

## LA ARGUMENTACIÓN SUSTANCIAL EN EL ESTUDIO DE LA REPRESENTACIÓN GRÁFICA

**Alma Benítez, Martha García, Alicia López**

Instituto Politécnico Nacional. (México)

Universidad de Durango. (México)

albenper@gmail.com, martha.garcia@gmail.com, abetalopez@gmail.com

**Palabras clave:** Argumentación, Sustancial, Representación, Gráfica, Epistémico

**Keywords:** Argument, Substantial, Representation, Graphic, Epistemic

### RESUMEN

El objetivo de la presente investigación fue identificar la información que el alumno de nivel medio superior emplea en la representación gráfica, para justificar sus afirmaciones con argumentos sustanciales, evidenciando la fiabilidad que posee el contenido de la proposición y con ello su valor de verdad. Se diseñaron actividades que fomentaron el análisis, justificación y transmisión de afirmaciones para la construcción de argumentos sustanciales sólidos. La experiencia se realizó con 50 alumnos de nivel medio superior, cuyas edades oscilaron entre 15-16 años. A nivel de resultados los valores epistémicos emitidos por los alumnos acerca de las proposiciones durante el proceso argumentativo fue enriquecido gradualmente durante la experiencia educativa, fortaleciendo la fuerza del argumento y en consecuencia su aceptabilidad. Los registros y las transcripciones de las clases fueron analizados considerando un modelo particular de la investigación cualitativa, la etnografía.

### ABSTRACT

The objective of the present investigation was to identify the information that the student of higher middle level used in the graphical representation, to justify their affirmations with substantial arguments, evidencing the reliability that owns the content of the proposition and with that the truth value. Activities were designed for foster the analysis, justification and transmission of affirmations of the construction of solid substantive arguments. The experience was conducted with 50 senior high students, whose ages ranged from 15-16 years. A level results the epistemic securities issued by the students on the proposals during the argumentative process was gradually enriched during the educational experience, strengthening the force of argument and therefore its acceptability. The records and transcripts of classes were analyzed considering a particular model of qualitative research, ethnography.

## ■ Introducción y marco teórico

El aprendizaje de la matemática se logra cuando el estudiante tiene la disposición para realizar tareas propias del quehacer matemático, en cuyo contexto la argumentación es un elemento fundamental para fortalecer el pensamiento creativo y crítico en el estudiante de Nivel Medio Superior (NMS), debido a que impulsa y robustece la formulación de proposiciones para fundamentar el carácter de verdad de una afirmación, con la producción de justificaciones y la pertinencia del argumento, en un medio consensuado a través de prácticas argumentativas.

De acuerdo con ello la definición de la argumentación es considerada un pensamiento estratégico (Corredor y Calderón, 2001) en que se intenta convencer o persuadir, con justificaciones sólidas a otros o a sí mismo de las tesis que se tiene como ciertas, de lo anterior se desprende que la argumentación es una práctica comunicativa en la cual se expone la variedad de valores, para discutir de manera consensuada, con el propósito obtener coherencia y pertinencia en la situación. Es entonces fundamental la producción de argumentos en el proceso de la argumentación y en este sentido, Godino y Recio (2001) consideran que una actividad intelectual no puede reducirse a la manipulación de la información, sino que permite desarrollar prácticas argumentativas que constituyen su dimensión comunicacional.

Duval (1999) señala que la argumentación trata de mostrar el carácter de verdad de una proposición, no solo con la producción de razones, sino que se habla de la aceptabilidad del argumento, cuyo impacto se refleja en el cambio del valor epistémico, es decir en el grado de fiabilidad que expone la proposición lo que depende del conocimiento de quien escucha y del interlocutor. Cuando el valor epistémico es positivo y el argumento resiste objeciones, entonces se habla de un argumento fuerte.

En este orden de ideas, Krummeheuer (1995) menciona la importancia de la argumentación en el aula, considera a la enseñanza de la argumentación, más allá del diseño de la instrucción matemática que garantice, hasta donde sea posible, que el alumno sea capaz de argumentar a un nivel de matemáticas sofisticado. Si se analizan los escenarios de discusión en el aula, se evidencian prácticas argumentativas, a este tipo de prácticas Krummeheuer, las denomina argumentos sustanciales, ya que expanden el significado de las proposiciones en la medida en que relacionan apropiadamente un caso específico a esta actualización, modificación o aplicación. Además, las formas argumentativas sustanciales se caracterizan en las fases búsqueda y formulación de conjeturas en la resolución de problemas, empleando analogías e intuiciones.

De acuerdo con Krummeheuer la argumentación sustancial en el aula se caracteriza por las modificaciones de las proposiciones para establecer relaciones que permitan la búsqueda de conjeturas, empleando analogías e intuiciones. Modificaciones que se reflejan en el cambio del valor epistémico de la proposición para mostrar su carácter de verdad, pues depende de su fortalecimiento para establecer conjeturas que eventualmente pueden llegar a ser conclusiones fundamentadas. En este escenario Duval expone la importancia de la aceptabilidad de los argumentos expuestos, los cuales son sometidos a dos criterios:

a) la pertinencia del contenidos de las afirmaciones y del argumento que lo justifica, y

b) la fuerza del argumento, la cual está subordinada al valor epistémico que tiene para la persona a que se dirige.

Y puntualiza que un argumento fuerte y pertinente implica la convicción y la adhesión a favor de la afirmación que justifica o en contra de la que refuta.

Con base en lo expuesto hasta aquí, es pertinente analizar la relación que existe entre las representaciones gráficas y la argumentación sustancial, pues depende de la representación construida por el alumno para justificar las afirmaciones que permitan determinar el valor de verdad de la proposición.

Dada la importancia que adquieren las representaciones gráficas en la argumentación sustancial, Duval (2000) considera que las condiciones cognitivas internas de un sujeto para lograr la aprehensión del concepto, se enfocan en el desarrollo y fortalecimiento de “La Arquitectura Cognitiva”, a través de una organización sólida de diferentes sistemas semióticos. Esta actividad se logra cuando los sistemas de representación semióticos, adquieren el rango de registros semiótico, pues se habla de los sistemas de producción necesarios en toda representación, y de las transformaciones que pueden tener, tratamiento, conversión. Duval (2002) ha clasificado en dos clases las representaciones cognitivas. Aquellas que son intencionalmente producidas por sistemas semióticos, de las cuales se menciona a las representaciones discursivas (algebraica o simbólica) y las representaciones visuales (la gráfica de una función). Y las que son producidas casualmente y automáticamente por sistemas orgánicos. La coordinación de varios sistemas semióticos, es una actividad cognitiva que es fundamental para el entendimiento de la matemática, pues requiere su organización.

La perspectiva cognitiva que expone Duval (1999) de la argumentación y la representación gráfica, es pertinente para la presente investigación y se toma como referencia para el marco conceptual del estudio.

La presente investigación tuvo como propósito identificar la información que el alumno de nivel medio superior emplea en la representación gráfica, para justificar sus afirmaciones con argumentos sustanciales, evidenciando la fiabilidad que posee el contenido de la proposición y con ello su valor de verdad.

El problema de la investigación fue ¿Cuál es impacto que adquiere la representación gráfica para justificar las afirmaciones con argumentos sustanciales, que permitan mostrar la fiabilidad del contenido de la proposición y con ello ganar su adhesión?

## ■ Metodología

La investigación se ubicó en un paradigma de investigación cualitativo de corte etnográfico, enfoque que permitió obtener información relevante en el contexto del aula. Las ideas desarrolladas en los referentes teóricos, sirvieron como ejes para diseñar y aplicar actividades, en las que los estudiantes argumentaron cada una de sus afirmaciones para justificar sus planteamientos, así como su pertinencia. La observación del estudio se llevó a cabo durante un semestre escolar para detectar las cualidades del fenómeno de

estudio. La actividad se realizó en el contexto de un curso de Álgebra cuyos alumnos participantes fueron 50 de NMS. Las edades de los alumnos fluctuaron entre 15-16 años. La dinámica en el aula, consistió en el diseño de actividades para posibilitar el desarrollo de estrategias, puntualizando el contenido en la representación gráfica. El papel del profesor fue de mediador durante el proceso.

Las observaciones de la experiencia se llevaron a cabo en dos niveles:

- a) Global. Concerniente a las observaciones realizadas durante el desarrollo a nivel grupal y en equipo.
- b) Específico. Reportes por escrito de los equipos y entrevistas a los estudiantes.

Para establecer la validez de la experiencia, se emplearon los siguientes instrumentos: Reportes por escrito (individual y equipo), exposición de los resultados a nivel grupal, entrevistas y hallazgos identificados por el investigador durante la experiencia.

### ■ Tipo de actividades

El propósito del diseño y selección de las actividades fue impulsar tratamientos en las representaciones gráficas, para explorar e identificar el cambio del valor epistémico en la argumentación sustancial. Escenario que contribuyó al desarrollo de prácticas argumentativas, para discutir de manera razonada las diferentes afirmaciones generadas durante las discusiones.

La actividad: “Los Ciclistas” (Fridman, 1995), fue videograbada, como estudio de caso. Participaron dos equipos con dos integrantes cada uno (Equipo1: Luis y Rosa, Equipo 2: Roberto y Eduardo), la elección se realizó con base al compromiso y desempeño expuestos durante la experiencia educativa. Lo que permitió reconocer el progreso del grupo y la identificación de la argumentación sustancial con apoyo de la representación gráfica para justificar sus afirmaciones.

El problema: *De dos puntos A y B que se encuentran separados una distancia de 105 km, salieron simultáneamente dos ciclistas al encuentro uno de otro. Se encontraron 1 h 45 min después de iniciando el recorrido. Cada uno siguió su camino sin detenerse. Después de 3 min del encuentro el primer ciclista que iba a 40 km/h, se encontró con otro ciclista que venía a su encuentro por el mismo camino. El tercer ciclista luego de encontrarse con el primero, continuó su camino sin detenerse y alcanzó al segundo ciclista en el punto C, en el cual se hubiera encontrado el primer y el segundo ciclista, si la velocidad del primero hubiera sido 20 km/h menos y la del segundo 2 km/h más que la original. ¿A qué velocidad iba el tercer ciclista?*

### ■ Análisis

La argumentación sustancial consideró la reflexión, justificación y transmisión de las afirmaciones, para convencer al interlocutor de su valor epistémico. Los cuales tienen sus bases en los procedimientos, intuiciones y analogías que estructuran el contenido que posee el estudiante y que se evidencia a través de las representaciones gráficas diseñadas para tal fin.

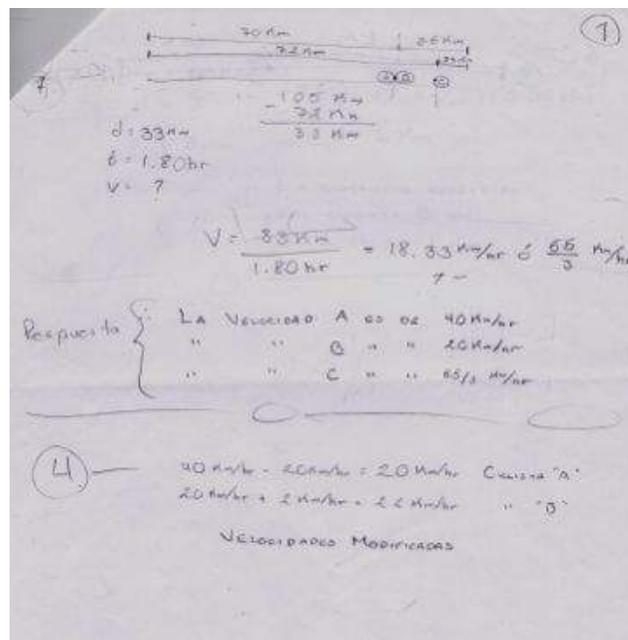
Un aspecto fundamental que caracterizó a la argumentación sustancial fue el papel que adquiere el valor epistémico de la proposición en la estructuración de la argumentación, y fue asociado directamente a la comprensión del contenido que posee el interlocutor. Los resultados de la experiencia mostraron las

diferentes proposiciones y representaciones gráficas empleados por los estudiantes para exponer la argumentación sustancial, y con ello ganar la adhesión de los equipos o bien para refutar las afirmaciones expuestas.

A continuación se expone el diálogo entre los equipos para mostrar el valor epistémico de la proposición que enmarca la velocidad del tercer ciclista, y en consecuencia su valor de verdad.

**Luis** (Equipo 1). *Para el tercer ciclista tenemos un tiempo de 1.8 horas, porque el tercer ciclista salió del mismo lugar que el segundo ciclista y se encontró con el primero, entonces solo nos faltaría la distancia, que también ya la tenemos **porque** ya sabemos que mide 35 km si le restamos 2 km, la diferencia del punto de encuentro del segundo ciclista con el tercer ciclista, obtenemos un total de 33 km, **por lo tanto** nos dice que recorrió 33 km en 1.8 horas. Entonces tenemos distancia y tiempo haciendo cálculos nos da  $55/3$  km/h, bueno  $18.33$  km/h, lo dejamos en fracción para que sea exacto... (Ver figura 1).*

Figura 1. Representación gráfica diseñada por el equipo 1 para justificar sus afirmaciones.



En la intervención los estudiantes expusieron proposiciones que justificaron la distancia y la velocidad del tercer ciclista después de 3 min del encuentro con el primer ciclista. Apoyados en la representación gráfica, evidenciando la justificación para cada una de las afirmaciones.

El equipo empleó los siguientes argumentos sustanciales, con al menos un argumento.

**Porque** ya sabemos que mide 35 km si le restamos 2 km la diferencia del punto de encuentro del segundo ciclista con el tercer ciclista, nos va a dar el total de 33 km.

**Por lo tanto** nos dice que recorrió 33 km en 1.8 horas. Entonces tenemos distancia y tiempo haciendo cálculos nos da  $55/3$  km/h, bueno 18.33 km/h, lo dejamos en fracción para que sea exacto.

El Valor epistémico del interlocutor es **evidente**, pues asegura la verosimilitud de sus argumentos.

**Roberto** (Equipo 2). *Bueno de lo que están diciendo, la velocidad del ciclista 3 son 33 km, mi duda se tomaron los 33 km ¿supongo no?*

El valor epistémico que manifiesta Roberto, acerca de la velocidad del tercer ciclista es **posible**, ya que la argumentación expuesta por el equipo 1 no es suficiente para determinar el valor verdadero de lo que afirman.

**Luis** (Equipo 1). *Sí, tomamos lo que le corresponde al ciclista.*

La respuesta de Luis ante el cuestionamiento de Roberto, confirma el valor epistémico de la afirmación emitida, su evidencia.

**Roberto** (Equipo 2). *Bueno mi duda es que criterios tomaron, suponiendo que el problema está bien, además: ¿cuáles fueron los criterios para decir que 33km fue la distancia recorrida por el tercer ciclista? o ¿por qué parte del punto C?*

La refutación que expuso Roberto, permitió al alumno cuestionar la afirmación expuesta, desde el análisis que desarrolló el equipo y establece preguntas para que el interlocutor justifique su afirmación. El valor epistémico continuo siendo plausible.

**Luis** (Equipo 1): *Pues es más o menos lo mismo, dice que el ciclista C se cruzó con el ciclista A, si dice que se cruzó significa que iban en trayectorias contrarias, o sea uno en este punto y otro de acá, y cuando dice que lo alcanzó significa que iban en la misma trayectoria, si tiene una velocidad mayor lo alcanzó.*

El equipo expuso las proposiciones descriptivas que le permitieron fortalecer los argumentos, sosteniendo el valor epistémico con sus afirmaciones. Para ello estableció comparaciones durante el proceso, sustentadas en la representación gráfica.

**Pedro** (Equipo 2): *Pero hay otro caso que puede venir desde aquí y lo alcanzó. Ahí habría más distancia.*

Pedro expuso relaciones de oposición e intención en el discurso, para refutar las justificaciones emitidas por Luis.

**Luis** (Equipo 1): *Así es, puede ser que el tercer ciclista haya partido del punto C más atrás o haya partido del mismo punto, porque el problema dice que lo alcanzó.*

Luis acepta la conjetura expuesta por Pedro estableciendo la adhesión con el interlocutor

**Roberto** (Equipo 2): *Mi criterio para establecer el 23.15 fue tomar el punto hipotético de “A y B”, de “A y C” y “B y C”, por eso se obtuvo 29.15 km, de ahí mi duda, acerca de los 33 Km, porque siguiendo ese criterio se debieron haber encontrado en un punto de 18.33 km en un punto muy similar al 50, no sé si con 18.33 km se alcanza a encontrar el ciclista B y el ciclista C.*

Pertinencia en la justificación del argumento, se analiza la solución que se presentó como argumento, con el fin de hacer comprensible al interlocutor dicha solución y ganar adhesión.

**Luis** (Equipo 1). *Si nos salió que se encuentran casi a la mitad del punto C, de hecho no salió igual que en tu grafica 55 de aquí a acá y 50 de aquí a acá.*

Presenta continuidad en forma global a las proposiciones expuestas por Roberto, ejemplifica la determinación de casos que ilustran la pertinencia y fuerza del proceso, o de la situación argumentada.

**Pedro** (Equipo 2). *Porque ellos no tomaron en cuenta los puntos que influyeron para sacar la velocidad de 23.15, si vemos por kilómetro recorre 23.15, lo que ustedes les fallo es que no sacaron su otra variable, por lo que no tomaron los otros dos factores que tomamos ahí y ya no les salió el mismo o sea está bien, pero les falto tomar el otro factor.*

Pedro explicó semánticamente la situación.

**Luis** (Equipo 1). *Pues sí, no tomamos en cuenta lo que dice, esta parte del problema de más y menos kilómetro, entonces no lo relacionamos.*

Comparó las afirmaciones con la finalidad de exaltar el argumento definido y determinar los casos que ilustran la pertinencia y fuerza del proceso, o de la situación argumentada. El valor epistémico en este punto de la discusión es **Neutro**.

**Roberto** (Equipo 2). *Si queremos darle una solución exacta al problema, en ese sentido pues podría estar mal, como dice faltan datos, pasar por alto los datos podría ser un error y ellos lo pasaron por alto, como se aprecia.*

Derivó conclusiones con premisas dadas, expuso relación con una intervención o grupo de intervenciones particular (explícitas o implícitas, convencer a otros), identificó y/o estableció conexiones para justificar la solución que presentó como argumento, con el fin de hacer comprensible al interlocutor dicha solución y ganar su adhesión. El valor epistémico de la proposición emitida por el equipo 1, es **Absurdo** para Roberto y por lo tanto el valor de verdad es Falso.

## ■ Resultados

En términos generales la experiencia en aula resultó positiva para el fomentar el fortalecimiento de argumentos sustanciales, pues la refutación entre los equipos orientó el proceso de la argumentación, así como la discusión oral fortaleció la polémica.

Los recursos empleados muestran la refutación, la cual surgió de la toma de posición antagónica en el proceso argumentativo y que generó recursos como la ambigüedad.

Para el caso de la elaboración de la argumentación de manera oral, la confrontación se expuso en dos escenarios: alumno y contexto. De ahí que la solución no se restringió a la sola respuesta, sino a la búsqueda de alternativas de solución que garanticen el carácter de claridad, coherencia y en consecuencia la minimización de la ambigüedad.

Vale la pena mencionar un aspecto relevante que se fortaleció durante la experiencia educativa, el desarrollo argumentativo de tipo sustancial con recursos que surgieron del planteamiento y ejecución de la situación, aunque es importante mencionar que cada alumno expuso diversas interpretaciones desde la perspectiva de su perfil discursivo, así como las interpretaciones de los argumentos evidenciaron rasgos de contenido matemático y la reformulación de elementos a través de analogías y cambios de representaciones. Siendo fundamental el uso de diversas representaciones, pues muestran el conocimiento tanto de quien escucha y del interlocutor que expone la proposición, cuyo impacto se refleja en el cambio del valor epistémico, es decir en el grado de fiabilidad de la proposición, para ganar su adhesión.

En cuanto a la elaboración matemática fue evidente su desarrollo empírico, en cuanto a la elaboración discursiva de la solución se privilegió formas de corte narrativo del discurso, no obstante se presentaron diversas razones que justificaron el relato que el alumno expuso. De ahí la importancia de fortalecer y perfeccionar formas narrativas que permitan ilustrar la justificación y por lo tanto la validez de la solución.

## ■ Conclusiones

- Los recursos matemáticos empleados por el estudiante fueron inicialmente apoyos empíricos y conforme se fortalecía la discusión a nivel contribuyó a la búsqueda de mayores niveles matemáticos (representaciones, conceptos). Minimizando el aspecto empírico para que surgiera la necesidad de recursos analíticos.
- Los recursos discursivos al inicio de la experiencia educativa predominaron recursos descriptivos y a medida que fue desarrollando el trabajo el recurso tuvo matices argumentativos.
- Las características identificadas muestran la inclinación del alumno por desarrollar procesos heurísticos que le permitieron establecer conjeturas, las cuales fueron consensuadas durante el proceso argumentativo, fortaleciendo el pensamiento reflexivo para avanzar en la pertinencia y validez del proceso.
- Los recursos empleados muestran la refutación, la cual surge de la toma de posición antagónica en el proceso argumentativo y que genera recursos como la ambigüedad.
- El valor epistémico de la proposición fue esencial durante el proceso argumentativo durante la experiencia educativa, pues evidenció la fuerza del argumento y en consecuencia su aceptabilidad para ganar la adhesión en favor de la afirmación que se discute o en contra de quien refuta.

### ■ Referencias bibliográficas

- Boero, P., Douek, N. y Ferrari, P. L. (2008). Developing mastery of natural language. In L. English (Ed.), *International Handbook of Research in Mathematics Education* (pp. 262-295). New York: Routledge.
- Corredor, L. y Calderón, I. (2001). Validación y argumentación de lo matemático en el aula. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 4(1), 5-21
- Duval, R. (1999). *Argumentar, demostrar y explicar: ¿continuidad o ruptura cognitiva?* México: Pitagora Editrice Bologna y Grupo Editorial Iberoamérica.
- Duval, R. (2000). Basic issues for research in mathematics education. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. (pp. 55-69). Japan: Hiroshima University.
- Duval R. (2002). Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. En F. Hitt (Ed.), *Representations and mathematics visualization*. (pp. 311-335). North American Chapter of PME: México: Cinvestav-IPN.
- Fridman, L. (1995). *Metodología para resolver problemas matemáticos*. México: Iberoamericana.
- Godino, J. y Recio A. (2001). Significados Institucionales de la Demostración. Implicaciones para la Educación Matemática. *Enseñanza de la Ciencia* 19 (3), 405-414.
- Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. In P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematics meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 14-25). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Ass.