de Colombia y el programa Ondas de Colciencias.

³ Portal interactivo dedicado a la *divulgación* de las matemáticas, patrocinado por Real Sociedad Matemática Española, donde se puede encontrar cultura, entretenimiento, motivación, y sobre todo, un mundo de matemáticas. Existen otros portales similares dedicados a la *divulgación* tales como divulgamat.ehu.es, matematicalia.net, thales.cica.es (Sociedad Andaluza de Educación Matemática), matematicavital.com, www.experiencingmaths.org, entre otros.

En el ámbito latinoamericano se reconoce el esfuerzo de los diez países del Convenio Andrés Bello (CAB), cuya agenda para el siglo XXI considera que la Ciencia y la Tecnología son pilares en el crecimiento de la cultura, industria y sociedades (Lozano, 2005).

Ahora bien, en un sentido inicial se busca que los procesos de *divulgación* y *popularización de las matemáticas* puedan ser vinculados al interés de la comunidad educativa para dar a conocer otras perspectivas sobre cómo enseñar matemáticas y promover una visión más positiva de las mismas en los distintos ámbitos de la sociedad.

Se hace necesario entonces realizar algunas precisiones de las categorías teóricas adoptadas, habida cuenta que se evocan en un mismo o común propósito pero a través de estrategias diferentes, sin embargo, se encuentran estrechamente ligadas puesto que pueden orientar la actividad matemática sin dejar de lado su carácter formal, ya sea desde diferentes campos como la geometría, la aritmética, el álgebra, entre otras.

Al realizar una revisión de documentos de investigación y Handbooks en Educación Matemática (Sánchez, 2002; Martínez y Flores, 1997; Ernest, 1996; Howson y Kahane, 1990;) donde aparecen diversas conceptualizaciones sobre *divulgación* y *popularización*, se ha logrado reconocer que sus abordajes dependen particularmente de los intereses y objetivos de quienes las investigan en razón de que dichos procesos no son concebidos como una disciplina.

En este sentido y para efectos de este estudio, el proceso de *divulgación* se entenderá en adelante como la acción de promover o dar a conocer el escenario del LabMatUV como estrategia de producción y uso de *recursos pedagógicos* dirigidos a un sector de la comunidad de educadores de Cali y del sector oficial del país.

Es importante señalar que en el contexto de este escenario, la *popularización* es un proceso consustancial al diseño de tareas, fichas de trabajo, actividades para las mesas y elaboración de materiales, a partir de los presupuestos del LabMatUV, a saber, su carácter divulgativo, puesto que permite que sus participantes (profesores de matemáticas en ejercicio y en formación, estudiantes y público en general) conozcan propuestas de *divulgación y popularización* y eventualmente las integren como parte de actividades matemáticas en el aula de clase.

En este punto se reconoce la importancia de adoptar una concepción de *recurso pedagógico*⁴ que pueda vincularse al proceso de *divulgación* del LabMatUV y que esté en consonancia con las investigaciones sobre la integración de Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Es importante señalar que la vía para divulgar el escenario del LabMatUV como estrategia de producción y uso de *recursos pedagógicos* es el denominado *módulo de aprendizaje* virtual, donde se privilegia el trabajo en dos mesas⁵ del laboratorio: la mesa de “geometría” y la mesa de “matemáticas y nuevas tecnologías”.

En general, se considera que tanto la *divulgación* como la *popularización de las matemáticas* son procesos centrales en la Educación Matemática, puesto que dan cuenta de algunas de las posibilidades del trabajo en el LabMatUV, a saber: (1) como espacio de producción de recursos y, (2) como parte de la estrategia para dar a conocer este espacio, dirigida a promover los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

⁴ La noción de *recurso pedagógico* se asume a partir de la *perspectiva instrumental* (Guin y Trouche, 2007a).

⁵ Mesa de laboratorio hace referencia a uno de los elementos estructurales del LabMatUV, en ella se disponen “recursos pedagógicos” (Fichas de trabajo, materiales manipulativos, documentos, software, equipos, prototipos, etc.) para que sus participantes enfrenten los retos y problemas, enmarcados en el currículo TIMSS, que se dispongan en la temática de actuación de cada mesa.

Esta serie de consideraciones, nos permiten plantear el siguiente interrogante de investigación:

¿Cómo pueden integrarse desde una perspectiva en didáctica de las matemáticas, los procesos de divulgación y popularización para dar a conocer el LabMatUV en tanto estrategia de producción y uso de recursos pedagógicos para la formación y actualización de docentes de matemáticas en un ambiente de aprendizaje computacional?

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo General

Estudiar cómo pueden integrarse desde una perspectiva en didáctica de las matemáticas, los procesos de *divulgación y popularización* para dar a conocer el LabMatUV en tanto estrategia de producción y uso de *recursos pedagógicos* para la formación y actualización de docentes de matemáticas en un ambiente de aprendizaje computacional.

1.2.2. Objetivos Específicos

- Identificar algunos elementos teóricos y metodológicos desde la Didáctica de las Matemáticas, relativos a la *divulgación y popularización de las matemáticas* y su relación con la *divulgación* de la estrategia del LabMatUV en una *comunidad de práctica*.
- Documentar el proceso de diseño de un *módulo de aprendizaje virtual* para la *divulgación* del LabMatUV a un sector de la comunidad educativa de educadores del Santiago de Cali.
- Estudiar algunos aspectos vinculados a los procesos de *génesis instrumental* que se configuran, a nivel micro en las mesas de “geometría” y “matemáticas y nuevas tecnologías” y a nivel macro, en el propio *ambiente de aprendizaje computacional* en el que se trabaja con el *módulo de aprendizaje virtual* del LabMatUV.

1.3. Justificación

Algunos investigadores reconocen asuntos que llaman mucho la atención de los profesores, en relación a secuencias experimentales de enseñanza y formas novedosas de describir e interpretar la conducta de los estudiantes cuando se involucran en procesos de aprendizaje de las matemáticas. (Ibáñez, 2008; Marrero, 2008).

No obstante, los investigadores también señalan que no es suficiente presentar secuencias innovadoras para garantizar su aprovechamiento didáctico sino que se requiere un marco teórico explícito que sustente su eventual integración en el aula.

Ahora bien, aunque las actividades de *divulgación* y *popularización* generalmente son justificadas en el sentido de que buscan cambiar las actitudes negativas de la sociedad frente a ciertas disciplinas científicas, también puede argumentarse que estas podrían convertirse en una estrategia para promover aprendizajes significativos, estructurar ambientes de aprendizaje y eventualmente *comunidades de práctica*⁶ (Wenger, McDermott y Snyder, 2002) alrededor del *trabajo experimental*⁷ en las clases de matemáticas.

En este orden de ideas se propone el diseño y gestión de un *módulo de aprendizaje virtual* en el contexto de los *ambientes de aprendizaje computacional*, donde se busque promover la integración de *recursos pedagógicos* en los procesos de formación y cualificación de docentes de matemáticas.

Ahora bien, es importante señalar de entrada que un *módulo de aprendizaje virtual* es un material diseñado para ser utilizado en un proceso de enseñanza–

⁶ Una *comunidad de práctica* se entiende como un grupo de personas que comparten una preocupación, un conjunto de problemas o un interés común acerca de un tema, y que profundizan su conocimiento y pericia en esta área a través de una interacción continuada.

⁷ En la perspectiva del trabajo experimental uno de los contextos de mayor tradición es el asociado al trabajo con materiales y recursos manipulativos.

aprendizaje basado en el uso de ordenadores y se caracteriza por incorporar elementos multimedia (textos, imágenes, sonidos, gráficos, secuencias de vídeo). Además, el acceso y la navegabilidad de la información es variable, es decir, que depende de cada sujeto (Area Moreira, 2002).

En este orden de ideas, es posible reconocer que un dispositivo de estas características permite un tipo de aprendizaje más flexible y agradable y, puede ofrecer una enorme cantidad de posibilidades para el trabajo autónomo de un usuario debido a la interactividad sobre un material caracterizado por la organización de su información y por sus atributos multimedia.

El módulo virtual que se diseñó tuvo tanto el propósito de divulgar a la comunidad educativa el escenario del LabMatUV como también exponer estrategias dirigidas a la promoción de las denominadas *matemáticas experimentales*. Se considera que la *divulgación* podría vincularse a un amplio espectro de posibilidades de cierto tipo de recursos didácticos⁸, que tradicionalmente están a disposición de los maestros en general.

El diseño y gestión del mencionado *módulo de aprendizaje virtual*, es una apuesta compleja puesto que se espera contribuir a divulgar la ampliación de los aspectos teóricos y metodológicos del LabMatUV a partir de recientes investigaciones en el ámbito nacional que problematizan el concepto de *recurso pedagógico*⁹.

⁸ En el presente trabajo cuando se habla de *recursos didácticos* se hace referencia de manera general a materiales manipulativos, tangibles tales como geoplanos, fichas y guías de corte divulgativo y software especializado.

⁹ En un sentido más preciso se alude al proyecto de investigación “Caracterización de los vínculos entre los Recursos Pedagógicos y el Conocimiento Matemático en la Enseñanza de las Matemáticas en la Educación Básica”, que desarrolló el Grupo de Educación Matemática, GEM. (Universidad del Valle – COLCIENCIAS, Contrato 110648925213).

En efecto, el LabMatUV ha comenzado a integrar en sus fundamentos una ampliación teórica y metodológica de la noción de *recurso pedagógico*, la cual tiene complejas implicaciones sobre el diseño de situaciones y gestión de las mismas en el LabMatUV.

De esta manera, emerge una nueva mirada en relación con las conductas y desempeños de los participantes en el LabMatUV, que se vinculan con los procesos de *instrumentación e instrumentalización* desde la denominada *génesis instrumental* de los recursos (Guin y Trouche, 2007a) entendido en dos niveles, uno macro, el LabMatUV como *recurso pedagógico*, y uno micro, el trabajo con las fichas de las mesas de “geometría” y “matemáticas y nuevas tecnologías”.

De otro lado, un escenario que se revela particularmente significativo para el diseño y gestión de un módulo del LabMatUV, son las *redes de aprendizaje* (Harasim y otros, 2000), que entre otros propósitos tienen el de modernizar y mejorar algunos aspectos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así como también desarrollar actividades de enseñanza no formal y de *popularización de las matemáticas* vinculadas a otras estrategias como las ferias y clubes matemáticos.

Una parte esencial del diseño y gestión de un *módulo de aprendizaje virtual* del LabMatUV está vinculada con la posibilidad que puede ofrecer para el desarrollo de actividades conjuntas entre docentes, alumnos, y la comunidad en general, como fuente y fundamento de las *redes de aprendizaje*, y su eventual proyección regional y nacional.

En este orden de ideas, de acuerdo con Soto (2007), la importancia de la *divulgación* en el ámbito escolar en el aprendizaje de las matemáticas se dará en la medida en como el docente la emplee en el aula, valiéndose de los recursos y de los materiales que disponga o que él mismo diseñe para darlos a conocer como una alternativa en la enseñanza de cualquier temática relacionada a las matemáticas.

Se destaca en este último asunto por divulgar experiencias sobre el trabajo con materiales didácticos diversos y el trabajo de consultas en línea a través de medios informáticos, como por ejemplo, a través de los portales dedicados a la *divulgación* matemática para apoyar el trabajo de los profesores (Ibáñez, 2005a).

1.4. Antecedentes sobre la divulgación y popularización de las matemáticas

A finales de los años ochenta diversas investigaciones en Educación Matemática comenzaron a mostrar un especial interés en la denominada *popularización de las matemáticas* para promover una visión positiva de las ciencias, las matemáticas y la tecnología en contextos escolares y extraescolares (Alsina y otros, 1989).

Posteriormente, en el estudio de ICMI (*International Commission of Mathematical Instruction*) sobre el tema, Howson y Kahane (1990) sugieren cuatro características importantes de la popularización de matemáticas:

- Consiste en compartir matemáticas con un público más amplio.
- Incluye animar o motivar a la gente para ser más activa matemáticamente.
- Debe proporcionar la actividad matemática en libertad, no obligatoriamente.
- Debe traer las matemáticas a la cultura humana, brindando matemáticas para todos.

Por su parte, De Guzmán (1990), señala que algunos de los efectos de la *popularización* son el cierre de las brechas existentes entre la comunidad matemática y el ciudadano común y el aumento del estatus social de las matemáticas en nuestra civilización. Respecto a esto, plantea lo siguiente:

“[...] Las matemáticas pueden ser abordadas con el mismo espíritu lúdico de los juegos, jugar un buen juego o un rompecabezas es lo más parecido a hacer matemáticas, puesto que estimula esencialmente las mismas capacidades y requiere a menudo el mismo tipo de estrategias en la resolución de una situación problema”.

De otro lado, Muñoz y otros (2000) presentan algunos principios generales sobre los procesos de *divulgación y popularización*. En tal sentido se reconocen seis principios básicos que pueden guiar tales procesos, los cuales deben:

- Desarrollarse en todos los ámbitos escolares, sociales, profesionales, entre otros, distinguiendo en cada caso los objetivos a alcanzar y los métodos más eficaces a adoptar.
- Adaptarse a las características culturales, históricas y lingüísticas de la población.
- Utilizar todos los medios posibles de comunicación, explorando en cada caso el lenguaje más adecuado, asequible y divertido.
- Ser una labor conjunta de educadores matemáticos y profesionales de los distintos medios de comunicación.
- Seleccionar los temas, teniendo en cuenta tanto su interés como sus posibilidades comunicativas.
- Procurar ser un interesante campo de realizaciones en el contexto de la Educación Matemática.

Frente a todos estos principios y características, la tarea de divulgar y/o popularizar las matemáticas tienen objetivos en común, respecto a esto se ha señalado que:

“Popularizar o divulgar la matemática lleva implícito el objetivo de acercarla al ciudadano, de salvar la distancia existente entre la solución a los problemas matemáticos y los intereses de la ciudadanía, tratando de respetar los métodos y fundamentos, de mostrar su vertiente aplicada o de reconstruir su historia”. (Figueiras, L., & Deulofeu, J., 2008).

Ahora bien, haciendo una revisión de cómo estos procesos intervienen en la Educación Matemática, se reconoce que existen muchas posibilidades para que sea la *divulgación* y la *popularización* sean integradas al trabajo en las aulas (Ibáñez, 2009; Balbuena, 2008).

Entre estas posibilidades se encuentra al servicio del público en general la Red-Pop (Red de Popularización de la Ciencia y la Tecnología para América Latina y el

Caribe)¹⁰ la cual es una red interactiva que agrupa a centros y programas de popularización de la ciencia y la tecnología, y que funciona mediante mecanismos regionales de cooperación que favorecen el intercambio, la capacitación y el aprovechamiento de recursos entre sus miembros.

Esta red incentiva a que los países que la integran promuevan contenidos de tipo lúdico y recreativo en las escuelas en lo referente al estudio de las ciencias. Por Colombia participan como integrantes MALOKA, el programa ONDAS, el Parque Explora y el Museo de la Ciencia y el Juego.


Por otra parte, existen en Colombia espacios para la *divulgación* en la red global, tal es el caso del portal *Colombia Aprende*, es el más conocido por docentes, estudiantes y la comunidad educativa en general, implementado por el Ministerio de Educación Nacional, este portal se ha convertido en un punto de acceso y encuentro virtual de la comunidad educativa colombiana, donde se encuentran contenidos y servicios de calidad en todas las áreas –Ciencias Naturales, Ciencias Sociales, Matemáticas, entre otras– que contribuyen al fortalecimiento y el mejoramiento de la educación del país.

Además del portal *Colombia Aprende*, existe un portal dedicado a las matemáticas: El portal *Colombia Aprendiendo*¹¹, el cual está dirigido a estudiantes de Educación Básica Primaria, Básica Secundaria y Media Vocacional y al público en general, donde en un comienzo, se describe cómo surgió la idea del portal y como éste ha crecido con los aportes de profesores a través de los años (ver Figura 1).

¹⁰ <http://www.redpop.org>

¹¹ <http://www.colombiaaprendiendo.edu.co>

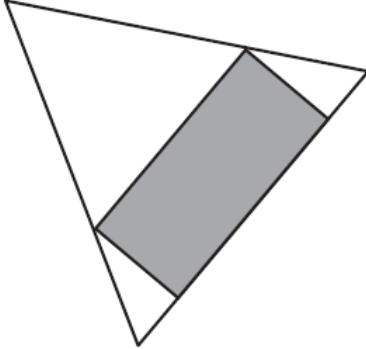
Otras actividades más puntuales en este portal se asemejan a la propuesta de las fichas de las mesas del LabMatUV, puesto que se proponen elementos divulgativos, asociados a una situación problema con un soporte gráfico en el marco de una temática particular.

 Colombia Aprendiendo
2012Histórico

EL RECTÁNGULO DENTRO DEL TRIÁNGULO

Este problema fue planteado por el matemático árabe Abu Kamil que vivió en Egipto alrededor del año 900 d.C. Abul Kamil fue uno de los matemáticos árabes más destacados, conocedor de los métodos algebraicos indios. Escribió varios libros, entre ellos, uno de problemas geométricos titulado "Sobre el Pentágono y el Decágono", del cual procede la siguiente situación:

En el interior de un triángulo equilátero de lado 10 se traza un rectángulo cuya área es 10. Dos vértices del rectángulo se encuentran sobre la base del triángulo y los otros dos vértices sobre los otros dos lados del triángulo. Determine las dimensiones del rectángulo.



HEMME, HEINRICH: 222 Knobeleien für jede Gelegenheit. Rowohlt Taschenbuch Verlag, Hamburg 2009. p. 65

- 7 -

Figura 3. Actividad para secundaria, portal Colombia Aprendiendo.

A partir de estas experiencias se puede reconocer la forma en que la *divulgación* y la *popularización* han dado un importante aporte para comunicar, mejorar o ampliar el conocimiento matemático y vincularlos a los fenómenos asociados de la enseñanza de las matemáticas.

CAPÍTULO 2. REFERENTES TEÓRICOS

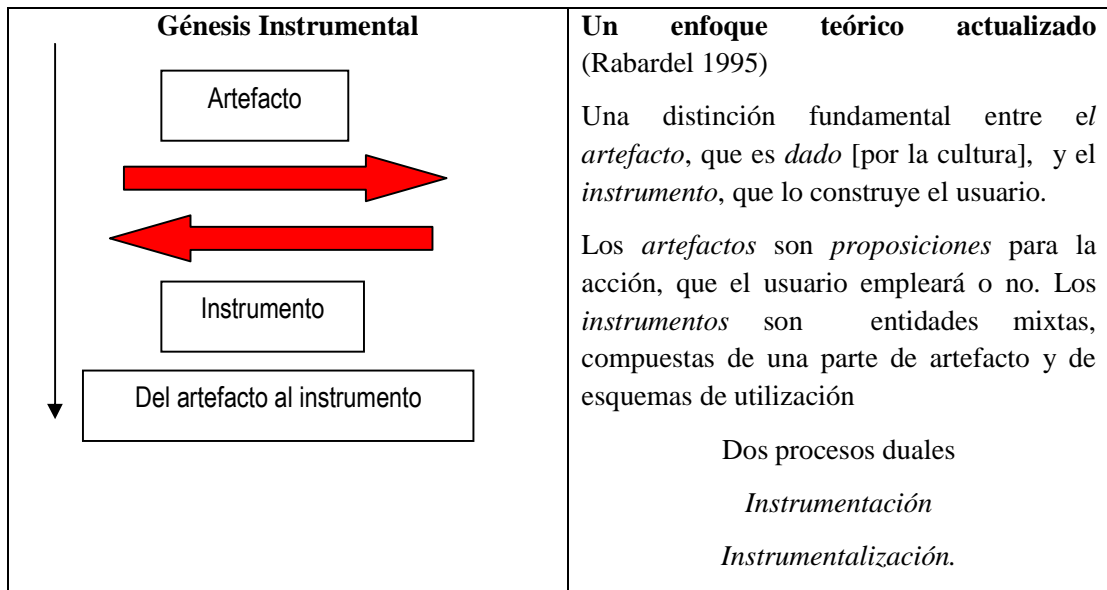
Con el propósito de fundamentar el diseño de un *módulo de aprendizaje virtual* para la *divulgación y popularización* del escenario del LabMatUV como estrategia de producción y utilización de *recursos pedagógicos*, en esta sección se toman como referentes teóricos principales el denominado enfoque instrumental (Rabardel, 1995), el marco teórico propuesto por Artigue (2002), denominado *instrumentación* y los aportes en diversas investigaciones por parte de Trouche y Guin (2007a) referentes a la *aproximación instrumental* y a la noción de *recurso pedagógico*. De otro lado, se estudia como referente la perspectiva instrumental y su proyección en el LabMatUV (Arce y Pabón, 2012).

2.1. La aproximación instrumental y la noción de recurso pedagógico.

La *aproximación instrumental* en Didáctica de las Matemáticas aparece a mediados de los años noventa, en parte motivada por la presencia de artefactos más complejos a disposición de los estudiantes (en clase y en sus hogares), por estudios de mayor duración, dentro de las clases ordinarias.

La primera aparición de esta aproximación para el estudio de diversos ambientes (calculadoras, sistemas de álgebra computacional, CAS, ambientes de geometría dinámica, tableros digitales, o whiteboards) emerge internacionalmente en el año 2000 (Guin y Trouche, 2006).

Guin y Trouche (2007a) realizan la distinción entre dos categorías como son la de *artefacto* y la de *instrumento* a partir de la denominada *génesis instrumental*, entendida como el proceso de constitución de un instrumento a partir de un artefacto; este proceso tiene dos componentes duales: instrumentalización e instrumentación (ver esquema 1).



Esquema 1. La génesis instrumental, un enfoque teórico actualizado.

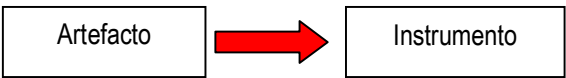
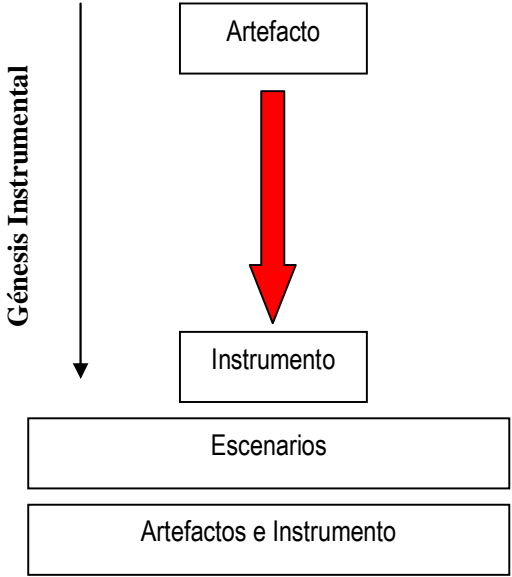
En otras palabras, lo que se quiere decir es que los *artefactos* (objetos técnicos) se diferencian cuidadosamente de los *instrumentos*, en que se transforman a través de la *génesis instrumental*. Un instrumento es visto así como una entidad mixta, constituida de una parte de un artefacto, y de otra parte, de esquemas que lo convierten en un instrumento para una persona específica. Estos esquemas resultan de la construcción personal pero también de la apropiación de esquemas preexistentes socialmente. La génesis instrumental trabaja en dos direcciones.

En la primera dirección, la génesis instrumental se dirige hacia el artefacto, cargándolo progresivamente con potencialidades, y eventualmente transformándolo para usos específicos; esto es llamado por Vérillon y Rabardel (1995), la instrumentalización de los artefactos.

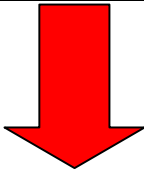
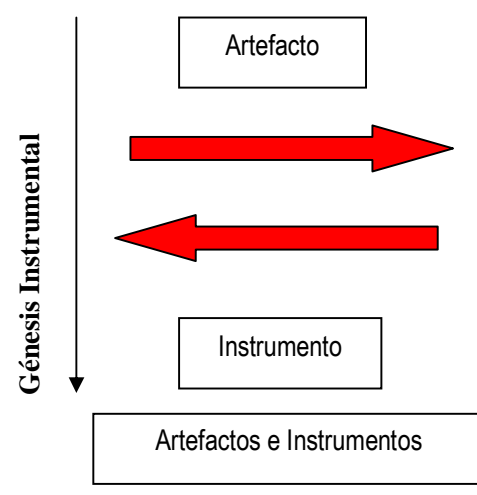
En la segunda dirección, la *génesis instrumental* se dirige hacia el sujeto, y lleva al desarrollo o apropiación de esquemas de acción instrumentada, los cuales progresivamente se constituyen en técnicas las cuales nos permiten resolver

eficientemente tareas propuestas. Esto es lo que es llamado propiamente instrumentación (ver esquemas 2 y 3).

Para entender y eventualmente dar dirección a la génesis instrumental, es necesario identificar las restricciones inducidas por el instrumento, especialmente por el tipo de instrumento (...) es necesario, por supuesto identificar los nuevos potenciales ofrecidos por el trabajo instrumentado (Artigue, 2002).

<p>Los procesos de instrumentación en los aprendizajes matemáticos</p> 	<p>Un artefacto <i>instrumenta</i> al sujeto, <i>pre-estructura</i>, relativamente, su actividad, influye en los esquemas que va a construir.</p> <p>Comprender ese proceso supone el estudio de las limitantes del artefacto, ligadas a las limitaciones materiales y a las selecciones del diseñador.</p>
<p>Génesis Instrumental</p> 	<p>Hacia sistemas de instrumentos</p> <p>1. Artefacto → 1. Instrumento?</p> <p>Eso depende de las praxeologías (Chevallard): organizaciones matemáticas instituidas en la clase.</p> <p>En la escuela es posible encontrar diferentes artefactos: Papel / lápiz, compás, regla, calculadoras, etcétera.</p> <p>Se reconoce la existencia de esquemas sociales. Los esquemas se construyen con frecuencia en varios ambientes a considerar (la clase, los compañeros...).</p> <p>Los sistemas de instrumentos se constituyen en un reto didáctico.</p>

Esquema 2. Procesos de instrumentación en los aprendizajes matemáticos.

Un ambiente	Una situación	<p><i>Orquestación instrumental</i>, (Guin & Trouche 2002): gestión didáctica de los artefactos de un ambiente para la puesta en acto de una situación dada.</p> <p>Involucra las ideas de sistemas de instrumentos (para un individuo) y de esquemas sociales.</p> <p>La <i>instrumentalización</i> es vista como un enriquecimiento posible de los artefactos, una contribución al desarrollo de los instrumentos.</p>
Los modos de aprovechamiento de las fases de la situación, integran las orquestaciones instrumentales.		
 <p>Los medios para el aprendizaje</p>		
El escenario de aprovechamiento didáctico		
		<p>Las consecuencias del enfoque teórico</p> <p>Dos consecuencias mayores:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) La necesidad de un análisis preciso de los <i>artefactos</i> (comprender, anticipar una parte de los procesos <i>de instrumentación</i>, concebir las <i>situaciones</i> de aprendizaje). 2) La necesidad de un análisis de sus usos (legitimar, o no, los procesos <i>de instrumentalización</i> de los estudiantes, enriquecer los instrumentos en construcción en la clase, concebir artefactos nuevos).

Esquema 3. Las consecuencias del enfoque teórico.

Desde la *aproximación instrumental* emerge un gran reto para el *sistema educativo*, a saber, el estudio de artefactos más complejos, lo cual demanda dar respuesta a cuestionamientos algo complejos en relación con el proceso de integración de las TIC: ¿Cuál es la evolución de los instrumentos? ¿Cómo se puede promover el desarrollo, el enriquecimiento y la articulación de los instrumentos?, ¿cómo se puede enfrentar el debilitamiento de los instrumentos?

En general, se señala que:

- 1) Cuanto más complejo es el ambiente, más importante es la separación entre los distintos instrumentos.
- 2) Tanto los investigadores como los docentes deben desarrollar una gran sensibilidad de los modos de trabajo de ciertos *dispositivos* didácticos instituidos por el profesor.

En consonancia con lo expuesto se plantean una serie de interrogantes que incluyen:

- 1) ¿Cuáles son los avances actuales en la enseñanza en los diferentes ambientes (software de geometría, hojas de cálculo, etc.)?
- 2) ¿Cuál es la evolución de las investigaciones didácticas a nivel internacional?
- 3) ¿Cómo ayudar las génesis instrumentales de los estudiantes? ¿cómo acompañar a los profesores?
- 4) ¿Cuáles son las evoluciones, necesarias y efectivas, de los programas y propuestas curriculares?

En el contexto de la *aproximación instrumental*, Guin y Trouche (2007a) introducen la noción de *recurso pedagógico*. Este se entiende como un conjunto de documentos dados a un(os) profesor(es), una(s) situación(es) matemática(s) y los elementos para explotarlos dentro de un ambiente tecnológico. Son proposiciones para la organización del trabajo del profesor.

La apropiación de este recurso por el profesor es un proceso complejo (modificación del recurso antes del uso, a lo largo de él, y después del empleo) y ocupa un lugar central dentro de esta *aproximación instrumental*.

Trouche y Guin (2006) introducen igualmente una idea mucho más compleja en relación con los recursos: concebir los *recursos pedagógicos* como artefactos, que se

constituyen en instrumentos dentro de *comunidades de práctica* emergentes. A partir de esta idea, se propone una reflexión interdisciplinaria sobre el desarrollo de recursos para el docente y se reconoce que una vez estos estén dentro de una comunidad de práctica, se debe dar tiempo a los profesores, para que logren un clima de confianza que permita la adhesión de otros actores.

La aproximación de Guin y Trouche (2007a) a una concepción de *recurso pedagógico* está vinculada con el desarrollo de las nuevas tecnologías, particularmente con su integración en el aula; dicha concepción emerge a partir de tres campos de la didáctica: enseñanza de las matemáticas, la integración de las nuevas tecnologías en el currículo escolar y *formación de maestros*.

De acuerdo con Trouche (2005), a partir de la *aproximación instrumental* se reconoce que la integración de las TIC necesita un proceso de “construcción” por parte de los alumnos a partir de instrumentos matemáticos ligados a los artefactos.

De acuerdo con esto, Trouche señala que:

Esta construcción no es fácil de realizar, dada la legitimidad matemática ligada a los artefactos usuales de la actividad matemática. Así parece necesario justificar por qué es importante para el aprendizaje de las matemáticas entrar en tal trabajo de transformación de los computadores (ordenadores) en instrumentos matemáticos.

Guin y Trouche (2007a), caracterizan la noción de *recurso pedagógico* a partir de dos tipos de material: como *material didáctico reutilizable* el cual no se reduce a una descripción de una situación de aprendizaje, sino que incluye alguna documentación sobre determinados aspectos de tipo pedagógico, tales como la descripción del escenario de uso, para de esta manera, facilitar su aplicación; y como *material adaptable* de acuerdo a las necesidades individuales de cada profesor, donde su respectiva actualización implica la creación y discusión en comunidades de práctica, lo cual hace que los recursos evolucionen y por lo tanto se les considere vivientes.

Si bien es cierto, la integración de las nuevas tecnologías en el currículo de matemáticas se ha hecho de manera rudimentaria, pero en el transcurso de los últimos años se ha hecho más fuerte en razón de la renovación de las prácticas profesionales de los profesores en su proceso de formación actual y de profesores en ejercicio.

Dicha renovación supone proporcionar a los profesores una asistencia específica que comprenda necesariamente una formación continua que esté organizada a manera de capacitación fuera del entorno escolar que no repercuta sobre sus actividades laborales donde dicha formación sea la clave para el diseño y desarrollo de los ambientes computacionales de aprendizaje.

Como alternativa a esta situación se han propuesto en los últimos años, una formación presencial, donde se desarrolla una primera iniciación a las herramientas, después, a través de una formación a distancia, se desarrolla un trabajo de concepción, de experimentación y de apropiación colectiva de los *recursos pedagógicos*.

Resultados recientes en este campo muestran que estos escenarios han permitido concebir un nuevo modelo de *recurso pedagógico* facilitando su apropiación por los profesores y su evolución después de la experimentación.

De acuerdo con Joab, Guin y Trouche (2003) un *recurso pedagógico* está compuesto de varios elementos: la ficha de identificación, la ficha del estudiante, la ficha del profesor, la ficha técnica, el escenario de uso y el informe de experimentación.

En primera instancia, la **ficha de identificación** suministra información sobre el contenido del recurso, el ambiente tecnológico necesario, el nivel de enseñanza, los objetivos pedagógicos y las palabras clave; da acceso también a las animaciones que permiten tener una idea de la puesta en acto informatizada del recurso, aunque no se disponga del software que permita una puesta en escena del recurso en clase.

Tipo	Indicar el tipo de actividad pedagógica de la clase en juego.
Nivel	Indicar aquí el nivel escolar donde el recurso puede ser aprovechado.
Palabras clave	Indicar aquí las palabras claves significativas que se refieren al dominio de conocimientos.
Objetivos pedagógicos generales	Indicar aquí los objetivos pedagógicos generales en materia de saber y/o de saber hacer pretendidos por la actividad en referencia a los programas oficiales.
Modalidad	Indicar aquí las modalidades generales de la puesta en práctica de la actividad en clase, por ejemplo la retroproyección.
Dispositivo técnico	Indicar aquí los medios materiales y software necesarios en la actividad de clase.
Lista y descripción de archivos (ficheros)	Indicar todos los archivos (ficheros) de datos, precisar su tipo y una descripción del contenido de los archivos.
Descripción de la actividad	Indicar aquí una descripción breve del desarrollo de la actividad.

Tabla 1. Ficha de identificación. Adaptado de Joab, Guin y Trouche, 2003.

La **ficha del estudiante** ofrece el documento que debe ser puesto a disposición de los estudiantes (el enunciado del problema). Esta ficha no tiene formato establecido puesto que ésta puede variar dependiendo de la actividad. Sin embargo, para el desarrollo de la propuesta del módulo la ficha del estudiante será tomada como referencia a partir de las fichas de las mesas del LabMatUV (ver anexo N° 1).

La **ficha del profesor**, proporciona al docente informaciones sobre los antecedentes matemáticos del problema y sobre las dificultades prácticas posibles y permite al usuario apropiarse de las motivaciones pedagógicas de la actividad.

Programa oficial	– Competencias requeridas. Indicar aquí las competencias requeridas en referencia explícita a la sección del programa de clase.
	– Comentarios: Indicar aquí los comentarios en relación con el programa de clase.
Objetivos pedagógicos generales	Precisar aquí los objetivos generales presentados en la ficha de identificación del recurso.
Prerrequisitos	Indicar aquí los prerrequisitos (saberes y saber-hacer).
Interés	Indicar aquí cómo la actividad propuesta contribuye a los objetivos pedagógicos.
	Indicar eventualmente enlaces hacia extractos de informes de experimentaciones que demuestran interés.
Descripción de la actividad instrumentada	Precisar aquí la actividad descrita en la ficha de identificación poniendo en evidencia el papel de los instrumentos. Insertar en la descripción un enlace hacia la ficha alumno y eventualmente hacia la ficha técnica.

Tabla 2. Ficha del profesor. Adaptado de Joab, Guin y Trouche, 2003.

La **ficha técnica** proporciona información sobre el software utilizado, permitiendo poner en acto al recurso. También proporciona información relativa a su modo de utilización.

Nombre del archivo	Indicar aquí el nombre de los archivos necesarios
Software utilizado	Indicar el software y la configuración necesaria
Descripción	Indicar una descripción general de la interacción con el usuario
Modo de empleo	Indicar el manual del usuario (cómo utilizar el recurso).
Modalidad	Indicar el modo en que se desarrollará la actividad
Documentación	Indicar aquí los enlaces (links) hacia los manuales del usuario, el software explotado (aprovechado), las descripciones generales de los dispositivos técnicos).

Tabla 3. Ficha técnica. Adaptado de Joab, Guin y Trouche, 2003.

El **escenario de uso** proporciona los elementos sobre el escenario de explotación didáctica y sobre el proceso de instrumentalización, directamente explotables por el profesor; propone una organización en los tiempos y de los espacios de estudio y diferentes modalidades de integración de las herramientas disponibles.

<i>Escenario:</i> Indicar aquí las diferentes fases del desarrollo del escenario					
Fase	Actor	Descripción de la tarea	Situación	Herramientas y soportes	Duración
1	Indicar el actor de la tarea: alumno o profesor		Indicar si la actividad es individual o colectiva	Indicar los documentos y dispositivos insertando los enlaces (links) útiles.	Duración en minutos.

Tabla 4. Escenario de uso. Adaptado de Joab, Guin y Trouche, 2003.

Por último, el **informe de experimentación** permite al profesor criticar el recurso y de hacer las proposiciones de evolución; estas críticas son tomadas en cuenta por los diseñadores y permiten realizar una nuevas versión del recurso después de un número significativo de experimentaciones, y después de una discusión en el interior de la *comunidad de práctica*.

Estos elementos se tomaron como referentes en la planeación del diseño y puesta en escena de las unidades de trabajo de un módulo del LabMatUV, donde serán los diseños de las fichas de las mesas por parte de los usuarios, los elementos principales que contribuirán a los resultados de la investigación.

En consonancia con lo expuesto es posible señalar que la integración de *recursos pedagógicos* en la enseñanza de las matemáticas necesita sin duda una renovación de las prácticas profesionales. Esta renovación supone proporcionar y facilitar a los profesores una asistencia específica. Esta asistencia comprende necesariamente una formación continua que es la clave del desarrollo de los ambientes computacionales de aprendizaje.

Ahora bien, parece ser una tendencia generalizada e improductiva que esta formación continua esté organizada en general bajo la forma de una capacitación durante algunos días, sin relación directa con las clases, y sin repercusiones efectivas sobre sus prácticas profesionales. (Trouche, 2002).

2.2. La perspectiva instrumental y su proyección en el LabMatUV.

Durante el proceso de la ampliación teórica del LabMatUV, se adoptaron algunos referentes teóricos del enfoque instrumental (Rabardel, 1995) y ampliaciones en relación con los procesos de instrumentalización e instrumentación, que dan cuenta del proceso de transformación de un artefacto digital y/o físico dado en un instrumento de trabajo matemático (Güin, Ruthven, & Trouche, 2004, Drijvers, P., Trouche, L., 2008).

De manera particular se toma en consideración la caracterización que proponen Maschietto y Trouche (2010) sobre el vínculo entre artefacto y génesis instrumental en contextos de un *laboratorio de matemáticas*. Éste vínculo lo entienden como una idea de tradición y arraigo en las matemáticas y en las investigaciones en didáctica de las matemáticas.

De acuerdo con Maschietto y Trouche (2010) durante una actividad en el *laboratorio de matemáticas*, se pueden identificar los siguientes componentes: la presencia de herramientas, la presencia de un guía experto, trabajo que se lleva a cabo en grupos pequeños y momentos colectivos. Este último asunto se presenta como una posibilidad para establecer pautas para el diseño de orquestación de los laboratorios.

De esta manera, se considera que desarrollar un módulo del LabMatUV requiere de un conjunto de condiciones programáticas relacionadas con su manipulación y orientación dentro de las actividades matemáticas que se deseen proponer por parte de los usuarios durante el proceso de diseño de fichas digitales.

De otra parte, se señalan las posibilidades del LabMatUV en relación con la formación de profesores (en formación, practicantes y en ejercicio). La formación se compone de dos partes. En la primera parte, los profesores trabajan con artefactos siguiendo las hojas de trabajo (como estudiantes). En la segunda, ellos piensan y

diseñan otras actividades siguiendo el marco teórico adoptado por los gestores del laboratorio. Finalmente se los invita a proponer y desarrollar actividades matemáticas del laboratorio en sus clases para sus estudiantes. Se considera que de esta manera, los profesores pueden experimentar tanto con procesos de exploración (que podrían activar en sus estudiantes) como con un modelo de orquestación didáctica de actividades con artefactos usados como herramientas de mediación semiótica (por el educador de profesores) (Maschietto y Trouche, 2010).

Finalmente, consideran que estructuras diferentes de *laboratorio de matemáticas*, permiten plantear en un futuro investigaciones que precisen la naturaleza de las génesis instrumentales tanto de los estudiantes como de los maestros. Más que intentar proponer una definición única de *laboratorio de matemáticas*, Maschietto y Trouche (2010), señalan la importancia de hacer explícitas las “reglas de juego” en un laboratorio y analizar las consecuencias didácticas de las diferentes elecciones en contextos diferentes.

Los elementos teóricos enunciados son un referente central del interés de ampliar teórica y metodológicamente la propuesta del LabMatUV. En particular se destaca una visión singular del desarrollo de *recursos pedagógicos*, tanto en lo global como en lo local. En el primero en relación con la consideración del LabMatUV como un recurso en sí mismo y a nivel local en la consideración del diseño y gestión de actividades matemáticas consignadas en fichas de trabajo propias del LabMatUV. Adicionalmente se destaca, una concepción distintiva de uso en relación con procesos de formación y cualificación de docentes de matemáticas.

Así pues, a partir de la *aproximación instrumental* y la noción de *recurso pedagógico*, el LabMatUV y los procesos de *divulgación* y *popularización de las matemáticas* hacen parte de un objetivo central para el diseño de un módulo (su estructura y las actividades propuestas en él) y su implementación a partir de los principios básicos de la *divulgación* y la *popularización de las matemáticas*.

CAPÍTULO 3. DISEÑO Y ESTRATEGIA METODOLÓGICA

El desarrollo de este estudio es de carácter exploratorio y descriptivo, en razón de que permitió obtener, por un lado, información sobre las posibilidades y alcances de integrar un *módulo de aprendizaje* virtual a la luz de la *divulgación y popularización* de la estrategia del LabMatUV; de otro, establecer la conexión entre la integración de recursos en el laboratorio usando contenidos divulgativos a través del módulo.

En este sentido, se propuso una metodología que se enfocó en el análisis de los elementos involucrados en el diseño de las actividades de los participantes en el LabMatUV en dos niveles, en relación con los procesos de *génesis instrumental*: un *nivel macro*, que da cuenta de un módulo del LabMatUV como *recurso pedagógico*, y un *nivel micro*, el trabajo con las fichas de las mesas.

La experiencia se llevó a cabo con los estudiantes de la práctica profesional I de los programas de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas y Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad del Valle, que contó con veintitrés y quince estudiantes respectivamente para un total de treinta y ocho participantes.

Con respecto a la relación con el trabajo en una *red de aprendizaje* mediada con tecnología, un asunto clave es el del diseño didáctico de un *módulo de aprendizaje* virtual, que incorpora actividades orientadas a la *divulgación* del LabMatUV a partir de una re-contextualización de la noción de *recurso pedagógico* y de los procesos de *divulgación y popularización* de las matemáticas pensados desde la didáctica.

En este punto se adoptaron las directrices en relación con el diseño de materiales en el marco de una *red de aprendizaje*, esbozadas en investigaciones anteriores (Garzón, D., 2007). En tal sentido, se señala que como parte de la estrategia metodológica los materiales diseñados en la estructuración de una *red de aprendizaje*,

adquieren significado en la medida en que permiten organizar la gestión didáctica del profesor y de los artefactos que configuran el *ambiente de aprendizaje computacional*.

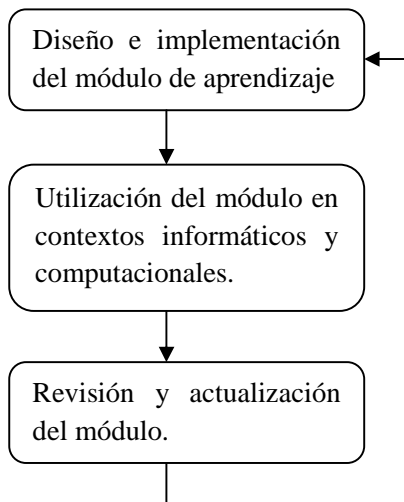
Las investigaciones señalan la importancia de redescubrir las potenciales interrelaciones de los participantes con los artefactos que estructuran el *ambiente de aprendizaje computacional*. De esta manera puede ser posible explicitar elementos centrales en la gestión del profesor e incorporar al modelo una concepción de los *recursos pedagógicos* que contemple la adaptación y el intercambio de los mismos para ser usados en las interrelaciones que posibilita la *red de aprendizaje* en el camino hacia la configuración de una comunidad de práctica.

En términos generales, la metodología remite a la estructuración de un *ambiente de aprendizaje computacional* a partir de unidades de trabajo que ponen en juego conocimientos matemáticos y didácticos, así como el uso de instrumentos de la plataforma Moodle como el foro, el wiki y el diario.

Se reconoce un gran potencial en términos de la constitución de un espacio de intercambio y la participación a diferentes niveles entre profesores en ejercicio y en formación. Es precisamente este espacio el que se analizará en términos de la constitución de una comunidad de práctica en el marco de la *popularización y divulgación de las matemáticas*.

3.1. Descripción del diseño de un módulo de aprendizaje del LabMatUV.

El diseño y puesta en escena de un *módulo de aprendizaje* es un proceso de programación informática que requiere el desarrollo de un proceso permanente de planificación, de uso o experimentación del mismo en una plataforma virtual y de revisión y actualización para optimizarlo (Area Moreira, 2002). Este proceso se puede representar de la siguiente manera:



Esquema 4. Proceso de diseño, uso y actualización del módulo.

En la fase de diseño e implementación se busca básicamente crear una primera versión del módulo. Es una fase compleja que a su vez consta de distintos elementos que serán descritos más adelante. La fase de utilización o puesta en escena en contextos informáticos y computacionales, consiste en el uso del módulo con los participantes del laboratorio, con el propósito de detectar sus potencialidades y fallos. La tercera fase es de carácter evaluativo, donde a partir de la utilización del módulo se realiza la correspondiente revisión y actualización, generando de esta manera una nueva versión del módulo.

3.2.1. Elementos teóricos del módulo

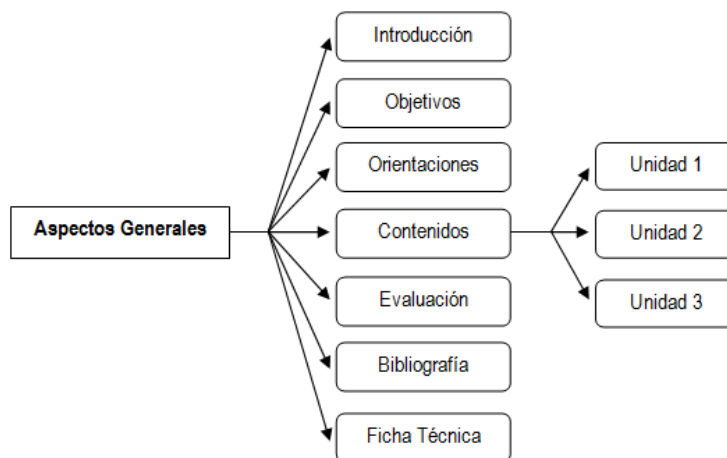
La siguiente descripción se realiza en dos partes. La primera, da cuenta de aspectos relativos al contenido teórico de los elementos que componen cada unidad del módulo (introducción, objetivos, temas, evaluación, fuentes y bibliografía). La segunda es una descripción sobre los aspectos que dan cuenta del entorno de programación utilizado para el diseño del módulo y sobre los diseños de interfaces gráficas de usuario.

El módulo del LabMatUV se organiza alrededor de tres unidades principales. En la Tabla 5 se muestra la relación entre las unidades y el eje temático correspondiente:

Unidades	Eje Temático
	Aspectos Generales
Uno	El Laboratorio de Matemáticas
Dos	Materiales para la Educación Básica en Matemáticas
Tres	Elementos estructurales del Laboratorio

Tabla 5. Organización general del módulo del LabMatUV.

Aspectos Generales del módulo: los aspectos generales se consideran como una *unidad cero*, que proporciona una mirada general de lo que se trabajará en el módulo, objetivos, orientaciones para el estudio, contenidos, evaluación y referentes bibliográficos.



Esquema 5. Estructura general de los aspectos generales del módulo del LabMatUV.

Objetivos del módulo y orientaciones para el estudio: los objetivos del módulo son aquellos que se esperan lograr en la totalidad de tiempo de trabajo establecido, por lo cual son considerados como generales, a diferencia de los objetivos propuestos en cada unidad, los cuales hacen referencia a un logro específico por llevarse a cabo de acuerdo a las actividades propuestas en cada caso.

Las orientaciones para el trabajo con el módulo se configuran alrededor de factores como el tiempo de trabajo en cada unidad en sesiones presenciales y sesiones no presenciales, donde se estipulan los respectivos tiempos de trabajo:

Trabajo Presencial (T.P)	Trabajo Independiente (T.I)	Duración Total Unidades
4 h	8 h	12 h

Tabla 6. Distribución de tiempo de trabajo – Unidades 1, 2 y 3.

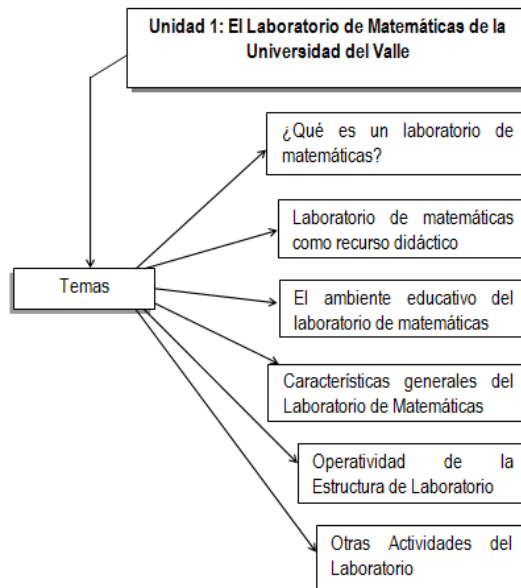
Trabajo Presencial (T.P)	Trabajo Independiente (T.I)	Duración Total del Módulo
12 h	24 h	36 h

Tabla 7. Distribución total del tiempo de trabajo.

Contenidos temáticos: la unidad número uno denominada *El Laboratorio de Matemáticas*, da cuenta de definiciones y aspectos relativos al *laboratorio de matemáticas* tales como objetivos, características generales, operatividad y funcionalidad en la *formación de maestros* y las aulas de clase.

Las temáticas trabajadas en esta primera unidad se agrupan de la siguiente manera:

1. ¿Qué es un laboratorio de matemáticas?
2. Laboratorio de matemáticas como recurso didáctico
3. El ambiente educativo del laboratorio de matemáticas
4. Características generales del Laboratorio de Matemáticas
5. Operatividad de la Estructura de Laboratorio
6. Otras Actividades del Laboratorio

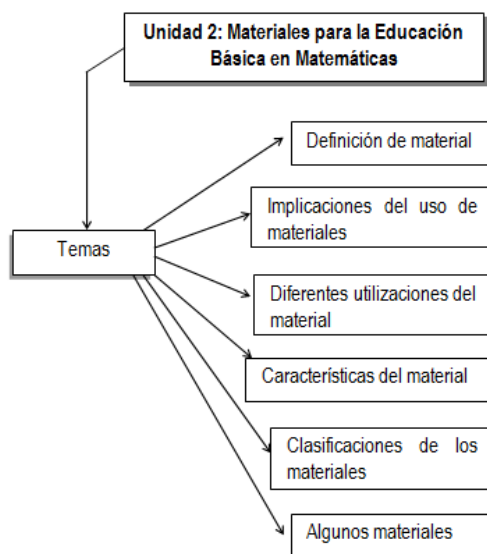


Esquema 6. Estructura general de la unidad uno del módulo del LabMatUV.

En la segunda unidad denominada *Materiales para la Educación Básica en Matemáticas* se introduce el concepto general de material y tiene como propósito principal estudiar lo referente al diseño inicial de recursos didácticos a partir del trabajo con manipulativos tanto físicos como virtuales.

Las temáticas trabajadas en esta segunda unidad se agrupan en el siguiente bloque:

1. Definición de material
2. Implicaciones del uso de materiales
3. Diferentes utilizaciones del material
4. Características del material
5. Clasificaciones de los materiales
6. Algunos materiales



Esquema 7. Estructura general de la unidad dos del módulo del LabMatUV.

Por último, la tercera unidad denominada *Elementos estructurales del Laboratorio* caracteriza principalmente lo que es una mesa y una sección del LabMatUV, introduciendo así el trabajo mencionado en las mesas de trabajo de *geometría y matemáticas y nuevas tecnologías*, asociadas a las actividades propuestas tanto en las fichas de laboratorio como diseño experimental que permitirá manipular algunas actividades en el computador y el diseño de *applets* para el trabajo con ambientes de geometría dinámica como el *Cabri Geometre* y *GeoGebra*.

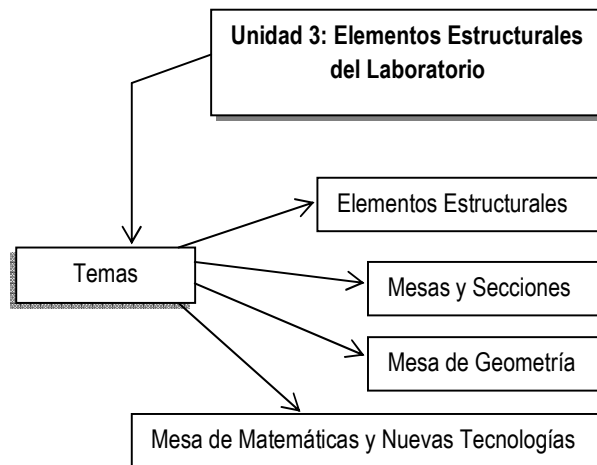
Las temáticas trabajadas en esta segunda unidad se agrupan en cuatro bloques:

A. Elementos Estructurales.

B. Mesas y Secciones. (Mesas del Laboratorio, Secciones, Fichas del Laboratorio, Reverso de la ficha, Algunos ejemplos).

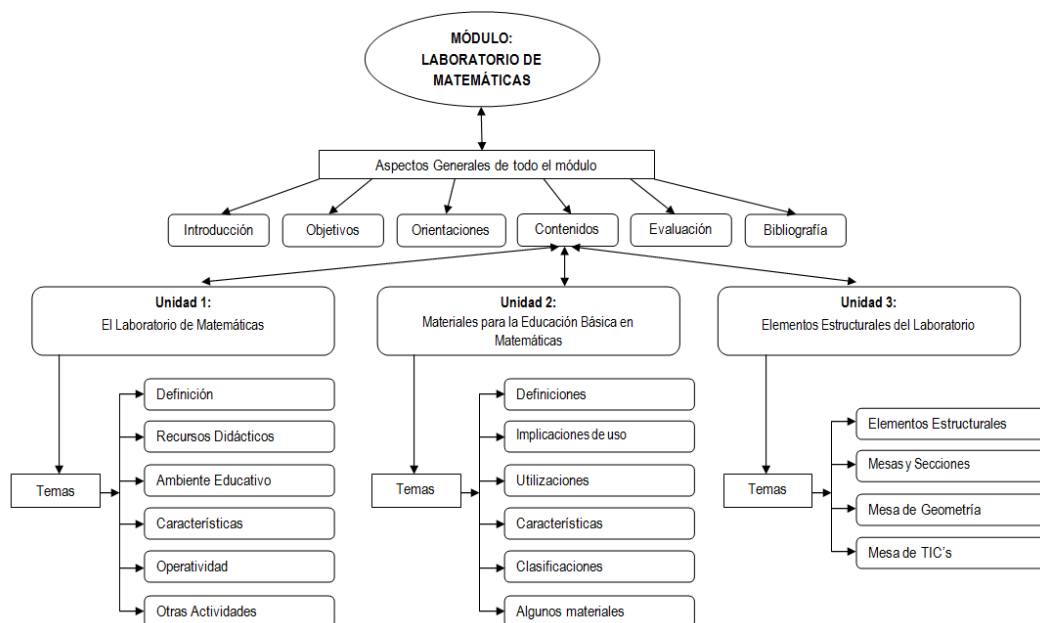
C. Mesa de Geometría. (Geometría Euclidiana, Geometría Origámica, Geometría Analítica).

D. Mesa de Matemáticas y Nuevas Tecnologías. (Fichas de Trabajo de la mesa de NTIC, Applets en Educación Matemática, Los Applets con CabriWeb, Convirtiendo los archivos de Cabri en Applet, Applets en GeoGebra).



Esquema 8. Estructura general de la unidad tres del módulo del LabMatUV.

En general, se buscó dar un seguimiento que diera cuenta del proceso de evolución de las competencias tecnológicas de los docentes y el desarrollo y configuración de *recursos pedagógicos* que implicara el uso de las TIC fundamentados en los marcos de referencia correspondientes.



Esquema 9. Estructura general de todo el módulo.

Evaluación, referencias bibliográficas y ficha técnica: en la sección de *Evaluación* se llevan a cabo las actividades para el seguimiento del desempeño de los participantes en el módulo, proceso durante el cual se abarca el enfoque que sustenta el diseño y selección de actividades, desarrollo y retroalimentación que integran elementos de la plataforma Moodle del Campus Virtual tales como el foro, el chat, encuestas y tareas.

El proceso de evaluación contempla en cada unidad:

- Trabajo en grupo pequeño.
- Realización de actividades presenciales en el laboratorio.
- Lectura y análisis de los documentos centrales y de las situaciones de aprendizaje propuestas.
- Participación activa en el Foro del Campus Virtual.

Para el diseño de fichas del laboratorio se proponen temas de libre escogencia relativos a la geometría plana, las cuales se configuran en tres diseños diferentes: en primera instancia una situación o una construcción geométrica; posteriormente una actividad que involucre el uso de materiales manipulativos; y finalmente la elaboración de un *Applet*.

Cada unidad del *módulo de aprendizaje*, cuenta con su respectiva sección de bibliografía de consulta. Dichas referencias aluden a las respectivas temáticas que se trabajan por unidad.

De otro lado, en la *Ficha Técnica* se presenta la información sobre el(los) autor(es) del módulo, el equipo de diseño y programación y los requerimientos del sistema.

En relación a la estructura de cada una de las unidades solo se presenta una variación respecto a lo expuesto en los aspectos generales y es la sección de *Temas*, donde se desarrollan los contenidos y la sección denominada *Fuentes* se integran lecturas centrales y lecturas complementarias para descargar, así como enlaces electrónicos para consultar información relevante a las temáticas propuestas.

3.2.2. Elementos de programación del módulo

En esta etapa de trabajo se desarrolló lo concerniente al diseño web de interfaces gráficas de usuario. Este tipo de diseño es más de carácter programático en un determinado lenguaje de programación donde se eligen los parámetros que condicionan la navegación y el acceso a la información del módulo.

Para la respectiva programación se requirió del siguiente software:

- Adobe Dreamweaver CS4: software para el diseño, desarrollo y mantenimiento de aplicaciones y sitios web.
- Adobe Fireworks CS4: software para generar menús, botones y otros elementos de interfaces gráficas.
- Corel Draw X4: herramienta de diseño gráfico sencillo y de diseño vectorial.

Inicialmente se realizó el diseño de la página principal del módulo y de las páginas iniciales de las respectivas unidades de trabajo. La estructura de la página se configura a través de una tabla general denominada *tabla de diseño* y cada espacio en la tabla donde se ubican elementos tales como el título, menú, área de texto, etc., se denomina *celda de diseño* (ver esquemas 10 y 11).

Logos institucionales	Título del Módulo
Menú	Área de interfaces gráficas
Ficha técnica	

Esquema 10. Estructura esquemática general de las páginas principales del módulo.

Logos institucionales	Título del Módulo
Banner separador	
Enlace a la página principal	Área de Texto
Menú	
Ficha técnica	Paginador

Esquema 11. Estructura esquemática general de las páginas iniciales del módulo.

Posterior al diseño estructural en el lenguaje de programación, se realizó la ubicación de las respectivas imágenes en las celdas correspondientes, donde las dimensiones de dichas celdas coinciden con las dimensiones de cada una de las imágenes respectivas, con el propósito de no causar daños en la estructura de la página (ver Figura 4).

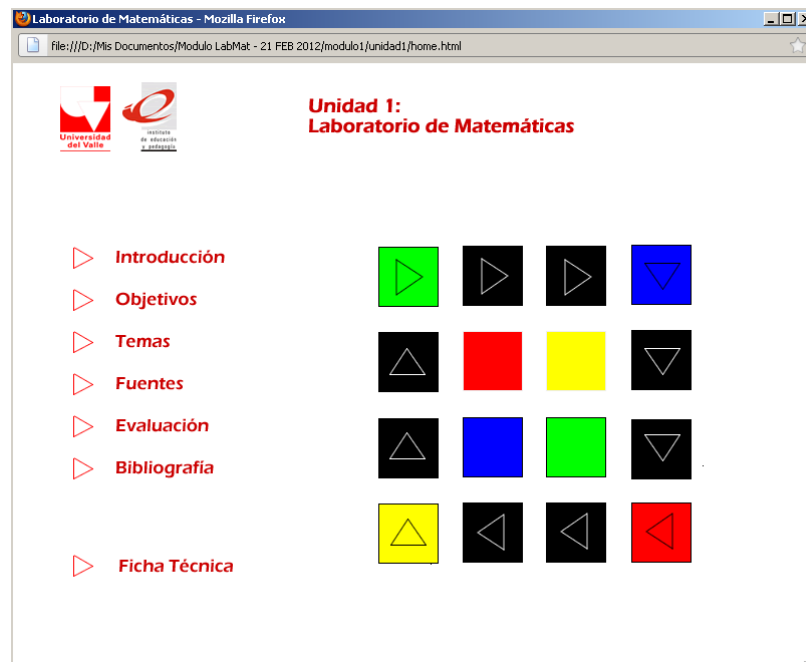


Figura 4. Interfaz principal de la Unidad 1.

En lo referente al menú de navegación, se establecieron parámetros generales en la programación del mismo, puesto que para las dos primeras unidades se trabajó con un solo bloque de temas. Para la tercera unidad se programó un menú desplegable debido a que las temáticas se estructuran en cuatro bloques. En un sentido general, al navegar por el menú, se muestra un cambio de color en las opciones que se resaltan para trabajar.

Detalles finales como el color, el tamaño y tipo de las fuentes, se definieron de acuerdo a las dimensiones de las celdas como de las tablas de diseño, donde además se mantuvo el formato para cada una de las respectivas unidades de trabajo.

Finalmente, en los criterios de programación se torna importante acudir a ciertos elementos complementarios para el manejo de la información y determinados contenidos, dichos elementos se denominan *componentes temáticos* y son importantes en el diseño de este tipo de aplicaciones virtuales, los cuales permiten complementar los contenidos para una adecuada articulación de los elementos estructurales del módulo.

Elementos como videos, presentaciones, imágenes, documentos digitales (*.doc, *.pdf), etc., se programan a través de ventanas emergentes o su equivalente en inglés *pop-up* las cuales tienen un tamaño personalizado de acuerdo al elementos a programar y, para este caso, dichas ventanas emergen si el usuario lo solicita, además, se programan pequeñas ventanas emergentes para las citas bibliográficas denominadas como *referencias o notas al pie* (ver Figura 5).

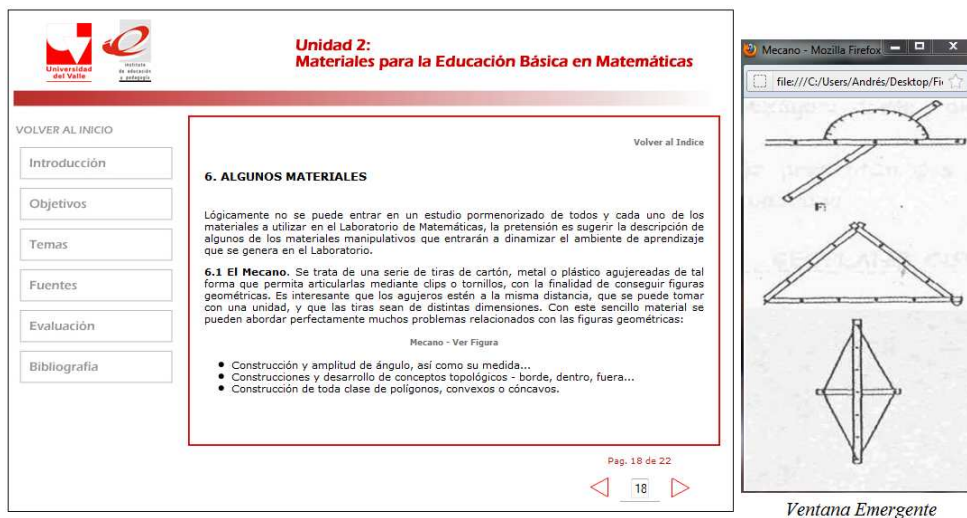


Figura 5. Ejemplo de una ventana emergente en una unidad del módulo.

En este módulo se utilizan las ventanas emergentes para mostrar información complementaria que no se logra ajustar al módulo, en el caso del ejemplo anterior, la ventana emergente se programó para una imagen puesto que sus dimensiones se salen de los parámetros de programación para ser integradas a la ventana de texto.

Así pues, para la respectiva implementación del módulo en la plataforma Moodle del campus virtual se requiere de una serie de pasos que en esencia consisten en insertar en dicha plataforma los archivos de cada unidad en una carpeta comprimida con el fin de que estos elementos queden ubicados en un solo directorio para que no se presenten problemas al mostrar la información en los diferentes bloques que se destinan para el *módulo de aprendizaje* en la plataforma.

De esta manera, las actividades propuestas en este diseño inicial se configuran a través de los elementos característicos del Moodle como el foro, subida de archivos, entre otros, a partir de las cuales se logra tanto la retroalimentación entre los participantes y el programador, como la conformación inicial de una *micro-comunidad de práctica*.

CAPÍTULO 4. ANÁLISIS Y RESULTADOS

El análisis que se plantea en este capítulo se configura alrededor de los procesos que se establecen en la génesis instrumental, específicamente los esquemas de uso que aparecen del LabMatUV en torno a los niveles mencionados en el capítulo anterior, de aquí, el análisis se direcciona el dos sentidos: en primera instancia, los procesos que llevan a la configuración del módulo de acuerdo a la interacción con los participantes, y segundo, el análisis de las actividades propuestas para el diseño de fichas.

A nivel macro, se observa cómo los participantes comenzaron a usar el artefacto o módulo que describe la estrategia de *divulgación* y que se diseñó para presentar el LabMatUV, así como las dificultades y sugerencias para retroalimentar las actualizaciones del mismo.

En este sentido, se puede analizar la conducta de trabajo en la plataforma y determinar la clase de usos que se dan en este tipo de dispositivos. Además, se observa cómo los participantes desarrollan esquemas de uso para usar el módulo en la plataforma y cómo lo modifican en función de lo que consideran un uso más adecuado o más funcional.

A nivel micro, se analiza cómo los participantes diseñan fichas en función de la propuesta del LabMatUV y qué tan cercano o distante están de los fundamentos del diseño, es decir, que cumpla con las condiciones propuestas y que se ajuste a la estructura y determinar si pueden o no construirlas. Para esto, se observa cómo toman y ajustan los textos, las imágenes y cómo los adaptan, además del manejo de los elementos de la plataforma Moodle como el envío de archivos y participación en los foros.

- **La puesta en escena del módulo del LabMatUV**

En un principio se realizó el montaje del módulo del LabMatUV en los equipos de cómputo en el espacio físico del *laboratorio de matemáticas*, donde los participantes tuvieron la oportunidad de trabajar con la primera versión del artefacto. Para esto no se realizó una orientación sobre cómo utilizar sus elementos y la forma de navegación en el mismo. Este proceso se llevó a cabo de esta manera con el propósito de percibir y recoger una primera impresión en lo referente a los contenidos propuestos y el diseño gráfico.

De acuerdo con esto, el módulo revela los siguientes aspectos:

Durante la interacción entre los participantes con el módulo se observó que mostraron poco interés por conocer los aspectos teóricos, esto se dio en parte debido a que esta primera versión presentaba, alrededor de setenta páginas, información en la primera unidad de solo teoría donde se exponían aspectos del LabMatUV tales como antecedentes, conceptos, funcionalidad, elementos estructurales, tipos de laboratorio, entre otros (ver Figura 6).

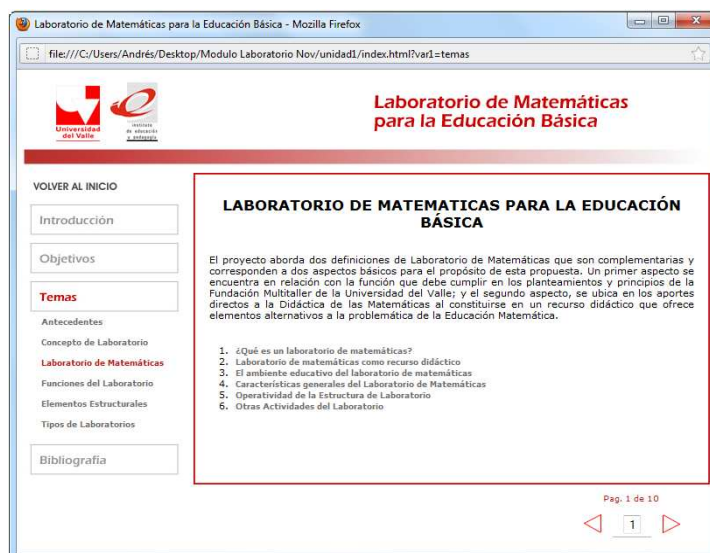


Figura 6. Unidad N° 1 de la versión preliminar del módulo

De acuerdo con esto se optó por reformular esta unidad tanto en su estructura como en sus contenidos, esto en razón de que si la idea era dar a conocer el LabMatUV, lo ideal era comenzar esta tarea de manera más práctica y mucho más precisa en cuanto a exponer los aspectos teóricos básicos en torno al laboratorio.

Para las siguientes unidades en las cuales, aunque no se proponían actividades de aprendizaje, se observó que los estudiantes mostraron un especial interés en los enlaces que daban cuenta del trabajo con manipulativos virtuales (ver Figura 7). Sin embargo, surgieron inquietudes respecto su manipulación puesto que no se evidenciaba o no se mostraba un documento o ficha que proporcionara un soporte para el uso de estos recursos virtuales.

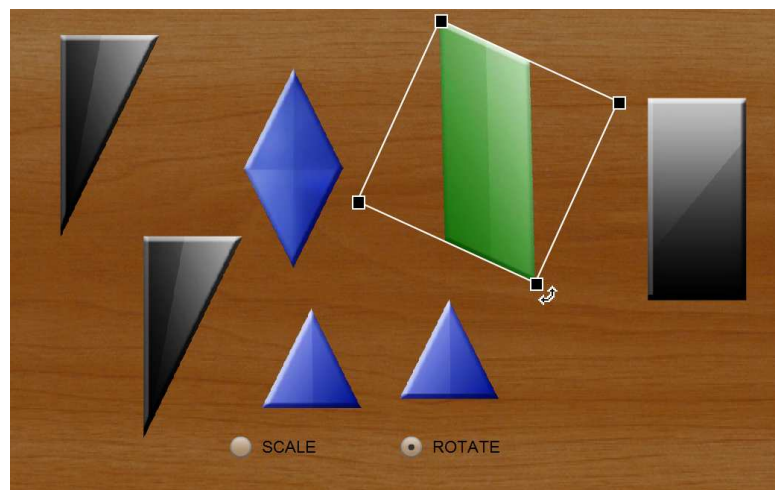


Figura 7. Ventana emergente a una actividad con manipulativos virtuales.

Lo anterior configura un tipo de uso que se condiciona a partir del cómo se presenta una determinada actividad, en este caso, se hace necesario precisar el por qué y el para qué del diseño, si se diseñó para enseñar conceptos geométricos tales como simetría, ángulos, congruencia, o si se espera construir una figura a través de un modelo que predetermine qué figura es la que se va a formar, por ejemplo un cuadrilátero.

Referente a los aspectos técnicos surgen inquietudes tales como: ¿El módulo se puede configurar en línea desde cualquier lugar? ¿Qué criterios presentaría a futuro para trabajar con las fichas? ¿Cuántas actividades se pueden programar en una ficha? ¿Qué modelo se puede seguir para crear una ficha?

Otro aspecto que generó inquietud era la gran cantidad de ventanas emergentes que se abrían a partir de los enlaces o hipervínculos a contenidos externos, esto ocasionó problemas en la navegabilidad puesto que mientras más ventanas emergentes se abrían, se presentaba un extravío en cuanto a la ubicación de los contenidos.

Estos aspectos de carácter técnico predeterminan esquemas de uso comunes que se configuran de manera lineal de acuerdo a la navegación del usuario en el módulo, es decir, que el uso se configura de manera instruccional de acuerdo a la programación prevista para el dispositivo.

De acuerdo a estos aspectos se generó la necesidad de ajustar sus contenidos para hacerlo más funcional. Los parámetros de programación de un artefacto de esta naturaleza no debe presentarse finalizado en razón de que se entraría en conflicto con los planteamiento iniciales, es decir, la necesidad de los usuarios o los participantes del LabMatUV condicionan la actualización de acuerdo a los usos preliminares en la plataforma.

En este orden de ideas, el proceso de evolución del artefacto se hace visible de acuerdo a la retroalimentación que surge de la interacción de los participantes con el módulo, donde se buscó inicialmente que se apropiaran de la idea general del LabMatUV, para posteriormente comenzar con el proceso de diseño de construcción de una ficha a partir de las condiciones propuestas en las respectivas unidades.

- ***Resultados iniciales***

De acuerdo a las primeras observaciones y sugerencias de los participantes se hizo necesario una reestructuración en interfaces gráficas y contenidos, además de la presentación de las actividades de aprendizaje, todo esto en relación a una presentación muy teórica y poco práctica, por lo cual en su respectiva reestructuración se establece una secuencia de actividades en una sección distinta a la ventana donde se exponen las temáticas y acorde a los objetivos y necesidades del usuario de tal forma que cada uno de sus componentes se relacionen de manera coherente y clara a la hora de realizar las actividades propuestas.

En este sentido el módulo se reconfiguró en dos sentidos: lo teórico (aspectos introductorios, objetivos, temas, etc.) y lo gráfico (rediseño del menú, nuevas imágenes, enlaces web, etc.) donde se unifica un mismo diseño para cada unidad y conservar la coherencia entre contenidos.

En relación a la interactividad, aunque se evidencian esquemas de uso lineales, se percibe un manejo mucho más sencillo y acorde a lo que se propone divulgar sobre el LabMatUV, considerando además que este aspecto de carácter programático es necesario para evolucionar a un segundo nivel, donde se presente un tipo de navegabilidad mucho más amigable donde los futuros usuarios se apropien mucho más de este recurso.

La comunicación en línea presentó falencias, esto debido a dificultades técnicas que se mostraron en el espacio físico del LabMatUV al no tener una red configurada, a pesar de esto, la implementación de la segunda versión del módulo en el campus virtual permitió para el trabajo no presencial que los participantes utilizaran elementos de la plataforma como la subida de archivos de las producciones que se elaboraron tanto por dentro como por fuera de las sesiones de práctica profesional.

En este caso era ideal que al tener una red configurada se permitiera la discusión de los diseños preliminares entre los participantes y de acuerdo a la socialización de sus producciones se lograra una configuración inicial de una determinada ficha como *recurso pedagógico*. En consecuencia, no fue posible iniciar la conformación de una micro-comunidad de práctica entre los participantes que permitiera ampliar el conocimiento en el trabajo con fichas del LabMatUV.

El desarrollo de esquemas de usos tanto individuales como sociales emergen como resultado de una interacción en un ambiente como el que propone el LabMatUV en un entorno virtual. Sin embargo, es importante considerar que esto se logra de acuerdo a una serie de condiciones ya mencionadas tales como la configuración de una red para el trabajo con la plataforma.

Si la instrumentación hace referencia a la emergencia y la evolución de los esquemas de uso de un sujeto para la realización de una tarea dada, ésta puede pasar por diferentes etapas: una de descubrimiento y manipulación de los enlaces a los contenidos del artefacto, una etapa de personalización y una etapa de transformación del artefacto, es decir, las modificaciones realizadas en el módulo. En este sentido se puede lograr el enriquecimiento o el empobrecimiento del artefacto.

Ahora bien, no se trata de que a partir de la génesis y los esquemas se tenga una inmediata solución para la propuesta de diseño de un artefacto de estas características, puesto que se busca proponer un modelo de construcción de recursos a partir de los aspectos relativos a la *divulgación* del LabMatUV y los alcances que dichos recursos puedan tener al ser utilizados en el contexto escolar.

La idea entonces es adecuar el dispositivo de tal manera que se omitan parámetros de uso lineales, presentando un módulo por situaciones, es decir, salirse un tanto de los protocolos de programación que condicionan estos usos convencionales y que directamente se propongan y presenten situaciones matemáticas

donde se pueda explorar libremente los contenidos del interés particular de cada usuario.

- *la producción y uso de recursos en el LabMatUV*

De acuerdo a los presupuestos del LabMatUV, una ficha de trabajo está compuesta de una serie de elementos descritos en los referentes teóricos de esta investigación que dan cuenta de un diseño sencillo para su respectiva manipulación. Sin embargo, la ficha por sí sola, no tiene un manual, pero sí se tienen los modelos referentes de las fichas existentes con las que se han trabajado en los últimos años en el laboratorio.

Estas guías de instrucción de la ficha podrían considerarse como un manual de operación, por lo cual se podrá ver que tan cercano o distante estuvieron las producciones de los estudiantes frente esta orientación.

Inicialmente, en algunos elementos que configuran las fichas tales como el título, la descripción del problema, imágenes, entre otros, se observa confusión en los diseños preliminares a la hora de configurar dichos elementos y, en algunos casos, no son incluidos por los participantes. Se distinguen los siguientes casos:

Títulos y códigos de referencia TIMMS

PROBLEMA DE CONSTRUCCIÓN TRIÁNGULOS Y CUADRILÁTEROS	PROBLEMA GEOMETRICO Áreas de polígonos y proporcionalidad
PROBLEMA PITAGÓRICO DESCUBRIENDO LA MEDIDA	PROBLEMA DIDÁCTICO ENCONTRANDO LA REGLETA EQUIVALENTE

Figura 8. Extractos de títulos y códigos de referencia TIMMS

En estos diseños donde se debe proponer un título se observa que se genera confusión respecto a los códigos TIMMS (ver anexo N° 5), puesto que de acuerdo a estas producciones se percibe el presupuesto de que los títulos son el objeto geométrico que se propone trabajar en la ficha y que los códigos TIMMS son subtítulos del mismo. Además, donde se debe ubicar el código de referencia TIMMS correspondiente los participantes ubican lo que puede ser el título de la ficha (ver Figura 8).

El título de la ficha es un elemento muy importante debido a que proporciona un panorama del tema que se propone trabajar, por lo cual éste debe ser llamativo para generar cierta expectativa, darle un título a la ficha como “problema de construcción” o “problema geométrico” no tiene sentido cuando se parte del presupuesto de aquello que se trabajará es un problema matemático, sin embargo, se han evidenciado diseños interesantes y flexibles para el trabajo en el LabMatUV con títulos ingeniosos y códigos TIMMS (ver Figura 9).

La Magia de los Polígonos
diagonales

Figura 9. Título de un diseño de una ficha de trabajo

Otros casos donde se evidencia inconvenientes a la hora de proponer los títulos se observa en la figura 10:

Exploración de las propiedades de un cuadrado a partir de un segmento
El cuadrado (cabri geometry)
CONSTRUYE UN TRIANGULO EQUILATERO
GEOMETRIA(cabri geometry)
CONSTRUCCIÓN GEOMETRICA
CONSTRUCCION DE UN CUADRADO CON CABRI II PLUS
Exploración de las propiedades de un cuadrado a partir de su construcción con
en el geoplano
El cuadrado (construcción con el geoplano)

Figura 10. Ejemplificación del uso de los títulos y códigos de referencia.

En el lugar donde se debe ubicar los códigos de referencia TIMMS se posiciona erróneamente un título que especifica qué o con qué instrumento se trabajará la actividad propuesta en la ficha, además de títulos extensos que no son útiles para la idea de un diseño llamativo.

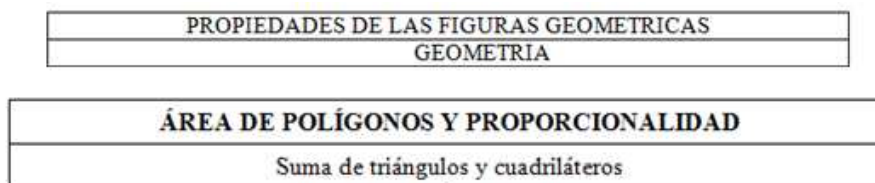







Figura 11. Otros tipos de títulos propuestos para el diseño.

En otros diseños se muestra simplicidad en los títulos, lo cual no significa que sea una mala propuesta, solo que puede reflejar debilidad respecto a otro tipo de actividades similares que caracterizan de una manera más atractiva a los usuarios de las fichas (ver Figura 11).

- ***Dibujos, gráficos y textos***

En el caso de la formulación de una situación problema asociada a una imagen, se ha podido observar que por lo general existe una coordinación frente al enunciado y el soporte gráfico en la ficha, lo cual da cuenta de que dicho soporte es un apoyo esencial al enunciado y le da sentido a la situación propuesta cuando ésta no es tan trivial.

Por otra parte, la descripción del problema es un elemento trascendente en la ficha pues indica qué se trabajará y cómo se realizará. En este sentido, a pesar de que en la mayoría de los casos los títulos y códigos de referencia no se ajustaron de acuerdo a los presupuestos teóricos del LabMatUV, se realizaron propuestas de diseño donde se muestran contenidos agradables y flexibles que pueden motivar el aprendizaje de objetos geométricos a través de la experimentación (ver Figura 12).

PROPIEDADES DE LAS FIGURAS GEOMETRICAS GEOMETRIA	
<p>Observa cuidadosamente el siguiente diagrama</p>  <p>1. ¿Qué figura geométrica corresponde el espacio donde se encuentra el numero 1? Justifica tu respuesta</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>	<p>Escribe el nombre a cada una de las figuras que aparecen a continuación y sitúala en el lugar correspondiente del diagrama asignándole un número:</p>  <p>a</p> <hr/>  <p>b</p> <hr/>  <p>c</p> <hr/>  <p>d</p> <hr/>

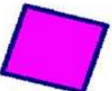
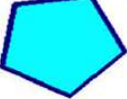

La Magia de los Poligonos diagonales	
<p>¿Cuántas diagonales tiene un polígono de 4 lados, y uno de 5 lados, y uno de 6 lados? Cuenta ahora las diagonales de un polígono de 7 lados, intenta hacerlo sin dibujarlas todas. ¿Cuántas diagonales tendrá un polígono de n lados?</p>	  

Figura 12. Textos y gráficos de fichas diseñadas en el LabMatUV.

Aunque estos diseños que se muestran son sencillos y llamativos no se ajustan del todo a los referentes del LabMatUV, la ficha de la izquierda por ejemplo, aunque posee imágenes y figuras sugestivas, no se adapta a la condición de proponer una sola situación y propone varias actividades como suele suceder en los textos académicos, en tanto que la ficha de la derecha, en lugar de facilitar un enunciado, se realizan preguntas de acuerdo a las imágenes o figuras plasmadas en la ficha dejando de lado al menos un enunciado que dé cuenta del objeto geométrico a trabajar.

Una situación particular sucede se observa en la figura 13:

CONSTRUCCIÓN DE RECTAS TANGENTES A UNA CIRCUNFERENCIA QUE PASAN POR UN PUNTO EXTERNO	
Circunferencias y rectas tangentes.	
<p>SECCION 1: Construcción geométrica Dada una circunferencia C_1 (con centro O) y un punto P, trazar las rectas h_1 y h_2 que son tangentes a C_1 y pasan por el punto P.</p>	
<p>1. Trace el segmento \overline{OP}, y determine el punto medio de este R. (Utilice la mediatriz de un segmento como ayuda para determinar el punto medio R)</p>	
<p>2. Trace la circunferencia C_2 con centro en R y radio \overline{RP}, y determine los puntos de intersección A y B entre C_1 y C_2.</p>	
<p>3. Trace las rectas h_1 y h_2 que son tangentes a C_1 y pasan por el punto P.</p>	
<p>SECCION 2: Con base a la construcción geométrica realizada en la sección 1, responda las siguientes preguntas:</p>	
<p>1. Describa de forma teórica, cuales son las condiciones que debe cumplir una recta para decir que es tangente a una circunferencia en cualquiera de sus puntos.</p> <p>2. Dada la semicircunferencia OP de la circunferencia C_2, inscriba un triángulo en ella, tal que sus vértices este sobre la curva y el diámetro sea uno de sus lados. Determine las características del triángulo formado. [Ayuda: el punto x determina el tercer vértice del triángulo]</p> <p>3. Describa (en caso de ser posible) si las rectas $L1$ y $L2$ cumplen con la condición de ser tangentes a la circunferencia $C1$.</p>	<p>AUTORES: RN & DZ</p>

Figura 13. Análisis del proceso de construcción de una ficha de trabajo.

En esta ficha se propone una situación, donde la actividad se divide en dos momentos o secciones y, a cada paso de la construcción se asocia una imagen. Aunque es una buena propuesta de trabajo, el contenido de esta actividad debió ajustarse en función de la propuesta del LabMatUV debido a que su presentación se torna cargada de información y proporciona detalles de construcción lo cual no permitiría al estudiante pensar en cómo realizar dicha construcción sin la necesidad de seguir los pasos como un recetario.

El sentido de las actividades debe ser el promover la solución de un problema y dependiendo de la situación proporcionar una ayuda para resolverlo, puesto que se pueden llegar a desvirtuar de los presupuestos teóricos del LabMatUV.

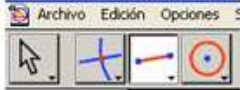
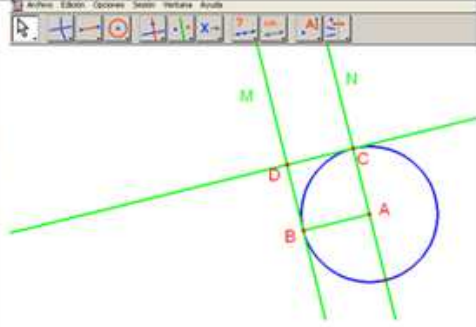
CONSTRUCCIÓN GEOMETRICA	
CONSTRUCCION DE UN CUADRADO CON CABRI II PLUS	
<p>Con ayuda del Cabri II Plus, realiza la siguiente construcción:</p> <p>1. Construye un segmento y nómbralo de derecha-izquierda AB, dando clic en el tercer botón de izquierda a derecha en el menú de herramientas. Como se aprecia en</p>  <p>la figura.</p> <p>2. Para nombrar un objeto ve al botón número diez de izquierda-derecha y selecciona la opción <i>nombrar</i>.</p> <p>3. Ve al cuarto botón como se aprecia en el paso 1 y dale clic en <i>circulo</i>, con centro en A y radio AB.</p> <p>4. Ve al quinto botón de izquierda-derecha y con la opción <i>recta perpendicular</i>, construye una recta perpendicular al radio de la circunferencia, nómbrala M.</p> <p>5. Como en el paso anterior construye una recta perpendicular que pase por el punto A, nómbrala N.</p> <p>6. Ve al segundo botón como se aprecia en el paso 1 y selecciona la opción <i>punto de intersección</i>, con esto encuentra el punto de intersección entre la recta N y la circunferencia, a este punto nómbralo C.</p> <p>7. Sigue los pasos del punto 4 y construye una recta perpendicular a la recta N que pase por el punto C, nombra esta recta L.</p> <p>8. Encuentra el punto de intersección entre la recta N y L, a este punto nómbralo D.</p> <p>9. Como puedes apreciar se ha construido un cuadrado, ve al punto tres de izquierda-derecha y escoge la opción <i>poligono</i> y con ésta selecciona cada uno de los vértices del cuadrado.</p>	 <p>EXPLOREMOS LA FIGURA:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Qué observas cuando mueves el punto B? 2. ¿Al modificar el tamaño del poligono que sucede con las propiedades de este? 3. ¿Qué relación existe entre el radio de la circunferencia y los lados del poligono? 4. ¿Cuál de las dos figuras es de mayor área? ¿Por qué? <p>Realizado por: DD</p>

Figura 14. Construcción geométrica en Cabri.

Caso similar ocurre en la ficha de la Figura 14, a diferencia de la ficha anterior se sobrecarga de información innecesaria, le resta autonomía a la construcción y desvirtúa el propósito de enseñanza, puesto que, en caso de que se vaya a manejar un ambiente de geometría dinámica como Cabri, debe partirse del presupuesto que el estudiante conoce y maneja tanto los elementos del AGD como los fundamentos geométricos para realizar la construcción, sin necesidad de proporcionarle elementos que sobren dejando de lado que éste piense en una solución propia, además que le permita utilizar los elementos geométricos de acuerdo a su parecer.

Por otro lado, se da el caso particular de una actividad donde se propone una demostración (ver Figura 15)

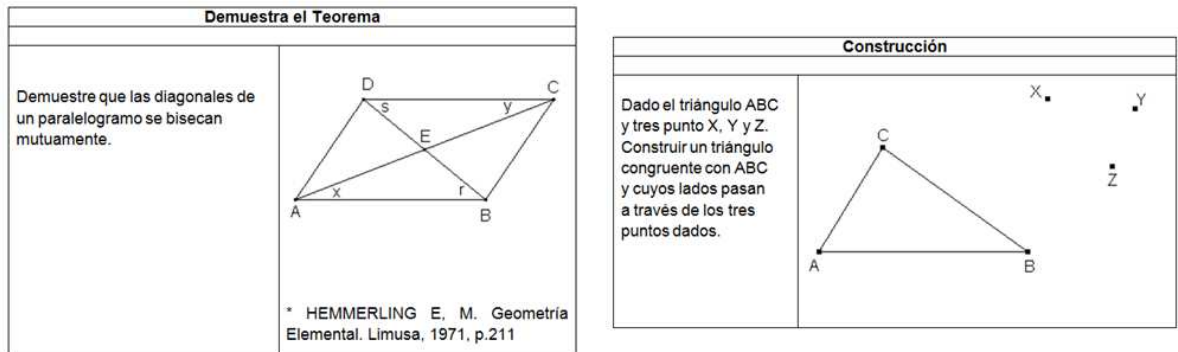


Figura 15. Actividades demostrativas en las fichas del laboratorio.

Este tipo de propuesta es una idea que se sale un tanto de los parámetros del diseño original de la ficha, puesto que lo que se plantea en esta mesa es una situación problema, o en su defecto, un problema de construcción, por lo cual esta idea se aleja de la esencia de proponer situaciones matemáticas que puedan ser resueltas a través de procesos heurísticos.

Proponer una demostración no es en sí algo negativo, pero si el objetivo es el de *divulgar y popularizar* situaciones de carácter matemático a través de actividades que generen cierta expectativa por medio de los recursos que ofrece el LabMatUV, se debe pensar en cómo acercarlas a los participantes del laboratorio. Quizá este tipo de actividades se puedan asociar al LabMatUV pero debe pensarse primero a quien se dirige la actividad y de qué manera se pueda promover el conocimiento matemático.

Otro aspecto que se observa son diseños de fichas con textos extensos, otras cargadas de imágenes y figuras, donde, por una parte puede causar dificultades durante el desarrollo del trabajo y, por otro lado, se pierde el sentido de la actividad si se explicita demasiado el propósito de la misma, lo cual puede llegar a desvirtuar el sentido del trabajo con las fichas.

Aunque una imagen proporciona un apoyo importante para la realización de la actividad, puede convertirse en un elemento confuso si no se propone de manera acorde a la situación propuesta.

- **Fuentes bibliográficas, autores y códigos de barra**

Estos elementos que aparecen en la parte inferior de las fichas, en promedio han sido ubicados en los respectivos diseños, no obstante, se observa que algunas actividades han sido adaptadas de textos de matemáticas y no se han tomado las correspondientes referencias (ver Figura 16).

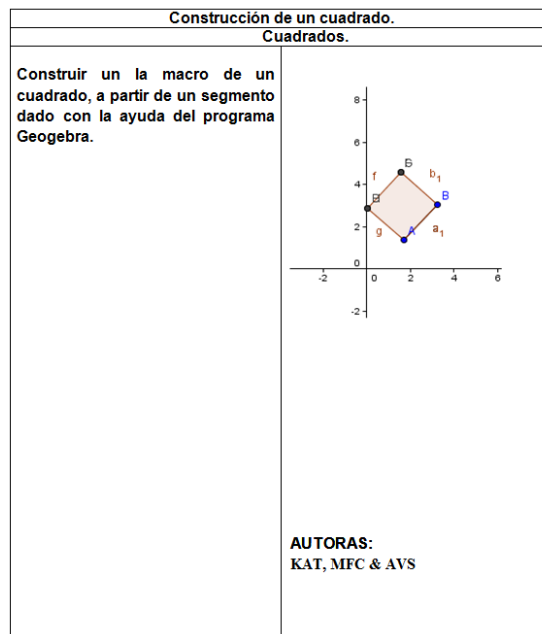


Figura 16. Ficha sin referentes bibliográficos.

Respecto a los códigos de barra o códigos QR que indicará la localización de la ficha en la base de datos del LabMatUV son elementos que no se han considerado para el diseño, puesto que no existe claridad para los participantes de cómo indexar las fichas. No obstante, es importante aclarar que el uso de este código es aun algo nuevo y por tal razón su uso no ha sido explicitado.

- *Soporte de las fichas*

Los soportes o bitácora de la ficha donde se plantea la solución o soluciones a la actividad realizada, se propusieron en términos de dar la solución o posibles soluciones al problema de manera clara, detallada y gráfica. Sin embargo, no se lograron recoger otros datos tales como dificultades, fechas de uso, preguntas del usuario, etcétera, esto debido a las limitaciones de la configuración de la red del laboratorio en su espacio físico, lo cual no permitió la participación de los usuarios en línea para proponer soluciones a los problemas.

De las soluciones proporcionadas por cada usuario que diseñó, se toman los siguientes referentes a analizar:

En la ficha de la figura 17, donde se propone encontrar una expresión para determinar el número de diagonales de polígonos regulares se observa que no solo se describe cómo encontrar dicha solución sino que también presenta un soporte gráfico, lo cual ejemplifica de manera adecuada la situación propuesta, esto se ajusta a lo que se desea proponer en las fichas de trabajo, dejando en claro que es solo eso, una propuesta de solución pero se deja abierta la posibilidad de plantear otros esquemas.

SOPORTE DE LA FICHA:

Para encontrar el número de diagonales que parte del mismo vértice de un polígono regular basta con analizar la regularidad del aumento de los lados del polígono y luego se dibujan diagonales los cuales dejan ver que estas disminuyen tres unidades. De esta manera se completa la siguiente tabla.






Polígonos según sus lados	Número de diagonales desde un vértice	gráfica
3	0	
4	1	
5	2	
6	3	
7	4	

Figura 17. Propuesta de soporte de una ficha de trabajo.

Para esta actividad, solo se realiza una descripción que da el soporte a la situación, donde se da respuesta a las preguntas llevando a cabo un simple análisis, no obstante, como en el caso anterior es factible pensar que la solución a las preguntas se pueda plantear de distintas formas, no queriendo decir que esta solución no sea adecuada, solo que se puede ajustar a una mejor conceptualización del objeto geométrico que se trabaja en la ficha.

SOLUCION:

Los triángulos son congruentes porque los lados BC y AD son lados del cuadrado por tanto tiene la misma longitud y el punto P es el punto medio del segmento MN y de la diagonal AC, por tanto AP congruente con PC y MP congruente con PN, en consecuencia PMBC es congruente con APND.

Por otro lado, como ya se dijo que tanto AP congruente con PC y MP congruente con PN, además, M es punto medio de AB y N punto medio de DC (siendo AB y DC lados del cuadrado), entonces AM es congruente con NC, por tanto AMP es congruente con PNC.

Por ultimo, en la figura se observan figuras geométricas como: triángulos, cuadrados, paralelogramos y rectángulos

Figura 18. Descripción de una solución a una actividad en el LabMatUV.

Caso contrario ocurre con las fichas de la Figura 19, si bien es cierto que una imagen vale más que mil palabras, es adecuado que se acompañen de una sencilla y concisa descripción que logre dar cuenta de la solución a construcciones de este tipo sin caer en el error de llenar de textos innecesarios el soporte al recurso, como ocurre en la ficha de la Figura 20, donde la solución se presenta sobrecargada de información innecesaria que puede obviarse proporcionando detalles más acordes a la situación.

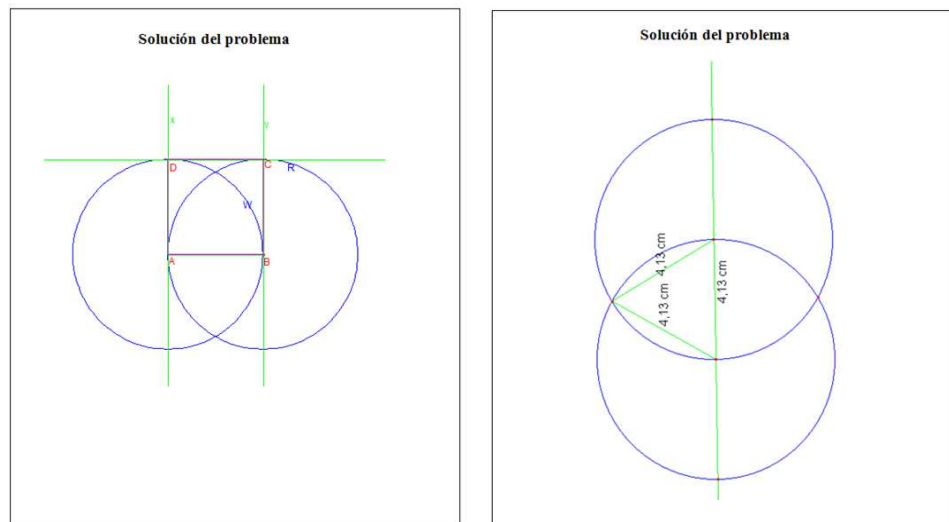
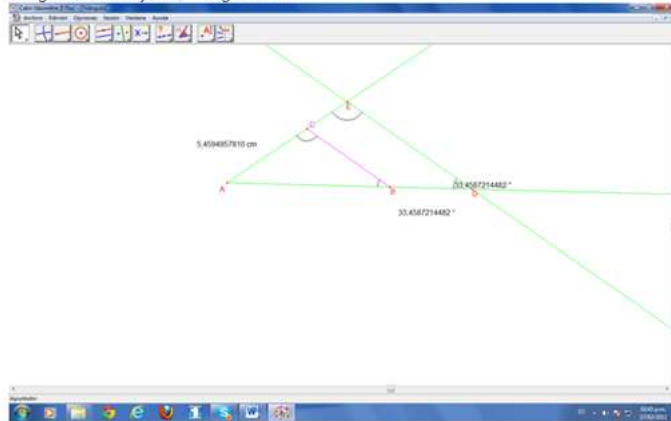


Figura 19. Solución gráfica de actividades propuestas en algunas fichas.

RESOLUCIÓN:

Usando la herramienta "polígono" se construye un triángulo, cuyos vértices se etiquetan como A, B y C por medio de la herramienta "nombrar". Luego, se usa "Distancia o longitud" para marcar la medida del lado AC. Finalmente, con la herramienta "Medida de ángulo" se registra la medida del ángulo ABC, el cual corresponde al vértice B. Luego se usa la herramienta "apuntador" para mover los vértices del triángulo y se contestan las preguntas 1 y 2. Posteriormente, prolongando los lados BC y BA a partir de B, y con la ayuda de la herramienta y con la ayuda de la herramienta "recta paralela" se construye un triángulo ADE semejante al triángulo ABC.



1. Se observa que al mover el vértice A, varía el lado AC a menos que lo haga alrededor de C; igualmente varía el ángulo ABC a menos que mueva a A en la dirección de la recta AB. Al mover el punto C el comportamiento es similar al anterior, en este caso, el centro de giro es A y la dirección BC mantiene el valor del ángulo marcado. Al mover el vértice B fue imposible lograr que el ángulo no variara y el valor del lado A permaneciera constante. Todo esto ocurre porque se trata de un ambiente de geometría dinámica. Los puntos A, B y C son libres e independientes para moverse, dada la forma como se hizo la construcción. Ello es lo que permite variar los lados y ángulos según sea el caso.
2. Los ángulos deben ser iguales.
3. Construcción anexa. Los triángulos son semejantes.

Figura 20. Solución de una actividad propuesta en Cabri.

En la bitácora de la ficha es importante contar con una descripción de la solución o posibles soluciones al problema acompañado de un soporte gráfico, más aun en el caso de materiales manipulativos donde se visualiza a través de estos un mejor acercamiento a la construcción del pensamiento matemático.

Soporte de la ficha:

Se procedería de la siguiente manera:

1. Regleta azul + regleta blanca (9 + 1)
2. Regleta café + regleta roja (8 + 2)
3. Regleta negra + regleta verde claro (7 + 3)
4. Regleta verde oscura + regleta morada (6 + 4)
5. Regleta amarilla + regleta amarilla (5 + 5)

O de forma contraria:

1. Regleta blanca + regleta azul (1 + 9)
2. Regleta roja + regleta café (2 + 8)
3. Regleta verde claro + Regleta negra (3 + 7)
4. Regleta morada + regleta verde oscura (4 + 6)

Solución del problema

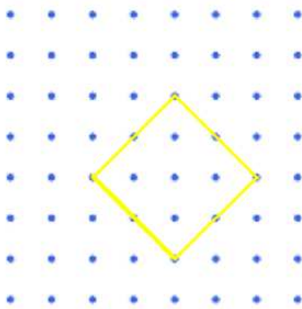


Figura 21. Soporte de fichas que involucran el uso de manipulativos.

No obstante, como se observa en la Figura 21, la solución no debe proporcionarse de manera unitaria, considerando que no se logró comunicarla a los demás participantes para retroalimentar posibles soluciones a través del módulo integrado en la plataforma Moodle. Es apropiado facilitar esta solución acorde a la actividad que se propone recurriendo al aspecto gráfico acompañado de la correspondiente descripción de la solución.

- ***Applets en GeoGebra***

Para esta última fase de diseños, se propuso a los participantes realizar una construcción geométrica de su escogencia en el GeoGebra y generar un *applet* donde se realizaran preguntas que permitieran plantear hipótesis, realizar conjeturas o simplemente experimentar la construcción propuesta para validarla a través de su exploración (ver anexo N° 4).

En este tipo de actividades puede verse una analogía a la ficha que se diseña para una mesa del LabMatUV respecto a una actividad en un entorno virtual. El *applet* tiene la funcionalidad de una ficha, puesto que integra los elementos que la configuran, pero se cuenta además con la ventaja de poder manipular la construcción lo que le da un carácter dinámico y exploratorio lo cual permite tener una visión más amplia al momento de conceptualizar un objeto matemático.

De acuerdo al análisis de las actividades anteriores de las fichas del LabMatUV, con los *applets* no ocurre mayor diferencia en cuanto a las concepciones y presupuestos de los participantes respecto al cómo proponer una actividad para estudiantes de matemáticas.

En este sentido, las actividades propuestas en un *applet* tienen un mayor potencial dado su carácter dinámico, sin embargo, es importante considerar limitaciones como los requerimientos del sistema, por ejemplo, si no se tiene instalado el software Java, la actividad no se podría visualizar puesto que éste es el lenguaje de programación del AGD.

De otro lado, se considera importante además los alcances que puedan tener las actividades que se propongan a través de la mesa de matemáticas y nuevas tecnologías integrando geometría, puesto que logra en cierta medida que el aprendizaje de las matemáticas se genere de una manera más funcional respecto a la manera tradicional como se propone en el aula, evidenciando no solo el dinamismo sino también el lograr la manipulación de las características de objetos geométricos que antes no se lograban distinguir sin el uso de estos instrumentos.

- ***Análisis del trabajo con las fichas del LabMat UV***

De acuerdo a las actividades propuestas para el diseño inicial de fichas para las mesas escogidas y al diseño de applets, se analizan los siguientes resultados:

Los modelos de fichas que se programaron en el módulo condicionan un tipo particular de esquema de uso, se ha observado en términos generales que en algunos diseños se opta por textos largos, títulos genéricos TIMMS (en algunos casos no se usan), lo cual indica que se generan irregularidades en el diseño en razón de que desvirtúan el propósito de lo que se desea mostrar en la ficha de trabajo, lo cual hace que dichos diseños se apartan de la propuesta del LabMatUV.

De acuerdo con estas observaciones, se evidencia que en la mayoría de los diseños existen muchos errores tanto de apreciación como de conceptualización, esto debido a los tipos de actividades propuestas, algunas cargadas de textos largos, otras sin autoría o sin soporte, actividades de carácter demostrativo o propuestas de una o más actividades en una misma ficha. Estas consideraciones llevan a que se debe plantear una estrategia más eficiente para generar nuevas producciones sin tantos errores.

Dicha estrategia puede ser orientada en el marco de la *divulgación* a través de la configuración inicial de *redes de aprendizaje* y la conformación de las comunidades de práctica para socializar el proceso de diseños y retroalimentarlos logrando así configurar el *recurso pedagógico* como tal.

De acuerdo con esto, muchos de los diseños de los participantes no cumplen con las condiciones y no superan los criterios de calidad de una ficha no porque se no se haya realizado la orientación de cómo diseñarla, sino porque no existe una socialización de cómo construir una ficha por lo cual debería proponerse una

ejemplificación más visible de cómo hacerlo y esto se dará en la medida de las condiciones para socializar los diseños.

A partir de los hallazgos frente al trabajo con fichas queda claro que se requiere una ejemplificación del proceso de elaboración de la ficha y de cómo ésta puede ir cambiando en el tiempo, donde se puedan realizar diseños en conjunto y explicar a la vez como elaborar soluciones que revelen las heurísticas del diseño. Es por esto que se pueden plantear diseños divulgativos para una producción sin tantos errores a través del aprendizaje colaborativo en plataformas *moodle*.

Los esquemas iniciales de uso son muy convencionales, en razón de que los estudiantes escriben un problema y asocian una imagen que consideran que representa a la situación propuesta, pero no siempre es el criterio más formal de la elaboración de una ficha, por ejemplo, la evolución que ha tenido una ficha o retroalimentación que se hace del trabajo con la ficha es un criterio fundamental al momento de concebirla como recurso.

No obstante, es importante señalar que las fichas se diseñan a partir de los criterios y restricciones del artefacto, lo cual indica que las fichas pre-configuran los esquemas de uso que aparecen de acuerdo a la interactividad, las comunicaciones en línea y las funciones del módulo.

La génesis instrumental no es un proceso trivial y es algo que demanda de cierto tiempo. Mientras un usuario del módulo se apropia del artefacto y de sus características para diseñar fichas de trabajo, dirige la manera en que se utiliza el instrumento y en cierto modo lo configura (*instrumentalización*); las potencialidades y las restricciones del instrumento influyen en los diseños y configuran los esquemas de uso (*instrumentación*).

El caso de los *applets* es un proceso basado en una serie de pasos o instrucciones donde se tiene, primero, la construcción en el AGD (en este caso, *Geogebra*), luego se realiza una serie de configuraciones en el programa para exportar la actividad (autores, nombre de la actividad, descripción de la actividad y preguntas) y finalmente proponer la actividad a los estudiantes.

A partir de los elementos proporcionados por el AGD, se pretende que las características de éste se integren al estudio del usuario para la construcción de fichas de trabajo que constituyan conocimiento matemático, lo cual muestra que el artefacto se convierte en instrumento producto de la génesis instrumental, basado en los esquemas de uso apropiados.

Finalmente, lo que se buscaba en términos generales era recoger información inicial a través de la *divulgación* del módulo a una comunidad de educadores y como sus participantes se apropian de tal recurso. En términos generales se logró evidenciar que no existen criterios claros para dar a entender cómo se construye una ficha, puesto que esto es un proceso que demanda tiempo.

La evolución del instrumento permitirá a través de dicho tiempo reconfigurar los diseños y esquemas de uso que han seguido una serie de patrones lineales, lo cual ha generado en este proceso inicial la tendencia a privilegiar aspectos de naturaleza procedimental al proponer las actividades donde se siguen una serie de pasos para llegar a un resultado, logrando así desviar el sentido de la configuración del *recurso pedagógico* debido a los parámetros de diseño dejando de lado que se evidencie en el trabajo con fichas características como la exploración, conjeturación o planteamiento de hipótesis para llegar a la solución de una determinada situación problema.

Algunas Proyecciones

Algunas de las proyecciones de la propuesta se sustentan en algunas investigaciones recientes que estudian algunas de las características del cambio en los roles y las prácticas de los participantes *en ambientes de aprendizaje computacional* en Educación Matemática, en particular los de aprendizaje en línea.

En este contexto, ocupa un lugar central el estudio de modalidades de comunicación como los *web logs*¹² como fuente privilegiada para el estudio de la adopción de diferentes roles y comportamientos de los profesores de matemáticas en ejercicio y en formación (Blood, R., 2003).

En este sentido, cabe preguntarse cómo se podría usar el diseño de un *módulo de aprendizaje* para promover la creación de laboratorios de matemáticas en las instituciones educativas, para lo cual se deben considerar las condiciones y limitaciones para trabajar con este tipo de ambientes, además de las competencias para diseñar y gestionar estos dispositivos para la formación inicial de *redes de aprendizaje*.

De acuerdo al diseño de un *módulo de aprendizaje* del LabMatUV, es importante mencionar que este tipo de dispositivos deben ser constantemente actualizados, debido a que su funcionamiento depende no solo de las retroalimentaciones por parte de los usuarios, sino de los aspectos de carácter gráfico y textual para el mejoramiento y continua actualización de actividades en el marco de las actividades propuestas en el LabMatUV.

¹²

Los web logs (abreviado como blogs) se definen como las páginas web personales o de organizaciones, constituidas por fechas de entradas. Por lo general consiste de enlaces, medios de comunicación, comentarios, reflexiones personales, ensayos, artículos y discusiones en curso.

Es así, como se proyecta para una segunda versión de un módulo del LabMatUV un dispositivo que posea un mayor dinamismo e interactividad al momento de presentar sus contenidos y que su navegabilidad no obedezca a aspectos de orden lineal (ver Figura 22).

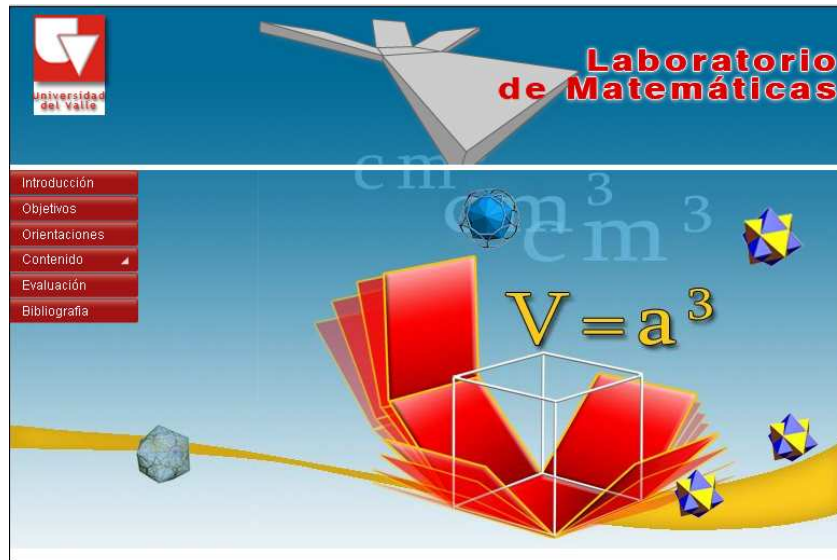


Figura 22. Proyección de la segunda versión de un módulo del LabMatUV.

Así pues, en el tema de los usos educativos de los *ambientes de aprendizaje computacionales* puede señalarse que estos no deben ser vistos simplemente como una herramienta tecnológica para la enseñanza y el aprendizaje, sino como una *práctica situada* que puede entrar en diálogo con determinadas prácticas pedagógicas y disciplinarias.

CONCLUSIONES

En la búsqueda de divulgar y popularizar el escenario del LabMatUV a través del diseño y puesta en escena de un *módulo de aprendizaje* virtual, a partir del cual se proyectó iniciar el proceso de configuración una red de maestros y potencializar el uso de *recursos pedagógicos*, se puede concluir que: er

Posterior a los análisis realizados se evidencia durante el desarrollo de la investigación el alcance parcial de los objetivos propuestos, en tanto el diseño y gestión de un módulo para la *divulgación y popularización* del escenario de producción y uso de *recursos pedagógicos*, LabMatUV, así como la relación de estos procesos con la conformación inicial de una comunidad de aprendizaje micro y que los usa, que los piensa y los amplía.

Sin embargo, al ser divulgada la estrategia del LabMatUV a la luz de estos procesos, no puede darse por hecho de que este es un proceso que termina sino que debe evolucionar en el transcurso del tiempo. Así mismo, se piensa en otros entornos de programación para generar nuevos artefactos o módulos de aprendizaje que sean más funcionales respecto a este diseño, que a pesar de mostrarse de manera lineal, no implica que no sea funcional para los presupuestos iniciales en torno al diseño de fichas en el LabMatUV en el proceso de formación de los estudiantes de licenciaturas en Educación Matemática.

Respecto al uso de las TIC, se señala como un factor muy importante en la enseñanza de las matemáticas, en razón de que su utilización se ha convertido en un agente primario en la educación actual. Para quienes se están formando como docentes es imprescindible que se tenga conocimiento sobre el tema, no solo porque la tecnología avance al transcurrir el tiempo, sino porque se convierte en una potente herramienta que con un uso adecuado se pueden encontrar alternativas a la enseñanza magistral que permitan apropiarse desde otras perspectivas a los conceptos

matemáticos, en este caso, a partir de los procesos de *divulgación y popularización* en torno al LabMatUV.

En este sentido, se hace necesario resaltar la importancia del conocimiento profesional de cada profesor, el cual es necesario no solo para la enseñanza de las matemáticas, sino también para procurar romper las barreras que dificultan el éxito en la adopción de las tecnologías, como suelen ser el temor al cambio, la ausencia de recursos tecnológicos, entre otros. No obstante, durante el proceso de formación de los docentes deben incluirse aplicaciones de la tecnología, ya que su uso se extiende cada vez más trayendo nuevas herramientas de trabajo en diversos campos de las matemáticas.

En un sentido general, si bien es cierto que el proceso de construir una ficha es algo que demanda tiempo, se debe considerar que factores como fallas técnicas en la configuración de la red informática del espacio del laboratorio o problemas para acceder a los materiales didácticos generan ciertas discontinuidades en el trabajo, lo que hace que los resultados no sean los esperados en cuanto a diseño de fichas como a nuevas actualizaciones del módulo.

Los maestros requieren un conocimiento de materiales que permitan plantear situaciones problema. La *divulgación* tiene escenarios variados que no necesariamente se restringen al interés de crear una imagen positiva de las matemáticas, sino que en sí mismos son potenciales fuentes para el trabajo en una propuesta experimental en razón de que su estructura flexible permite y promueve el diseño.

De aquí, es importante la estrategia divulgativa del LabMatUV porque la misma visión de digitalizar un contenido por sí mismo no garantiza que el público la acoja, pero es un vehículo muy funcional dado el advenimiento de las TIC en razón de que han enriquecido la noción de *recurso pedagógico*.

Aunque en el proceso de diseño y producción de fichas en el LabMatUV se realizó como un pilotaje, se considera de vital importancia este tipo de procesos para realizar una reestructuración a los aspectos teóricos y metodológicos del LabMatUV, en razón de que, tanto la parte artefactual, en este caso el módulo, ha servido como un elemento clave para dar a conocer la estrategia del LabMatUV, se considera que este tipo de artefactos tienen una constante evolución, la cual se da de manera colaborativa de acuerdo a los entornos donde se apliquen y por otro lado, la del laboratorio en instituciones educativas.

El efecto de lograr *popularizar* el LabMatUV no es algo que se logre a corto plazo, es un proceso que si bien demanda tiempo, los resultados en un futuro lograrán llamar la atención tanto de maestros como de estudiantes de diversas instituciones donde se podría buscar la gestión del laboratorio en su contexto conformando clubes de matemáticas, laboratorios y ferias matemáticas.

Respecto a los objetivos específicos de la investigación:

Referente al cumplimiento de cada uno de los objetivos propuestos en esta investigación se presentan las siguientes conclusiones:

- Identificar algunos elementos teóricos y metodológicos desde la Didáctica de las Matemáticas, relativos a la divulgación y popularización de las matemáticas y su relación con la divulgación de la estrategia del LabMatUV en una comunidad de práctica.

A partir de este objetivo se lograron encontrar aspectos que relacionan a la *divulgación y popularización de las matemáticas* tales como portales de matemáticas, materiales virtuales y documentación acerca de trabajos con *divulgación*.

Se rescata de manera particular el material encontrado en el portal *Colombia aprendiendo*, donde sus actividades encaminadas al desarrollo del pensamiento lógico

matemático se asemeja a los planteamientos que se realizan en las fichas de trabajo del LabMatUV.

Estos elementos han sido importantes para pensar en cómo divulgar el LabMatUV a un grupo de usuarios determinados en la configuración de *recursos pedagógicos* para la enseñanza de las matemáticas, donde se busca desligar dificultades que se encuentran comúnmente en la enseñanza magistral en el aula, la incomprensión de lenguaje simbólico y hasta cierta frialdad que se presenta a la hora de enseñar matemáticas.

De igual manera, documentos de carácter divulgativo encontrados en la red, permitieron ejemplificar el propósito de comunicar estrategias que permiten dar el carácter de popular a objetos de carácter matemático, específicamente de tipo geométrico, además de vincular dichos documentos al módulo como archivos complementarios para ser descargados posteriormente.

- Documentar el proceso de diseño de un módulo de aprendizaje virtual para la divulgación del LabMatUV a un sector de la comunidad educativa de educadores del Santiago de Cali.

A pesar de ser un objetivo específico, se mostró como un eje central de la investigación en lo referente al diseño y gestión del módulo para comunicar la estrategia del LabMatUV. Se documentó el proceso de diseño donde se expuso y se puso en escena un prototipo con el que se trabajó y a través del cual se propuso el diseño de fichas utilizando como canal de comunicación la plataforma *moodle* del campus virtual de la Universidad del Valle.

De acuerdo con esto, se enfatiza que este producto es el piloto de lo que se considera el medio para divulgar a una comunidad amplia de educadores el escenario del LabMatUV, por lo cual, se deja en claro que lograr esto implica actualizar y ajustar el módulo de acuerdo a determinados criterios de programación para hacerlo

más funcional donde se pueda garantizar el trabajo en línea con un número determinado de participantes y una mayor atracción de usuarios.

- Estudiar algunos aspectos vinculados a los procesos de génesis instrumental que se configuran, a nivel micro en las mesas de “geometría” y “matemáticas y nuevas tecnologías” y a nivel macro, en el propio ambiente de aprendizaje computacional en el que se trabaja con el módulo de aprendizaje virtual del LabMatUV.

Durante este estudio se logró determinar que los procesos de génesis instrumental son conductos que se requieren como fundamento para el diseño de un dispositivo de carácter informático para comunicar desde una simple idea hasta algo más estructurado como lo es el mismo LabMatUV.

No obstante, debido a las limitaciones presentadas en la investigación tales como problemas en la configuración de la red en el espacio físico del laboratorio o inconvenientes de orden técnico en la programación del módulo, no se logró cumplir a cabalidad con el objetivo de consolidar una red de maestros.

Sin embargo, estas limitaciones han sido de gran utilidad puesto que dejan evidencia de qué elementos son necesarios para continuar y mejorar este proceso y, no solo conformar y consolidar una red con estudiantes de licenciatura en matemáticas, sino además con maestros en ejercicio de las diferentes instituciones de la ciudad.

Es claro que este es un proceso que demanda mucho tiempo, pero que puede permitir generar cambios en las prácticas actuales de algunos maestros a través de actividades divulgativas que logren desvirtuar la tendencia a privilegiar aspectos de carácter procedimental en el trabajo escolar.

CONSIDERACIONES FINALES

A partir del estudio de las producciones de los profesores en ejercicio y en formación, se pudo reconocer formas particulares de “aprender a ver la realidad” desde una mirada experimental, la cual fue promovida por el LabMatUV y se hizo visible el impacto potencial de estas prácticas en el desarrollo del razonamiento lógico y en el establecimiento de conexiones con modelos y estrategias formales e informales, que son centrales para el aprendizaje de las matemáticas.

El poder socializar diseños de diferentes producciones en cada una de las mesas puede lograr el acercamiento a unas matemáticas más agradables, con materiales que pueden ser más funcionales que otros donde ya existe un artefacto para diseñar la actividad.

Aunque es un proceso largo, a partir de la *popularización* y la *divulgación* se puede hacer frente a los problemas o inconvenientes que pueden tener los maestros al momento de enseñar matemáticas, no obstante, de acuerdo a los principios generales de la *popularización*, ésta debe desarrollarse en todos los ámbitos: escolares, sociales, profesionales, entre otros, distinguiendo en cada caso los objetivos a lograr y la metodología más adecuada para trabajar.

En este orden de ideas, se revela como muy importante continuar explorando las posibilidades que ofrece el integrar un módulo del LabMatUV en el proceso de formación y actualización de docentes, debido a su gran alcance en el marco del trabajo con plataformas virtuales.

El LabMatUV si bien mantiene el sentido inicial con que fue concebido, a saber un espacio de estudio y *divulgación* de la actividad matemática de sus usuarios, en la actualidad y como resultado de una nueva conceptualización de *recurso pedagógico*, ha ampliado sus estrategias de acción en cuanto concierne a la formación inicial y cualificación de los profesores de matemáticas en formación y en ejercicio.

De acuerdo con esto, se ha empezado a estructurar a partir de elementos teóricos y metodológicos desde la Didáctica de las Matemáticas, una propuesta de formación que retoma elementos de experiencias de formación en un *laboratorio de matemáticas* y que se traduce en un modelo de trabajo presencial y en línea, esto último en un escenario virtual especialmente diseñado para la formación profesional de los profesores de matemáticas de Santiago de Cali y del Valle del Cauca.

De esta manera, y aprovechando las posibilidades de las Tecnologías de la Información y la Comunicación, por ejemplo la plataforma institucional de la Universidad del Valle, el LabMatUV ha empezado a estructurarse como un espacio de enseñanza y aprendizaje para los profesores de matemáticas en formación y en ejercicio.

Esta ampliación del horizonte de participación de profesores e instituciones educativas involucra nuevas estrategias, cuyos efectos y consolidación se estiman en una década de trabajo. Tales estrategias incluyen entre otras el estudio de nuevas modalidades de práctica profesional, la necesaria actualización de algunos de los cursos de formación de la Licenciatura en Educación Básica, énfasis en Matemáticas y Licenciatura en Matemáticas y Física del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle y la consolidación de una *comunidad de práctica* en el contexto del trabajo del LabMatUV.

En general, se reconoce la necesidad de involucrar a las instituciones educativas y a los profesores en innovaciones de enseñanza y en la integración de recursos informáticos y computacionales, así como el generar las condiciones para la creación de laboratorios de matemáticas institucionales, además de dar a conocer la importancia de los procesos de *divulgación y popularización de las matemáticas* en los diversos aportes que pueden brindar a la Educación Matemática, donde se pueden encontrar ideas innovadoras para distintas propuestas de producción de materiales que puedan hacer de las matemáticas una ciencia atractiva a los estudiantes y lograr un incremento de la cultura científica en cualquier persona.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alsina, C., y otros. (1989). Hacia unas matemáticas populares. Revista Suma, Vol. 4, 83-120. Granada, España.
- Arce, J. & Pabón, O. (2012). *Laboratorio de Matemáticas* (LabMatUV) como estrategia de acompañamiento al diseño y uso de *recursos pedagógicos* en la formación de profesores de matemáticas. Área de Educación Matemática. Instituto de Educación y pedagogía. Universidad del Valle.
- Area Moreira, M. (2002). La Elaboración de Módulos y Materiales Electrónicos para el WWW en la educación de Personas Adultas. Recuperado el 26 de Enero de 2009, de <http://webpages.ull.es/users/manarea/Documentos/documento8.htm>
- Artigue, M. (2002) Learning mathematics in a CAS environment: the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 7, 245-274 Kluwer Academic Publishers. p. 245.
- Balbuena, L. (2008). Matemáticas en la radio. Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas, Vol. 48, 41-55. Editorial Grao. Barcelona, España.
- Blood, R. (2003). Blog definition and uses, retrieved December 16, 2006, from http://www.osu.edu/webinterestgroup/12_16_2003.php.
- De Guzmán, M. (1990). *The role of games and puzzles in the popularization of mathematics*. *L'Enseignement Mathématique Revue Internationale*, Vol.36, 359-368.
- Drijvers, P.; Trouche, L. (2008), From artifacts to instruments: a theoretical framework behind the orchestra metaphor, in K. Heid and G. Blume (eds.), *Research on Technology and the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 363-392), Information Age., Charlotte, NC, Vol. 2. Cases and perspectives.
- Ernest, P. (1996). Popularization: myths, massmedia and modernism. En: Bishop, A., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J., Laborde, C., et al. (1996). *International Handbook of mathematics education*. Dordrecht: Kluwer, p. 785-817.
- Figueiras, L., & Deulofeu, J. (2008). Libros para disfrutar la matemática. Uno, Revista de didáctica de las matemáticas. Vol. 48, 7-18. Barcelona, España.

- Garzón, D. (2007). El diseño de materiales a la luz de un modelo que incorpora la concepción de *recursos pedagógicos* vivientes. En Memorias IX Congreso Nacional Informática Educativa, Redes, Comunidades de Aprendizaje y Tecnología Móvil.
- Guin, D., & Trouche, L. (2007a). Conception et réalisation de ressources pédagogiques vivantes: des ressources intégrant les TICE en mathématiques, Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain, Strasbourg,
- Guin, D., & Trouche, L. (2007b). Une approche multidimensionnelle pour la conception collaborative de ressources pédagogiques, en Baron, M., Guin, D, Trouche, L. (Dir) Environnements informatisés et ressources numériques pour l'apprentissage. Conception et usages, regards croisés, p. 197-228, Lavoisier-Hermès, Paris.
- Guin, D., & Trouche, L. (2006). Conception continuée, conception distribuée, complexité et nécessité. Journée TICE-INRP : TIC et apprentissages, faciliter et intégrer les usages, Lyon. p.1. Citado en Pabón (2008).
- Guin, D; Ruthven, K; Trouche, L. (eds.) (2004) The didactical challenge of symbolic calculators: turning a computational device into a mathematical instrument (contributions of M. Artigue, P. Drijvers, P. Elbaz-Vincent, J.B. Lagrange, M. Kendal, R. Pierce & K. Stacey), Springer.
- Harasim, L., Hiltz, S., Turoff, M., Teles, L. (2000). *Redes de aprendizaje*. Guía para la enseñanza y el aprendizaje en red. Editorial Gedisa.
- Howson, A. y Kahane, J. (1990). The Popularization of Mathematics. ICMI Study Series. Cambridge: Cambridge University Press.
- Ibáñez, R. (2009). All about popularization of mathematics. BCAM, *Basque Center for Applied Mathematics*. Universidad del País Vasco, Euskal Herriko Unibertsitatea, Zamudio.
- Ibáñez, R. (2008). DIVULGAMAT, Centro Virtual de *Divulgación* de las Matemáticas. Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas, Vol. 48, 79-85. Editorial Grao. Barcelona, España.
- Ibáñez, R. (2005a). DIVULGAMAT, Centro Virtual de *Divulgación* de las Matemáticas. *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, Vol. 1, 45-49.
- Ibáñez, R. (2005b). Divulgar las Matemáticas. Ed. Nivola. p.240, Madrid, España.

- Joab, M., Guin, D., & Trouche, L. (2003). Conception et réalisation de ressources pédagogiques vivantes: des ressources intégrant les TICE en mathématiques. Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain (págs. 259-270). Strasbourg: ATIEF.
- Lozano, M. (2005). Ciencia y popularización: hacia un nuevo contrato. En: Programas y experiencias en popularización de la ciencia y la tecnología. Panorámica desde los países del Convenio Andrés Bello. Secretaria Técnica CAB-ONCYT. Área de Ciencia y Tecnología. Colombia.
- Marrero, I. (2008). *Divulgación* de las matemáticas en la Red: Matematicalia.net. Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas, Vol. 48, 86-92. Editorial Grao. Barcelona, España.
- Maschietto, M. & Trouche, L. (2010). Mathematics learning and tools from theoretical, historical and practical points of view: the productive notion of mathematics laboratories, ZDM The International Journal on Mathematics Education, 42 (1), 33–47.
- Muñoz, J., Fernández, A., Hans, J., et al. (2000). ¡Divulga matemáticas!, S.A.E.M. THALES, pp. 1-26.
- Pérez, A. (2008). Matemáticas en televisión. Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas, Vol. 48, 56-69. Editorial Grao. Barcelona, España.
- Rabardel P. (1995). Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains. Paris:Armand Colin.
- Soto, L. (2007). Importancia difusión científica y tecnológica. Consultado en: <http://www.mitecnologico.com/Main/ImportanciaDifusionCientificaYTecnologica>.
- Trouche, L. (2010). Les laboratoires de mathématiques pour enseigner, une métaphore productive Hier et aujourd'hui, pour les élèves comme pour les maîtres.
- Trouche, L. (2005). Instrumental genesis, individual and social aspects, en Guin D. & Trouche, L (Coord) The didactical challenge of symbolic calculators: turning a computational device into a mathematical instrument. Mathematics Education Library. pp 209-222.

- Trouche, L. (2003). Managing the Complexity of Human/Machine Interaction in a Computer Based Learning Environment: Guiding Student's Process Command Through Instrumental Orchestrations. Communication presented at CAME 3: Learning in a CAS Environment: Mind-Machine Interaction. Reims, France.
- Trouche, L. (2002). Une Approche Instrumentale De L'apprentissage Des Mathématiques Dans Environnements De Calculatrice Symbolique. En: Calculatrices Symboliques Transformer Du Travail Informatique : Un Problème Didactique. Francia: La Pensée Sauvage, Éditions. pp.187-214.
- Vérillon. P., & Rabardel P. (1995). Cognition and artifacts: a contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. European Journal of Psychology of Education vol.X (1), pp.77-101.
- Wenger, E., McDermott, R., Snyder, W. (2002). Cultivating Communities of Practice: A Guide to Managing Knowledge. Boston, Massachusetts: Harvard Business School Press.

ANEXOS

Anexo N° 1. Plantilla de una ficha del LabMatUV



Laboratorio de Matemáticas
Universidad del Valle
Instituto de Educación y Pedagogía
Área de Educación Matemática



(1) → Título Ficha	
(2) → Códigos de los marcos de referencia curricular del TIMSS	
(3) → Descripción del problema	(4) → Dibujos, gráficos e información no escrita complementaria a la descripción del problema. (5) → Se recogen las observaciones, la fuente bibliográfica, el autor o autores, año de publicación y otros datos que se consideren importantes.



(6) → Un código de barras o código QR que indique la localización de la ficha en la base de datos física o digital y suministre datos e información complementaria para su manejo

Anexo N° 2. Fichas diseñadas por los participantes para la mesa de geometría (I)



Laboratorio de Matemáticas
Universidad del Valle
Instituto de Educación y Pedagogía
Área de Educación Matemática



Semejanzas en el plano	
Propiedades de triángulos	
<p>Que propiedades geométricas se conservan invariantes en este grupo de figuras. Relacione las figuras semejantes según los números de cada figura.</p>	<p>Preparado por: YH y YHP</p>

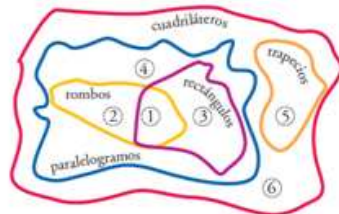
Figuras Semejantes

En este grupo de figuras se conservan los ángulos y la forma.

Las figuras semejantes son: la 1 y 6; 2 y 4; 3 y 8; 5 y 7.

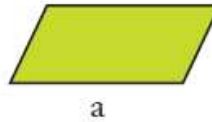
PROPIEDADES DE LAS FIGURAS GEOMETRICAS
GEOMETRIA

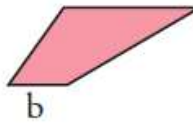
Observa cuidadosamente el siguiente diagrama



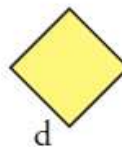
1. ¿Qué figura geométrica corresponde el espacio donde se encuentra el numero 1?
Justifica tu respuesta

Escribe el nombre a cada una de las figuras que aparecen a continuación y sitúala en el lugar correspondiente del diagrama asignándole un número:









SOPORTE DE LA FICHA

R/. La figura es un cuadrado

Un **rectángulo** es un paralelogramo cuyos cuatro lados forman ángulos rectos entre sí.

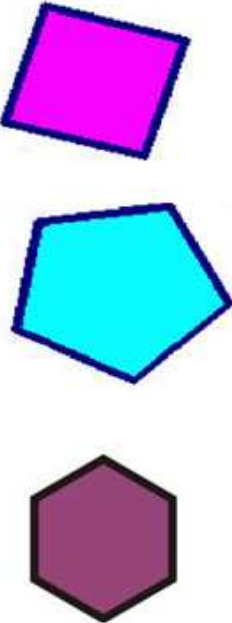
El **rombo** es un cuadrilátero paralelogramo cuyos cuatro lados son de igual longitud.

FIGURA A. ROMBOIDE. SECTOR 4

FIGURA B. TRAPECIO. SECTOR 5

FIGURA C. CUADRILATERO. SECTOR 6

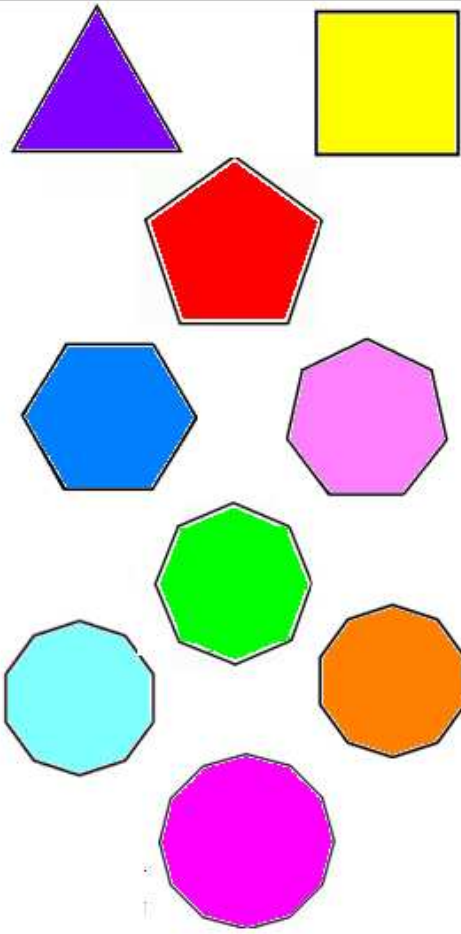
FIGURA D. CUADRADO. SECTOR 1.

La Magia de los Poligonos diagonales	
<p>¿Cuántas diagonales tiene un polígono de 4 lados, y uno de 5 lados, y uno de 6 lados? Cuenta ahora las diagonales de un polígono de 7 lados, intenta hacerlo sin dibujarlas todas. ¿Cuántas diagonales tendrá un polígono de n lados?</p>	

Diagonales

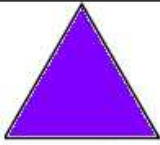
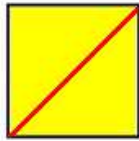
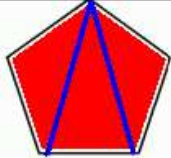
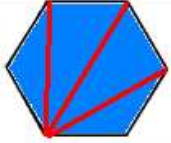

Se puede construir una tabla que relacione los lados de un polígono con el número de diagonales


Número de lados	Número de diagonales
4	2
5	5
6	9
7	14
.	.
.	.
.	.
n	$n(n-3)/2$

POLÍGONOS	
Diagonales	
<p>Encuentra una expresión con la cual determines el número de diagonales que parten desde un vértice en los siguientes polígonos regulares de acuerdo a sus lados.</p> <p>Construye una tabla.</p>	
	<p>Elaborado por: YHR</p>

SOPORTE DE LA FICHA:

Para encontrar el número de diagonales que parte del mismo vértice de un polígono regular basta con analizar la regularidad del aumento de los lados del polígono y luego se dibujan diagonales los cuales dejan ver que estas disminuyen tres unidades. De esta manera se completa la siguiente tabla.

Polígonos según sus lados	Número de diagonales desde un vértice	gráfica
3	0	
4	1	
5	2	
6	3	
7	4	

Midiendo Cuadrados	
Cuadrados	
<p>Observa la siguiente figura y responde las preguntas:</p> 	<ol style="list-style-type: none">1. ¿Cuántos Cuadrados Naranjas hay en el cuadrado Amarillo?2. ¿Cuántos Cuadrados Verdes hay en el cuadrado Naranja?3. ¿Cuántos Cuadrados Negros hay en el cuadrado Verde?4. Concluye Cuántos Cuadrados Negros hay en el Cuadrado Amarillo

Soporte de Ficha.

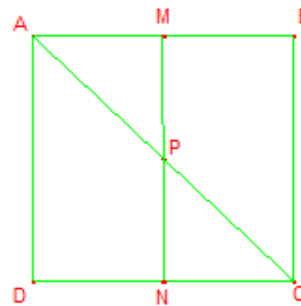
1. ¿Cuántos Cuadrados Naranjas hay en el cuadrado Amarillo?
R/ 4 cuadrados naranjas hay en el cuadrado amarillo
2. ¿Cuántos Cuadrados Verdes hay en el cuadrado Naranja?
R/ 4 cuadrados verdes hay en el cuadrado naranja
3. ¿Cuántos Cuadrados Negros hay en el cuadrado Verde?
R/ 4 cuadrados negros hay en el cuadrado verde
4. Concluye Cuántos Cuadrados Negros hay en el Cuadrado Amarillo
R/ 64 Cuadrados Negros hay en el Cuadrado Amarillo

PROBLEMA DE CONSTRUCCIÓN

TRIÁNGULOS Y CUADRILÁTEROS

Construye la figura dada a partir de un segmento. Para esto sólo debes usar regla y compás.

- ¿Por qué AMP es congruente con PNC?
- ¿Por qué PMBC es congruente con APND?
- ¿Qué figuras geométricas observas en la figura?



Preparado por: YI, LPS & LS

SOLUCION:

Los triángulos son congruentes porque los lados BC y AD son lados del cuadrado por tanto tiene la misma longitud y el punto P es el punto medio del segmento MN y de la diagonal AC, por tanto AP congruente con PC y MP congruente con PN, en consecuencia PMBC es congruente con APND.

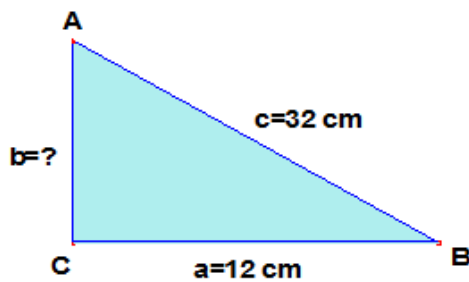
Por otro lado, como ya se dijo que tanto AP congruente con PC y MP congruente con PN, además, M es punto medio de AB y N punto medio de DC (siendo AB y DC lados del cuadrado), entonces AM es congruente con NC, por tanto AMP es congruente con PNC.

Por ultimo, en la figura se observan figuras geométricas como: triángulos, cuadrados, paralelogramos y rectángulos

PROBLEMA PITAGÓRICO

DESCUBRIENDO LA MEDIDA

Sea el triángulo rectángulo ABC, con catetos a y b e hipotenusa c. Sea $a=12$ cm y $c=32$ cm. Hallar el valor de b.



Recuerda que:
 $c^2 = a^2 + b^2$

Autoras: CS, JR, YO & YC

Soporte de la ficha:

Se procedería de la siguiente manera:

Se sabe que el triángulo ABC es rectángulo y tiene medidas $a=12$ cm y $c=32$ cm; por lo tanto se puede utilizar el Teorema de Pitágoras para calcular la medida del cateto b .

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Remplazando en la fórmula anterior los datos iniciales se tiene:

$$32^2 = 12^2 + b^2$$

$$1024 = 144 + b^2$$

$$1024 - 144 = b^2$$

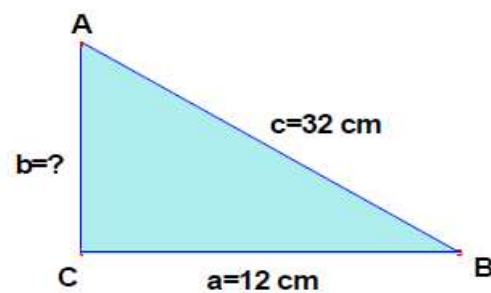
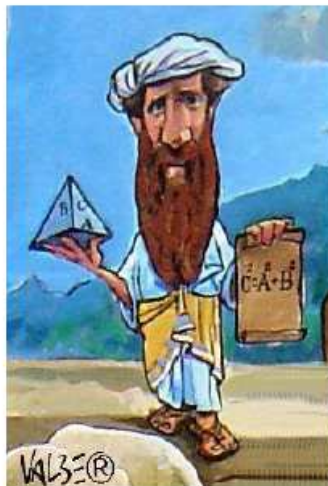
$$880 = b^2$$

$$\sqrt{880} = \sqrt{b^2}$$

$$29,7 = b$$

PROBLEMA PITAGÓRICO DESCUBRIENDO LA MEDIDA

Sea el triángulo rectángulo ABC, con catetos a y b e hipotenusa c. Sea $a=12$ cm y $c=32$ cm. Hallar el valor de b.



Recuerda que:
 $c^2 = a^2 + b^2$

Autoras: CS, JR, JO & YC
2012

CJY4

SOPORTE DE LA FICHA:

Se procedería de la siguiente manera:

Se sabe que el triángulo ABC es rectángulo y tiene medidas $a=12$ cm y $c=32$ cm; por lo tanto se puede utilizar el Teorema de Pitágoras para calcular la medida del cateto b .

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Reemplazando en la fórmula anterior los datos iniciales se tiene:

$$32^2 = 12^2 + b^2$$

$$1024 = 144 + b^2$$

$$1024 - 144 = b^2$$

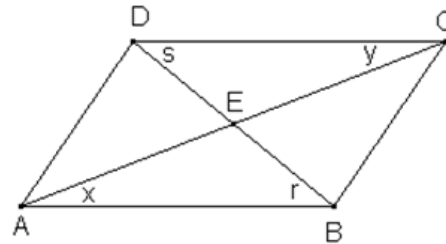
$$880 = b^2$$

$$\sqrt{880} = \sqrt{b^2}$$

$$29,7 = b$$

Demuestra el Teorema

Demuestre que las diagonales de un paralelogramo se bisecan mutuamente.



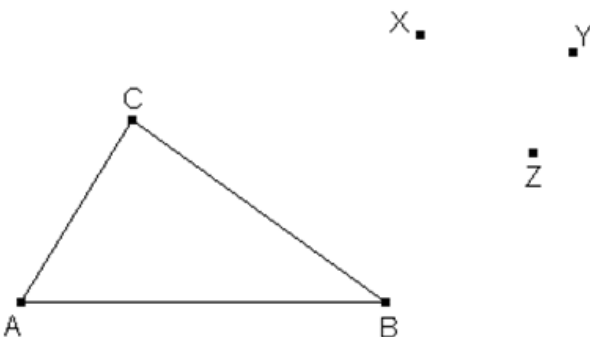
* HEMMERLING E, M. Geometría Elemental. Limusa, 1971, p.211

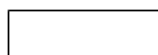


Hipótesis: Sea el paralelogramo $ABCD$ con diagonales intersectándose en E .

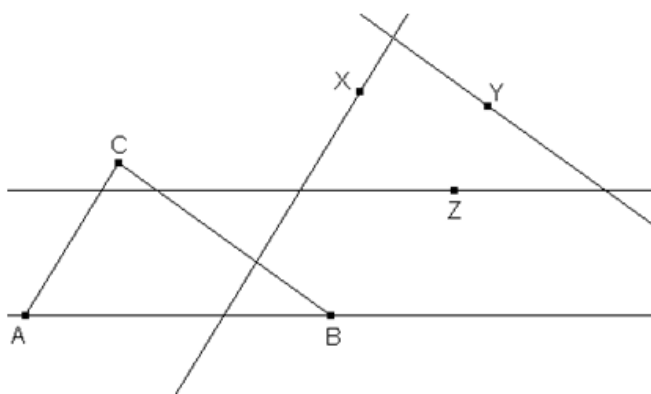
Conclusión: \overline{AC} y \overline{BD} se bisecan mutuamente


1. $ABCD$ es un paralelogramo (por hip.).
2. $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ (definición de paralelogramo).
3. $\angle z \cong \angle y$, $\angle r \cong \angle s$ (Teorema, ángulos alternos internos son congruencia).
4. $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ (Teorema, lados y ángulos opuestos de un paralelogramo son congruentes).
5. $\triangle ABE \cong \triangle CDE$ (A.L.A).
6. $\overline{AE} \cong \overline{EC}$, $\overline{BE} \cong \overline{DE}$ (Los lados correspondientes de triángulos congruentes son congruentes).
7. \overline{AC} y \overline{BD} se bisecan mutuamente (Definición de bisectriz).

Construcción	
<p>Dado el triángulo ABC y tres puntos X, Y y Z. Construir un triángulo congruente con ABC y cuyos lados pasen a través de los tres puntos dados.</p>	

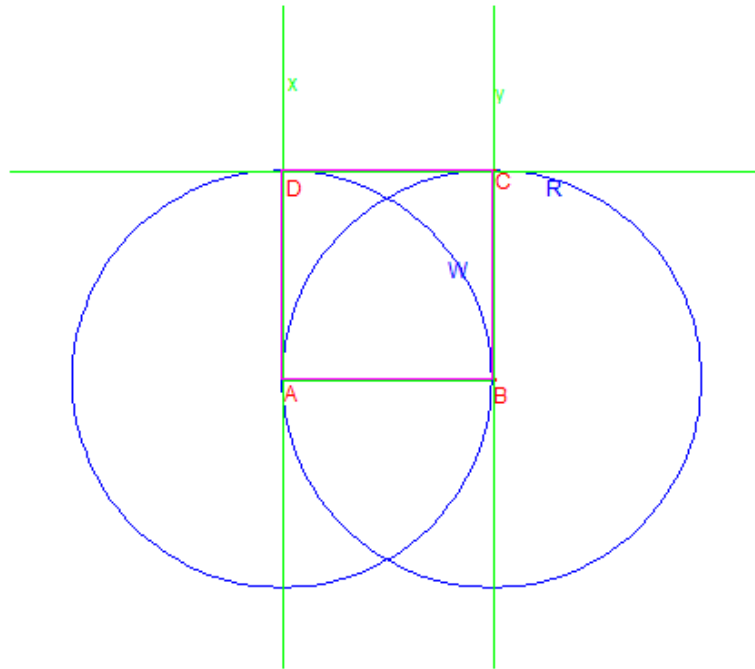


Para realizar la construcción en lápiz y papel se debe hacer uso de la regla no graduada. Prolongo el segmento AB, luego trazo una paralela al segmento AC que pase por el punto X, después trazo una paralela al segmento prolongado que pase por el punto Z y por ultimo trazo una paralela al segmento CB que pase por el punto Y. Hemos obtenido el triángulo congruente y cuyos lados pasan a través de los tres puntos dados.

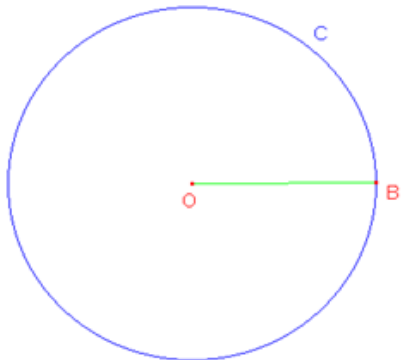


Exploración de las propiedades de un cuadrado a partir de un segmento	
El cuadrado (cabri geometry)	
<p>Dado el segmento AB construye un cuadrado utilizando Cabri geometry. Verifica si tu construcción cumple con las propiedades del cuadrado.</p> <p>Sigue los siguientes pasos de construcción:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Dado el segmento AB 2. Con centro A y radio AB, construye la circunferencia W. 3. Con centro B y radio BA, construye la circunferencia R. 4. Trazar una recta perpendicular x, al segmento AB que pase por A. 5. Trazar una recta perpendicular y, al segmento AB que pase por B. 6. Trazar el punto C de intersección de la recta x con la circunferencia W y el punto D de intersección de la recta y con la circunferencia R. 7. Trazar una recta paralela al segmento AB que pase por el punto C. 8. Con la opción polígono marcar los puntos A,B,C y D 	 <p>De acuerdo a la construcción determina:</p> <p>¿Qué propiedades cumple el cuadrado?</p> <p>¿Es posible que exista otra manera para realizar la construcción?</p> <p>Por: LMC, ER & NM</p>

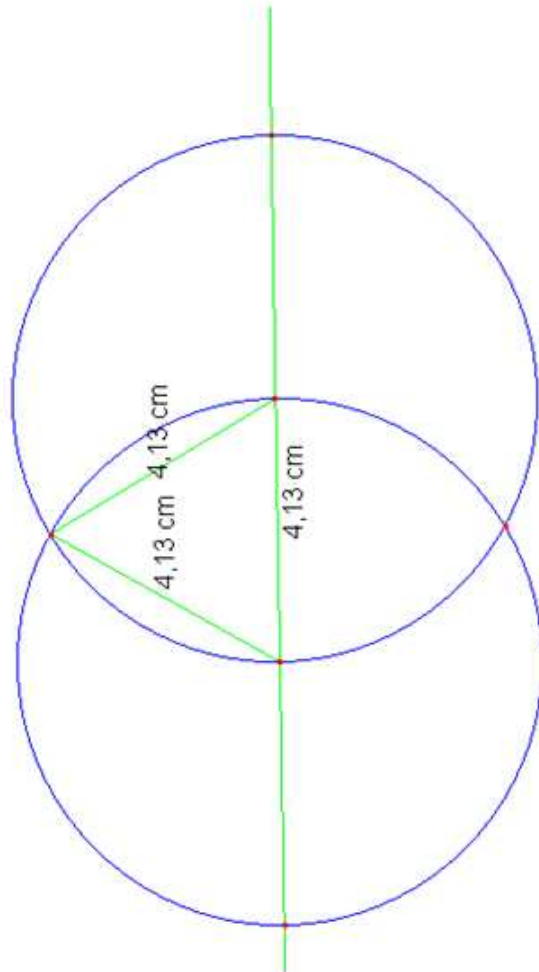
Solución del problema





CONSTRUYE UN TRIANGULO EQUILATERO	
GEOMETRIA(cabri geometry)	
<p>Dada la circunferencia C con centro O y radio OB, construye un triángulo equilátero (para ello utiliza Cabri geometry y mediante la opción medida comprueba que efectivamente es un triángulo equilátero)</p>	<p>AYUDA:</p> <p>LOS REDIOS DE UNA CIRCUNFERENCIA SON IGUALES.</p>
	

Solución del problema



FICHA DEL ESTUDIANTE

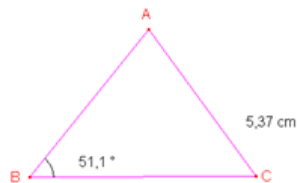
TRIÁNGULOS

En Cabri tenemos un triángulo ABC que tiene especificada la medida de uno de sus lados y uno de sus ángulos. Veamos cómo construirlo:

Haciendo uso de la herramienta “Triángulo” construye un triángulo cualquiera. Explora cómo nombrar sus vértices como A, B y C.

Usa la herramienta “Marcar un ángulo” para señalar el ángulo que quieras del triángulo ABC .

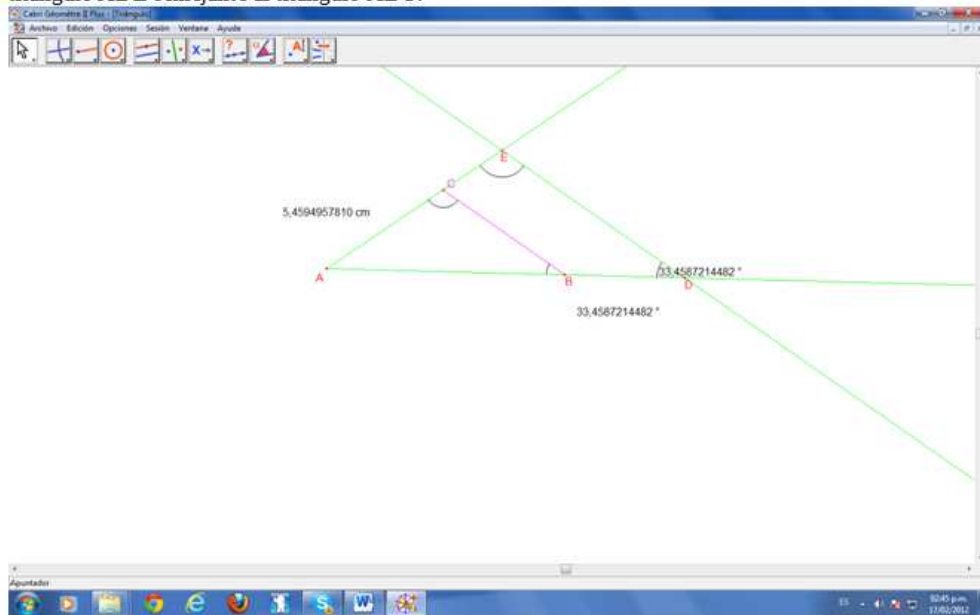
Usa las herramientas “Distancia y longitud” y “Medida de ángulo” para especificar la medida de uno de los lados y uno de los ángulos del triángulo ABC .



1. ¿Si arrastras alguno de los vértices del triángulo ABC , qué sucede? ¿Por qué crees que pasa esto?
2. ¿Qué propiedades debe tener un triángulo que sea de la misma forma y distinto tamaño al triángulo ABC que tenemos en Cabri?
3. Supongamos que podemos construir un triángulo usando los mismos ángulos del triángulo ABC , sin tener en cuenta otra propiedad, ¿puedo decir que los dos triángulos son **semejantes**? ¿Por qué puedo decir esto?
4. Escriban sus conclusiones respecto a la socialización que hicieron con el profesor.

RESOLUCIÓN:

Usando la herramienta "polígono" se construye un triángulo, cuyos vértices se etiquetan como A, B y C por medio de la herramienta "nombrar". Luego, se usa "Distancia o longitud" para marcar la medida del lado AC. Finalmente, con la herramienta "Medida de ángulo" se registra la medida del ángulo ABC, el cual corresponde al vértice B. Luego se usa la herramienta "apuntador" para mover los vértices del triángulo y se contestan las preguntas 1 y 2. Posteriormente, prolongando los lados BC y BA a partir de B, y con la ayuda de la herramienta y con la ayuda de la herramienta "recta paralela" se construye un triángulo ADE semejante al triángulo ABC.



1. Se observa que al mover el vértice A, varía el lado AC a menos que lo haga alrededor de C; igualmente varía el ángulo ABC a menos que mueva a A en la dirección de la recta AB. Al mover el punto C el comportamiento es similar al anterior, en este caso, el centro de giro es A y la dirección BC mantiene el valor del ángulo marcado. Al mover el vértice B fue imposible lograr que el ángulo no variara y el valor del lado A permanecía constante. Todo esto ocurre porque se trata de un ambiente de geometría dinámica. Los puntos A, B y C son libres e independientes para moverse, dada la forma como se hizo la construcción. Ello es lo que permite variar los lados y ángulos según sea el caso.
2. Los ángulos deben ser iguales.
3. Construcción anexa. Los triángulos son semejantes.

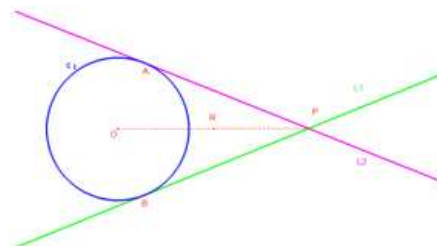
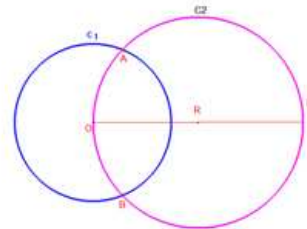
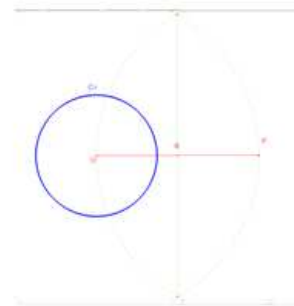
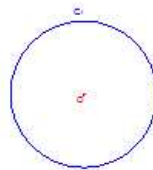
CONSTRUCCIÓN DE RECTAS TANGENTES A UNA CIRCUNFERENCIA QUE PASAN POR UN PUNTO EXTERNO

Circunferencias y rectas tangentes.

SECCION 1: Construcción geométrica

Dada una circunferencia C_1 (con centro O) y un punto P , trazar las rectas l_1 y l_2 que son tangentes a C_1 y pasan por el punto P .

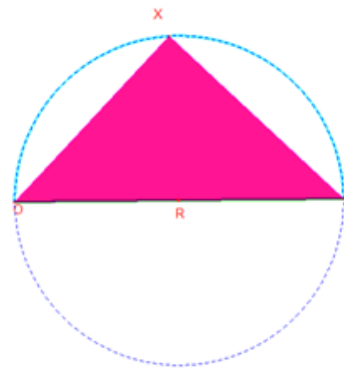
1. Trace el segmento \overline{OP} , y determine el punto medio de este R . (Utilice la mediatriz de un segmento como ayuda para determinar el punto medio R)
2. Trace la circunferencia C_2 con centro en R y radio \overline{RP} , y determine los puntos de intersección A y B entre C_1 y C_2 .
3. Trace las rectas l_1 y l_2 que son tangentes a C_1 y pasan por el punto P .



SECCION 2:

Con base a la construcción geométrica realizada en la sección 1, responda las siguientes preguntas:

1. Describa de forma teórica, cuales son las condiciones que debe cumplir una recta para decir que es tangente a una circunferencia en cualquiera de sus puntos.
2. Dada la semicircunferencia **OP** de la circunferencia C_2 , inscriba un triángulo en ella, tal que sus vértices este sobre la curva y el diámetro sea uno de sus lados. Determine las características del triángulo formado. [Ayuda: el punto **x** determina el tercer vértice del triángulo]
3. Describa (en caso de ser posible) si las rectas **L1** y **L2** cumplen con la condición de ser tangentes a la circunferencia C_1 .

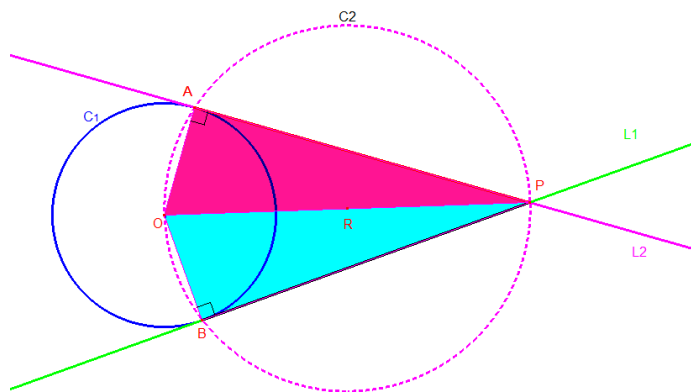


**AUTORES:
RN & DZ**

RESPUESTAS:

1. Para decir que una recta es tangente a una circunferencia en cualquier punto de esta (circunferencia), esta debe satisfacer que:
 - a. Solo debe cortar a la circunferencia en solamente uno de sus puntos.
 - b. La recta tangente es perpendicular al radio de la circunferencia que pasa por dicho punto (punto de tangencia)
2. Por el teorema de Thales, tenemos que todo triángulo inscrito en una semicircunferencia cumple con la condición de ser rectángulo.
3. Aplicando el teorema de Thales en la circunferencia C_2 , encontramos que los triángulos $\triangle OAP$ y $\triangle OBP$ son rectángulos, en los ángulo **A** y **B** respectivamente. Lugo podemos concluir que el lado **AO** además de ser radio

de C_1 es perpendicular a la recta L_2 , y de igual manera se muestra el caso para el lado \overline{OB} . Donde se puede concluir que las rectas L_1 y L_2 son tangentes a la circunferencia C_1 .

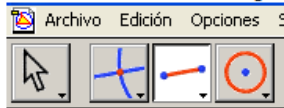


CONSTRUCCIÓN GEOMETRICA

CONSTRUCCION DE UN CUADRADO CON CABRI II PLUS

Con ayuda del Cabri II Plus, realiza la siguiente construcción:

1. Construye un segmento y nómbralo de derecha-izquierda AB, dando clic en el tercer botón de izquierda a derecha en el menú de herramientas. Como se aprecia en



la figura.

2. Para nombrar un objeto ve al botón numero diez de izquierda-derecha y selecciona la opción **nombrar**.

3. Ve al cuarto botón como se aprecia en el paso 1 y dale clic en **círculo**, con centro en A y radio AB.

4. Ve al quinto botón de izquierda-derecha y con la opción **recta perpendicular**, construye una recta perpendicular al radio de la circunferencia, nómbrala M.

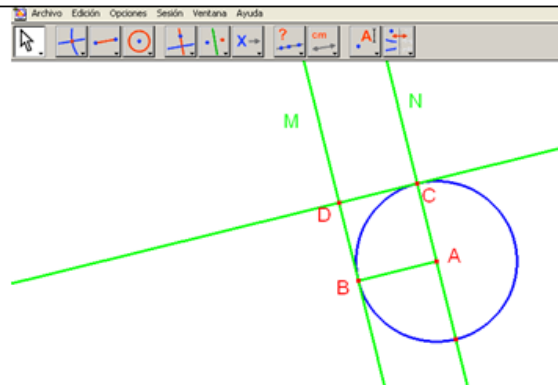
5. Como en el paso anterior construye una recta perpendicular que pase por el punto A, nómbrala N.

6. Ve al segundo botón como se aprecia en el paso 1 y selecciona la opción **punto de intersección**, con esto encuentra el punto de intersección entre la recta N y la circunferencia, a este punto nómbralo C.

7. Sigue los pasos del punto 4 y construye una recta perpendicular a la recta N que pase por el punto C, nombra esta recta L.

8. Encuentra el punto de intersección entre la recta N y L, a este punto nómbralo D.

9. Como puedes apreciar se ha construido un cuadrado, ve al punto tres de izquierda-derecha y escoge la opción **polígono** y con ésta selecciona cada uno de los vértices del cuadrado.



EXPLOREMOS LA FIGURA:

1. ¿Qué observas cuando mueves el punto B?
2. ¿Al modificar el tamaño del polígono que sucede con las propiedades de este?
3. ¿Qué relación existe entre el radio de la circunferencia y los lados del polígono?
4. ¿Cuál de las dos figuras es de mayor área? ¿Por qué?

Realizado por: DD

Probable solución:

1. Al arrastrar el punto B, las dimensiones del cuadrado y de la circunferencia varían simultáneamente, esto se da debido a que uno de los lados del cuadrado es igual al radio de la circunferencia.
2. Al Ampliar o disminuir el cuadrado las propiedades de este se conservan, la clave está en la construcción realizada.
3. El radio es compartido por uno de los lados del cuadrado y además al ser un cuadrado cada lado de este mide lo mismo que dicho radio y también como se dijo en la respuesta 1, existe una dependencia entre la circunferencia y el cuadrado, pues al mover el radio las dimensiones de ambos polígonos cambian.
4. Se puede observar con facilidad que la figura de mayor área es la circunferencia y si la comparamos con el área del cuadrado se puede afirmar que el área del cuadrado es un poco más de $\frac{1}{4}$ del área de la circunferencia.

CONSTRUCCION GEOMETRICA

CONSTRUCCION DE UN CUADRADO CON REGLA Y COMPAS (AGD)

Con ayuda del software Regla y compas, realiza la siguiente construcción.

1. Construye un círculo con centro **A** y radio **r** dando clic en



2. ahora traza una recta **L** que pase por el centro y un punto que se encuentra sobre la circunferencia al cual llamas **B**



3. Traza una perpendicular a **L** que pasa por **A**, nombremos a esta nueva recta **M**



4. Traza una perpendicular a **L** que pase esta vez por **B**, con el mismo botón; nombremos a esta recta **N**

5. Ahora define el punto de intersección entre **M** y **CL**, dirigiéndote al menú "**Acciones**" y seleccionando la opción "**punto/intersección**", este punto se llamará **C**.

Regla y Compas

Archivo **Acciones** Opc



6. Luego construye una recta paralela a **L** que pase por el punto **C**, esta recta puedes nombrarla **P**

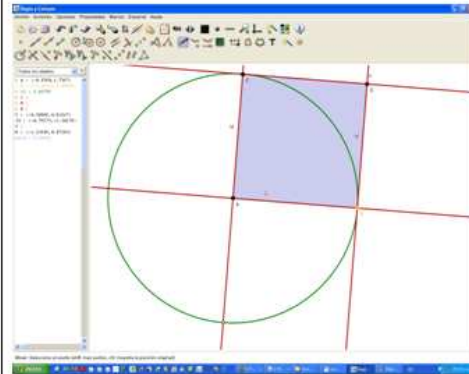


7. La construcción anterior generara un nuevo punto de intersección, defínelo igual que en el paso 5 y nómbralo como **D**

8. como podrás observar se ha construido un cuadrado, a partir de la circunferencia dada. Para cerrar el polígono utiliza el botón.



dale clic a cada vértice del cuadrado



Exploremos la figura!

¿Qué observas cuando mueves el punto **B**?

¿Al modificar el tamaño del círculo, que sucede con las propiedades del polígono que obtuviste?

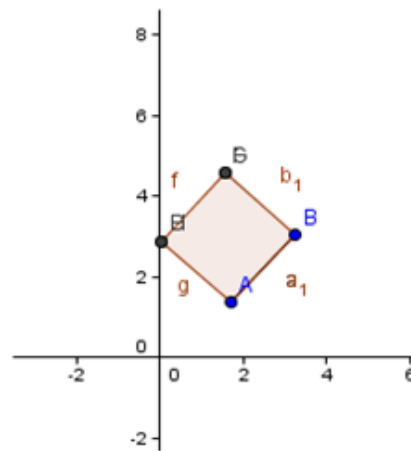
¿Qué relación existe entre el radio de la circunferencia y el lado del polígono?

¿Cuál de las dos figuras es de mayor área? ¿Por qué?

Construcción de un cuadrado.

Cuadrados.

Construir un la macro de un cuadrado, a partir de un segmento dado con la ayuda del programa Geogebra.




AUTORAS:
KAT, MFC & AVS

SOLUCIÓN DE LA SITUACIÓN

La situación está planteada para ser realizada con la ayuda del programa Geogebra, la cual consiste en construir un cuadrado, a partir de un segmento dado.

Estos son los pasos para la solución de la situación:

- 1) Construye un segmento AB y seleccionas en la barra de herramientas en el

icono  Segmento entre dos puntos, como lo muestra la figura

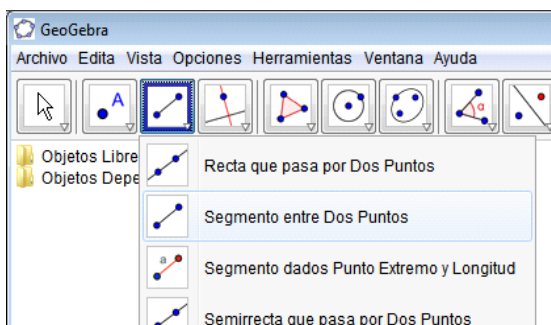


Figura 1

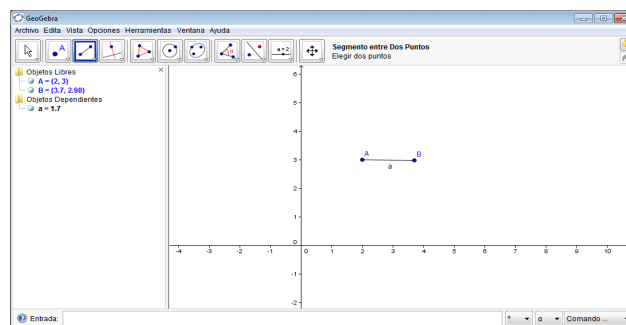


Figura 2

- 2) Construye dos circunferencias con centro en A y radio AB y luego centro en B


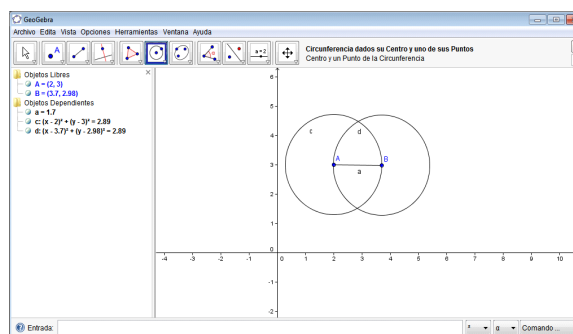

y radio BA. Seleccionas en la barra de herramientas en el icono  y seleccionas circunferencia dados su centro y uno de sus puntos; obtienes la siguiente construcción como lo muestra la figura 3.

Figura 3



3) Luego a través de los extremos del segmento traza dos perpendiculares.



Seleccionas en la barra de herramientas el icono  Recta perpendicular y construye las rectas perpendiculares entre el punto A y el punto B, seguidamente el punto B y el segmento a, como lo muestra la figura 4.

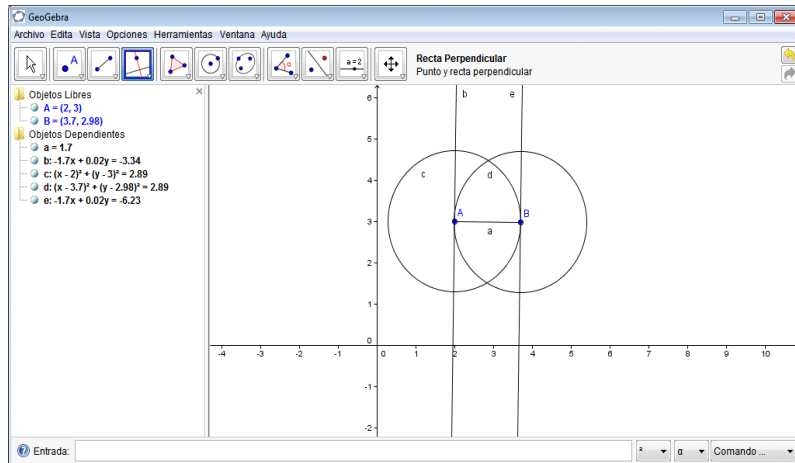


Figura 4

4) Halla los puntos de intersección entre las perpendiculares y las dos circunferencias trazadas anteriormente, selecciona el icono de la barra de




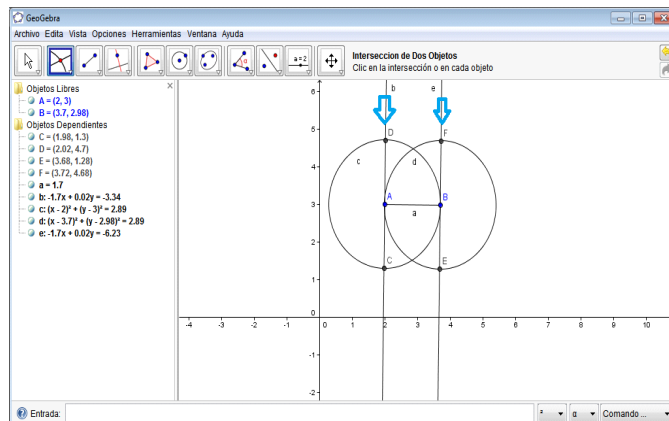

herramienta  y intersección entre dos objetos. Con ayuda del cursor selecciona la circunferencia c y la perpendicular d y obtienes el punto de intersección entre estos dos objetos que se denota C. Análogamente realizas este misma construcción con la circunferencia d y la recta perpendicular e y obtienes el punto F; como lo muestra la figura 5.

Figura 5



- 5) Traza una recta paralela del segmento AB por uno de estos dos puntos hallados y obtienes la recta paralela.



En la barra de herramientas en el icono  seleccionas Recta paralela. luego con el cursor señalas el segmento AB y el punto D y obtienes la recta paralela, como esta en la figura 6.

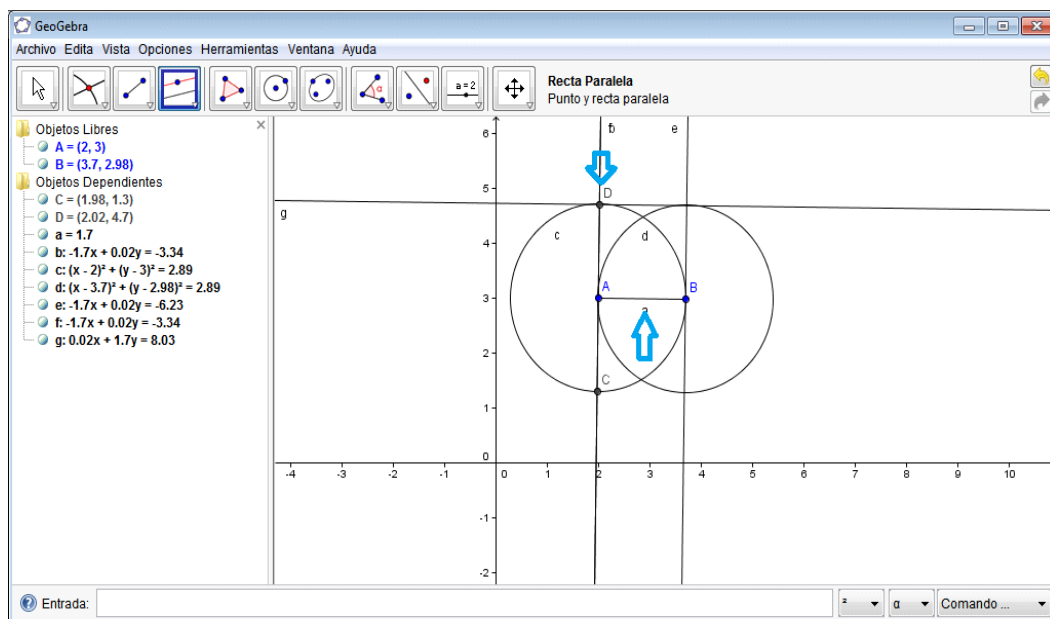



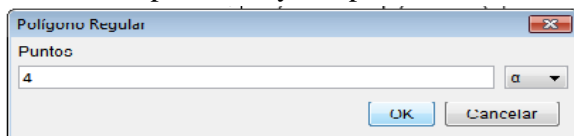
Figura 6

- 6) Como puedes observar en la figura 6 el cuadrado está construido; ahora lo



bordeamos con la ayuda de la herramienta polígono .

señalas el punto B y el punto F, al realizar este paso te aparece un recuadro



, digitas el número de puntos que tiene tu figura, en esta ocasión nuestra figura tiene cuatro puntos entonces digito el número de 4 y selecciono OK; a continuación obtienes el cuadrado ABFD, como muestra la figura 7.

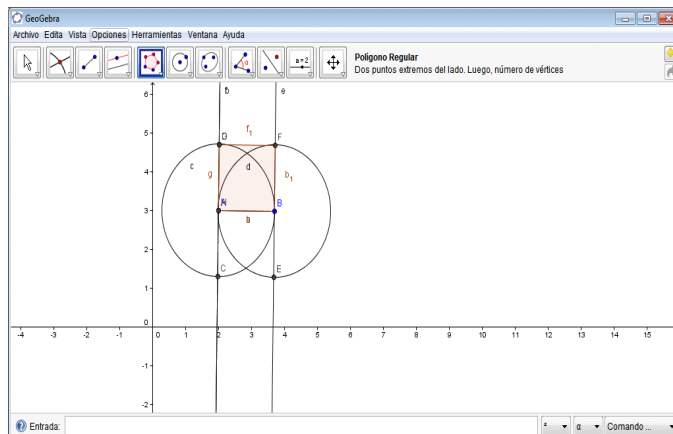



Figura 7

7) Después de la construcción del cuadrado, antes de elaborar la macro utiliza la herramienta ocultar para las construcciones auxiliares que no necesitas.

Seleccionas en la barra de herramienta el icono  la opción expone/oculta objeto y con el cursor seleccionas las siguientes construcciones que muestran en la figura 8.

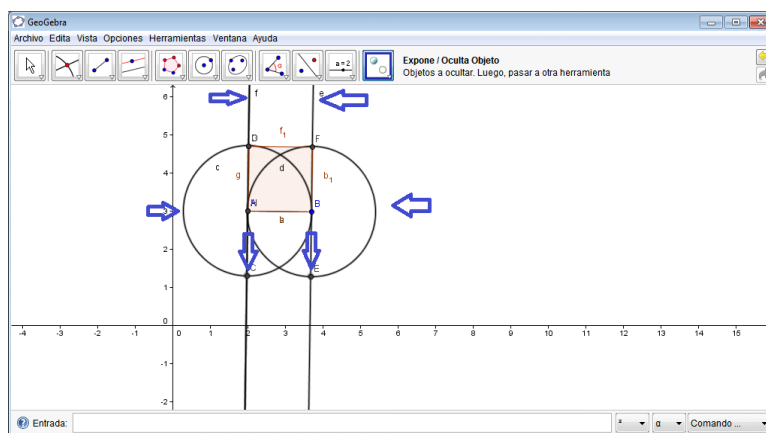


Figura 8

Posterior a este paso luego de haber señalado con el cursor, selecciona la opción Exponer/Ocultar rotulo y obtienes tu cuadrado ABFD sin las construcciones auxiliares.

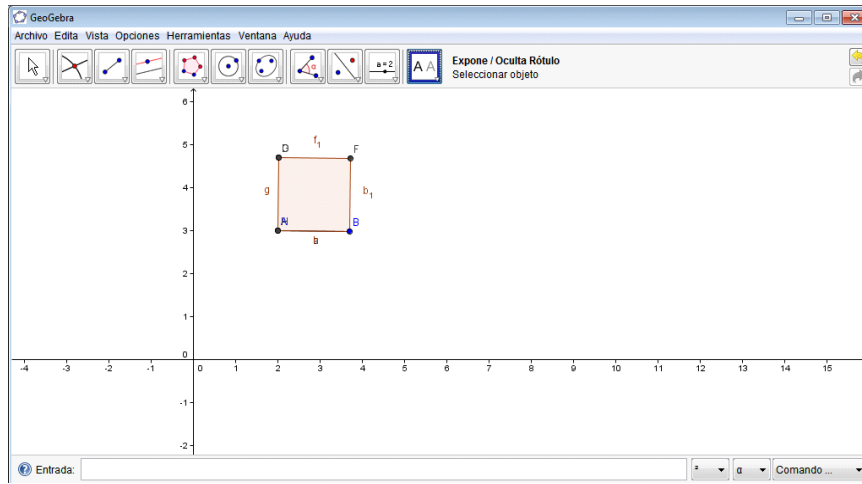


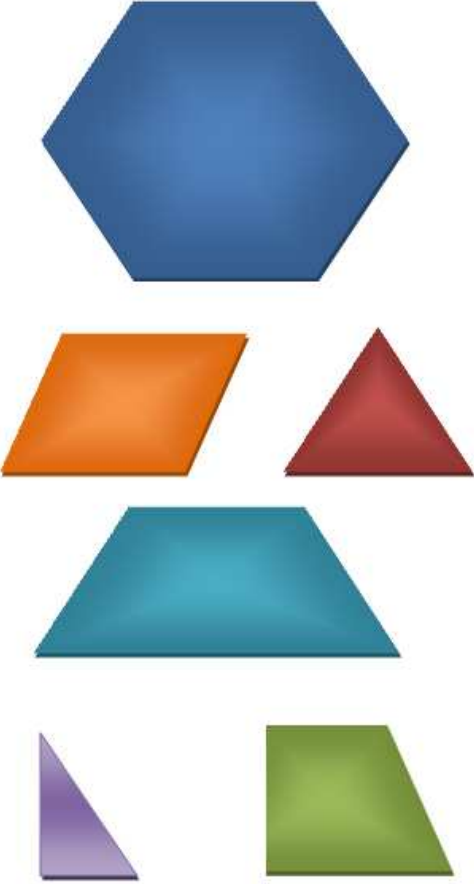
Figura 9

Anexo N° 3. Fichas diseñadas por los participantes para la mesa de geometría (II)



Laboratorio de Matemáticas
Universidad del Valle
Instituto de Educación y Pedagogía
Área de Educación Matemática



PROBLEMA GEOMETRICO	
Áreas de polígonos y proporcionalidad	
<p>¿Qué fracción del área del hexágono representa cada una de las diferentes figuras que conforman el paquete de bloques poligonales?</p>	

SOPORTE DE LA FICHA

- 1 Hexágono está formado por 2 trapecios



$$\text{Área trapecio} = \frac{1}{2} \text{Área hexágono}$$

- 1 Hexágono está formado por 3 rombos



$$\text{Área rombo} = \frac{1}{3} \text{Área hexágono}$$

- 1 Hexágono está formado por 4 trapecios rectángulos



$$\text{Área trapecio rectángulo} = \frac{1}{4} \text{Área hexágono}$$

- 1 Hexágono está formado por 6 rombos



$$\text{Área triángulo equilátero} = \frac{1}{6} \text{Área hexágono}$$

- 1 Hexágono está formado por 12 triángulos rectángulos

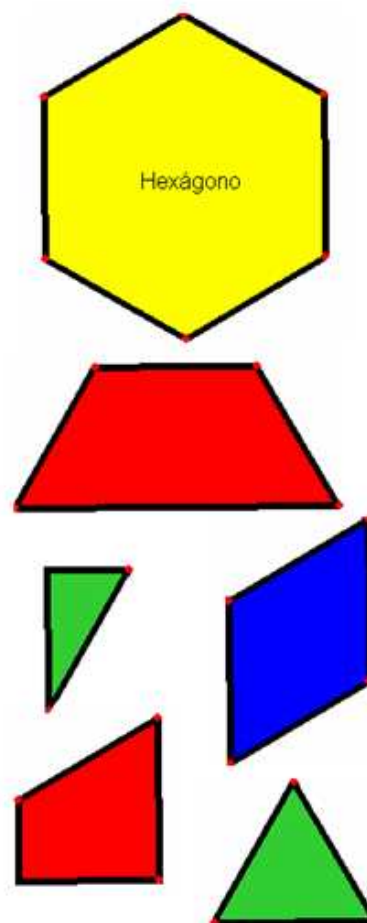


$$\text{Área triángulo equilátero} = \frac{1}{12} \text{Área hexágono}$$

ÁREA DE POLÍGONOS Y PROPORCIONALIDAD

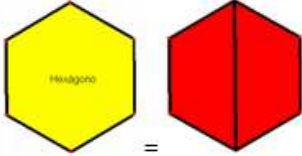
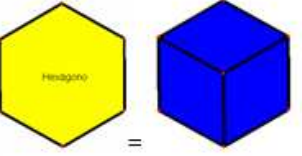
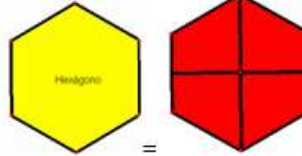
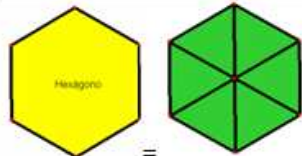
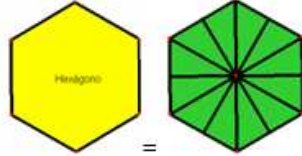
Suma de triángulos y cuadriláteros

Haciendo uso de los *Bloques Poligonales*, responde a la siguiente pregunta ¿Qué fracción del área del hexágono representa cada una de las diferentes figuras que conforman el paquete de bloques poligonales?



Elaborado por YH & SA

SOPORTE DE LA FICHA:

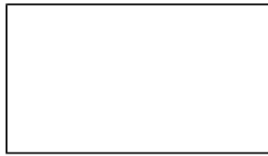
Descripción	Polígonos equivalentes	Áreas equivalentes
Un hexágono está formado por dos Trapecios		$A \text{ Trapecio} = 1/2 A \text{ Hexágono}$
Un hexágono está formado por tres rombos		$A \text{ Rombo} = 1/3 A \text{ Hexágono}$
Un hexágono está formado por cuatro Trapecios Rectangulares		$A \text{ Trapecio rectangular} = 1/4 A \text{ Hexágono}$
Un hexágono está formado por seis Triángulos Equiláteros		$A \text{ Triángulo Equilátero} = 1/6 A \text{ Hexágono}$
Un hexágono está formado por doce Triángulos Rectángulos		$A \text{ Triángulo Rectángulo} = 1/12 A \text{ Hexágono}$



Semejanzas en el plano	
Propiedades de triángulos	
<p>Que propiedades geométricas se conservan invariantes en un grupo de figuras. Construye al menos tres figuras semejantes (rectángulos, triángulos, etc.) con ayuda del Geoplano. Luego mide sus lados y compáralos con los otros. Compara también las razones de las longitudes de los lados. ¿Qué observas?</p>	<p>Preparado por: YHP</p>

Ejemplo:

Figuras Semejantes



1



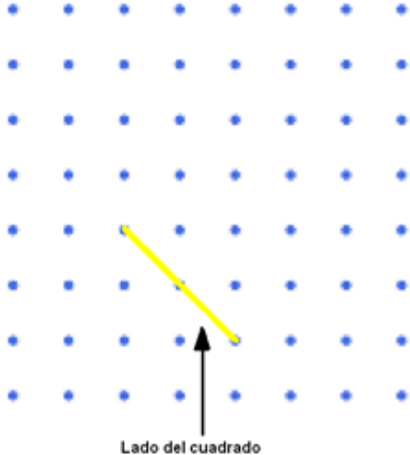
2



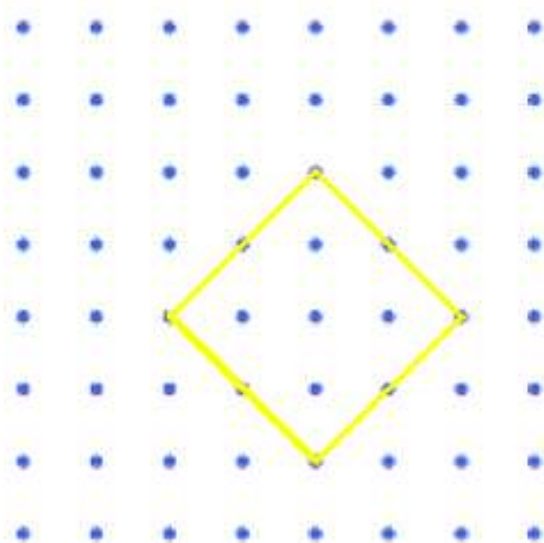
3

Se puede realizar una tabla para hacer las comparaciones entre las mismas.

En este grupo de figuras se conservan los ángulos y la forma.

Exploración de las propiedades de un cuadrado a partir de su construcción con en el geoplano	
El cuadrado (construcción con el geoplano)	
<p>Con la ayuda del geoplano fíjate si se puede construir un cuadrado dado uno de sus lados como lo muestra la figura. Verifica si tu construcción cumple con las propiedades del cuadrado.</p> <div style="text-align: center;">  <p>Lado del cuadrado</p> </div>	<p>De acuerdo a la construcción determina:</p> <p>¿Qué propiedades cumple el cuadrado que construiste?</p> <p>¿Se dificulta el modo en que está ubicado el lado del cuadrado dado?</p> <p>¿Por qué?</p> <p>Por: LMC, ER & NM</p>

Solución del problema



PROBLEMA DIDÁCTICO

ENCONTRANDO LA REGLETA EQUIVALENTE

Con ayuda de las regletas de Cuisenaire ¿de cuantas formas diferentes puedes formar el numero 10 o la regleta naranja?



Recuerda que:



Autora: CS

Soporte de la ficha:

Se procedería de la siguiente manera:

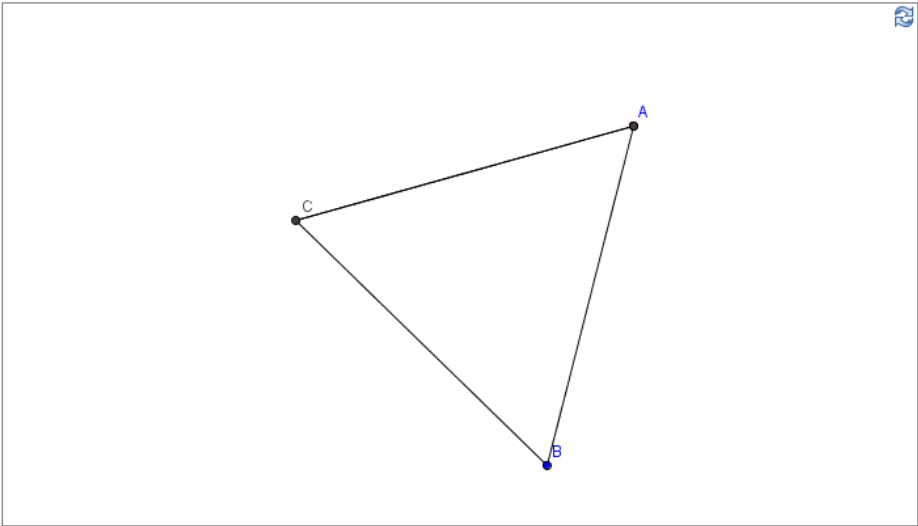
1. Regleta azul + regleta blanca (9 + 1)
2. Regleta café + regleta roja (8 + 2)
3. Regleta negra + regleta verde claro (7 + 3)
4. Regleta verde oscura + regleta morada (6 + 4)
5. Regleta amarilla + regleta amarilla (5 + 5)

O de forma contraria:

1. Regleta blanca + regleta azul (1 + 9)
2. Regleta roja + regleta café (2 + 8)
3. Regleta verde claro + Regleta negra (3 + 7)
4. Regleta morada + regleta verde oscura (4 + 6)

Anexo N° 4. Applets diseñadas por los participantes para la mesa de matemáticas y nuevas tecnologías

CONSTRUCCIÓN UN TRIÁNGULO EQUILÁTERO



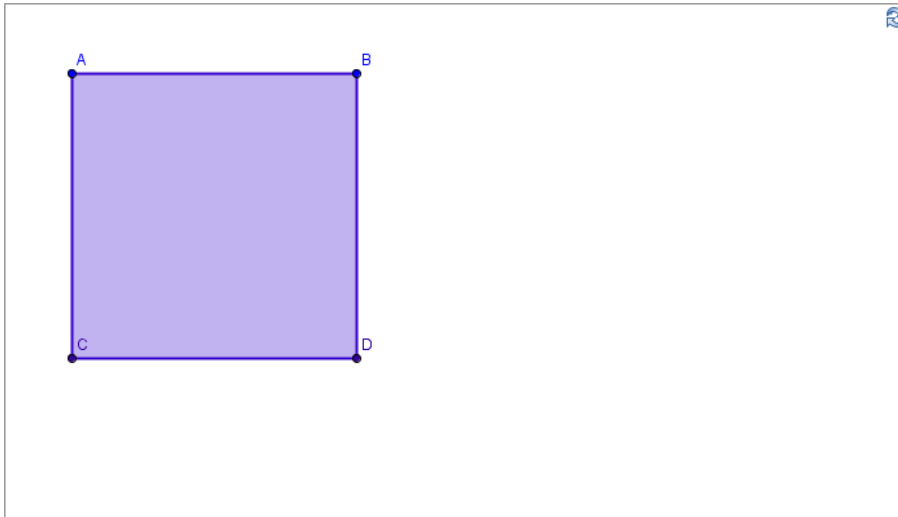
1. ¿CÓMO SON LOS LADOS DEL TRIÁNGULO ABC? SI MUEVES UNO DE LOS VÉRTICES DE LA FIGURA, AHORA ¿ COMO SON LOS LADOS DEL TRIÁNGULO?

2. ¿CUÁNTO MIDEN LOS ÁNGULOS INTERNOS DEL TRIÁNGULO ABC? SI AL MOVER UNO DE LOS VÉRTICES DEL TRIÁNGULO LA MEDIDA DE SUS ÁNGULOS VARIA?

YI; LXS; LS, Creación realizada con [GeoGebra](https://www.geogebra.org/)

Descubriendo el cuadrado

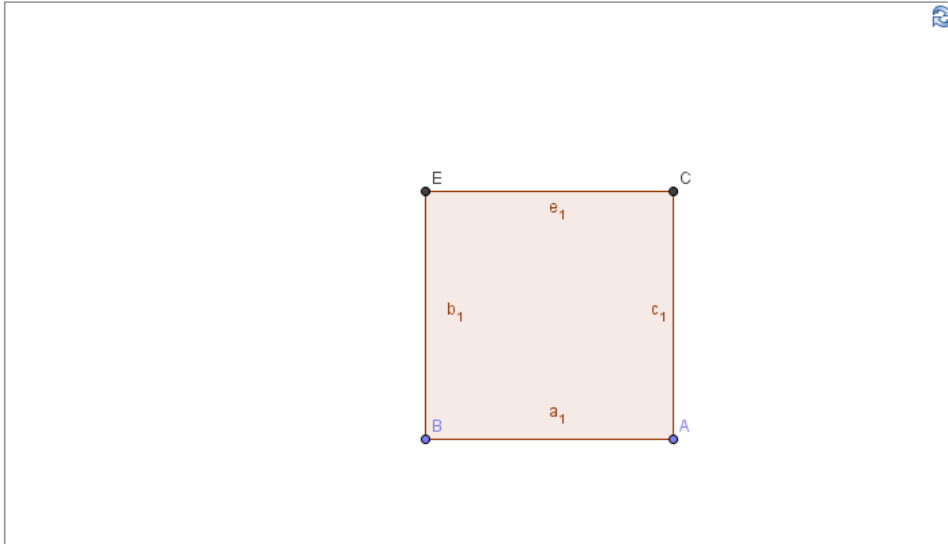
La siguiente figura es el cuadrado ABCD



1. Arrastra el vértice A del cuadrado. ¿Que sucede con los puntos B, C y D?
2. Mueve el vértice B del cuadrado. ¿Cambia la figura?
3. Con la herramienta Distancia o Longitud mide la longitud de cada lado del cuadrado:
 - a) Existe algún lado que mida diferente.
 - b) Si mueves cualquier vértice del cuadrado, ¿que ocurre con las medidas de sus lados?, ¿son iguales o diferentes?

JR. , Creación realizada con [GeoGebra](#)

CONSTRUYE UN CUADRADO



¿que pasa cuando mueves el punto A del cuadrado ABCE?

¿que pasa cuando mueves el punto C del cuadrado ABCE?

¿que pasa cuando mueves el punto A del cuadrado ABCE?

¿que pasa cuando mueves el punto C del cuadrado ABCE?

¿puedes correr el cuadrado ABCE hacia la derecha?

¿como harias para medir los angulos internos del cuadrado ABCE?

al mover los puntos A o B del cuadrado ABCE. ¿sus angulos interiores cambian?

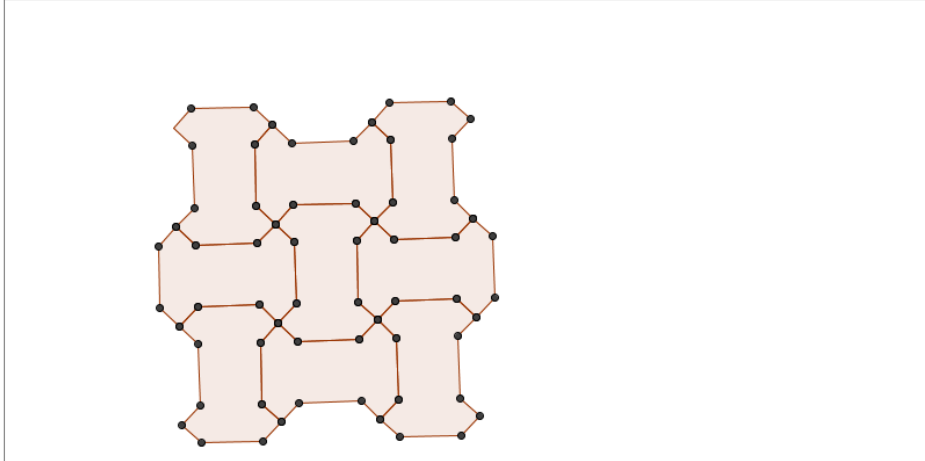
¿como harias para medir la longitud de los lados del cuadrado ABCE?

al mover el cuadrado ABCE desde el punto A o B ¿que pasa con las medidas de sus lados?

KA & CS, Creación realizada con [GeoGebra](#)

teselacion

una teselacion es un recubrimiento del plano a través de diferentes movimientos en este (Traslación, Rotación, Semigiros)



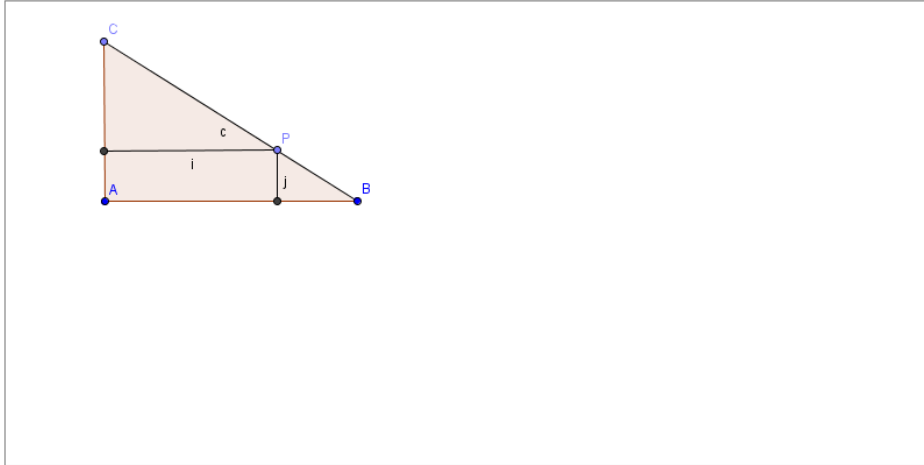
¿Apartir de que movimientos se obtuvo esta configuración?

¿Basta de un solo movimiento para realizar esta configuración o es necesario aplicar mas movimientos?

NM, LC, Creación realizada con [GeoGebra](#)

DISTANCIA MINIMA TRIANGULO RECTANGULO

Sea un punto P en el lado opuesto al ángulo recto de un triángulo rectángulo, siendo i y j las perpendiculares desde P a los dos catetos del triángulo.



¿Para qué posición de P la suma de las longitudes de i y j es mínima?

AMG , Creación realizada con [GeoGebra](#)

Capítulo 1

MARCO DE REFERENCIA CURRICULAR EN MATEMÁTICAS

La formulación y desarrollo del TIMSS se basa en la definición y codificación de unos marcos de referencia curriculares para matemáticas y ciencias. (Robitaille D. F. General Editor, 1993; TIMSS, Doc. Ref. ICC 307/NPC 080, 1992). Su concepción y estructuración se inició en 1989 en la Universidad de British Columbia en el Canadá y se concluyó en la Universidad del Estado de Michigan, dentro del proyecto “Exploración de las Oportunidades en Ciencias y Matemáticas” que desarrolló una serie de documentos y los instrumentos para investigar las variables de contexto y las oportunidades de aprendizaje, como parte de los estudios del TIMSS. Los marcos fueron revisados en varias reuniones con la participación de coordinadores de varios países participantes en el TIMSS y representa un consenso logrado entre muchos individuos y grupos, cada uno buscando el mejor camino posible para comunicar la información acerca de los currículos de ciencias y matemáticas en un lenguaje mutuamente descifrable y útil. La codificación de los marcos de referencia curricular fueron el lenguaje universal para desarrollar las distintas partes del TIMSS. En otras publicaciones se hace el recuento detallado de cada uno de los marcos para matemáticas y ciencias (TIMSS, Doc.Ref. ICC 332/NPC 088, 1992; TIMSS, Doc. Ref. ICC 307/NPC 080, 1992).

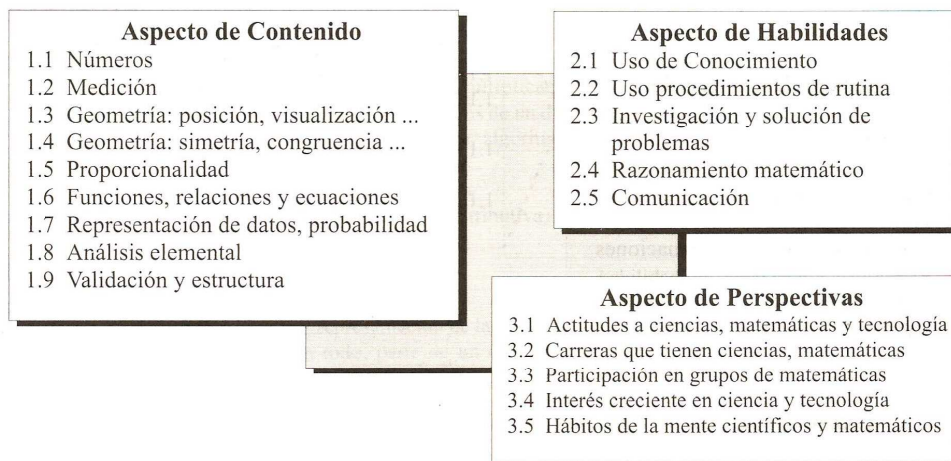


Figura 1.1 Marco de referencia curricular de Matemáticas. Aspectos Principales.

Los marcos curriculares se formularon teniendo en cuenta tres aspectos fundamentales del currículo: el contenido, las habilidades o destrezas esperadas y las perspectivas o actitudes de los alumnos hacia la ciencia y la tecnología.

Este marco permite para cada ítem de evaluación caracterizarlo en términos de tres parámetros: contenido de la asignatura, habilidades esperadas y las perspectivas. En la Figura 1.1 se indica los aspectos mayores del marco curricular de matemáticas.

Cada uno de estos aspectos se particiona en categorías y subcategorías para hacer más específico el análisis y la evaluación curricular, como se indica en el ejemplo de la Figura 1.2 para el caso de Números en el currículo de matemáticas. Las jerarquías están limitadas a cada categoría y no se implica ninguna jerarquía dentro de los tres aspectos o dentro de las categorías mayores de cada aspecto. El marco curricular del TIMSS, puede describirse como un sistema de multiaspectos y multicategorías curriculares donde un ítem de la prueba, o un párrafo de análisis en un documento puede estar relacionado a uno o más aspectos y a una o más categorías.

A continuación se transcribe el marco curricular de Matemáticas en forma detallada, incluyendo todas las categorías y subcategorías y algunas notas explicatorias. Esta es una información útil para los profesores de matemáticas que requieren una orientación sobre el desarrollo de los currículos en el aula de clase con ejemplos en algunos aspectos, especialmente en las habilidades o destrezas que deben promoverse con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

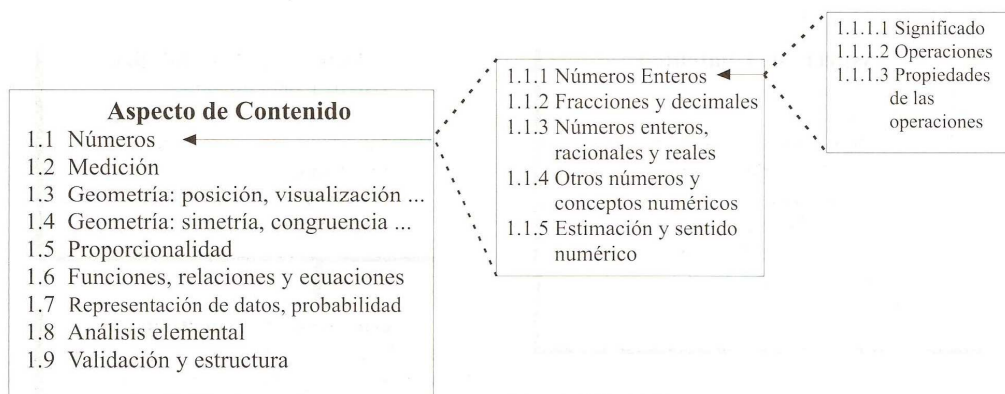


Figura 1.2 Marco de referencia curricular con categorías y sub-categorías

El aspecto contenido representa el contenido programático de las matemáticas en el currículo escolar. El aspecto de habilidades o expectativas de desempeño, describe en orden no jerárquico, la diversas clases de habilidades o desempeños cognitivos que los alumnos deben lograr con el aprendizaje de las matemáticas. El aspecto de las perspectivas se enfoca en el desarrollo de las actitudes del estudiante, sus intereses y motivaciones hacia la ciencia, las matemáticas y la tecnología.

Los Marcos de Trabajo Curriculares del **TIMSS** están organizadas en tres aspectos: Contenido, Habilidades o Expectativas de Desempeño y Perspectivas. Las siguientes preguntas muestran el significado de estos tres aspectos:

Contenido	¿Cuáles son los temas o tópicos a tratar?
Habilidades o Expectativas de Desempeño	¿Qué se espera que hagan los alumnos?
Perspectivas	¿Hacia qué perspectiva se motiva a los alumnos?

1. CATEGORIAS ASPECTO DE CONTENIDO

La estructura de los marcos de referencia curriculares del **TIMSS** presenta varios tópicos para cada categoría contenida. El documento de estructura presenta brevemente tópicos de ejemplo, usando frases cortas o palabras sueltas. Algunos están descritos por medio de oraciones o frases largas. El detalle del marco curricular, con su correspondiente codificación internacional es la siguiente:

1.1 NUMEROS

1.1.1 Números Naturales

- 1.1.1.1 Significado
(uso de los números cardinales, ordinales y nominales. Valor según posición y numeración. Ordenación y comparación de números)
- 1.1.1.2 Operaciones
(significado de adición, algoritmo de adición. Significado de sustracción, algoritmo de sustracción. Significado de multiplicación, uso de las ideas combinatorias, algoritmo: multiplicación entre dos números de un dígito y multiplicación entre números con dos o más dígitos. Significado de división, algoritmos de división entre grandes y pequeños factores. Operaciones Mixtas)
- 1.1.1.3 Propiedades de las Operaciones
(propiedades conmutativa y distributiva)

1.1.2 Fracciones y Decimales

- 1.1.2.1 Significado y representación de las fracciones propias
(partes de un todo, parte de un conjunto, fracciones como operadores, representaciones geométricas, números mixtos)
- 1.1.2.2 Significado y representación de decimales
(tipo especial de fracciones, o extensión del sistema de valor según posición)
- 1.1.2.3 Conversión a formas equivalentes
(fracciones equivalentes, fracciones escritas en la forma más simple, fracciones \Leftrightarrow decimales y repitiendo, decimales \Leftrightarrow fracciones)
- 1.1.2.4 Porcentaje y varios de tipos de problemas con porcentaje
(porcentajes como fracciones y decimales, cálculo del porcentaje, del porciento y de la base)
- 1.1.2.8 Decimales en las últimas posiciones y cantidades recurrentes en decimales:
racionales e irracionales
- 1.1.2.9 Los números reales y sus propiedades

1.1.3 Enteros, racionales y números reales

- 1.1.3.1 Números negativos, enteros y sus propiedades
- 1.1.3.2 Números racionales y sus propiedades (decimales terminales y recurrentes)
- 1.1.3.3 Números reales, sus subconjuntos y sus propiedades

1.1.4 Otros Números y Otros Conceptos

- 1.1.4.1 Aritmética binaria y/o otra bases numéricas
- 1.1.4.2 Exponentes, raíces y radicales (exponentes enteros, racionales y reales)
- 1.1.4.3 Números complejos y sus propiedades (definición, diagrama de Argand, módulo, argumento, forma trigonométrica, forma exponencial, teorema de De Moivre, n-ésima raíz de la unidad, desigualdades de mod $(z+w)$ y mod $(z-w)$)
- 1.1.4.4 Teoría de los números (números primos y factorización, congruencias, clases de residuos, algoritmo de Euclides)
- 1.1.4.5 Cómputo (fórmula de inclusión y exclusión, permutaciones, combinatorias)

1.1.5 Estimación y Sentido Numérico

- 1.1.5.1 Estimación de cantidad y tamaño
- 1.1.5.2 Redondeo y cifras significativas
- 1.1.5.3 Operaciones de estimación (estimación de sumas, diferencias, productos, cocientes o del resultado de una o más operaciones)
- 1.1.5.4 Exponentes y órdenes de magnitud

1.2 MEDICION**1.2.1 Concepto de medida y unidades estándar**

(comparación de objetos, uso de unidades estándar, sistemas inglés y métrico, uso apropiado de instrumentos, precisión y confiabilidad, medidas comunes de longitud, área, volumen, capacidad, tiempo, año calendario, moneda, temperatura, masa, ángulos; cocientes y productos de unidades; análisis dimensional)

1.2.2 Perímetro, área y volumen

(conceptos de perímetro, área, superficie del área, volumen; fórmulas para determinar perímetros, áreas y volúmenes)

1.2.4 Estimaciones y errores

(estimación en la medición, errores en la medición, precisión y confiabilidad de las mediciones)

1.3 GEOMETRIA: POSICION, VISUALIZACION Y FORMA**1.3.1 Geometría del plano: geometría de coordenadas**

(gráficas de constantes, graficación de puntos en sistemas cartesianos bidimensionales o tridimensionales, cuadrantes, distancia entre puntos, distancia de un punto a una línea, distancia de un punto a un plano, desigualdad triangular, punto medio, puntos colineales, coordenadas polares, coordenadas baricéntricas)

1.3.2 Geometría del plano: aspectos básicos

(puntos, líneas, segmentos, rayos, ángulos, paralelismo, perpendicularidad y plano)

1.3.3 Geometría del plano: Polígonos y círculos

(triángulos equiláteros, isósceles, escalenos, triángulos agudos y obtusamente angulados, concurrencia de medianas, bisectores de ángulos, alturas, teorema de Pitágoras, teorema del punto medio, teorema de Thales (de Strahlensatz), círculos inscritos y circunscritos, centroide y centro de circunferencia, cuadrado, rectángulo, paralelogramo, rombo, trapecoides, propiedades de los lados, ángulos, diagonales, suma de ángulos, de triángulos y cuadriláteros. Ángulos subtendidos por diámetro, ángulos subtendidos por cuerdas, el ángulo central es doble, tangentes a círculos, perpendicularidad, propiedades de las cuerdas y las tangentes, cuadriláteros cíclicos, propiedades de ángulos)

1.3.4 Geometría del espacio

(representación bidimensional de objetos tridimensionales, planos, elevaciones, redes de objetos tridimensionales, rotación de objetos tridimensionales, dibujos en perspectiva, percepción espacial y visualización, ecuaciones de líneas, planos y superficies)

1.3.5 Vectores

(adición y sustracción, proyección y producto escalar, producto vectorial, ecuaciones vectoriales de líneas y planos)

1.4 GEOMETRIA: SIMETRIA, CONGRUENCIA Y SIMILARIDAD**1.4.1 Transformaciones (rotaciones, reflexiones, translaciones)**

(patrones, teselaciones, frisos, estenciles, etc.; simetría lineal y rotacional, simetría en 3 dimensiones, simetría en modelos numéricos y algebraicos; transformaciones: isometrías y congruencia, ensanchamiento (dilataciones), combinación de transformaciones geométricas, estructura de grupo de las transformaciones, representación matricial de las transformaciones)

1.4.2 Congruencia y similaridad

(triángulos congruentes y sus propiedades (SSS, SAS, ...), cuadriláteros congruentes y polígonos y sus propiedades, similitudes: triángulos semejantes y sus propiedades)

1.4.3 Construcciones usando regla y compás**1.5 PROPORCIONALIDAD****1.5.1 Conceptos de proporcionalidad**

(significado de razón y proporción, proporciones directa e inversa)

1.5.2 Resolución de problemas prácticos de proporcionalidad

(resolver ecuaciones proporcionales, resolver problemas prácticos con proporcionalidad, escalas (mapas y planos), proporciones basadas en similitud)

1.5.3 Pendiente y trigonometría

(pendiente y gradiente en gráficas de línea recta, trigonometría de triángulos rectángulos)

1.5.4 Interpolación y extrapolación lineales