



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL
Escuela de Profesores

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

ACTA DE VALORACIÓN DE TRABAJO DE GRADO

Escuchada la sustentación del Trabajo de Grado titulado *Ciudadanía ambiental desde las prácticas de medición en la construcción del espacio de reforestación*, presentado por el estudiante:

Edwin Alberto Gómez Lindo, Céd. 2013285007, CC. 79954762

como requisito parcial para optar al título de **Magister en Docencia de la Matemática**, analizado el proceso seguido por el estudiante en la elaboración del trabajo y evaluada la calidad del escrito final, se le asigna la calificación de **Aprobada**, con 42 puntos.

Observaciones: Los jurados recomiendan otorgar distinción meritoria.

En constancia se firma a los 01 días del mes de septiembre de 2016.

JURADOS

Directora del Trabajo: Profesora:

Gloria García Oliveros
GLORIA GARCÍA OLIVEROS

Jurados:

Profesora:

María Rocio Pérez Mesa
MARÍA ROCIO PÉREZ MESA (UPN)

Profesor:

Francisco Guayambuco
FRANCISCO GUAYAMBUCO (UPN)

CIUDADANÍA AMBIENTAL DESDE LAS PRÁCTICAS DE MEDICIÓN EN LA
CONSTRUCCIÓN DEL ESPACIO DE REFORESTACIÓN

EDWIN ALBERTO GÓMEZ LINDO

BOGOTÁ D.C.

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

FACULTAD DE CIECIA Y TECNOLOGÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

MAESTRÍA EN DOCENCIA DE LAS MATEMÁTICAS

JUNIO DE 2016

CIUDADANÍA AMBIENTAL DESDE LAS PRÁCTICAS DE MEDICIÓN EN LA
CONSTRUCCIÓN DEL ESPACIO DE REFORESTACIÓN

EDWIN ALBERTO GÓMEZ LINDO

CÓDIGO: 2013285007

CC: 79.954.762

TRABAJO DE GRADO

PRESENTADO COMO REQUISITO PARA OPTAR EL TÍTULO DE MAGÍSTER EN
DOCENCIA DE LAS MATEMÁTICAS

DIRECTORA: GLORIA GARCÍA

BOGOTÁ D.C.

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

FACULTAD DE CIECIA Y TECNOLOGÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

MAESTRÍA EN DOCENCIA DE LAS MATEMÁTICAS

JUNIO DE 2016

RESUMEN ANALITICO EN EDUCACIÓN -RAE

1. Información General	
Tipo de documento	Tesis de maestría
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	Ciudadanía ambiental desde prácticas de medición en la construcción del espacio de reforestación.
Autor(es)	Gómez lindo Edwin Alberto.
Director	Gloria García Oliveros
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional 2016.82 p
Unidad Patrocinadora	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	PRÁCTICAS DE MEDICIÓN, CIUDADANÍA AMBIENTAL, CONSTRUCCIÓN DEL ESPACIO SOCIAL, REFORESTACIÓN.
2. Descripción	
<p>Este trabajo de grado se origina por la reflexión acerca de las prácticas de educación matemática, centradas en conceptos y algoritmos, en donde la participación del estudiante se reduce a responder lo que el profesor pregunta. Aunque los documentos institucionales señalan la promoción de competencias de reflexión y apoyo al medio ambiental por medio del análisis matemático, la realidad de la clase contrasta con estos principios.</p> <p>En este estudio, se realizó el diseño y montaje de un escenario de aprendizaje para el curso 601 de una Institución Educativa Distrital (IED) ubicada en suelo rural de la ciudad de Bogotá, con el fin de analizar las interacciones de los estudiantes entre ellos y ellos con el profesor, especialmente cuando adoptan posiciones colectivas referidas al proceso de reforestación desde las prácticas de medición.</p> <p>En efecto, la clase de matemáticas del grado sexto se caracteriza por la elevada ausencia de los estudiantes y su escaso interés en las actividades propuestas. Muchos prefieren realizar ventas ambulantes de ramas de eucalipto en las calles de los barrios aledaños y de toda clase de comestibles y golosinas. La venta del eucalipto no requiere de una inversión inicial de dinero, ya que el vendedor se limita a arrancar las plantas del ecosistema, lo que ha promovido la deforestación de los cerros circundantes a la institución, trayendo consigo deslizamientos de tierra en algunas ocasiones.</p> <p>Para contrarrestar este hecho, las actividades del escenario de aprendizaje se diseñaron con el fin de generar participación de los estudiantes en el proceso de reforestación del ecosistema, utilizando las prácticas de medición para la construcción del espacio a reforestar. Esto es posible debido a la experiencia de los alumnos en procesos de siembra y conservación de vegetación. Este aspecto lo promueve el Proyecto Educativo Institucional (PEI) e involucra a los miembros de la comunidad con los acontecimientos de su entorno social de una manera dinámica y decisiva (García, Valero, Salazar, Mancera, Camelo, & Romero, 2013). Para este fin, es indispensable la reflexión desde las matemáticas, en particular del análisis de las medidas obtenidas en una nueva visión de los bosques que son nuestro entorno ambiental y del cual somos parte activa.</p>	
3. Fuentes	
Este estudio se inscribe en la línea de investigación Diversidad, Educación Matemática y Subjetividades del Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN),	

razón por la cual se trabaja como referente conceptual las nociones de participación democrática, ambientes de aprendizaje de las matemáticas y ciudadanía (Castro, C'hapman, & Gui Suriñach, 1996) (Valero & Skovsmose, 2012). Los conceptos de escenario y ambientes de aprendizaje de las matemáticas (García, Valero, Salazar, Mancera, Camelo, & Romero, 2013). Aspectos relacionados con el papel de las matemáticas en la escuela (MEN, 2006) (Carrillo J. , Climent, Gorgorió, & Rojas, 2008) y el tratamiento de la medición como elemento de reflexión en la toma de decisiones (Godino, Batanero, & Roa, 2002) (Carrillo J. , Climent, Gorgorió, Prat, & Rojas, 2008) .

4. Contenidos

En el primer capítulo, se exponen los antecedentes de la investigación y sus respectivos aportes a la misma, el planteamiento del problema, la pregunta y los objetivos de investigación. En el segundo capítulo, se describe el marco de referencia; en el tercer capítulo, la metodología adoptada en el proceso de investigación y en el cuarto capítulo, se presenta el análisis. Por último, se realizan las reflexiones pertinentes.

5. Metodología

El enfoque escogido en este trabajo es el de la Investigación–Acción. Los métodos de recolección y técnicas para la recolección de la información que se usaron fueron los diálogos e interacciones estudiante- estudiante, estudiante- profesor durante el montaje del escenario de aprendizaje, la producción de mapas, escritos, grabaciones en video y fotografías. El sistema de categorías fue diseñado con relación a los referentes de los actos dilógicos (Valero & Skovsmose, 2012) y su finalidad era identificar la participación y las interacciones estudiante-estudiante, cuando toman decisiones en la construcción del espacio de reforestación desde las prácticas de medición para la consolidación de la ciudadanía ambiental.

El diseño del trabajo sigue un proceso cíclico en fases articuladas entre sí. *La Fase I*, identifica la situación problema y caracteriza el ambiente de aprendizaje en la clase de matemáticas (Skomovose 1999, 2000). *Fase II*, en la cual se lleva a cabo la puesta en marcha del escenario de aprendizaje y el análisis a partir de dos actividades relacionadas entre sí; la primera, *reconocimiento del espacio de reforestación* en la cual los estudiantes determinan su lugar de exploración en relación con la longitud, el perímetro, área, análisis e influencia. La segunda, *configuración de la figura geométrica asociada al espacio y construcción del mapa del espacio*, en la cual se cambian las unidades de medida y se trasladan en una relación de proporción (real y plano) a partir de las reflexiones observadas de la fase I y con base en los referentes conceptuales (Capítulo II).

De acuerdo a la caracterización de los escenarios y ambientes de aprendizaje de Skovsmose (1999, 2000) y los actos dialógicos de Alrø y Skovsmose (2002), también se identifican las posibilidades y limitaciones para el aprendizaje dialógico proporcionado por el escenario. Durante todo el proceso se reflexiona y se realizan ajustes considerados por la asesora del trabajo de grado y por el profesor que desarrollaron este trabajo. En las Fases III y IV, el escenario diseñado se propone como experiencia, pero con la garantía de obtener una mayor profundidad en experiencias futuras.

6. Conclusiones

Acorde con el objetivo principal del trabajo, es posible afirmar que se estableció una relación entre las matemáticas y la participación democrática de los estudiantes en ambientes de

aprendizaje con referencia a prácticas de medición en la construcción del espacio de reforestación (Skovsmose, 2000).

El escenario permitió mostrar la existencia de otro tipo de actividades distintas al ámbito académico, más cercanas a los estudiantes, en espacios diferentes al aula de clase, con preguntas abiertas que generaron discusiones y debates en una muestra de compromiso con la comunidad, ya que las discusiones conllevaron a reflexiones sobre el cuidado y la protección del entorno ambiental.

El análisis de las interacciones de los estudiantes, permitió reconocer acciones de participación, lo que evidenció que las posturas individuales suelen limitar el trabajo en equipo y que las decisiones colectivas permitieron un mejor desarrollo del escenario.

La búsqueda de nuevas formas de comunicación en la clase de matemáticas, distintas al discurso autoritario o al diálogo reiterativo, en donde la autoridad de la clase no es potestad exclusiva del profesor (Alro y Skovsmose, 2012), permitió modificar prácticas y procedimientos tradicionales de la clase, entre ellas, las formas de comunicación estudiante-estudiante, estudiante-profesor, gracias a la apertura de nuevos canales, como el debate, el diálogo constructivo y la elaboración de propuestas conjuntas.

Elaborado por:	Gómez lindo Edwin Alberto
Revisado por:	García Gloria

Fecha de elaboración del Resumen:	24	07	2016
-----------------------------------	----	----	------

FECHA DE ELABORACIÓN DEL RESUMEN ANALÍTICO: JULIO DE 2016.

“Para todos los efectos, declaramos que el presente trabajo es original y de nuestra total autoría, en aquellos casos en los cuales hemos requerido de trabajo de otros autores o investigadores, hemos dado los respectivos créditos”.

Esto es de obligatorio cumplimiento de acuerdo al Artículo 42 del SIFA.

CONTENIDO

AGRADECIMIENTOS	11
LISTADO DE ILUSTRACIONES	9
LISTADOS DE TABLAS	10
INTRODUCCIÓN	12
ÁREA PROBLEMÁTICA.....	13
1.1. Antecedentes de la investigación.....	13
1.1.1. Alfabetização Ambiental como Indicador de Qualidade da Educação Ambiental – um Estudo Exploratório Feito em Estância Velha, RS, Brasil. Jaeger Soares F., & Batista Pereira A., (2004). Ensino de Ciências e Matemática – PPGEICIM. Brasil. 13	
1.1.2. Formação Técnica e Preservação Ambiental no Vale do Paranhana (RS): Uma Proposta Curricular Integradora. Kaiser C., Kaiber da Silva C., Pires dos Santos R. (2004) Ensino de Ciências e Matemática – PPGEICIM. Brasil.....	14
1.1.3. Escenario de aprendizaje de las matemáticas: la cultura del uso y consumo del teléfono celular. Martínez Pinilla, D. Páez Chíquiza, O., Bogotá, D.C. Universidad Pedagógica Nacional de Colombia. (2013). Tesis de Maestría no Publicada.	15
1.2. Contexto institucional y planteamiento del problema.	16
1.2.1. Contexto institucional.	16
1.2.2. Acercamientos a la clase de matemáticas y las problemáticas de la reforestación.....	17
1.3. Objetivo general	19
1.3.1. Objetivos específicos	19
1.4. Pregunta de investigación.....	19
MARCO DE REFERENCIA	20

2.1. Participación Democrática, ambientes de aprendizaje de las matemáticas y ciudadanía.	20
2.2. Prácticas de medición.....	24
2.3. Ciudadanía ambiental y práctica de medición.....	33
2.4. Construcción del espacio social desde las prácticas de medición para la reforestación.....	36
METODOLOGÍA	38
3.1. Enfoque del estudio	38
3.2. Contexto institucional y de localización.....	41
3.3. La clase del curso 601	42
3.4. Técnicas de recolección de información	43
3.5. Sistema de categorías	43
3.6. Escenario y actividades	47
ANÁLISIS Y RESULTADOS.....	54
Contexto en el que se produce el intercambio: tipo de actividad.....	54
Saber matemático que entra en juego.....	54
4.1. Actividad 1. Escena 1. Reconocimiento del espacio de reforestación.	54
4.2. Actividad 2. Escena 1. <i>Configuración de la figura geométrica asociada al espacio y construcción del mapa del espacio</i>	71
CONCLUSIONES	79
5.1. Potencialidades.....	80
5.2. Dificultades.....	81
BIBLIOGRAFÍA	83

LISTADO DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Fases de la investigación.....	40
Ilustración 2. Categorías.....	44
Ilustración 3. Instrumentos midiendo objetos y espacio .	47
Ilustración 4. Fragmento bitácora del grupo	55

LISTADOS DE TABLAS

Tabla 1. Categorías.....	46
Tabla 2. Escenas y prácticas.....	48
Tabla 3. Experiencias y prácticas de medición, escena 1.....	50
Tabla 4. Experiencia y prácticas de medición, escena 2.	52
Tabla 5. Herramienta de análisis	54

AGRADECIMIENTOS

Son varias las personas e instituciones a las cuales debo agradecer su colaboración en el proceso de planeación, construcción y culminación de este trabajo. La Universidad Pedagógica Nacional ha sido un baluarte en mi formación de posgrado y me aportó los elementos en mi formación profesional como docente de matemáticas.

Mi familia, especialmente mis hijas y mi esposa, me dieron todo su apoyo de forma incondicional para alcanzar la culminación de esta investigación. Espero compensar con creces el tiempo que les quité para poder concluir con éxito esta nueva etapa de formación.

Agradezco a la Doctora Gloria García Oliveros, mi asesora de tesis, por apoyar mi formación profesional y brindarme las herramientas necesarias para el desarrollo profesional y en particular de este trabajo de grado, en relación al campo de la investigación de la Educación Matemática.

Hubiera sido imposible concluir esta etapa de formación sin el apoyo de la Secretaría de Educación Distrital y el Programa de Formación Posgradual para Docentes y Directivos. La confianza que depositaron en mí fue crucial para el desarrollo de esta investigación. Se trata, sin duda, de una iniciativa que mostrará sus frutos de manera temprana.

INTRODUCCIÓN

El cambio en las prácticas pedagógicas ha sido dinámico en esta era tecnológica y de los recursos digitales. Las experiencias fuera del aula son cada vez más frecuentes y se han constituido en un reto para el quehacer docente. De hecho, este tipo de vivencias fueron parte fundamental del presente trabajo de investigación y para una mejor comprensión de los procesos de planeación, ejecución y finalización de las prácticas de medición y participación en escenarios diferentes al salón de clases, se dividió la investigación en diferentes partes, correspondientes a los diversos estadios en fue elaborada.

En el primer capítulo, se detallaron los antecedentes de investigación relacionados en la reflexión de la influencia del currículo en la formación de la alfabetización ambiental para procesos sostenibles, la injerencia de los conocimientos y actitudes del profesor en el proceso de formación de ciudadanos ambientales y, por último, la relevancia de los escenarios de aprendizaje de matemáticas en la relación con las prácticas de medición y participación. Se definió la situación problema, la pregunta de investigación, el objetivo general y los objetivos específicos.

Un segundo capítulo estuvo relacionado con la construcción del marco de referencia y los aportes teóricos de diversos autores, entre ellos Skovsmose (1999), (2000). El tercer capítulo abordó la metodología, el enfoque de investigación y las escenas a considerar con su respectiva descripción. En el cuarto capítulo se analizaron y se describieron los resultados del escenario de aprendizaje junto con una reflexión de las posibilidades y limitaciones del escenario a diseñar y aplicar en el grupo seleccionado.

Por último, se expusieron las potencialidades y dificultades presentes en el desarrollo del escenario y se elaboraron conclusiones con base en la experiencia y los objetivos propuestos.

ÁREA PROBLEMÁTICA.

En este capítulo se presentan la revisión de antecedentes del área problemática, el planteamiento del problema y los objetivos del estudio.

1.1. Antecedentes de la investigación.

1.1.1. Alfabetização Ambiental como Indicador de Qualidade da Educação Ambiental – um Estudo Exploratório Feito em Estância Velha, RS, Brasil. Jaeger Soares F., & Batista Pereira A., (2004). Ensino de Ciências e Matemática – PPGEICIM. Brasil.

En este estudio, los autores evaluaron las actitudes ambientales de los profesores como determinantes en la participación y el desarrollo de proyectos ambientales, puesto que consideraban que estas actitudes, en su relación con los conocimientos de ecología, determinaban las posibilidades de proyectos educativos para la alfabetización ambiental. En primera instancia, construyeron un marco de evaluación que relacionaba actitudes y habilidades ambientales, práctica educativa, conocimientos de ecología y ciencias ambientales del profesor. Con base en este referente, construyeron un instrumento para evaluar actitudes relacionadas con el cuidado ambiental.

El instrumento constaba de tres categorías: la primera, indagaba por la distribución del tiempo de trabajo en las clases entre la teoría y el trabajo en acciones ecológicas. La segunda, exploraba si el profesor daba igual peso a la adquisición de conocimientos y/o las prácticas ambientales. La tercera, refería a las actitudes y habilidades ambientales, valoraba los hábitos y la coherencia entre el discurso y las prácticas ambientales que incluían actividades y habilidades políticas necesarias para el desarrollo de estrategias que permitían identificar los problemas ecológicos más relevantes de la comunidad y sus posibles soluciones.

Los aportes del trabajo al estudio consistían en reconocer que los docentes comprometidos con proyectos relacionados con ecología y ciencias ambientales, debían tener conocimientos, habilidades y actitudes para vincular la educación con la formación en ciudadanía ambiental y particularmente, en la alfabetización ambiental.

1.1.2. Formação Técnica e Preservação Ambiental no Vale do Paranhana (RS): Uma Proposta Curricular Integradora. Kaiser C., Kaiber da Silva C., Pires dos Santos R. (2004) Ensino de Ciências e Matemática – PPGEICIM. Brasil.

Los profesores de la Escuela Estatal Técnica de Monteiro Lobato en Brasil, realizaron un estudio con el propósito de aportar al programa de formación técnica y tecnológica de su institución una propuesta integradora en la preservación del medio ambiente y desarrollo de proyectos ambientales sostenibles. Los autores destacaron el rol del profesor como agente activo en su comunidad. El foco de esta propuesta estaba dirigido a la formación en ciudadana participativa y crítica de su realidad y se centraba en la construcción de indicadores que permitían la reestructuración curricular necesaria para la preservación del medio ambiente y el desarrollo sostenible. A esta investigación se integraron industrias y empresas locales que generaban desarrollo en la región y en las cuales trabajaban estudiantes y egresados de la institución. Con esta participación, se buscó identificar los aspectos relevantes para fortalecer los conocimientos teóricos y prácticos en la solución de problemas ambientales, para que de esta manera los tecnólogos egresados promovieran los proyectos y acciones ambientales sostenibles.

La metodología utilizada fue de carácter cualitativo; se elaboraron encuestas para identificar si la formación técnica y tecnológica brindaba las herramientas necesarias para que los egresados se vincularan al desarrollo sostenible de proyectos ambientales. La encuesta se aplicó a diferentes miembros de la escuela y de la comunidad local, incluyendo profesores, estudiantes, empresarios y sus empresas. De la encuesta se desprendió la importancia de reestructurar el currículo como integrador en la formación y preservación ambiental. De esta forma, la educación se debía constituir en una conciencia de acción cuyo objetivo era colocar a un hombre en sus diferentes funciones, para activar su condición

componente del ecosistema, situación que la civilización moderna ha negado y que podría poner en peligro su propia supervivencia. Con ello, la educación debía promover una reflexión sobre relación hombre/naturaleza, cuyo fin debía ser transformación de su posición con relación al universo. Los cambios al interior del currículo estaban pensados para que el ser humano comprendiera que es responsable de asegurar para sí mismo, para su comunidad y para las generaciones futuras, un medio ambiente que proporcionara los patrones de supervivencia capaces de satisfacer sus necesidades físicas y psicosociales. En este sentido, debía existir un proceso de aprendizaje que involucrara la participación de la comunidad, principalmente de los maestros, quienes desde el currículo debían proponer una orientación en las decisiones concernientes a la calidad del medio ambiente natural y cultural para nuestra sociedad. En satisfacer las necesidades del presente, sin comprometer la capacidad de las generaciones futuras para satisfacer sus propias necesidades.

Este trabajo aportó al estudio la necesidad de considerar la construcción de un currículo articulado con la educación ambiental, sin ser un elemento exclusivo de las Ciencias Naturales, sino también de las Ciencias Humanas, debido a la importancia que la conservación del medio ambiente tiene no sólo para la subsistencia de la raza humana, sino para generaciones venideras, donde nazcan futuros ciudadanos ambientales.

1.1.3. Escenario de aprendizaje de las matemáticas: la cultura del uso y consumo del teléfono celular. Martínez Pinilla, D. Páez Chíquiza, O., Bogotá, D.C. Universidad Pedagógica Nacional de Colombia (2013). Tesis de Maestría no Publicada.

Con el objetivo de analizar las potencialidades y limitaciones de un escenario de aprendizaje de las matemáticas centrado en el uso y consumo de la telefonía celular para que colectivamente los estudiantes tomen decisiones, las autoras diseñaron las actividades del escenario en relación con la cultura del uso y consumo del teléfono celular en el que las relaciones de dependencia funcional, sirvieran como herramienta para la toma de decisiones. Las investigadoras establecieron conexiones entre las matemáticas y los aspectos de la cultura de los estudiantes de grado octavo, relacionadas con el uso y el consumo del celular, debido que los estudiantes poseen y manipulan cotidianamente este

instrumento. Este hecho promovió la participación de los estudiantes, quienes defendieron con emociones y reflexiones la temática propuesta. Estas reflexiones fueron mediadas con preguntas abiertas, enunciados verbales y escritos, que generaron discusiones encaminadas a la búsqueda de soluciones. Los estudiantes desarrollaron colectivamente ideas sobre dónde y cómo usar las matemáticas de la misma manera que usaban su teléfono celular.

La investigación aportó a este trabajo herramientas en el diseño y reflexión del escenario de aprendizaje, lo que permitió enfocar el escenario, no sólo en su uso matemático, sino también en aspectos que llevaron al estudiante a participar e involucrarse emocionalmente con la experiencia.

1.2. Contexto institucional y planteamiento del problema.

1.2.1. Contexto institucional.

Como profesor de matemáticas de Educación Básica en instituciones educativas distritales, encontré un frecuente desinterés de los jóvenes por aprender matemáticas. En la clase de esta asignatura del curso 601 del Colegio San Martín de Porres (IED), ubicado en el cinturón ambiental de la ciudad de Bogotá, exactamente en los Cerros Orientales de Chapinero, este desinterés se manifestaba en un alto nivel de ausentismo y baja participación en el aula. El grupo estaba conformado por 27 estudiantes, de los cuales 18 asistían de forma regular a clases y sólo 6 participaban de forma activa en el desarrollo de la mismas.

En colaboración con el equipo directivo de la institución (coordinadora, orientadora y director de grupo) se realizó un estudio de los estudiantes de este grado, dado que hechos de violencia, maltrato y abuso entre los mismos integrantes del grupo, se presentaban con mucha regularidad en el desarrollo de las clases, incluyendo la mía. Gracias al seguimiento, se pudo establecer que nueve de ellos no asistían con regularidad al colegio, ya que la mayoría se ocupaba en la comercialización de comestibles y eucalipto, cuidado de vehículos en las calles y ventas ambulantes en semáforos de los barrios aledaños, hechos que focalizaban su interés en tener poder adquisitivo económico y no en una formación

personal, debido a que hacen parte de familias numerosas y los ingresos de estas no permitían una correcta alimentación, ni solventar los gastos necesarios para su subsistencia, tales como vestuario, útiles escolares, recreación, entre otros.

Como se dijo anteriormente, la institución se encuentra ubicada en el cinturón ambiental de la ciudad de Bogotá, y el Proyecto Pedagógico Institucional (PEI) integra las diferentes áreas curriculares en torno a la Educación Ambiental. Por estas razones, era necesario que el proyecto institucional de las matemáticas escolares se vinculara a la conservación de los Cerros Orientales, de tal manera que pudiera brindar a los estudiantes herramientas que apuntaran a la conservación y cuidado de la riqueza natural de su hábitat.

Por otra parte, las políticas educativas del Ministerio de Educación Nacional (MEN) y la Secretaria de Educación Distrital (SED), proponen que el desarrollo integral de los estudiantes se genere desde ambientes de aprendizaje que rompan las fronteras curriculares para identificar problemas que sean importantes tanto para la comunidad, como para la formación de los valores en el estudiante (MEN, 2006). Las políticas educativas distritales contempladas en la Reorganización Curricular por Ciclos (RCC), convocan a los proyectos educativos institucionales para vincularse en la formación de ciudadanos críticos, capaces de comprometerse con la transformación y conservación del medio ambiente y la gobernanza del agua expuesto en el Plan Decenal de Educación (SED, 2012).

1.2.2. Acercamientos a la clase de matemáticas y las problemáticas de la reforestación.

En la institución, la organización curricular del área de matemáticas gira en torno a los listados de los temas propios de esta disciplina, como se puede observar en el plan de estudios relacionado con la asignatura de matemáticas. Por lo tanto la experiencia de enseñanza aprendizaje se ha llevado a cabo exclusivamente en el dominio de estos temas.

En la justificación del plan del área se aduce que:

“la matemática se relaciona con el desarrollo del pensamiento racional (razonamiento lógico, abstracto, riguroso y preciso) y es esencial para el desarrollo de la ciencia y la tecnología, además contribuye a la formación de ciudadanos responsables y diligentes frente a las situaciones y decisiones de la vida cotidiana” (Área de Matemáticas, 2010).

Lo que significa que debería desarrollarse una “ciudadanía responsable”; sin embargo, en la práctica, la experiencia se centra en la enseñanza de los contenidos, el dominio de conceptos, algoritmos “y teorías puras y duras de las matemáticas”. El docente explica y muestra ejemplos de conceptos y algoritmos, los cuales valida con la ayuda de pruebas (escritas y orales), desvinculadas por completo de realidades apremiantes de la comunidad, como son los graves problemas de la deforestación, falta de reforestación y sus consecuencias.

Además, los estudiantes que presentan un alto desempeño en el marco de estas pruebas, son señalados y aislados por aquellos que presentan dificultades de comprensión o asimilación de los contenidos, lo que conlleva a una baja participación en la clase y a ser marginados por sus conocimientos, lo que muchas veces los excluye del grupo exigiendo en los docentes “el aumento del repertorio del discurso pedagógico” (Radovic & Preiss, 2010). De esta forma, se reduce la participación a través de preguntas abiertas y de experiencias personales, vitales como insumo de diálogo en el aula de matemáticas.

Debido a lo anterior, esta investigación pretende vincular a los estudiantes de una forma más activa, participativa y democrática, con la necesidad de la comunidad de reforestar los bosques aledaños a la institución y a su barrio, en respuesta a los hechos ambientales ocurridos en el sector y ocasionados por el mal uso de los suelos (Vásquez Yanes, Batis Muños, & Alcocer, 2004), que generaron deslizamientos de tierra, los cuales ocasionaron cierres en las vías aledañas al establecimiento, obligando a la reubicación de familias de la comunidad (El Espectador , 2013).

1.3. Objetivo general

Analizar las potencialidades y dificultades de un ambiente de aprendizaje con referencia a prácticas de medición en la construcción del espacio social de reforestación.

1.3.1. Objetivos específicos

- Identificar las relaciones conceptuales entre prácticas de medición y construcción del espacio social de reforestación.
- Construir un sistema de categorías relacionadas a prácticas de medición en la construcción del espacio social de reforestación
- Diseñar un ambiente de aprendizaje con referencia a prácticas de medición y construcción del espacio de en reforestación.

1.4. Pregunta de investigación.

¿Cuáles son las potencialidades y dificultades de un ambiente de aprendizaje con referencia a prácticas de medición en la construcción del espacio social de reforestación?

MARCO DE REFERENCIA

En este capítulo se presentaron los referentes conceptuales, especialmente en lo que tiene que ver con la participación democrática de los estudiantes en ambientes de aprendizaje con referencia a prácticas de medición en la reforestación. Además, se hizo una presentación del tratamiento de la medida como razón de cambio en la construcción del espacio social de la misma.

2.1. Participación Democrática, ambientes de aprendizaje de las matemáticas y ciudadanía.

La conexión entre la educación matemática y la participación democrática no es evidente (Valero & Skovsmose, 2012). Sin embargo, el tema se trata en las publicaciones institucionales (objetivos del área de matemáticas) y se incluye en las políticas públicas contempladas en la Ley General de Educación, (Ministerio de Educación Nacional, 1994), en la cual se busca promover en los estudiantes los Derechos Humanos y los principios democráticos, para una participación crítica en las decisiones que les afectan y para fortalecer el avance científico y tecnológico en el país. Las matemáticas, al estar conectadas curricularmente con la comprensión científica y tecnológica (Valero & Skovsmose, 2012), cobran un papel importante en el logro de estas metas, y no está lejos de contribuir a la vida democrática (Valero & Skovsmose, 2012).

Lograr que haya una real conexión entre la educación matemática y la democracia, sólo será posible si los ambientes de las clases no promueven la autocracia como medio moderador de las relaciones entre estudiantes y profesores. Las matemáticas escolares, como herramientas de poder, servirán para que los estudiantes asuman de forma crítica las verdades del conocimiento matemático (Valero & Skovsmose, 2012).

La conexión entre educación matemática y participación democrática implica reconocer la dimensión política de la educación matemática, la cual llevará a cuestionar el poder de las matemáticas y de la educación matemática en la sociedad (Valero & Skovsmose, 2012). Este poder visibiliza la justificación de la inclusión de las matemáticas en la escolarización

como una asignatura que contribuya al desarrollo tecnológico y socioeconómico, otorgando a los individuos los requisitos que deben cumplir para su desempeño en la vida moderna (Valero & Skovsmose, 2012) y por su contribución al mantenimiento del desarrollo político de la sociedad democrática para salvaguardar sus intereses y valores democráticos (resonancia).

Ahora bien, es posible encontrar una influencia negativa (*disonancia*) de la educación matemática, al establecer una negación al acceso de la misma sobre la base del género, la pertenencia a una etnia o la clase social. Al ser una herramienta de filtro social para un considerable número de niños, jóvenes y adultos, se le atribuye ser una herramienta de producción de elites, de dominio y de diferenciación (Valero & Skovsmose, 2012), produciendo una identidad social negativa que contradice la esperanza de una educación matemática que promueva y garantice los valores democráticos y la equidad.

Valero & Skovsmose (2012), proponen una *relación crítica* entre la educación matemática y la democracia, es decir, una relación en ambos sentidos. Por un lado, una educación matemática no centrada exclusivamente en los constructos conceptuales o en las cualidades intrínsecas de la disciplina; de otra parte, una formación disciplinar que considere la diversidad de factores sociales, políticos, económicos y culturales que dirigen y redirigen el desarrollo de la educación matemática.

Para crear y generar espacios vivenciales, en los cuales la educación matemática haga parte de un esfuerzo democrático, es necesario involucrar y redefinir las matemáticas en conexión con el contexto social en el que operan y con los fenómenos educativos, para considerar una "*transposición didáctica*" en la concepción de fenómeno social, del cual surgen las matemáticas escolares (Valero & Skovsmose, 2012). Estas consideraciones permiten establecer dinámicas de reflexión para la creación de escenarios de trabajo que promuevan la participación democrática de los involucrados en el proceso de promoción de la ciudadanía desde la educación matemática escolar.

De igual manera, se hace palpable la necesidad de retomar las competencias matemáticas, no como aisladas de la sociedad, sino como unidades que se ensamblan en la escuela (Valero & Skovsmose, 2012). De hecho, las competencias matemáticas en un ambiente de aprendizaje, interactúan con las competencias que se forman y aplican fuera de la escuela, permitiendo comprometerse más adelante con la vida y con una reflexión de la tecnología. Es claro que estas competencias están relacionadas con la colectividad y la transformación como capacidades interdisciplinarias de los ciudadanos.

La concepción de fenómeno social del cual surgen las matemáticas escolares, permite considerar una “*transposición didáctica*” (Valero & Skovsmose, 2012). En el caso del estudio que nos ocupa, esta transposición está relacionada con la deforestación ocasionada por el mal uso de los suelos del sector de la comunidad y con el desinterés de los estudiantes por aprender las matemáticas, lo que permite integrar las actividades matemáticas escolares con los intereses y necesidades de los participantes en un escenario de aprendizaje que relacionen (García, Valero, Salazar, Mancera, Camelo, & Romero, 2013):

- las interacciones dialógicas y porvenires de los estudiantes.
- la construcción de subjetividad social y el reconocimiento de la diversidad.
- la materialidad del aprendizaje.
- la racionalidad de las matemáticas escolares y las políticas de escolarización.

Desde esta perspectiva, comienza a configurarse un ambiente de aprendizaje (García et al., 2013) en el que el diálogo constante entre actores de la comunidad educativa y el conocimiento, propician el desarrollo de las dimensiones mencionadas. También desde la política educativa nacional, se considera a los ambientes de aprendizaje como: “*un espacio de vivencia del conocimiento, negociación de significados inserto en la cultura como un escenario de interacciones con conflictos y contradicciones que busca la transformación de las prácticas pedagógicas y las formas de evaluación*” (Ministerio de Educación Nacional, 2011, pág. 36).

Por otra parte, la educación matemática desde el aula, debe representar formas democráticas de interacción, transformación, deliberación y colexión, entendida esta última como la reflexión colectiva de transformación basada en la deliberación; por lo tanto, estas dos últimas (deliberación y colexión) se constituyen en recursos para el aprendizaje de las matemáticas para lograr “*El rompimiento de la neutralidad política demanda una acción deliberada para comprometer la educación matemática con la democracia*” (Valero & Skovsmose, 2012, pág. 23).

Un escenario promueve un trabajo investigativo o de indagación, que se diferencia con la clase tradicional (Valero & Skovsmose, 2012), en cuanto a que las prácticas educativas de un escenario de aprendizaje están caracterizadas por el planteamiento de preguntas abiertas que generan múltiples respuestas que invitan a explorar y buscar las explicaciones que son aceptadas por los estudiantes. Al realizar el montaje de un escenario, se busca cambiar las prácticas tradicionales de la clase de matemáticas, basada en ejercicios diseñados con antelación, para invitar a los estudiantes a que acepten un modelo basado en su aceptación y en donde la comunicación entre ellos será parte del proceso de indagación y cooperación.

A su vez, el escenario (Skvosmose, 2000) genera ambientes de aprendizaje que combinan tres tipos de referencias: matemáticas puras, semirealidad y situaciones de la vida real, otorgando de significado a las actividades e incluyendo el contexto para la realización de la acción de los estudiantes en la clase de matemáticas.

Las *Matemáticas puras* se evidencian cuando se proponen ejercicios únicamente en los cuales se emplean algoritmos y operaciones; la *semirealidad* relaciona preguntas y actividades que se aplican en una situación con datos creados que intentan simular la realidad; las situaciones de la vida real, están relacionadas con el contexto real de los estudiantes. La *situación de la vida real*, está constituida por el espacio afectado por la ola invernal desatada y por el mal uso de los suelos circundantes a la institución educativa. Otros aspectos que son importantes para caracterizar un ambiente de aprendizaje son las

formas de comunicación, los antecedentes y el porvenir de los estudiantes, los cuales influyen y establecen la cultura de clase de matemáticas aprendizaje (García et al, 2013).

2.2. Prácticas de medición.

Las prácticas sociales son consideradas como acontecimientos reales que involucran a hombres y mujeres y que conllevan a la producción de condiciones materiales, que a su vez generan las reglas del juego de la sociedad y para la vida, es decir, cada agente social articula disposiciones y protagonismo en las prácticas desde las que generan vínculos y relaciones. Los autores señalan algunos tipos de prácticas sociales, como las socio-parentales, socio-económicas y socio-políticas (Castro et al,1996). De las anteriores, sólo se consideraron para la investigación las prácticas socio-económicas y socio-políticas.

Las prácticas socio-económicas incluyen aquellas actividades destinadas a la obtención, procesos y/o conservación de alimentos y a la fabricación y mantenimiento de implementos, que se orientan hacia la satisfacción de las exigencias mínimas de la vida social, como alimento y cobijo para los agentes sociales (Castro et al, 1996). En este sentido la reforestación se asume como una práctica socio-económica, debido a que involucra la conservación del medio ambiente que circunda la institución y las viviendas en las que habitan los estudiantes, así como el uso de herramientas de medición, donde se tiene en cuenta el entorno natural. Además, propicia la participación de sujetos hombres y mujeres, en este caso los estudiantes del curso 601, en el proceso de reforestación de los Cerros Orientales.

Las prácticas socio-políticas (Castro, et al, 1996) son aquellas que mediante acuerdos o imposiciones, están destinadas a establecer formas de cooperación o de distancia social, tanto en el seno de la reproducción de los agentes sociales (prácticas socio-parentales), como en el de las condiciones materiales de la vida social (prácticas socio-económicas). Dichas actividades involucran igualmente objetos materiales y dan un sentido específico a la producción económica, orientándola a la consecución de unos objetivos que trascienden los productos y productores o productoras concretos, a través de las cuales toda sociedad se

manifiesta y permiten articular las condiciones objetivas de la vida social al reconocer la infraestructura de las prácticas sociales, en particular, la práctica social de medición.

La práctica social de medición resulta de la exigencia social para comunicar propiedades de la materia mediante una determinada implementación tecnológica (medida), que dispone agentes productivos, recursos, tiempo y espacio para el aprendizaje y la producción efectiva (formas de ser de los objetos), lo que dará origen a las situaciones de relación de los objetos constituyentes (maneras de estar). La reunión entre áreas de actividad permitirá a su vez la ubicación de los "lugares sociales" para establecer las prácticas de medición (Castro, et al, 1996). Es así que, un *pucho* adquiere significados diferentes: en un grupo de barqueros será dimensionado como un tabaco corto, mientras que en la comunidad de las plazas de mercado de Bogotá, será asumida como una unidad de medida para los productos en venta.

Al observar elementos naturales constitutivos de las condiciones medioambientales del espacio natural, como el bosque, los nacimientos de agua, la ubicación geográfica, entre otras, que hacen parte de la localización del colegio, se puede establecer no sólo el aula como un espacio social, puesto que el entorno se constituye en un medio relacional de la apropiación de la materialidad por parte de hombres, mujeres y niños de la comunidad, (Castro *et al*, 1996), lo que hace que se reconozcan las prácticas de medición como una actividad social, debido a la necesidad de categorizar, expresar y comunicar las formas de ser y de estar de los objetos intangibles y tangibles, así como el reconocimiento, descripción y conservación del entorno (bosque) de trabajo: el suelo, la basura, las semillas, el clima, entre otros.

Godino, Batanero, & Roa, (2002) definen medir como la acción de asignar un código, rasgo, atributo o grado que identifica a las distintas modalidades de una característica en un objeto. En esta investigación, las mediciones estarán presentes en el espacio de reforestación, en el fenómeno de deforestación o mal uso de los suelos (aunque no solo en las medidas habituales cuantitativas y continuas). Por lo tanto, en la práctica social de la comunidad de estudiantes, una práctica de medición es el reconocimiento y descripción de

procesos de reforestación, en cuanto se use la asignación de código en los rasgos de los objetos de análisis.

Para este fin, se hace una distinción entre magnitud, como rasgos que varían de manera cuantitativa, continua o discreta y la cantidad, definida como los valores que dichas variables determinan las veces que esa cantidad o cantidades están presente en el objeto que toma como referencia las unidades de medida (Godino, Batanero, & Roa, 2002). Al realizar una medición, se asigna un número, una unidad de medida o varias, dependiendo si la cantidad a medir es múltiplo de la cantidad tomada como referencia o no y de la precisión deseada para la acción.

Para Campbell (1994), la medición es una de las varias nociones que la ciencia moderna ha tomado del sentido común. Así, la medición es una atribución de números a propiedades de objetos para representarlas, lo que permite el uso a la comunidad de un lenguaje de comunicación basado en sus descripciones de los objetos cotidianos, en particular de los encontrados en los bosques del sector de trabajo. Para describir lo anterior, se puede tomar como unidad de medida el dinero, en cuanto dos mil pesos de eucalipto, los cuales se componen de aproximadamente diez ramas de una longitud de 30 centímetros, dando sentido a una serie de práctica de medición propias de la comunidad.

Para que una propiedad pueda ser medible debe cumplir con las siguientes condiciones:

1. Que dos objetos respecto de esa propiedad sean lo mismo que un tercer objeto, y sean lo mismo uno que el otro.
2. Que por la adición sucesiva de objetos podamos construir una serie normal, un miembro de la cual sea lo mismo, respecto de la propiedad, que cualquier otro objeto que deseemos medir.
3. Que iguales añadidos a iguales, produzcan sumas iguales (Campbell, 1994, pág. 193) Incluir número de página para citas APA.

Se trata de un método para determinar la igualdad y la adición de objetos y la atribución de números a rasgos considerados como cifras, las cuales para Godino, Batanero, & Roa (2002) sitúan la noción de magnitud y cantidad según su uso en los contextos. En este caso, las condiciones sociales ofrecen distintas modalidades que forman y determinan la magnitud en relación con el rasgo a cuantificar. Se distingue la situación de los significados para las matemáticas puras. En el caso de la reforestación, las situaciones de medida que definen las magnitudes usadas están ligadas a las características de ciertos objetos (dinero), las escalas de medida y las acciones requeridas, como técnicas que dependen del instrumento de medida y las operaciones para extraer cálculos que permitirán reflexionar y reconstruir el espacio de reforestación.

La medida es una magnitud, es un acto que los niños no pueden realizar de una forma fácil y espontánea y por ello es casi imposible la práctica de la medición hasta bien avanzada la enseñanza elemental (Chamorro Plaza & Belmonte Gómez, 1991). Para ello, se plantea la necesidad de una gran experiencia en la práctica de *estimaciones*, *clasificaciones* y *seriaciones* y su acercamiento en edades tempranas con situaciones que les lleven a descubrir las magnitudes físicas, consideradas y percibidas como atributos y propiedades de objetos ya comparados directamente a través de los sentidos o indirectamente con medios auxiliares o instrumentos adecuados, además de la necesidad de superar cuatro estadios:

1. Consideración y percepción de una magnitud.
2. Conservación de una magnitud.
3. Ordenación con respecto a una magnitud dada.
4. Relación entre a magnitud y el número.

Considerando lo anterior, se complementa la postura a partir de la teoría fenomenológica que establece Freudenthal relacionada con el concepto de longitud en el niño, considerando la misma como (fenomenología de un concepto matemático):

“La descripción de ese concepto en relación con los fenómenos de los cuales es el sustento, indicando qué fenómenos puede organizar y a cuáles se extiende y cómo actúa; además, sobre estos fenómenos siendo un medio para organizarlos, e, incluso, qué poder nos confiere sobre esos fenómenos.” (Chamorro Plaza & Belmonte Gómez, 1991, pág. x)

Al hablar sobre fenomenología didáctica de un concepto, nos centramos en la relación entre el concepto y sus fenómenos a través del proceso enseñanza- aprendizaje. En particular, en la relación entre los espacios en los cuales se desarrolla la experiencia (bosques y aula de matemáticas); al considerar las pautas asociadas a la fenomenología didáctica se considera que:

1. Las longitudes se expresan por medio de parejas de adjetivos o adverbios opuestos (largo–corto). La habilidad para distinguir tales propiedades precede a la habilidad para expresarlas lingüísticamente (más largo, no tan largo como, entre otros). Todas ellas sirven para comparar objetos respecto a la longitud.
2. La relación entre longitud y rigidez unidireccional, en el margen de su imposibilidad y extensibilidad (lo que está más lejos parece más pequeño).
3. Invariancia por flexiones y transformaciones de las longitudes bajo ciertas congruencias planas o espaciales; la relación entre las deformaciones hechas a un objeto sin variar su longitud (traslaciones, simetría, entre otros).
4. La variación de longitud de transformaciones hacer y deshacer (transformación de un objeto en partes más pequeñas y recomponer).
 - a. Grandes objetos se transforman en grandes objetos.
 - b. El orden de las partes componentes no hace variar la longitud. Para el tratamiento didáctico de la longitud referido al concepto desde su fenomenología que fundamente y distinga la no variación bajo relaciones de congruencia, flexiones y transformaciones desde las particiones para la composición del objeto en estudio.

5. Tratamiento de distancia como complemento a la longitud, entendida esta como una función entre dos objetos desde la rectitud de manera
 - a. Enactiva.
 - b. Icónica.
 - c. Simbólica.

Se hace necesario desarrollar actividades de comparación para clasificar objetos en una magnitud determinada, estas comparaciones se han de realizar de manera directa entre dos objetos e indirecta con ayuda de un tercer objeto que promueva la práctica constante de la propiedad transitiva y de manera indirecta con ayuda de un sistema de objetos intermedios no estructurados en principio (Chamorro Plaza & Belmonte Gómez, 1991). Esas experiencias permitirán el dominio de los conceptos de magnitud como atributo de los objetos y reconocimiento en un lenguaje formal e informal relacionado con la construcción del número decimal.

En consideración con lo anterior, los autores establecieron el tratamiento didáctico en relación con el fracaso del uso de los llamados *submúltiplos* y *múltiplos* de la unidad, debido a la poca necesidad de su uso por parte de los estudiantes en experiencias con las cuales se ha desarrollado el concepto. Esto hace que la metodología tradicional lleve al alumno de manera muy rápida a la automatización, sin tener garantía de la comprensión, ocasionando una reducción del manejo de las multiplicaciones y divisiones por la unidad seguidas de ceros, lo que genera en los estudiantes un misterio del porqué de estas acciones. La simplificación en procesos de peldaños (ascenso o descenso) para la transformación de la unidad, se hace acorde a las condiciones establecidas sin considerar cuántos ceros por peldaño deben operar de acuerdo con la magnitud lineal de dos o tres dimensiones.

En este punto es necesario resaltar los errores atribuibles a la metodología anteriormente mencionada; en el orbe de los más frecuentes encontrados por los autores en su rastreo (Chamorro Plaza & Belmonte Gómez, 1991), se pueden mencionar los siguientes:

- Uso erróneo del sentido
- Uso de instrumentos inadecuados y mal manejados.
- Errores cometidos en la medición debido a malos procedimientos empleados o a la elección de una unidad inadecuada.
- Errores de apreciación de la cantidad y posibilidades de autocorrección.
- Resolución de problemas que contienen datos erróneos o no reales.
- Abuso de la exactitud en las medidas. Encuadramientos.
- Escrituras erróneas o sin sentido.
- Carencia de estrategias para efectuar medidas de objetos comunes.

Se hace entonces una sugerencia para el tratamiento didáctico dada la dificultad del acto de medir y su complejidad. Se parte del contacto intuitivo y la exploración con los sentidos en un entorno de clase con materiales apropiados y estructurados, cuya observación y manipulación le suministren datos, en particular atributos, para generar un armazón matemático tan complejo como el que requieren las magnitudes (Chamorro Plaza & Belmonte Gómez, 1991). Considerando estas necesidades, el trabajo de investigación amplía el espacio físico de trabajo (aula de matemáticas) a los bosques circundantes, en los cuales el estudiante, además de reconocer y hacer visible la riqueza biológica y ambiental, también puede reconocer y ampliar el tipo de magnitudes con las cuales ha venido trabajando en su formación básica.

Dado que es ineludible desarrollar una progresión correcta para el tratamiento de la medida, Chamorro y Belmonte (1991) sugieren:

- Ir de lo concreto a lo abstracto, de lo fácil a lo difícil, según las fases de manipulación verbal, gráfica y simbólica.
- Cuidar los procesos de reversibilidad.
- Seguir una enseñanza no lineal.
- Permitir al estudiante que descubra y aprenda de sus errores.

- Fomentar las discusiones en grupo o colectivas, permitiendo el aprendizaje en diálogo y la confrontación de ideas.
- Utilizar la vida como fuente de situaciones problemas.
- Usar y fomentar el sentido común. Aunque este pueda parecer fuera de contexto pero se suele olvidar.

Por lo mencionado anteriormente, se hace necesario construir el concepto de magnitud desde los procesos de clasificación y seriación, como ocurre con el concepto de número natural, pues no en vano el concepto de número natural es una magnitud. El reconocimiento elaborado por los investigadores Chamorro y Belmonte (1991) del modelo matemático que responde a la construcción de la magnitud.

En consideración, para ubicar a los jóvenes del grupo en la experiencia, se hace necesario crear actividades que les permitan identificar atributos de objetos y un procedimiento que ayude a esta tarea. Por lo tanto, es imprescindible considerar espacios físicos diferentes al aula de clase que permitan la exploración, identificación, comparación y ordenación de los objetos según el atributo seleccionado por el grupo de estudiantes.

En cuanto a situaciones o tareas que han llevado al hombre a realizar la actividad de medir las características perceptibles de los objetos, autores como los citados en paréntesis (Godino, Batanero, & Roa, 2002) invitan a considerar la necesidad de exploración de estas, no con la intención de reinención de las técnicas por sí mismas, sino para dominar los procedimientos de medida y atribución acordes con el lenguaje y las normas que regulan la actividad de medir, centrando su mirada en las situaciones de comunicación y de comparación y cambio, en donde la situación problemática característica de la medida es la comunicación a otros separados en el espacio y tiempo, de cuántas cosas tenemos o de las dimensiones de los objetos a considerar y cómo cambian las cantidades como consecuencia de transformaciones. En la imposibilidad o dificultad de trasladar la colección o los objetos en el espacio y tiempo, es necesario tomar un objeto de referencia que si se pueda trasladar o reproducir, siendo este las unidades o patrones de medida, en donde estos últimos buscan

la relación entre cantidades de dos magnitudes (característica del trabajo científico experimental).

Lo anterior se practica con regularidad por los integrantes del grupo en su apoyo a las labores cotidianas del hogar, en particular cuando adquieren productos con el dinero y estiman la cantidad (peso) acorde con la cantidad de dinero. Esto se logra reconociendo la cuantificación por medio magnitudes propias de la organización social espacial, relacionadas entre el peso, dinero y volumen.

Es la apropiación de la materialidad del bosque natural la que exige restituir el medio ambiente que depende de la creciente necesidad de mejorar la estructura del suelo por los hechos acaecidos en el sector, como deslizamientos constantes que exigen la reubicación de las familias, caída de árboles sobre las casas, comercialización del eucalipto y el deterioro de los bosques que producen agua potable para la comunidad, lo que hace necesario integrar de manera dinámica el bosque natural y el territorio con las matemáticas, puesto que supone un espacio de subsistencia al mismo tiempo que un lugar de cohesión o coerción, es decir, un espacio político (Castro, y otros, 1996).

Gracias a la presencia de elementos constitutivos y de condiciones medioambientales particulares del área (entendidas como el espacio de reforestación), el espacio (suelo en el cual se ubican), el bosque, el cual es objeto de reforestación, se convierte en un espacio social donde la relación de los sujetos y el entorno físico y material se constituye en un factor de apropiación de la materialidad. Así, se genera una dinámica, donde la concepción de dimensión, longitud y unidad (como característica cuantificable de la materialidad) cobra una fuerte relevancia entre los aspectos de espacio natural y territorio, ya que es para los estudiantes su espacio de subsistencia, en donde la cohesión social podrá propiciar espacios políticos de participación, que parten de la necesidad de cuidado de su entorno y que pueden trascender en cambios sociales a futuro (Castro, y otros, 1996).

La interdisciplinariedad identificada en la composición de necesidades en la reforestación de los bosques circundantes, donde las prácticas de medición permiten reconocer aspectos

de descripción, reflexión, distribución y control, requiere establecer, diseñar e implementar instrumentos que apoyen sus intereses, permitiendo encontrar la relación entre las matemáticas, las ciencias y la tecnología, consideradas como aspectos relevantes en el proceso de fomentar el aprendizaje significativo, la apropiación de saberes y el desarrollo de la reflexión de sujetos, que garanticen, no sólo la protección del medio ambiente, sino la participación activa y responsable de la comunidad, que determine lo que se ha considerado una práctica socio económica y política de acuerdo a lo establecido anteriormente.

2.3. Ciudadanía ambiental y práctica de medición.

La ciudadanía ambiental se interpreta desde la incorporación de la defensa de los ecosistemas, el respeto a la comunidad y sus formas de vida (Guydynas, 2009), para la construcción de “ *sujetos políticos que activamente participan en la esfera pública en debatir los asuntos de bien común y del bien de la Naturaleza*” (Guydynas, 2009, pág. 83), a quienes la experiencia y el reconocimiento de su territorio les permita resarcir el impacto generado por la comunidad en los bosques circundantes a la institución educativa, ya que la inadecuada explotación de los recursos, como el establecimiento de canteras, han generado deforestación y deslizamientos de tierra, obligando la reubicación de 14 familias y generando desplazamientos internos en el barrio, lo que ha traído como consecuencia el cierres de vías. Este aspecto, permite fortalecer el proyecto institucional y en particular los objetivos del área de matemáticas, interpretando la realidad y aportando a ella ciudadanos ambientales críticos de sus problemáticas, pero esta acción demanda el repensar las experiencias de aula.

Considerando la propuesta de Dobson, a la que llamó “florestancia”, citada por Guydynas (2009, págs. 80 - 82), se hace necesario identificar, en primer lugar, un contexto ecológico preciso, el cual estará comprendido por los bosques circundantes a la institución en los Cerros Orientales de la ciudad de Bogotá. En segundo lugar, este bosque nos permite identificar una gran heterogeneidad en cuanto a su constitución biológica y social, dado que los residentes aprovechan las plantas de eucalipto para su comercialización, lo que genera en la comunidad una relación entre el sector boscoso y su fuente de empleo. En

tercer lugar, la extracción de ramas y semillas para su comercialización como fuente de empleo les ha llevado a establecer una “*intima asociación entre el contexto ecológico y la práctica social*” permitiéndoles conservar dichas plantas por su necesidad económica, generando cuidado de los bosques para su sustento (dada la necesidad de existencia de los bosques de eucalipto para su explotación). En cuarto lugar, esta comercialización ha consolidado en la comunidad historias de vida, identidades (dadas no sólo por la recolección–comercialización en calles y definidas por familias en la localidad de Chapinero en la ciudad de Bogotá, el reconocimiento de sectores exclusivos de explotación y venta entre muchas otras), sino vínculos directos entre quienes habitan el sector.

Para potenciar el alcance de la propuesta se hace necesario “*romper la neutralidad política*” (Valero & Skovsmose, 2012, págs. 17 - 18), redefinir la educación matemática en el contexto social en el que operan los estudiantes con los fenómenos educativos en los que están inmersos e ir más allá de la relación que puedan tener con otras asignaturas institucionales a las cuales podrían aportar. Se deben romper las paredes institucionales y reflexionar desde la comunidad donde se encuentra la institución con quienes la integran, validando sus saberes, experiencias y relaciones con su entorno y su cotidianidad. Es un hecho que las competencias matemáticas operan fuera del aula de manera conjunta con otras, en una unidad que se ensambla en la escolaridad y que no actúa de manera contradictoria, sino por el contrario, de forma complementaria.

Desde el campo curricular, la interdisciplinariedad requiere establecer la comprensión de los saberes matemáticos movilizados en diversas prácticas sociales que poseen familiaridades con lo que llamamos *matemática en el contexto escolar*; estos darán a los sujetos (profesores y estudiantes) la posibilidad de romper con una visión universalista del saber y las relaciones de poder que organizan socialmente tanto saberes, como prácticas (Monteiro & Rodrigues, 2011). Estas nos llevan a considerar la esencia de la vivencia de la comunidad y de los estudiantes como un insumo necesario para el establecimiento de la propuesta, la cual no solo intenta integrar las ciencias naturales, las ciencias políticas y

ambientales sino también las necesidades sociales y el territorio entre muchos otros factores que inciden de manera directa o indirecta.

La educación ambiental se asume siguiendo los parámetros de alfabetización que se proponen como práctica pedagógica en la que se da la resolución de los problemas concretos del medio ambiente a través de enfoques interdisciplinarios, con una participación activa y responsable de cada individuo y del “colecto” (Valero, 2012). Por medio de las prácticas de medición en los escenarios establecidos como herramienta de descripción de los acontecimientos y las acciones elaboradas por la interpretación y distribución de los hallazgos en el impacto de los bosques circundantes por la comunidad, los habitantes del sector actuarán como seres políticos dentro de su comunidad, lo cual permitirá al docente el desarrollo de estrategias didácticas que rompan (combatan) con el aburrimiento y la apatía que sienten los estudiantes, de igual manera, se generarán dinámicas de adquisición de conocimiento, apropiación de éste y creación de uno nuevo a partir de la relación con el entorno (García, et al. 2011). De esta manera, las políticas educativas distritales convocan a los proyectos educativos institucionales para vincularse en la formación de “*ciudadanos críticos capaces de comprometerse con la transformación y conservación del medio ambiente y la gobernanza del agua*”. Plan Decenal de Educación, (MEN, 2006).

Desde el enfoque socio político en la Educación Matemática Crítica, las ciencias básicas y en particular las matemáticas, promueven el espacio de interacción (aula) como un lugar de investigación colaborativa, en el cual se dinamizan procesos de aprendizaje dialógico en la comunidad, involucrada no sólo con la necesidad, sino con el interés particular (reforestación) que se propone validar. Estos elementos harán posible construir un escenario de aprendizaje relacionado con las prácticas de medición, en la reforestación de los Cerros Orientales de la localidad de Chapinero (Valero & Skovsmose, 2012).

2.4. Construcción del espacio social desde las prácticas de medición para la reforestación.

Basados en los cuestionamientos que enfrentan la escuela con respecto a sus objetivos y alcances asignados por su rol social (Pereira, 2011), se nos plantean nuevos retos impuestos por la sociedad a las instituciones educativas. Es necesario promover en los actores las experiencias de aprendizaje en escenarios educativos diversos e incluyentes que constituyen el compromiso latente con su realidad y su alcance en la promoción de justicia social y equidad, reconociendo que el salón de clase no es un área aislada y cerrada por los muros de las instituciones; por el contrario, las experiencias enriquecidas por las prácticas en la clase, permitirán llevar al aula sus realidades como una herramienta de reflexión y relación de la escuela y su entorno social.

La educación es de enorme relevancia para pensar en la escuela y en los espacios donde se desarrollan las experiencias de impacto y apropiación de un saber, en particular ideas matemáticas poderosas, puesto que los estudiantes expresan a través de dibujos y bocetos sus expectativas, su voluntad, sus vivencias espaciales en la escuela e incluso fuera de ella. De esta manera, el mapeo simbólico refleja las experiencias socio-espaciales de los estudiantes en sus diferentes espacios experimentados (Clareto, 2007). La naturaleza de esta investigación puede conseguir un entendimiento acerca de los estudiantes, una reflexión de la dicotomía de la experiencia de aprendizaje en la escuela y la realidad que acoge a nuestros estudiantes en su cotidianidad, anhelos y esperanzas.

Este espacio debe ser discutido en su complejidad, en su aspecto geográfico, geométrico, temporal, social y emocional. Discutir el espacio teniendo en cuenta los valores y elementos socio-culturales de esta construcción, nos lleva a una perspectiva de conocimiento matemático dinámico, integrado y vinculado a los significados que reelaboran el debate que se establece entre las diversas posibilidades de pensamiento (Lima & Monteiro, 2009). Estas representaciones más precisas incluyen la necesidad de reconocer para articular y resignificar un conocimiento que ofrece una reflexión sobre el espacio, una dimensión más allá de lo puramente geométrico; por lo tanto, las nociones anteriores que se

caracterizan por bocetos y representaciones simples, que tienden a evolucionar y ser más precisas, discuten los conceptos en los que las prácticas diarias son problematizadas en su complejidad.

2.5. Reforestación como acción social de intervención

La reforestación en Colombia ha tenido varios ciclos. En la década de los 50 fue llevada a cabo por los acueductos de ciudades como Bogotá, Medellín y Cali, los cuales tuvieron fines ornamentales y de protección, donde se introdujeron especies nuevas, permitiendo una aproximación inicial al proceso de producción industrial. Una década después, la empresa Cartón de Colombia, inició un nuevo ciclo de reforestación con un programa piloto de introducción de pinos, cipreses y eucaliptos, los cuales serían la base de abastecimiento de la compañía en sus fines comerciales.

A comienzos de los años 80, la reforestación alcanzó su mayor auge con un promedio de 27.100 hectáreas/año, debido a la entrega de incentivos tributarios y fiscales, lo que promovió avances en la investigación y la búsqueda de nuevas tecnologías, lo que permitió a la postre el mejoramiento genético de semillas para la siembra de árboles de mayor calidad en su madera, resistencia y adaptabilidad para la reforestación (Vasquez, 2001).

Con el auge de los movimientos ambientalistas y debido a una mayor presión por parte de estos sectores para promover el cuidado de los Cerros Orientales, el Plan de Ordenamiento Territorial Distrital (POT), clasificó como rural y reserva forestal (conservación) el espacio de la Institución Educativa Distrital San Martín de Porres, en particular la sede A, donde se lleva a cabo el estudio para el año 2015 y que geográficamente es barrera entre los bosques y el desarrollo urbano de la capital, favoreciendo en la comunidad su cercanía, uso y conservación, no sólo como una fuente económica, sino de riqueza ambiental (Ruiz, 2002). Existe el compromiso de entidades públicas en la promoción y defensa del sector, como la CAR, el Jardín Botánico, la Secretaría de Educación, entre otros, cuya responsabilidad es la de mediar y garantizar el cuidado y conservación del entorno de la comunidad.

Para Ruiz (2002), se hace necesario establecer la reforestación como un proceso de restauración de la productividad de la tierra desde un ambiente físico y social, permitiendo generar la naturalización del proceso (propósito, ambiente), el cual genera la promoción de un interés por parte de la comunidad y un compromiso social eficaz, relacionados con la existencia de vida dentro de este interés, para lo cual se hace necesario:

- Una participación eficaz en un trabajo de interacción entre el entorno y la comunidad residente.
- Las extensiones deben identificar a la comunidad.
- Identificación de recursos humanos, sociales y naturales.
- La necesidad de la comunidad es la prioridad fundamental.
- Las metas sociales deben dictar los múltiples detalles del proyecto
- Los objetivos del proyecto deben identificar las necesidades de la comunidad a largo y corto plazo.
- Debe involucrar la mayoría de la comunidad.

La importancia que tiene la restauración ecológica se deriva de la respuesta que la comunidad ha tenido por parte del terreno en el cual habita, que no ha sido otra que la de los deslizamientos y la degradación de los recursos naturales. Esto ha sido consecuencia del mal uso del suelo del sector, lo que ha impactado la residencia de la comunidad, cuyo origen se remonta a la explotación de cantera y en la actualidad continúa con la misma actividad, pero con la extracción del eucalipto, lo que ha ocasionado un fuerte deterioro del manto vegetal.

Esto ha demandado, por parte de la misma comunidad, considerar la reforestación como una acción que no sólo garantice la seguridad y estabilidad del terreno, sino también, la existencia del manto vegetal para futuras generaciones, en particular para la generación en formación de nuestros estudiantes. Con lo anteriormente expuesto, es necesario considerar las dimensiones que requieren la atención de esta acción (reforestación) por la comunidad y el sector a considerar (Gálvez, 2002).

METODOLOGÍA

En este capítulo se describió la metodología seleccionada para este estudio, la cual parte desde la contextualización del enfoque investigativo, los sistemas de categorías, el diseño de la investigación, entre otros.

3.1. Enfoque del estudio.

Este estudio se inscribe en la línea de investigación Diversidad, Educación Matemática y Subjetividades. Se intentan relacionar las estructuras sociales, económicas y políticas y lo que sucede en el aula, con respecto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y la

cultura de la clase. Es importante señalar que en esta perspectiva, los supuestos sobre los sujetos del aprendizaje, como exclusivamente cognitivos son rebasados, ya que se asume el aprendizaje como una acción en la cual la persona toma la decisión de participar (Skovsmose, 1999). La participación depende de la relación que el estudiante establece entre las actividades del aula, su mundo y en particular, sus posibilidades futuras de vida. (Skovsmose, 2005); (Skovsmose et al, 2007); (García, Valero, Camelo, Mancera, 2009). Se afirma entonces que los estudiantes se consideran como seres actuantes, que toman decisiones para participar en el aprendizaje de las matemáticas y en la reflexión de su cotidianidad.

Siendo consecuentes con los referentes expuestos en el párrafo anterior, la metodología que orienta el estudio es la investigación-acción. El esquema general del estudio corresponde a la interacción entre ciclos que se describen como fundamentales para este trabajo. El modelo Kemmis (1989), citado por La Torre (2007), describe los ciclos que se amplían en la permanente reflexión y acción del proceso seguido en el estudio. Cada uno de estos ciclos se desarrolla en cuatro fases que comprenden la elaboración de un plan de acción, la actuación, la implementación y la reflexión colectiva sobre los resultados obtenidos.

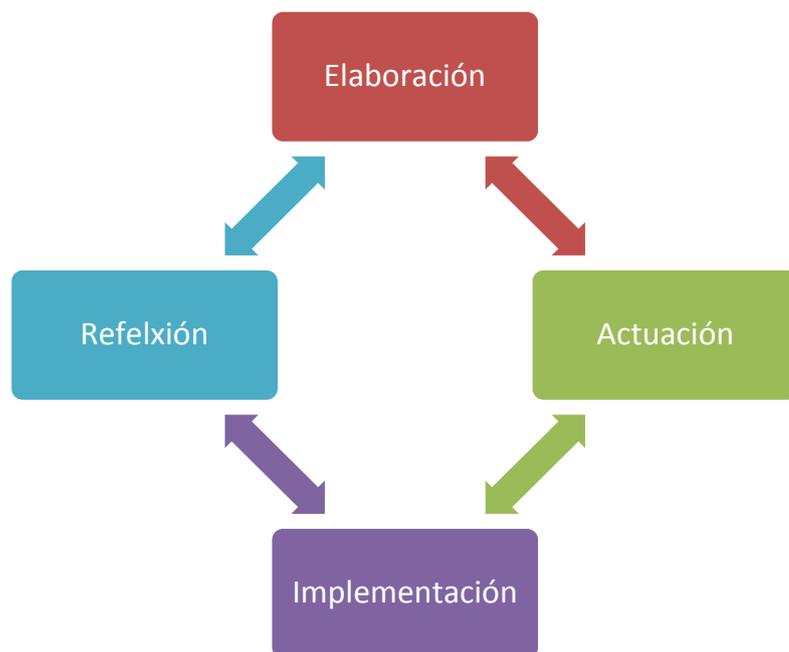


Ilustración 1. Fases de la investigación

La reflexión se desarrolló en un encuentro permanente entre la dirección y la participación de los profesores de matemáticas, mediante circuitos de reflexión pedagógica, en los cuales se cuestionó la relación de las dinámicas propias de la asignatura de matemáticas, en particular con las prácticas de medición de su comunidad, para la reflexión del espacio en el cual se habita.

El estudio consistió en una investigación descriptiva en cuanto refiere al montaje y la realización de un escenario de aprendizaje educativo en torno a la iniciativa de reforestación de los estudiantes de grado sexto de Educación Básica, tal y como se expuso con anterioridad. Así las cosas, el objetivo del proyecto es analizar las potencialidades y dificultades en la participación democrática de los estudiantes en ambientes de aprendizaje, con referencia a prácticas de medición en la construcción del espacio de reforestación de su entorno.

3.2. Contexto institucional y de localización.

El estudio se realizó en la clase de matemáticas de grado sexto de la institución escolar distrital ubicada en el cinturón ambiental de la ciudad de Bogotá.

En principio, el barrio se desarrolló como un sector de producción de material para la construcción de viviendas con base en la explotación de arena y piedra, es decir, una cantera. Al mismo tiempo, se convirtió en zona de residencia de los mismos trabajadores. El proceso de explotación del suelo generó un desequilibrio en el ecosistema, lo que llevó al cierre de la cantera, razón por la cual los residentes de la zona buscaron fuentes alternativas de empleo y una de ellas fue el cultivo y la explotación del bosque de eucalipto. Según el Proyecto de Organización Territorial del Distrito Capital (POT), la zona se caracteriza por la alta población de bosque y nacimientos de río y riachuelos. Esta realidad se articula con el PEI de la institución escolar, con el fin de promover en la comunidad la conservación y el buen uso de los recursos naturales.

Por esta razón, la institución escolar desarrolló proyectos relacionados con la educación ambiental, en los cuales han participado los integrantes del grupo seleccionado para este estudio:

- INCITAR (iniciativas ciudadanas de transformación de realidades) y la propuesta Arbotización, desarrollada por el docente de la asignatura de matemáticas, estudiantes y padres de familia de la comunidad con el apoyo con la Secretaria de Educación Distrital. Esta propuesta buscaba reforestar los bosques de la comunidad; identificada como la INCITAR 2 (SED 2014), la iniciativa buscaba la participación ciudadana para cuestionar, reflexionar y transformar sus realidades en pro de la mejora de su comunidad y de sí mismos. Esta propuesta fue desarrollada por el mismo equipo de trabajo.
- Programa Basura Cero. Año 2013, programa desarrollado por la Unidad Administrativa Especial de Servicios Públicos (UAESP) de la Alcaldía Mayor de

Bogotá, cuyo objetivo era reflexionar sobre la producción doméstica de basura y el manejo apropiado de los residuos, basados en la clasificación, reducción y reciclaje apropiado de la producción, separación en la fuente y depósito de los residuos en lugares correctos de almacenamiento.

- Proyecto Ambiental Escolar (PRAE), donde se propendía por la promoción de conciencia ambiental acorde a las necesidades de la comunidad educativa en la prevención y atención de necesidades propias de la comunidad en la preservación y cuidado de lo público.
- Programa ONDAS, estrategia fundamental de Colciencias para el fomento de una cultura ciudadana y democrática en ciencia y tecnología para la población infantil y juvenil colombiana, a través de la Investigación como Estrategia Pedagógica (IEP).

En el estudio participaron algunos (aproximadamente uno por proyecto) estudiantes del curso 601 y se propendió que la recolección de información, reflexión científica y actitudes ambientales, estuvieran promovidas por los proyectos INCITAR, ONDAS, PRAE y Programa de Basura Cero.

3.3. La clase del curso 601.

El estudio se realizó en la clase de matemáticas del curso 601, del cual se seleccionó un grupo conformado por ocho estudiantes, un niño y siete niñas. Una de ellas tiene diagnóstico de necesidades especiales de educativas (NEE), según su coeficiente intelectual y diagnóstico especializado (psicólogo y psicopedagógico).

Los niños residentes en el barrio transitan constantemente por los senderos peatonales creados por la comunidad en los bosques y esta vivencia favorece la construcción del espacio social de reforestación, puesto que los estudiantes cuentan con habilidades de descripción, como se ha descrito con anterioridad en el capítulo uno. Los estudiantes en la clase de matemáticas son reconocidos por su escasa participación, inasistencia frecuente e impuntualidad para llegar al colegio. En general, lo que buscan es obtener un desempeño

apenas necesario para aprobar la asignatura con la mínima calificación (3.0); cabe anotar que el grupo ha sido intervenido por parte de las directivas de la institución en cinco ocasiones en tan sólo los dos primeros meses del año académico, dados los hechos de violencia, agresión verbal y física por parte de sus integrantes al grupo y a otros cursos de la institución.

3.4. Técnicas de recolección de información

Para recolectar la información en la implementación de cada escena se emplearon tres filmaciones de 55 minutos cada una y tres fragmentos de escritos:

- Exposición oral: se grabaron en vídeo y audio los grupos de trabajo sobre la temática seleccionada.
- Grabaciones de vídeo para determinar lo que sucedía dentro de la clase de matemáticas, con el fin de analizar las posiciones colectivas, generadas por un grupo de estudiantes.
- Bitácora de trabajo del grupo, en la cual expusieron de manera escrita y consensuada por el grupo preguntas como ¿Qué sintieron? ¿Qué hicieron? ¿Qué observaron relacionado con las matemáticas?

En cada escena se tuvieron en cuenta grabaciones en vídeo de la clase de matemáticas de grado sexto, para describir el ambiente de aprendizaje según los referentes conceptuales de Skovsmose (2000) y los documentos escritos de los estudiantes.

3.5. Sistema de categorías

Se identificaron las posiciones colectivas de los estudiantes del grupo seleccionado que desarrolló cada actividad, en particular, su interés por participar basados en interacciones, aportes, gestos y acciones en la construcción de las soluciones o acuerdos.

Ilustración 2. Categorías



Esta situación llevó a seleccionar la categoría *pensar en voz alta*, *identificar* y *localizar*, a través de las cuales se constituyó una toma de posiciones colectivas de los estudiantes dentro de los escenarios de aprendizaje, y aunque otros actos dialógicos aparecían dentro del escenario, no eran tan evidentes en las grabaciones de vídeo y producción escrita de los integrantes.

3.5.1. *Categoría: Pensar en voz alta*

En esta categoría, la unidad de análisis consistió en las interacciones entre estudiantes cuando expresaron pensamientos que no habían sido considerados por los otros, plantearon ideas matemáticas que no habían sido expresadas con anterioridad y que hacían parte de la solución. Además, manifestaron emociones o reflexiones sobre ambientes relacionadas con las prácticas de medición en acciones de reforestación. También se incluyeron las interacciones que hicieron los integrantes del grupo sobre la toma de posición durante la ejecución de una actividad. Construyeron diagramas matemáticos, bosquejos de gráficos o fórmulas; los dibujos y el lenguaje corporal de los estudiantes, cuando identificaron algunas ideas para ser analizadas por el grupo, se tuvieron en cuenta en esta categoría. Para Alrø & Skovsmose (2012), este acto dialógico hace visibles ideas que generan controversia

colectiva lo que hacen parte de la indagación, la cual se manifiesta y puede ser reconocida en:

- Enunciar ideas que no han sido expresadas.
- Expresar nuevas ideas matemáticas involucradas en la situación.
- Transmitir reflexiones en torno al proceso, siendo comunicado de manera verbal o apoyado en representaciones.
- Expresar en mapas, gráficas, formas, dibujos y lenguaje corporal.
- Construir y describir posturas y experiencias en las tareas.
- Expresar relaciones emocionales entre la actividad y su vida.

3.5.2. Categoría *identificar*.

En esta categoría hicieron parte las interacciones que involucraron o intervinieron en una pregunta abierta, haciendo que los estudiantes se cuestionaran o reflexionaran con relación al espacio de reforestación y prácticas de medición, lo que para Alrø & Skovsmose (2012) se produce cuando:

- Los estudiantes exploran y ensayan diferentes posibilidades para realizar un proceso matemático.
- Los estudiantes relacionan aspectos de su entorno con las matemáticas.
- Cooperación alude a expresar y hacer visibles algunas perspectivas que no habían estado claras en la conversación.

En la tabla 6, se muestran las categorías de análisis con sus respectivos actos dialógicos, a la vez que se presentan los códigos utilizados para el análisis y la clasificación de las mismas.

Tabla 1. Categorías.

Categoría	Acto dialógico	Código
Pensar en voz alta	Enunciar ideas que no han sido expresadas	PINE
	Expresar nuevas ideas matemáticas involucradas en la situación	PIMIS
	Transmitir reflexiones en torno al proceso, comunicándolo de manera verbal o en representaciones.	PTRC
Identificar	Cuando los estudiantes exploran y ensayan diferentes posibilidades para realizar un proceso matemático	IEDP
	Cuando los estudiantes relacionan aspectos de su entorno con las matemáticas	IREM
	Cuando alude a expresar y hacer visibles algunas perspectivas que no habían estado claras en la conversación	ILVNC

En relación al tipo de tareas realizadas por parte de los estudiantes de grado sexto, se les propuso interpretar las unidades de medida, en longitud, perímetro, área y volumen para establecer proporcionalidades y relacionar las magnitudes que se involucraron, lo que permitió recolectar esta información como instrumento de indagación.

- Actividades de trabajo que involucraron tareas de tipo visual, prácticas e interdisciplinarias, puesto que los estudiantes están acostumbrados a reconocer solamente tareas de tipo verbal y/o algorítmico.

De acuerdo con la actividad, se buscó ampliar el referente de cuantificación y el significado del espacio que nos rodea, en particular de las magnitudes de “*harta o mucha*” a una cantidad dada en una razón para su análisis y adecuación del sector para el fin de reforestación programada y se implementó la construcción de mapas como una herramienta de comunicación, soporte y reflexión de los hallazgos. Debido al uso convencional de instrumentos de medición (cinta, flexómetro y regla) los estudiantes tomaron como única

magnitud válida para esta práctica en la construcción del espacio de reforestación (lugar social) el metro como unidad fundamental, aunque en la práctica se hizo uso de instrumentos diferentes (ramas de árboles, cintas de peligro con una longitud aproximada entre un metro con cincuenta centímetros y un metro con ochenta centímetros y once metros con diez centímetros) aun desconociendo el instrumento y la eficiencia de la magnitud; los estudiantes buscaban de manera reiterada llevar las prácticas de medición a las unidades convencionales escolares (metro, centímetro, entre otras) aunque no fueran las pertinentes para caracterizar el objeto como se muestra en la ilustración 6. Según esta, los estudiantes caracterizaron los objetos tomando la cinta métrica y signando una cantidad en ella (en el caso de la teja, sus medidas se dieron en pulgadas, considerándolas como centímetros y en la distancia se dio en centímetros despreciando la cinta como unidad de referencia).

Ilustración 3. Instrumentos midiendo objetos y espacio.



3.6. Escenario y actividades

Los referentes dados en el capítulo 2 y las experiencias descritas para la construcción del escenario centrado en las prácticas de medición, tuvieron como referencia la construcción del espacio físico de reforestación en el bosque del espacio social de participación. El escenario estuvo constituido por cuatro escenas:

- ✓ *Reconocimiento y delimitación del espacio de reforestación.*
- ✓ *Análisis de los suelos*
- ✓ *Preparación del espacio*
- ✓ *Reforestación*

Las actividades propuestas a los estudiantes estaban relacionadas con:

- Proceso de reforestación del bosque circundante a la institución con el propósito de distribuir el espacio para la siembra de plantas de primera generación y el fortalecimiento de los suelos.

En este estudio se analizó la escena *Reconocimiento y delimitación del espacio de reforestación*, compuesta por las siguientes actividades:

- *Medición del espacio social de reforestación.*
- *Configuración de la figura geométrica asociada al espacio y construcción del mapa del espacio.*

Lo anterior involucra las prácticas de medición/estructuras, procedimientos e instrumentos de medición asociados a cada una de las escenas propuestas relacionadas en la tabla 1:

Tabla 2. Escenas y prácticas.

Actividades (A):	Práctica de medición/estructuras, procedimientos (PM) e instrumentos de medición asociados (IM)
(A1) Medición del espacio de reforestación: esta actividad se desarrolla en el espacio previamente	(PM) Medición de las longitudes del espacio de reforestación. Reconocimiento de las longitudes a

<p>limitado del espacio del bosque circundante a la institución, los estudiantes se organizaron en grupos, demarcaron el espacio con puntos de referencias que se iban a convertir en vértices de la figura geométrica regular; utilizaron la cinta para calcular la longitud de cada lado de la figura y lo registraron en su bitácora.</p>	<p>medir demarcadas en el espacio.</p> <p>Registro de las mediciones en una hoja.</p> <p>Comunicación de la información de las mediciones recolectadas.</p> <p>(IM) Una cinta (peligro) con una longitud de 1110 cm. Esta cinta se utilizó como unidad de medida en para calcular la longitud de cada uno de los lados que delimitan sector de reforestación.</p> <p>(IM) Regla de madera de 100cms.</p> <p>(PM) Cálculo del perímetro para demarcación del espacio de reforestación.</p> <p>(PM) Espacio de reforestación matematizado: las figuras geométricas.</p>
<p><i>(A.2.) Construcción del mapa del espacio de la figura geométrica asociada al espacio social de reforestación.</i> En esta actividad, los estudiantes, con base en la percepción del espacio delimitado, configuraron visualmente una figura geométrica para calcular su área, apoyados en el trazo del mapa. Se recurrió a los conocimientos de los estudiantes con relación a los</p>	<p>(IM) Construcción de la escala.</p> <p>(PM) Trazado del mapa: razón, visualización del espacio de reforestación, figura.</p> <p>(PM) Ubicación espacial de la figura geométrica.</p> <p>(PM) Trazado de la figura geométrica.</p> <p>(PM) Asociación del concepto de área y estrategia aplicada para el cálculo: recubrimiento, fórmula geométrica.</p>

mapas, escalas, y cálculos de áreas.	
--------------------------------------	--

- Prácticas de medición y construcción de mapas como herramientas para el reconocimiento en el espacio geográfico de reforestación. La medición incluyó uso de unidades de medida, relacionadas con basuras, volumen, espacio, área, clima, humedad y agricultura
- También se utilizó el manejo de unidades de longitud, perímetro, área, razón y proporción.

En el diseño del escenario de aprendizaje (Skovsmose 2000), se establecieron las siguientes actividades:

3.6.1. Medición del espacio de reforestación:

El propósito de esta escena era reconocer el espacio, configurar las dimensiones y la forma geométrica que permitiera calcular las longitudes de los lados, el perímetro y el área de la forma geométrica prefigurada en la realidad. Con este reconocimiento, se pudo constituir y visibilizar el espacio como un espacio social de participación.

Tabla 1. Experiencias y prácticas de medición, escena 1.

Experiencias sociales de medición de los estudiantes / actividades	Prácticas de medición
Exploración de la superficie del espacio. En la experiencia diaria de transitar por el bosque para llegar al colegio, se ha creado un trayecto que ha afectado el bosque con la basura que se arroja en este lugar, lo que ha permitido establecer una distribución del espacio físico del bosque. Esta experiencia ha permitido construir caminos que acortan distancias en relación con el tiempo	Unidades de medida construidas por los estudiantes al recorrer diariamente el espacio de reforestación: minutos/distancia Unidad para medir el espacio:

<p>del trayecto recorrido. En esta experiencia, la unidad de medida es tiempo/espacio recorrido, minutos que gastan en recorrer el camino y los minutos gastados son las medidas de la selección de la distancia. Se utilizó el metro como unidad de medida.</p> <p>El espacio de reforestación fue distribuido por los grupos y se demarcó con objetos representativos del espacio a medir (árboles, piedras, entre otros).</p> <p>Los estudiantes organizados en grupos y con la cinta de 1110 centímetros y una regla de madera de un metro, midieron el espacio de reforestación marcado. Para ello, demarcaron con una cinta el espacio físico que fue objeto de medición.</p> <p>Se registraron las mediciones obtenidas en el diario de campo (largo y ancho).</p> <p>Luego, los grupos se reunieron para comunicar las dimensiones de cada espacio.</p>	<p>un metro</p> <p>Los estudiantes demarcaron con una cinta el espacio a medir, configurando una figura geométrica: cuadrado, rectángulo y romboide.</p>
---	--

3.6.2. *Configuración de la figura geométrica asociada al espacio y construcción del mapa del espacio.*

En esta parte, se buscó que los estudiantes construyeran el mapa del espacio y configuraran la figura geométrica asociada al espacio de reforestación, para lo cual fue necesario que elaboraran una representación geométrica del espacio físico de reforestación, lo que implicó la utilización de una escala para representar el espacio físico en el plano.

Tabla 2. Experiencia y prácticas de medición, escena 2.

Experiencias sociales de medición de los estudiantes/actividades	Prácticas de medición
<p>Los estudiantes, apoyados con las medidas de largo y ancho del espacio, prefiguraron una representación geométrica escolar del mismo, para asociar una fórmula que permitiera calcular su área.</p> <p>Representaron en el plano las posibles figuras geométricas de cuatro lados conocidas como cuadrado o rectángulo.</p> <p>Seleccionaron la forma geométrica que apoyó el cálculo de las longitudes del espacio, representando el sector de trabajo desde la figura geométrica escolar y confrontaron con los instrumentos de comparación por recubrimiento.</p> <p>Establecieron las longitudes de los segmentos que componían la figura geométrica escolar y lo dibujaron en su bitácora de trabajo con respecto al real.</p>	<p>Construcción a escala en el trazado para la representación del espacio físico: la razón para la construcción de escala es el instrumento necesario para el trazado de la representación.</p> <p>La representación incluyó la localización del espacio demarcado en el espacio circundante, las calles y orientación en la localización del espacio.</p> <p>Identificación del cuadrilátero acorde al espacio.</p> <p>Establecimiento de la escala entre el espacio y la representación geométrica y el mapa.</p>

En este estudio se analizaron las escenas en la que se involucraron varias actividades con referencia a la ciudadanía ambiental en la construcción del entorno de reforestación como espacio social. En particular y para ganar profundidad, consideraremos describir y analizar la primera, estableciendo de esta forma las etapas de la metodología de investigación.

Con la implementación del escenario de aprendizaje y el análisis de las actividades propuestas, se promovieron en grado sexto aspectos favorables para la construcción del espacio social, en particular la reforestación, debido a que hicieron visibles objetos de la cotidianidad que establecieron su relevancia acorde con su interés (lugar social) y los de su comunidad. Asimismo, la actividad permitió reconocer las únicas prácticas de medición latentes en el grupo dadas por la transformación de sus características en segmentos rectos de magnitud métrica, cuestión que se observó con regularidad en la discusión de volumen y peso.

Se resaltó la importancia de los videos creados por los estudiantes como instrumento de recolección de información, debido a que permitió visualizar las acciones y pensamientos del grupo en las actividades comunes que se volvieron evidentes sólo hasta después de la primera actividad en el escenario uno.

Hubo algunas dificultades logísticas y de seguridad en los desplazamientos al sector de reforestación, debido a las condiciones sociales del sector y de la institución.

ANÁLISIS Y RESULTADOS

En este capítulo se llevó a cabo el análisis de cada escena desarrollada dentro del estudio, considerando el orden cronológico de las actividades establecidas. La tabla siguiente relaciona las categorías en las interacciones del contexto, identificando el saber matemático en juego que se analizará con el sistema de categorías descritas en la tabla No. 5 del capítulo anterior.

Tabla 5. Herramienta de análisis

Contexto en el que se produce el e3l el Saber matemático que entra en juego intercambio: tipo de actividad

Interacciones	Categoría
----------------------	------------------

4.1. Actividad 1. Escena 1. Reconocimiento del espacio de reforestación.

Comenzamos por señalar que los estudiantes se vincularon al escenario dado el nivel de asistencia de los integrantes a las actividades consignadas en la bitácora (ilustración 6). De esta forma, se lograron identificar falencias en el uso de la magnitud, la cantidad y su medición, debido al bajo nivel de formación básica en matemáticas escolares, lo que puso de manifiesto que los estudiantes no contaban con las habilidades mínimas que promovían el desarrollo de un pensamiento métrico acorde con los estándares estipulados por MEN en el uso flexible de los sistemas de medida en situaciones de descripción cotidiana, tales como los sucesos ambientales de la comunidad (deslizamientos de tierra y deforestación de los bosques para la invasión con viviendas), espacio y distancia, debido a la imposibilidad de cambiar el instrumento de medición, aspecto que se evidenció en las interacciones 49 y 60. El cambio de la unidad, al reconocer la práctica de medición, permitió su uso y

aplicación en el reconocimiento y análisis del daño que causaba la comunidad estudiantil al depositar la basura de los refrigerios en el espacio de reforestación, lo que promovió la necesidad en los estudiantes de comunicar las características de los objetos y lugares a sus compañeros, contrastando con los hallazgos de los otros grupos.

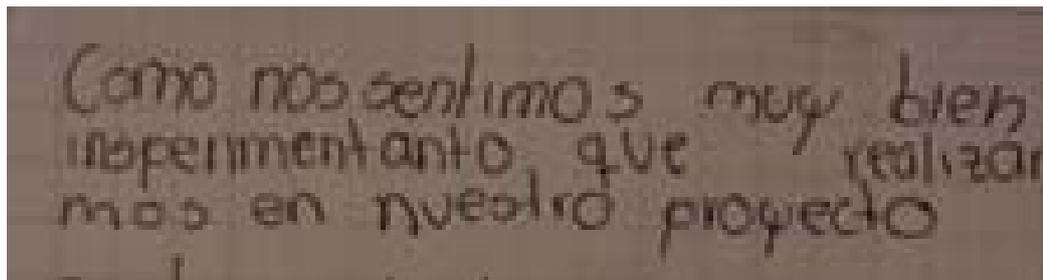


Ilustración 4. Fragmento de la bitácora del grupo

Transcripción:

Como nos sentimos muy bien insperimentanto que realizamos en nuestro proyecto

Contexto en el que se produce el intercambio: tipo de actividad	Saber matemático en juego
El espacio de reforestación se distribuye en grupos de trabajo; ubicándose cada grupo en su sector del bosque cercano a la institución educativa (AI)	La relación entre longitud y rigidez unidireccional, en el margen de su imposibilidad de extensibilidad y la semejanza en un paso de necesidad (lo que está más lejos parece más pequeño).
Consideración y percepción de una	

<p>magnitud.</p> <p>Siguiendo las sugerencias:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fomentar las discusiones en grupo o colectivas, permitiendo el aprendizaje en diálogo y la confrontación de ideas. 	
---	--

Interacción

Categoría

<p>49. Ingrid: <i>no tenemos el material para hacerlo.</i></p> <p>55. Valentina: <i>la cinta es para medir el área y el perímetro.</i></p>	<p>LEDPM</p>
--	--------------

La experiencia diaria de transitar por el bosque permitió a los estudiantes llevar a cabo prácticas de medición, las cuales pusieron de manifiesto el reconocimiento de elementos constitutivos del espacio y discriminaron sus experiencias en torno a la eficiencia, como se pudo observar en la sugerencia efectuada por un estudiante del curso en cuanto a la dirección para llegar al terreno de reforestación en la interacción 1, donde tomaron decisiones apoyados de la medición de espacio con relación al tiempo y la longitud.

Contexto en el que se produce el intercambio: tipo de actividad

Saber matemático que entra en juego

<p>Traslado de la institución educativa al</p>	<p>Las longitudes se expresan por medio de</p>
--	--

sector de reforestación.	<p>parejas de adjetivos o adverbios opuestos (largo–corto). La habilidad para distinguir tales propiedades precede a la habilidad para expresarlas lingüísticamente (más largo, no tan largo como, entre otras). Todas ellas sirven para comparar objetos respecto a la longitud.</p> <p>Tratamiento de distancia como complemento a la longitud, entendida esta como una función entre dos objetos desde la rectitud de manera Enactiva.</p>
--------------------------	---

Interacción

Categoría

<p>1. Valentina: <i>¿esto es para encerrar?</i> Uy, profe, por acá, que es más cerca, no ve que nos demoramos menos, con eso nos ahorramos como tres minutos.</p>	PTRC
--	------

En otra parte, los estudiantes, organizados en grupos, iniciaron el levantamiento de las medidas, apoyados en elementos representativos del espacio de reforestación, como puntos de referencia en objetos concretos del sector para la constitución de la representación geométrica, consolidando los mismos como vértices de la figura geométrica que representara su espacio, como se expuso en la interacción 5, donde el estudiante indicó al grupo el proceso de asignación de vértices en su espacio de reforestación del bosque circundante a la institución. Por otra parte, el término “gordo” (práctica de medición al

identificar un atributo de un objeto) hace parte de la forma de describir cualidades de los objetos para referirse al diámetro o en particular a la sección transversal que determina la edad de un árbol, al igual que su altura y otras características medibles (edad, humedad, frondosidad, entre otras), mostrando la escasa utilidad de las unidades de medida convencionales (sistema métrico decimal) en el vocabulario del grupo. A su vez, las frases “*del fondo a allá y de allá a acá*”, indicaban puntos en el espacio, exhibiendo la insuficiencia de experiencias de medición para la interpretación del espacio y el entorno.

Contexto en el que se produce el intercambio: tipo de actividad	Saber matemático que entra en juego
<p>Inicio de la A1 en la que ubicados sobre la carretera se les indicaba a los estudiantes del grupo la ubicación del espacio apoyado por objetos relevantes del sector</p>	<p>La variación de longitud en transformaciones “hacer” y “deshacer” (transformación de un objeto en partes más pequeñas y recomponer).</p> <p>Grandes objetos se transforman en grandes objetos.</p> <p>El orden de las partes componentes no hace variar la longitud. Para el tratamiento didáctico de la longitud referido al concepto desde su fenomenología que fundamente y distinga la invariación bajo relaciones de congruencia, flexiones y transformaciones desde las particiones para la composición del objeto en estudio.</p>
Interacción	Categoría

<p>5. Ingrid: “<i>Ese gordo</i> (señalando el mismo árbol de la instrucción) <i>del fondo allá y de allá a acá, de allá a la piedra y de la piedra allá a ese árbol grueso</i> (señalando con una regla de madera cuya longitud es de un metro marcada cada centímetro y los milímetros respectivos; únicamente con numeración en los centímetros).</p>	<p>PTRC</p> <p>Apoyada por la observación de los objetos de referencia, estableció los vértices del trapecioide en el espacio de reforestación.</p>
---	---

Con la intención de cambiar la unidad de medida convencional (el metro) a los grupos, se les entregó una cinta plástica cuya longitud es de 1110 centímetros para identificar el manejo de las prácticas de medición considerando el apartado 2.3. (CFr: págs.16 y 17); la estimación como estadio característico de los integrantes les permitió clasificar las distancias entre objetos (cinta, regla, espacio) en particular de manera icónica, para desde su fenomenología (comunicar a los otros grupos), llevarlas por la necesidad de la simple expresión de parejas de adjetivos o adverbios (lejos–cerca) a la relación longitud, rigidez, como se evidenció en las interacciones 129-138 y 467-471.

Contexto en el que se produce el intercambio: tipo de actividad

Saber matemático que entra en juego

<p>Levantamiento de la primera longitud del espacio apoyados por objetos referentes en el espacio (poste sobre la vía) de la A1, en la que ubicados sobre el espacio se calcula su longitud con la cinta, la cual se toma por el extremo para extender a su máximo dada por su tensión en el momento de formar un segmento recto (observable por su misma tensión entre los dos puntos</p>	<p>Tratamiento de distancia como complemento de la longitud, entendida esta como una función entre dos objetos desde la rectitud de manera icónica.</p>
--	---

extremos).

Interacciones

Categoría

129. Ingrid: *desde acá, hasta donde alcance, digamos que midió unos, un metro; vaya hasta allá, Sharik.* PINE y PIMIS

133. Sharik: *hasta donde alcance.*

134. Ingrid: *pero derecho.*

136. Valentina: *siga derecho* (indicando con su mano la trayectoria desde el primer punto de referencia del espacio poste).

138. Ingrid: *no, porque vamos a perder cinta.*

467. Valentina: *si, de a cuatro porque, dos que sostenían uno en la parte de arriba, el otro en la parte de abajo y los otros dos que ayudaban a medir.* ILVNC

469. Valentina e Ingrid: *recta y tensa.*

471. Juliana: *templada.*

Al llevar el registro en la bitácora, las estudiantes promovieron en su grupo una discusión relacionada con la experiencia, que las llevó a reconocer la variación de la longitud al hacer y deshacer los segmentos que componían la figura que caracterizaba el terreno con la cinta, como se evidenció en la interacción 409 a la 420, que se originó en el momento de expresar la idea y apuntes del grupo a la bitácora.

Contexto en el que se produce el intercambio: tipo de actividad

Saber matemático que entra en juego

Socialización de la experiencia en la institución educativa después de tomar datos en el espacio y acuerdos para alimentar la bitácora.

Tratamiento de distancia como complemento a la longitud, entendida esta como una función entre dos objetos desde la rectitud de manera simbólica.

Interacción

Categoría

409. Darling: *era más larga.*

ILVNC y PTRC

410. Angie: *hubo un error cuando se nos rompió, pero la volvimos a amarrar.*

411. Sharik: *porque nos descuadró el tamaño, entonces era más.*

412. Valentina: *tenemos que ser muy precisos en el momento de medir, porque eso va a afectar el resto de mediciones que hagamos.*

416. Juliana: *la avenida.*

417. Darling: *lo cir...*

418. Valentina: *lo circular*

419. Ingrid: *los perímetros.*

420. Valentina: *no se llama así.*

De igual manera, en el diálogo para establecer los acuerdos de escritura en la bitácora se puso en juego la experiencia de conservación y ordenación, en relación entre la magnitud y el objeto (espacio), como se expresó en las interacciones 382 a la 409; se identificaron aspectos de su entorno con las matemáticas y sus prácticas de medición.

Contexto en el que se produce el intercambio: tipo de actividad	Saber matemático que entra en juego
<p>Discusión en relación con los datos recolectados en el espacio de reforestación para alimentar la bitácora.</p>	<p>El orden de las partes componentes no hace variar la longitud. Para el tratamiento didáctico de la longitud, referido al concepto desde su fenomenología, que fundamente y distinga la invariación bajo relaciones y transformaciones de medida a su cardinal dadas en unidades desde las particiones para la composición del objeto en estudio.</p>
Interacción	Categoría
<p>382. Valentina: <i>¿cuánto midió nuestro espacio?</i></p> <p>384. Juliana: <i>2558 centímetros</i></p> <p>388. Valentina: <i>porque entre cada rayita habían diez rayitas.</i></p> <p>390. Ingrid: <i>eso se llama</i> (poniendo su mano en el rostro con gesto de duda y girando el mismo hacia fuera del grupo de trabajo] <i>meli...</i></p> <p>92. Valentina: <i>...de largo medía 2558</i> (moviendo su mano derecha de manera vertical, indicando con su gesto la longitud).</p> <p>393. Ingrid: <i>2558 por un lado; nosotros</i></p>	<p>IREM</p>

escribiríamos en el diario que (y con una sonrisa a la intervención de Valentina y con su mano derecha en gesto de ceder la palabra] con una cinta de peligro medíamos cada lado y que con la ayuda de la regla hacíamos las medida y estábamos confundidas por lo de la regla (refiriéndose a las unidades de la misma).

406. Catalina, Ingrid y Valentina: *No.*

407. Ingrid: *no, esa nos facilitó.*

409. Darling: *era más larga y más fácil medir con la cinta que con la regla.*

Esta discusión dio lugar a que las estudiantes del grupo localizaran en la experiencia vivencias con prácticas de medición en las cuales ellas ya habían participado, brindando las descripciones, ampliando el referente de discusión deseado, lo que las llevó a vivir fenomenológicamente la invariación por transformaciones del objeto a su representación, tal y como se pudo identificar en las intervenciones; para explicarse mejor, se apoyaron en rectángulos representados por sus manos mientras llevaban a cabo las prácticas de medición en las que se relacionaban y en las cuales habían participado.

Contexto en el que se produce el intercambio: tipo de actividad

Saber matemático que entra en juego

Para el cierre, las conclusiones de la experiencia en relación con el espacio y su representación, evocaron vivencias en las que han participado las integrantes del grupo.

La variación de longitud y las transformaciones hacer y deshacer (transformación de un objeto en partes más pequeñas y recomponer).

Grandes objetos se transforman en grandes objetos.

Interacciones	Categoría
<p>Juliana: <i>o sea, por ejemplo, acá hay un espacio, es que lo que pasa es que mi hermano es de esos que dibujan.</i></p>	IREM
<p>432. Docente: <i>¿arquitecto?</i></p>	
<p>433. Juliana: <i>sí, entonces para hacer una casa tienen que dibujarla, tiene que hacer las medidas.</i></p>	
<p>434. Docente: <i>¡qué bien! ¿Por qué nosotros después de tomar las medidas no vamos y hacemos un dibujo?</i></p>	
<p>435. Valentina, Ingrid y Juliana: <i>un dibujo.</i></p>	
<p>436. Docente: <i>¿pero ese dibujo tiene que tener unas informaciones especiales?</i></p>	
<p>437. Juliana: <i>sí, lo hacen con reglas y con escuadras y con ¿eso qué es?(extiende sus manos como sacando algo de una de ellas).</i></p>	
<p>438. Valentina e Ingrid: <i>¿metro?</i></p>	
<p>439. Juliana: <i>como yo iba cuando él trabajaba con mi hermanito así es que miden las estas.</i></p>	
<p>440. Docente: <i>¿así como medimos nosotros es que ellos miden?</i></p>	
<p>441. Juliana: <i>sí</i></p>	

445. Catalina: *es que donde yo vivía hicieron una invasión, entonces mis tíos cogieron cada uno un lote, entonces mis tíos al hacer lo que nosotros hicimos, primero en el lote tomaban las medidas, así como dice nuestra compañera Juliana, primero teníamos que coger las medidas (moviendo su mano derecha en forma de un rectángulo horizontal en el aire con ellas), clavaban estacas y lo cercábamos con...* IREM

446. Docente: *¿alambre de púas?*

447. Catalina *no. con lo que teníamos nosotros, con la cinta de peligro, encerramos con eso y cuando mi tía hizo su casa, primero un hermano del el esposo de ella, hizo un dibujo y siempre, siempre tenía primero que coger las medidas.*

448. Docente: *para hacer el dibujito que tiene una relación con el objeto real, ¿es más grande o más pequeño?*

449. Valentina: *es más pequeño, pero las medidas no son las mismas, las medidas tiene que dar como las reales.*

Se observa que se ha llevado a cabo una *aritmización* del proceso de medición, al realizar multiplicaciones de la longitud de la cinta por el número de veces que está presente en la distancia entre los puntos de referencia, despreciando la seriación de la unidad (longitud de la cinta) como práctica de medición en la interacciones 192 a la 213, 220 a 229 y 250 a 262. Estas interacciones se apoyaron en un cálculo aritmético para hallar la distancia como experiencia fenomenológica en el apartado 2.3. (CFr: pág. 16 y 17).

Contexto en el que se produce el intercambio: Saber matemático que entra en juego
tipo de actividad

<p>Dados los puntos de referencia en el espacio de reforestación, los estudiantes procedieron a efectuar el cálculo de longitudes que componían su sector de reforestación para la identificación del espacio físico y su influencia.</p>	<p>Ordenación con respecto a una magnitud dada.</p> <p>Relación entre a magnitud y número.</p> <p>La relación entre longitud y rigidez unidireccional, en el margen de su imposibilidad y extensibilidad.</p>
---	---

Interacciones

Categorías

<p>192. Angie: <i>allá</i> (señalando el punto más lejano al árbol de la cinta).</p> <p>193. Docente: <i>abajo, ¿dónde está su compañera?</i></p> <p>194. Angie: <i>sí, profe.</i></p> <p>195. Docente: <i>¿ya sumaron cuánto era?</i></p> <p>196. Valentina y Angie: 2220</p> <p>197. Valentina: <i>hagámoslo desde acá, pero tiémplole bien</i> (ubicándose desde el punto más lejano al árbol donde terminó la cinta y llevando la misma hasta el árbol).</p> <p>198. Angie: <i>mira desde aquí</i> (señalando el punto de referencia inicial para medir el faltante entre el punto y el árbol).</p>	<p>PIMIS</p>
---	--------------

199. Valentina: *entonces 2220 más 100.*
200. Angie: *3220 (mientras que Ingrid traslada la regla sobre la cinta por segunda vez).*
201. Ingrid: *4000.*
202. Angie: *2420.*
203. Ingrid: *téngala ahí* (indicándole a su compañera Sharik para trasladar la regla con respecto a su posición).
204. Carlos: *ahí.*
205. Valentina: *2520 ¿pero pasó todo?*
206. Carlos: *No.*
207. Valentina: *entonces falta medir ese pedacito para saber.*
208. Ingrid: *¿desde dónde?*
209. Carlos: *desde acá* (señalando con su dedo la última ubicación final de la regla).
210. Ingrid: *va hasta 38.*
211. Valentina: *entonces sería 2530.*
212. Docente: *pero sería 2538, porque aquí dio 38.*
213. Valentina: *entonces sería 2538.*

220. Valentina: *pero si la medición de la cinta es 1100, solo extendámosla para ver hasta dónde da y ya.* IEDP

221. Ingrid: *Falta* (solicitándole a su

compañera que se dirija hacia el otro árbol mientras ella se queda estática).

222. Sharik: *ahora midamos este pedazo* (cuando ya ha llegado al segundo árbol de referencia y gran parte de la cinta está sobrando).

223. Carlos: *espere mido eso* (trasladándose al lugar donde el trozo de cinta se encuentra extendida con la regla de madera).

224. Juliana: *una regla y falta un pedazo.*

225. Carlos: *espere* (trasladando la regla del punto final hacia el árbol).

226. Sharik: *diez más.*

227. Valentina: *1100 más 100, son 1210 más 10.*

228. Darling: *1220.*

229. Valentina: *ahora para allá* (indicando la piedra que define el cuarto vértice del espacio).

250. Angie: *sumar.*

IEDPM

251. Carlos: *sumar.*

252. Valentina: *no se multiplican.*

253. Docente: *¿por qué? ¿multiplicamos por cuánto?*

254. Valentina: *por dos.*

256. Valentina: (moviendo sus manos en el aire, como si escribiera el producto y lo realizara en el aire) *¿Mil cien?, cinco por cero, cero.*

260. Ingrid: *sí. Dos mil veinte.*

262. Valentina: *o sea 2200.*

Se presentó la práctica de medición denominada estimación, en las interacciones 320 a 336, en las que los estudiantes usaron instrumentos sin marcas, pero con características geométricas para identificar la longitud de un ángulo, llevándolos a experimentar desde un estadio de consideración, hasta uno de relación entre magnitud/objeto, en donde un fenómeno científico es considerado como la invariación por flexión, descrito en el apartado 2.3. (CFr: págs. 16 y 17).

Contexto en el que se produce el intercambio: tipo de actividad

Saber matemático que entra en juego

Después de medir los cuatro segmentos que componían el espacio de reforestación, surgió la necesidad de medir los ángulos del espacio para la clasificación de la figura que ayuda a la representación del espacio e identificar los cálculos de área y perímetro. Para lo cual deciden medir el ángulo generado en el primer punto de referencia entre el primer segmento y el último segmento medido del espacio.

La habilidad para distinguir tales propiedades precede a la habilidad para expresarlas lingüísticamente (más largo, no tan largo, entre otros). Todas ellas sirven para comparar objetos respecto a la longitud

Ordenación con respecto a una magnitud dada.

Relación entre una magnitud y el número.

Interacciones

Categoría

320. Valentina: *90 grados.*

IREM

321. Docente: *¿utilizó la regla para medir si ahí hay noventa grados?*

322. Valentina: *pues la verdad es...*
323. Ingrid: *no*
324. Docente: *no, porque esos son centímetros y los grados se miden con el transportador. Cada medida tiene un instrumento, una unidad diferente.*
325. Ingrid: *¿y entonces cómo lo medimos?*
326. Docente: *¿qué tenemos?, por ejemplo, el cartón.*
327. Valentina: *¡Ah!* (trasladándose hacia la ubicación del cartón de manera emocionada junto con Catalina).
328. Docente: *¿qué son las superficies? ¿Cuál nos sirve más?* (Valentina levanta el convexo).
329. Ingrid, Juliana y Sharik: *¡no!*
330. Ingrid: *el del cartón.*
331. Docente: *ambos son de cartón.* (Juliana se ríe del comentario del profesor) *¿Por qué nos sirve más ese?* (refiriéndose al cartón de forma rectangular).
332. Ingrid y Catalina: *¿por qué?*
333. Ingrid: *es recto.*
334. Juliana: *es recto y tiene...*
335. Valentina: *porque es recto y es rectángulo.*
336. Angie: *tiene las mismas formas de*

nosotros.

Apoyados por dos cartones de tamaño octavo de pliego, los estudiantes lo usaron únicamente como instrumento para medir los ángulos internos del espacio y no para calcular el área del espacio por medio de recubrimiento, al contrario de la representación geométrica para el cálculo del área, tal y como se evidenció en las interacciones 320 a 336 de la escena 1.

4.2. Actividad 2. Escena 1. Configuración de la figura geométrica asociada al espacio y construcción del mapa del espacio.

En esta actividad, se buscaba que los estudiantes configuraran la figura geométrica asociada al espacio de reforestación y construyeran el mapa del mismo, para lo cual era necesario que construyeran una representación geométrica del espacio físico de reforestación, lo que implicaba que los estudiantes utilizaran una escala para representar en el plano el espacio físico. Con el fin que los estudiantes construyeran una representación geométrica del espacio físico, debían hacer uso de la escala (razón) para representarla en el mapa y ubicarla en el espacio apoyados por el software *Google Maps*, reconociendo la importancia de trabajar en este sector, el menos poblado por árboles y con mayor índice de posibles deslizamientos en el futuro.

Contexto en el que se produce el intercambio: tipo de actividad

Saber matemático que entra en juego

Se reunió el grupo en el salón de clases para ubicar su sector de reforestación en el software *Google Maps*, proyectado en el tablero y se seleccionó la figura geométrica que componía su espacio.

✓ Invariación por flexiones y transformaciones de las longitudes bajo ciertas congruencias planas o espaciales; la relación entre las deformaciones hechas a un objeto sin variar su longitud (traslaciones, simetría, entre otros).

✓ La variación de longitud, transformaciones hacer y deshacer (transformación de un objeto en partes más pequeñas y recomponer).

Interacciones

Categoría

78. Valentina: *este como es cuadrado* (refiriéndose al cartón paja de forma rectangular de un octavo de pliego).

ILVNC

79. Docente: *¿esto es un cuadrado? ¿Por qué?*

80. Darling: *no, porque no es* (moviendo sus manos para indicar los cuatro segmentos iguales del cuadrilátero).

81. Valentina: *no, porque no es...*

82. Docente: *¿Cómo se llama esta figura geométrica* (refiriéndose al rectángulo de cartón).

83. Juliana: *un rectángulo.*

84. Docente: *Este es un rectángulo* (refiriéndose al cartón de forma rectangular) *¿este que figura va a ser?* (refiriéndose y señalando el cartón convexo).

85. Valentina: *ese sería como, parece más como circular.*

237. Angie y Valentina: *romboide.*

238. Docente: *listo, entonces miren lo importante. Gracias, chicas, muy amables.*

299. Valentina: *un cuadrado porque, ¿no es un rectángulo?*

300. Sharik: *rectángulo.*

301. Docente: *¿rectángulo? Para ser un rectángulo, además de medir los lados, ¿qué más debemos medir?*

302. Ingrid: *los noventa grados.*

368. Docente: *¿Por qué para ser cuadrado se necesita?*

369. Valentina: *tener los cuatro lados iguales.*

370. Docente: *además de los ángulos rectos, o sea de noventa grados.*

237. Angie y Valentina: *romboide*

238. Docente: *listo, entonces miren lo importante gracias chicas muy amables*

En la discusión posterior, se evidenció una reiteración en relación con el tipo de figura geométrica que configuraba el espacio, pues las integrantes del grupo constantemente asociaban esta forma con el rectángulo y el cuadrado, dado sus cuatro segmentos (figuras geométricas abocadas siempre en las explicaciones de su educación básica primaria). En las interacciones 78 a la 238 se pudo observar de manera alternada y no continua, que se promueve el que dos integrantes del grupo identificaron su interpretación haciendo visible algunas perspectivas relacionadas con las matemáticas que no habían estado claras en la conversación, lo que las llevó a considerar la invariación por flexiones y transformaciones de las longitudes bajo ciertas congruencias planas o espaciales. La relación entre las deformaciones hechas a un objeto, en este caso el espacio, las magnitudes encontradas para variar su longitud (traslaciones) y la varianza de longitud transformaciones hacer y deshacer (transformación de un objeto en partes más pequeñas y recomponer), son segmentos y ángulos que rodeaban el espacio a configurar en la figura geométrica que más se acercaba a su realidad. Recordemos que todos los lados son de magnitudes diferentes y no fue posible la medida exacta de los ángulos internos del espacio.

Para iniciar la ubicación se dio paso a la configuración geométrica para ser representada en el cuaderno dando a lugar una:

Contexto en el que se produce el intercambio: tipo de actividad	Saber matemático que entra en juego
Discusión para ubicar el espacio en el tablero que contaba con la proyección del barrio apoyado por la foto satelital de <i>Google Maps</i> .	Relación entre la magnitud y el número
Interacciones	Categoría
38. Docente: <i>¿se acuerdan que Juliana nos comentó que el hermano era arquitecto y que primero iba y medía y después hacía el dibujo?</i>	IEDPM

39. Angie: *sí.*
40. Docente: *¿y el dibujo era más pequeño o más grande de la realidad?*
41. Estudiantes: *más pequeño.*
42. Docente: *pero él sabía qué tan pequeño.*
43. Valentina: *las medidas tenían que ser exactas.*
44. Docente: *o sea que si medía 10 centímetros en el espacio, él tenía que dibujar esos mismos metros de una forma diferente.*
45. Docente: *¿saben cómo se hace eso?*
46. Valentina: *si hay 10 metros uno podría poner centímetros.*
66. Valentina: *ahí tendría que dividir.*
67. Docente: *si para saber, por ejemplo, una foto, cuando ustedes ven una foto, ¿lo que ustedes ven en ella es más grande o más pequeño que la realidad?*
68. Estudiantes: *más pequeño.*
166. Docente: *ojo, ahora dos cosas importantes, observen acá en la parte inferior derecha, ¿logran observar que dice acá?*
167. Estudiantes: *sí*
168. Valentina: *sí, 500 metros.*
169. Docente: *y se ve una rayita, ¿cierto? ¿Qué quiere decir?*
170. Estudiantes: *que se puede subir y bajar la distancia.*
171. Docente: *¡sí! O que esta raya quiere simbolizar cuántos metros.*
172. Estudiantes: *sí*
173. Docente: *¿no cuántos metros simboliza esa raya?*
174. Estudiantes: *500 metros.*
175. Docente: *o sea que esta es la unidad estándar, miren, voy a presionar el más...*
176. Docente: *entonces si yo le doy zoom ¿me voy a acercar o me voy a alejar?*
177. Estudiantes: *a acercar.*
178. Docente: *¿será que el 500 sube o baja?*
179. Estudiantes: *baja, baja, sube.*
180. Docente: *vamos a ver le voy a dar una sola vez.*
181. Estudiantes: *¡uich!*
182. Docente: *¿qué pasó?*

183. Estudiantes: *bajó*.
 184. Docente: *o sea que si me acerco ya no son 500 metros, ¿sí o no?*
 185. Estudiantes: *200 metros*.

Los estudiantes expusieron en la clase de matemáticas que en su formación primaria habían afrontado la herramienta y que era familiar la información que suministraba el programa en su proyección. Esto permitió que los estudiantes exploraran y ensayaran diferentes posibilidades para realizar un proceso matemático, en este caso, encontrar la razón entre el objeto real y su proyección en el tablero, lo que hizo que se estableciera una relación entre la magnitud (longitudes del espacio) y el número (longitud del segmento de referencia en la proyección), evidenciada en las intervenciones citadas en la tabla anterior (38-46; 66-68 y 166-185). Para efectuar el cálculo fue necesario establecer una metáfora entre el cálculo y una caricatura infantil conocida por los estudiantes.

Contexto en el que se produce el intercambio: tipo de actividad

Saber matemático que entra en juego

Efectuando el cálculo de reducción de la longitud real del espacio para analizar y ser plasmado en el cuaderno, se dio la siguiente intervención para interpretar el cálculo de división en la operación.

Conservación de una magnitud

Interacciones

Categoría

335. Docente: *el "Chapulín Colorado" tiene unas pastillitas que lo hacen qué*.
 336. Liz, Valentina, Juliana y Darling: *chiquito* (Liz hace con su mano entre sus dedos la seña de pequeño).
 337. Docente: *eso es reducir, eso es lo que estamos haciendo con el plano, como si nosotros a la tierra le diéramos una pastillita, la hiciéramos más pequeña para poderla dibujar ¿Cómo se llaman las pastillas?*
 338. Liz, Valentina, Juliana y Darling: *eee*.
 339. Docente: *Chiquitolina*.

LVPNC

340. Carlos: *esas.*
341. Docente: *Chiquitolina, acá tenemos la matemática que nos ayuda a representar la realidad más pequeña; entonces vamos a hacer la división 1420 en 400, ¿listo? ¿A ver, cuánto nos da? Para ver cuántos centímetros van a representar en nuestro espacio en el cuaderno; entonces, ¿qué tan ancho nos queda el espacio?*
342. Liz, Sharik, Valentina, Juliana y Darling: *3,05.*
343. Docente: *ahí tenemos un problema porque nos queda muy difícil, ¿cierto? Entonces ¿por encima o por debajo hacia donde lo redondeamos, 3.1 o en 3?*
344. Liz, Sharik, Valentina, Juliana y Darling: *Mmm, pues hacia abajo.*
345. Docente: *hacia abajo para que nos quede en tres centímetros cerrados; entonces hagan el borrador. ¿Cómo les va a quedar el plano? Listo, ya tenemos las medidas de ancho 6,3 centímetros, o sea que cada dos cuadritos ¿Cuánto es?*
346. Valentina: *un centímetro, pero dejamos de una vez con regla.*
347. Liz: *no, son 6 de para abajo* (indicándole a Valentina cómo debía crear el segmento en el cuaderno).
348. Valentina: *por eso.*
349. Liz: *pero usted hizo como 12.*
350. Docente: *recuerden que nos quedaba muy pequeñito, entonces hay que hacerlo más grande.*
351. Liz: *entonces doce [generando con su mano un segmento vertical]*
352. Docente: *12,6*
353. Carlos: *¿de 12 para abajo?*

Expresando y haciendo visibles algunas perspectivas que no habían estado claras en la conversación con la división y el uso de la escala para la representación del espacio en el mapa de trabajo, el grupo reconoció la conservación de la magnitud del espacio en cada uno de los lados de la figura que más se acercó al espacio. En las interacciones 335 a la 353, se hizo clara la cercanía de su realidad (programas de televisión vistos y su vida

cotidiana en los bosques), la necesidad de establecer puntos de referencia que los ayuden a ubicar su sector de trabajo, dando origen a la interacción que apoya el rastreo del sector desde el mapa proyectado por el software para identificar el lugar físico en el mismo.

Contexto en el que se produce el intercambio: tipo de actividad

Saber matemático que entra en juego

En el salón de clase crearon el plano del dibujo del espacio en su bitácora y calcularon el área del espacio para saber cuántas plantas se podían sembrar.

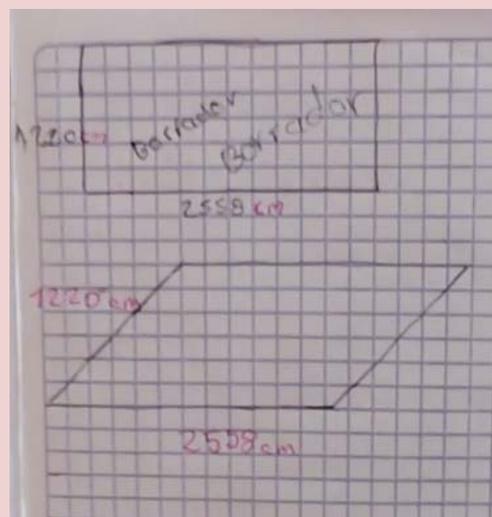
La habilidad para distinguir tales propiedades precede a la habilidad para expresarlas lingüísticamente (más largo, no tan largo, entre otros). Todas ellas sirven para comparar objetos respecto a la longitud, en este caso el área.

Interacciones

Categoría

- 355. Docente: *¿el área del romboide es igual a la del rectángulo?*
- 356. Liz: *no, porque la del rectángulo es así [señala con su manos un ángulo recto]*
- 357. Docente: *cuando yo me siento y me recargó un poco no me da lo mismo que un rectángulo en un romboide, si ¿ustedes han visto cuando yo me recargo en un caja?*
- 358. Valentina: *si se estripa.*
- 359. Docente: *¿su área cambia?*
- 360. Juliana: *sí.*
- 361. Docente: *sí, porque se estripó, pero solo se inclinó un poquito.*
- 362. Valentina, Liz: *¿pues?*
- 363. Docente: *¿el área del rectángulo sería igual a la del romboide?*
- 364. Juliana: *no.*
- 365. Docente: *calculémosla.*
- 366. Liz: *esto quedo recto* (en su rostro se reflejó la decepción porque su representación no coincidió con lo vivido en el espacio).

LEDPM



En esta discusión se llevó a cabo el cálculo del área por parte de los estudiantes y el docente, y debido a la poca familiaridad con la figura, no fue posible de primera mano llegar a la fórmula, por lo que se hizo necesario asociar experiencias en las cuales los estudiantes participaron para poder llegar a la identificación y representación en el cuaderno y de esta forma realizar la aplicación de la fórmula, con lo que los integrantes pudieron ensayar diferentes posibilidades para realizar un proceso matemático de representación y cálculo.

CONCLUSIONES

Luego de varias sesiones de trabajo con el grupo, son diversas y variadas las conclusiones a las que se pudo llegar una vez se logró el análisis de las potencialidades y dificultades en la participación democrática de los estudiantes en ambientes de aprendizaje con referencia a prácticas de medición en la construcción del espacio social de reforestación.

- Es posible afirmar que se estableció una relación evidente entre las matemáticas y la participación democrática de los estudiantes en ambientes de aprendizaje con referencia a prácticas de medición en la construcción del espacio de reforestación, debido a que la primera fue una herramienta primordial en la construcción y aplicación de conceptos que ayudaron con la tarea propuesta (Skovsmose, 2000).
- La construcción y montaje del escenario de aprendizaje no se centró exclusivamente en el contenido matemático, sino que por el contrario, se puso de relieve la cultura de los estudiantes con relación a su participación democrática en los ambientes de aprendizaje con referencia a prácticas de medición y la construcción del espacio de reforestación, ya que el grupo estaba familiarizado con la zona en donde se trabajó, factor que facilitó el alguna medida el objetivo de la investigación.
- El escenario permitió observar la existencia de otro tipo de actividades, que podían llegar a ser más cercanas a los estudiantes, en espacios diferentes al aula de clase, elaborando preguntas abiertas que generaron discusiones y reflexiones en un compromiso con la comunidad. En nuestro quehacer como docentes, se involucraron actividades grupales, con multiplicidad de respuestas que motivaron el diálogo.
- El análisis de las interacciones de los estudiantes, permitió reconocer acciones de participación, cuando reflexionaron sobre una situación que involucró la participación democrática en un ambiente de aprendizaje con referencia a prácticas de medición en la construcción del espacio de reforestación. En las interacciones también se reconoció que el dominio de su postura individual, limitaba el trabajo en

equipo, e influía en las decisiones colectivas que permitieron el desarrollo del escenario.

- La búsqueda de nuevas formas de comunicación en la clase de matemáticas, en donde el discurso autoritario no fuera la única opción, permitió descubrir que el diálogo, el debate argumentado y la participación democrática de los estudiantes, podían modificar las prácticas y procedimientos pedagógicos tradicionales, entre ellos, las formas de comunicación estudiante-estudiante y estudiante-profesor. Para ello, fue necesario iniciar un cambio en los esquemas mentales, donde los estudiantes se animaran más a participar del proceso de elaboración de un ambiente de aprendizaje con referencia a prácticas de medición en la construcción del espacio de reforestación.
- El aprendizaje de los estudiantes en el nuevo escenario de medición y reforestación, significó una mayor interacción de la comunidad con su entorno. Al tomar conciencia de la importancia que para el desarrollo de su barrio tuvo la actividad de reforestación, los jóvenes generaron en los adultos nuevas acciones que les han permitido observar los cerros como algo más importante que un espacio de explotación de la vegetación. Son ahora conscientes de que se trata de una herencia material y casi espiritual para la actual generación y para las generaciones venideras.

5.1. Potencialidades.

Fue evidente que se promovió la participación de los estudiantes, evidenciada en su asistencia y contribución en las interacciones y actividades propuestas en un escenario en donde se reconocieron los espacios cotidianos; estos espacios generaron actos de participación ciudadana, gracias a su cuidado y conservación, así como la promoción de los integrantes antes silenciados por el grupo.

Es claro que los estudiantes encontraron una relación directa entre sus prácticas de medición y los conceptos promovidos en la educación matemática escolar, lo que los llevó a utilizar sus prácticas de medición como instrumento de reflexión en la educación matemática escolar.

Se reconoció el espacio de reforestación como un espacio social de acción y reflexión desde las matemáticas para la comunidad escolar, al promover el paso por los estadios propuestos en la educación escolar con referencia al pensamiento métrico. La experiencia permitió la formalización del lenguaje matemático escolar, llevando las experiencias de lo concreto a lo abstracto, de lo fácil a lo difícil, según las distintas fases trabajadas: manipulación verbal, gráfica y simbólica, cuidando los procesos de reversibilidad en cada una de las experiencias propuestas en las actividades que estructuraron el escenario.

Hubo un quiebre de la enseñanza lineal tradicional, lo que permitió al estudiante descubrir y aprender de sus errores, fomentando en las discusiones en grupo el aprendizaje, el diálogo y la confrontación de ideas.

Se utilizó la vida cotidiana como fuente de situaciones problemas para usar y fomentar el sentido común. Aunque pueda parecer fuera de contexto, esto se suele olvidar en la formación básica de los estudiantes involucrados en nuestras instituciones.

5.2. Dificultades.

El tratamiento de distancia como complemento a la longitud, generó en los estudiantes una serie de dificultades que los llevaron a *aritmétizar* de forma constante las experiencias propuestas y encerrar su reflexión en el simple cálculo y no en las propiedades que involucraba la medida como práctica social.

Las herramientas convencionales (reglas 30 centímetros) de trabajo en el salón de clase y la propuesta (regla de madera y cinta) generaron conflicto a su familiaridad en cuanto a las unidades (centímetros, pulgadas y metros); aunque se habían abordado los sistemas de

medida con anterioridad, el concepto no se desarrolló a plenitud, lo que evidenció falencias en el proceso de aprendizaje, dada la forma en la que se trabajó (ejercicios propuestos desde textos alejados de su realidad).

BIBLIOGRAFÍA

- Área de Matemáticas. (2010). Plan de Área de Matemáticas. En I. E. Porres, *Proyecto Educativo Institucional* (págs. 78-100). Bogotá: Diseños Iris.
- Campbell, N. R. (1994). medición . En J. R. Newman, *Sigma El mundo de las matemáticas* (págs. 186 -201). Barcelona : Ediciones Grijalbo, S.A. .
- Carrillo, J., Climent, N., Gorgorió, N., Prat, M., & Rojas, F. (2008). ANÁLISIS DE SECUENCIAS DE APRENDIZAJE MATEMÁTICO DESDE LA PERSPECTIVA DE LA GESTIÓN DE LA PARTICIPACIÓN. *ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS*, 67-76.
- Castro, P., Chapman, R., Gui Suriñach, S., Lull, V., Micó Pérez, R., Rihuete, C., y otros. (1996). TEORÍA DE LAS PRÁCTICAS SOCIALES. *Complutum Extra*, 35-48.
- Chamorro Plaza, M. d., & Belmonte Gómez, J. M. (1991). *El Problema de la medida*. Vallehermosa Madrid: EDDitorial Sintesis S.A.
- Clareto, S. M. (2007). *VEICULAÇÃO DE SABERES ESPACIAIS NA ESCOLA*:. bolsista PROBIC-FAPEMIG.
- El Espectador . (9 de Febrero de 2013). *El Espectador*. Recuperado el 31 de Marzo de 2013, de El Espectador: <http://www.elespectador.com/noticias/bogota/emergencia-cerros-orientales-de-bogota-tras-fuertes-agu-articulo-403952>
- Gálvez, J. (2002). *la restauración Ecológica: concepto y aplicación* . Guatemala: Universidad Rafael Landivar Facultad de Ciencias Ambientales y Agrícolas .
- García, G., Valero, P. x., Salazar, C., Mancera, G., Camelo, F. J., & Romero, J. H. (2013). Escenarios y Ambientes educativos de aprendizaje de las matemáticas. constitución de subjetividades en educación matemática elemental. En G. García, p. x. Dueñas, C. S. Amaya, G. M. ortiz, F. J. Bustos, & J. H. Rey, *Proceso de inclusión exclusión Subjetividades en Educación Matemática* (págs. 45- 76). Bogotá: Javergraf.
- Godino, J., Batanero, C., & Roa, R. (2002). *MEDIDA DE MAGNITUDES Y SU DIDÁCTICA PARA MAESTROS*. Granada: Publicación realizada en el marco del Proyecto de Investigación y Desarrollo del Ministerio de Ciencia y Tecnología.

- Guydynas, E. (2009). Ciudadanía ambiental y meta-ciudadanías ecológicas. Revisión y alternativas en América Latina . En J. Reyes, & E. Castro, *Urgencias y utopía a la crisis de civilización* (págs. 58 - 101). Guadalajara .
- Lima, M. J., & Monteiro, A. (2009). Práticas Sociais de Localização e Mapeamento: *Bolema*, 1 -28.
- MEN. (agosto de 2006). *plan decenal de educación 2006-2016*. Recuperado el 13 de agosto de 2013, de <http://www.plandecenal.edu.co/html/1726/w3-article-166057.html>
- Monteiro, A., & Rodrigues, J. M. (2011). Práticas sociales y organización curricular: cuestiones y desafíos. *Revista Educación y Pedagogía*, 37 - 46.
- Pedro V Castro, R. E. (1996). TEORÍA DE LAS PRACTICAS SOCIALES. 35 - 48.
- Pereira, M. G. (2011). La Construcción de Espacio Escolar y La Justicia Social. *Revista Geográfica de América Central*, 1-21.
- Ruiz, B. (2002). *Manual de reforestación para América Tropical*. San Juan : Servicio Forestal del Departamento de Agricultura de los Estados Unidos .
- Valero, P. (2012). Educación matemática crítica Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. En P. V. Skovsmose, *La educación matemática como una red de prácticas sociales* (pág. 299). Bogotá: Ediciones Uniandes.
- Valero, P., & Skovsmose, O. (2012). *Educación matemática crítica Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Colombia: Ediciones Uniande.
- Vásquez Yanes, C., Batis Muños, A. I., & Alcocer, M. I. (2004). *Árboles y Arbustos Nativos Potencialmente Valiosos para la Restauración Ecológica y la Reforestación*. Mexico: CONABIO.
- Vasquez, A. (2001). *Silvicultura de plantaciones forestales en Colombia*. Ibagué: Universidad del Tolima.