

RELAÇÕES PESSOAIS DE ESTUDANTES DE SÃO PAULO DOS ENSINOS FUNDAMENTAL, MÉDIO E SUPERIOR SOBRE AS REPRESENTAÇÕES DOS NÚMEROS RACIONAIS

José Valério Gomes da Silva, Marlene Alves Dias

UNIAN. (Brasil)

valerio.gomes@yahoo.com.br, alvesdias@ig.com.br

Palavras-chave: Relações pessoais, Números racionais

Keywords: Personal relations, Rational numbers

RESUMO

Apresentamos, neste trabalho, parte de nossa pesquisa sobre “A evolução das relações pessoais de estudantes da Educação Básica e do Ensino Superior sobre a noção de números racionais”. Nosso objetivo é compreender as marcas das relações institucionais sobre as relações pessoais dos estudantes. Para tal, foi utilizada a TAD, a noção de quadro e mudança de quadros, os níveis de conhecimento esperados dos estudantes e os diferentes significados identificados por Cavalcanti e Guimarães. As análises tendem a mostrar que é reduzido o número de estudantes que evoluem e são capazes de aplicar as técnicas associadas às representações de frações.

ABSTRACT

In this paper, we present part of our research on “The evolution of basic education and higher education students’ personal relations about the notion of rational numbers”. Our goal is to understand the effects of the institutional relations on students’ personal relationships. To fulfill this purpose we used TAD, the notion of frame and frame changes, the level of knowledge expected from students and the different meanings identified by Cavalcanti and Guimarães. The analyses tend to show that the number of students who develop and are able to apply the techniques associated with representations of fractions is reduced.

■ Introdução

Hoje a Matemática exerce um novo papel na vida das pessoas, deixando de fazer parte apenas das aulas escolares e passando a ter uma importância cada vez maior no cotidiano das sociedades, visto que os seres humanos necessitam de um conhecimento mínimo de Matemática para reconhecer e resolver os problemas com os quais se deparam na sua convivência social.

O estudo da representação decimal dos números racionais também está presente em situações do dia a dia e não apenas na sala de aula; por este fato, consideramos que essa representação da noção de número racional merece uma atenção especial.

Assim, a forma de abordagem desta representação no desenvolvimento da noção de número racional e sua influência sobre os conhecimentos dos alunos fazem parte das nossas preocupações ao estudarmos as marcas das relações institucionais sobre as relações pessoais dos estudantes, quando se considera a representação decimal de números racionais.

Para viabilização deste estudo, consideramos as seguintes questões: Como a noção de fração em sua representação decimal é trabalhada na Educação Básica? Ocorre evolução dos conhecimentos dos estudantes da Educação Básica, quando da resolução de tarefas associadas à representação decimal das frações?

Observamos aqui que professores do Ensino Superior têm relatado que seus estudantes apresentam dificuldades na utilização dos números racionais na representação decimal em atividades da própria Matemática e, em particular, de outras ciências. Isso nos conduziu a formular mais uma questão: Os estudantes do Ensino Superior apresentam um resultado mais condizente com as expectativas institucionais, quando são confrontados com tarefas do mesmo tipo que as trabalhadas na Educação Básica?

Buscando responder a essas questões, organizamos nossa pesquisa com o objetivo de identificar e analisar as relações institucionais existentes no Ensino Fundamental - EF anos iniciais e finais para compreender quais as marcas dessas relações sobre as relações pessoais dos estudantes da Educação Básica e do Ensino Superior. Apresentamos então os resultados de parte da pesquisa sobre “A evolução das relações pessoais de estudantes da Educação Básica e do Ensino Superior sobre a noção de números racionais”.

Para responder às questões deste estudo e atingirmos o nosso objetivo, iremos apresentar brevemente a fundamentação teórica escolhida para o encaminhamento deste trabalho.

■ Fundamentação teórica

O referencial teórico central da pesquisa é a Teoria Antropológica do Didático (TAD) de (Chevallard, 1998), que situa a atividade matemática no conjunto de atividades humanas e das instituições sociais.

Para este trabalho, nos referimos, mais particularmente, às noções de relações institucionais e pessoais, praxeologia, ostensivos e não ostensivos. Ao introduzir a TAD, (Chevallard, 1992) considera os elementos

primitivos: Instituição (I), Pessoa (X) e Objeto (O) e define relação institucional e pessoal ao objeto O de forma quase axiomática.

Assim, segundo (Chevallard, 1992), a relação pessoal ($R(X, O)$) e a relação institucional ($R_i(O)$) a um objeto correspondem, respectivamente, à existência do mesmo para uma pessoa X ou para uma instituição I. O autor observa ainda que um objeto (O) existe se for conhecido por, pelo menos, uma pessoa ou uma instituição.

Chevallard (2003) adverte que o significado da noção de instituição na TAD corresponde a um dispositivo social que impõe aos sujeitos maneiras próprias de fazer e pensar. (Chevallard, 1992) esclarece que na TAD tudo é objeto e essa noção é a base da teoria. Além disso, (Chevallard, 1998) enfatiza que objeto é toda entidade, material ou não, que existe para ao menos um indivíduo. Como exemplos de objetos matemáticos, podemos considerar o triângulo, o sistema de equações, a noção de volume, a noção de fração e suas representações.

Além disso, (Bosch e Chevallard, 1999) e (Chevallard, 2003) definem organização praxeológica ou praxeologia como sendo uma noção que permite analisar e “modelar” as atividades humanas, em particular, a atividade matemática.

Uma organização praxeológica ou praxeologia é composta de um bloco prático técnico [T/τ] identificado pelos autores como um saber fazer e de um bloco tecnológico teórico [θ/Θ] normalmente identificado como um saber. Em uma praxeologia [$T/\tau / \theta/\Theta$], T representa um tipo de tarefa, que não é dada pela natureza, mas é uma “obra” ou construção institucional, cuja reconstrução em determinada instituição, por exemplo, em uma classe, é um problema em si, τ representa uma técnica relativa a T (do grego tekhnê, saber-fazer), que corresponde a uma maneira de fazer, de realizar as tarefas pertencentes a um tipo de tarefa, θ representa a tecnologia da técnica que corresponde a um discurso racional (logos) sobre a técnica (tekhnê) que possibilita justificar, explicar a técnica utilizada e produzir novas técnicas, possibilitando que muitos sejam capazes de executar o que é pretendido. Da mesma forma, os autores definem Θ , denominada teoria da técnica, que corresponde a um nível superior de justificativa, explicação e produção, que incorpora, em relação à tecnologia, o papel que esta assume em relação à técnica.

Chevallard (1994) já havia introduzido a noção de praxeologia e, posteriormente, apresentou dois ingredientes que tornam possível manipular e evocar o trabalho matemático em jogo nas técnicas, observando assim que toda técnica supõe a ativação de um complexo de objetos, uns ostensivos (os que serão manipulados) e outros não ostensivos (os que serão evocados). Logo, a manipulação dos ostensivos é regrada com a ajuda dos não ostensivos, e esses, inversamente, são evocados com a ajuda dos ostensivos, existindo assim uma dialética entre eles.

Assim, (Chevallard, 1994) e (Bosch e Chevallard, 1999) definem os objetos ostensivos como aqueles percebidos aos sentidos humanos, podendo ser manipulados, como, por exemplo, as fórmulas, as figuras, os gráficos, a escrita, os gestos etc., e os não ostensivos, como aqueles que, por si só, não podem

ser vistos sem a manipulação dos ostensivos, mas apenas evocados como, por exemplo, o conceito de função, a noção de proporcionalidade etc.

Isso nos conduziu a considerar, para esta pesquisa, os ostensivos de representação fracionária ($\frac{a}{b}$), de representação pictórica ou figural, de representação decimal e de representação em língua natural. Já como não ostensivo, nossa referência foi o trabalho de (Cavalcanti e Guimarães, 2008), que propõe diferentes significados para a noção de fração, a saber: parte-todo, quociente, probabilidade, operador multiplicativo, número, medida e razão.

Utilizamos também nesta pesquisa as noções de quadro e mudança de quadros como um dos referenciais teóricos de apoio. Observamos que (Douady, 1992) considera o objeto matemático como parte de um edifício mais amplo que é o saber matemático, o que lhe permite definir quadro como o conjunto de objetos de um ramo da Matemática, das relações entre esses objetos, de suas formulações e das imagens mentais integradas a esses objetos e relações. A autora define ainda mudanças de quadros como um meio de obter diferentes formulações para um mesmo problema, favorecendo o acesso às dificuldades encontradas e fazendo funcionar outras ferramentas e técnicas, o que produz resultados desconhecidos, que proporcionam a criação de novos objetos matemáticos, a identificação de novas técnicas e o enriquecimento do quadro original e dos quadros auxiliares.

(Douady, 1992) ressalta que as noções de quadro e de mudança de quadros permeiam constantemente o trabalho do matemático, o que a conduziu a transpor as características desse trabalho para o domínio da didática por meio das noções de jogos de quadros e dialética ferramenta objeto. Os jogos de quadros como mudanças de quadros organizadas pelos professores são utilizados para provocar desequilíbrios cognitivos que, quando ultrapassados, correspondem a um equilíbrio de nível superior.

Para este estudo, consideramos os quadros: numérico e/ou geométrico.

Ainda como referencial teórico de apoio, utilizamos a noção de níveis de conhecimento esperados dos estudantes em conformidade com a definição de (Robert, 1998). Segundo a autora, esses níveis se classificam em nível técnico, mobilizável e disponível. O nível técnico corresponde a um trabalho isolado, local e concreto, relacionado principalmente com as ferramentas e definições utilizadas em determinada tarefa. O nível mobilizável refere-se a um início de justaposição de saberes de certo quadro, em que vários métodos podem ser mobilizados. Por exemplo, se um saber é identificado, ele é considerado mobilizado se ele é acessível, ou seja, se o estudante o utiliza corretamente. Nesse nível, o conhecimento em jogo é explicitado no enunciado. O nível disponível refere-se a um saber em que o estudante responde corretamente o que lhe é proposto sem indicações, isto é, ele é capaz de dar contraexemplos, fazer relações ou aplicar métodos não previstos.

Na sequência, descrevemos sucintamente a metodologia adotada para esse estudo.

■ Metodologia

Trata-se de uma pesquisa qualitativa no sentido de (Lüdke e André, 1986), uma vez que tem como sua fonte direta de dados o ambiente natural e o pesquisador como seu principal instrumento. Os dados são predominantemente descritivos, existe preocupação maior com o processo do que com o produto, em particular, com o significado que as pessoas dão às coisas e a análise de dados segue um processo indutivo. As análises seguem as técnicas da pesquisa documental e estudo de múltiplos casos, pois, de um lado, os documentos considerados permitem identificar novos aspectos do tema e, de outro, o teste diagnóstico possibilita a comparação dos resultados para as diferentes etapas escolares do Ensino Fundamental anos iniciais e para o Ensino Superior. Como o objetivo é identificar e analisar as marcas das relações institucionais sobre as relações pessoais dos estudantes dos Ensinos Fundamental anos iniciais e finais, Médio e Superior em relação à evolução de seus conhecimentos, quando da resolução de tarefas associadas à representação decimal das frações; partimos do questionamento construído em função do referencial teórico escolhido e analisamos a abordagem apresentada para o ensino de frações em livros didáticos (LD) brasileiros do 4º ano, 5º ano e 6º ano, avaliados no último Plano Nacional do Livro Didático (PNLD). Para essa análise, construímos uma grade fundamentada no referencial teórico utilizado na pesquisa e a aplicamos nas tarefas desenvolvidas nos livros escolhidos.

A partir da análise dos LD, construímos um teste diagnóstico composto de quatro questões associadas aos quatro tipos de tarefas mais encontradas nos livros analisados e, portanto, que podem ser consideradas como mais significativas, quando se considera a representação decimal das frações.

Utilizamos os significados de fração considerados por (Cavalcanti e Guimarães, 2008), que são: parte/todo, quociente, probabilidade, operador multiplicativo, número, medida e razão, para identificar os que são privilegiados pelos estudantes, quando da resolução das tarefas propostas no teste diagnóstico.

■ A grade de análise

A grade de análise nos possibilitou identificar os diferentes tipos de tarefas sobre a noção de números racionais em sua representação decimal. Para este trabalho, consideramos apenas as quatro tarefas que são introduzidas no 4º ano e revisitadas no 5º e 6º anos, a saber:

Figura 1: Tarefas comuns ao 4º, 5º e 6º anos do EF.

- T₁: Passar de um ostensivo de representação pictórico ou figural para outro, em particular, para a representação decimal;
- T₂: Passar da linguagem natural para a representação decimal;
- T₃: Comparar números decimais;
- T₄: Somar e subtrair números decimais.

Neste estudo, iremos analisar a questão 2 do teste diagnóstico que está associado a T₂. Na figura 2, que segue, apresentaremos o exemplo de aplicação da grade de análise para o tipo de tarefa T₂:

Figura 2: Exemplo de aplicação da grade de análise.

Tipo de Tarefa: Dos 100 estudantes do 6º ano de uma escola, apenas 30 optaram por jogar futebol. Que parte dos estudantes deste 6º ano optou por este esporte?

Técnicas:
 Técnica 1: $30/100 = 0,30$ Técnica 2: $30/100 = 3/10 = 0,3$ Técnica 3: $30/100 = 30\%$
 Técnica 4: $30/100 = 3/10 = 30\%$ Técnica 5: indicar diretamente 30% em função dos dados da tarefa.

Ostensivos de Representação dados no enunciado: Linguagem natural.

Ostensivos de Representação utilizados na solução: Representação fracionária, decimal e porcentagem.

Quadro(s) em que a tarefa é enunciada: Quadro numérico.

Quadro(s) em que a tarefa é resolvida: Quadro numérico.

Níveis de conhecimento esperados dos estudantes: Mobilizável em relação à representação fracionária e decimal e disponível em relação à porcentagem.

■ Resultados da análise das relações institucionais

A seguir, apresentamos uma breve descrição dos resultados encontrados para as relações institucionais, em geral, desenvolvidas quando se introduz a representação decimal das frações.

Os LD analisados do 4º ano introduzem as frações com o significado parte/todo, por meio de situações envolvendo quantidades contínuas e discretas. Na sequência, são consideradas novas situações com os significados operador multiplicativo, probabilidade e medida. Após o trabalho com esses significados, os autores abordam as noções de comparação de frações e suas operações. No trabalho com situações de combinação, geralmente, é revisitado o significado probabilidade.

Por meio de exemplos em situações contextualizadas, os autores apresentam a representação decimal das frações, partindo novamente do significado parte/todo para propor tarefas relacionadas com as referidas representações. Em seguida, sugerem situações associadas ao significado medida, permitindo, na última parte do capítulo, tratar de situações envolvendo sistema de numeração decimal, sistema métrico decimal, sistema monetário, comparação e operações com números decimais.

A abordagem nos LD do 5º ano é bastante semelhante aos LD do 4º em termos de conteúdos apresentados, sendo acrescentados: o cálculo mental, uma discussão sobre representações do milésimo e a porcentagem como outra forma de representar as frações. As situações-problema são um pouco mais elaboradas. Já nos LD do 6º ano, os tópicos apresentados no 4º e 5º anos são ampliados. Alguns tópicos como comparação e transformação são sistematizados com “processos práticos”. A discussão envolvendo notação científica surge como uma parte nova do capítulo analisado.

■ Resultado da análise das relações pessoais de estudantes dos Ensinos Fundamental, Médio e Superior

O teste diagnóstico foi aplicado em instituições de ensino público, uma de Ensino Fundamental anos iniciais, outra de Ensino Fundamental anos finais e uma terceira de Ensino Médio. Para o Ensino

Superior, o teste foi aplicado em uma instituição privada para um curso de Logística, perfazendo um total de 131 estudantes, distribuídos conforme quadro abaixo.

Quadro 1: Respostas corretas (C), parcialmente corretas (PC) e erradas (E) para a tarefa do tipo 2.

Ano	(C) sem justificativa em porcentagem	(C) com justificativa errada	(PC) os alunos que não jogaram	(PC) os alunos que optaram por futebol (sem levar em conta a parte/todo)	(PC) Inverte a relação parte/todo	(E) seq. de cálculos com os dados da tarefa	Branco	Total
5º EF	-	31	-	-	-	-	-	31
7º EF	-	-	15	-	-	07	03	25
2º EM	3 + 12	-	-	06	-	13	02	36
1º p ES	- + 12	-	-	08	06	12	1	39
Total	3 + 24	31	15	14	06	32	06	131

Quando observamos o quadro 1, exceto os alunos do 5º ano, em que as respostas apresentam erros de formalização, percebemos que nenhum estudante dos demais anos expressou a resposta na representação decimal. Por outro lado, lendo o enunciado da tarefa, verificamos que ele não deixava clara a necessidade de se dar a resposta na representação decimal.

Os resultados apontam que a relação pessoal com o objeto ostensivo “representação decimal” parece não ter sido apropriada pelos estudantes, mesmo quando esse conteúdo tenha sido revisitado nos anos subsequentes à sua introdução (4º ano). As análises tendem a mostrar que é reduzido o número de estudantes que evoluem e são capazes de aplicar as técnicas associadas à representação decimal de frações após seu ensino. A relação pessoal dos estudantes do 7º ano parece bem abaixo das expectativas institucionais no que se refere aos conteúdos desenvolvidos durante o 4º, 5º e 6º ano e revisitados no 7º ano, pois nenhum aluno apresentou a tarefa de maneira correta. Apesar de a representação decimal das frações ser utilizada socialmente, seu emprego em situações escolares é pouco eficiente e mostra a necessidade de um trabalho mais específico em relação aos diferentes ostensivos de representação e a passagem de um para o outro.

Para o Ensino Médio e o Superior, nos quais a noção de fração e sua representação decimal são utilizadas para resolver problemas de outras disciplinas, é possível verificar por meio dos resultados apresentados no quadro 1, que se trata de uma noção que apresenta grandes dificuldades, pois dos 75 estudantes que responderam o teste, apenas 17 são capazes de dar uma resposta correta na representação da porcentagem, sendo que 3 desses estudantes não justificam sua resposta.

Os erros são de diferentes significados e, para ilustrá-los, apresentamos o extrato de um estudante do Ensino Superior que, ao resolver a tarefa, deixa evidente sua falta de recurso para o trabalho com as frações em suas diferentes representações, como mostra a figura 3.

Figura 3: Um tipo de erro - estudante do ES.

2º) Dos 100 estudantes do 6º ano de uma escola, apenas 30 optaram por jogar futebol. Que parte dos estudantes deste 6º ano optou por este esporte?

Expresse seu raciocínio:

$$100 - 30 = 70$$

$$100/70 = 1/3$$

Resposta: $\frac{1}{3}$ optou por este esporte.

■ Considerações Finais e Perspectivas Futuras

As análises mostram que o grupo pesquisado não evoluiu com o passar do tempo e os estudantes não se mostram capazes de aplicar as técnicas associadas à representação de frações logo após seu ensino no 4º ano. Mesmo no 5º ano, ainda ocorrem erros de formalização, que expressam certa insegurança por parte dos estudantes. Já no 7º ano, como se mostra no quadro 1, nenhum aluno expressa uma resposta correta. E no 2º ano do Ensino Médio, apenas 42 % alunos, aproximadamente, conseguem fornecer uma resposta correta. Ainda podemos inferir que menos da metade dos estudantes do Ensino Superior pesquisados são capazes de aplicar os conhecimentos sobre frações e suas representações em tarefas contextualizadas e mesmo em situações escolares que correspondem às relações institucionais a que foram submetidos. Na verdade, apenas os alunos do 5º ano utilizaram a representação decimal e, mesmo assim, de forma errônea. Apesar de essa representação ser utilizada socialmente, seu emprego em situações escolares é pouco eficiente e mostra a necessidade de um trabalho mais específico em relação aos diferentes ostensivos de representação e a passagem de um ostensivo para o outro.

Parece-nos importante observar que os estudantes do Ensino Superior utilizam o objeto ostensivo representação decimal em tarefas do cotidiano, em particular para cálculos relacionados a custos. Isso nos conduz a lembrarmos que a inflação no Brasil atualmente está entre 6 e 7% ao ano, o que exige conhecimentos associados à noção de porcentagem, conseqüentemente, a utilização dos decimais. O exemplo mostra a importância da representação decimal para todos os cidadãos.

■ Referências bibliográficas

- Bosch, M. e Chevallard Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 19(1), 77-124.
- Cavalcanti, E., Guimarães, G. (2008). *Os Significados de Fração em Livros Didáticos das Séries Iniciais*. Recuperado em 07 de março de 2014 de <http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/SIPEMAT08/>
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques* 12(1), 73-112.

- Chevallard, Y. (1994). *Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique*. Recuperado em 07 de março de 2014 de <http://yves.chevallard.free.fr/>
- Chevallard, Y. (1998). *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: L'approche anthropologique*. Recuperado em 07 de março de 2014 de <http://yves.chevallard.free.fr/>
- Chevallard, Y. (2003). *Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques*. Recuperado em 07 de março de 2014 de <http://yves.chevallard.free.fr/>
- Douady, R. (1992). Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères IREM* 6, 132-158.
- Lüdke, M., André, M.E.D.A. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.
- Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 18(2), 139-190.