

DIFICULTADES EN CONCEPTOS MATEMÁTICOS QUE IMPLIQUEN EL USO DE FRACCIONES

Noelia Londoño Millán, Alibeit Kakes Cruz, Jacqueline Llanes Castro

Universidad Autónoma de Coahuila, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas. (México)

noelialondono@uadec.edu.mx, alibeitkakes@uadec.edu.mx, jacquelinellanes@hotmail.com

Palabras clave: fracciones, educación primaria, dificultades

Keywords: fractions, primary education, difficulties

RESUMEN

El estudio de los números racionales empieza en México a edades muy temprana con los conceptos básicos de parte todo, representaciones gráficas, usando fracciones propias, impropias y mixtas; para luego incorporar las operaciones aritméticas y resolución de problemas de razonamiento en este conjunto numérico. Esto inicia en la escuela básica cuando el niño cursa el tercer y cuarto año de primaria, sin embargo, un estudio continuo sobre el uso de las fracciones en el nivel medio superior demuestra que los alumnos tienen dificultades al operar fracciones en ecuaciones, en expresiones algebraicas, etc. Con estos antecedentes se emprendió un proyecto de investigación con niños de 5° y 6° de primaria, con el propósito de identificar las dificultades que ellos presentan en los temas de fracciones y algunos de los resultados demuestran que hay deficiencias en el uso del lenguaje, representaciones gráficas en polígonos, ubicación de fracciones en la recta numérica, así como también en la resolución de problemas.

ABSTRACT

The study of the rational numbers in Mexico begins early ages from the basic concepts of the subject: to do a partition the unit in so many parts as indicates the denominator and to emphasize (bordering, coloring) the number of parts that the numerator indicates and also to use the numerical straight line to locate fractions. Examples of proper, improper and mixed fractions are put. Then the arithmetical operations and the resolution of problems of reasoning associated to that type of numerical set are incorporated. The study of fractions begins when the boy attends the third and fourth degree of primary, nevertheless, in the superior level the student present difficulties when operating with fractions in algebraic equations and algebraic expressions. With those antecedents a project of primary investigation with children of 5to and 6to of in order identifying difficulties in the subject of fractions and others related to that subject as was the use of the language, graphical representation of polygons and solution of problems.

■ Introducción

Cuando el alumno se inicia en el concepto de fracción lo hace visualizando y entendiendo sus distintas representaciones. Por tal motivo para esta investigación se ha usado como referente el enfoque de representaciones semióticas, Duval (1999), Hitt (1995), Hitt (2002), en el entendido que esas representaciones tendrán sentido cuando se incorporen de manera coherente en otros temas como son razones y proporciones, cálculo de porcentajes, factorización de expresiones algebraicas, solución de ecuaciones de una y varias variables, así como también la resolución de problemas, etc.

De acuerdo con Figueras (1988) citado por Ortiz (2009) el estudio de las fracciones deben permitir a los estudiantes:

- Reconocer disecciones de un todo en partes iguales.
- Producir diferentes particiones iguales en una misma unidad.
- Reconstruir una unidad conociendo la forma y el tamaño de la parte. Cabe destacar que estos ejercicios de reconstrucción del todo son propuestos no sólo para situaciones discretas sino también continuas.
- Promover la partición de situaciones discretas a partir de la consideración de la equidad del área de las partes y no sólo de la congruencia de las mismas.
- Hacer uso del lenguaje, común, algebraico y gráfico de las fracciones.
- Promover la partición de situaciones continuas y discretas a partir de diferentes unidades de partición, para identificar una misma parte.
- Producir diferentes distribuciones cuyos resultados sean el mismo que el de un reparto justo dado y describirlas por medio de un pictograma.

Cabe destacar que para la comprensión de la relación parte-todo Llinares, S. y Sánchez, V. (2000), en situaciones continuas se requiere: la identificación de la unidad, desarrollar la habilidad para realizar divisiones y finalmente, tener la idea de área y equivalencias de áreas, de ahí la importancia de promover la partición de diferentes tipos de unidades y la identificación de fracciones en unidades que han sido fraccionadas en partes no congruentes.

Para el nivel en el que se desarrolló la investigación, algunas de las consideraciones anteriores no aplican dado que los alumnos para quienes estuvo dirigido el proyecto no cuentan con todos conocimientos necesarios, especialmente con lo que se refiere al lenguaje algebraico.

También existen autores que abordan la didáctica de las fracciones, entre ellos está Streefland (2000), citado por Ortiz (2009), él establece algunos principios que deben ser aplicados cuando se aborda el tema de fracciones en la enseñanza:

- Lo importante es la "construcción" de las operaciones con las fracciones por los propios alumnos.
- Construcción que se basa en la propia actividad del alumno, como estimación, desarrollo del sentido del orden y tamaño, etc.
- Valorar las actividades de los estudiantes así como los métodos y procedimientos que utilizan para resolver problemas, aunque difieran de la formalidad propia de la materia.
- Que el alumno sea capaz de formular sus propias reglas y generalizaciones para adquirir su conocimiento.

- Se deben utilizar los saberes previos del escolar, como base para empezar la secuencia de la enseñanza de fracciones (ideas relativas a mitades, tercios, cuartos, etc., los procesos básicos de dividir, repartir,...)
- Se sugiere buscar situaciones en las que los alumnos construyan procedimientos de solución por medio de procesos de dividir, ordenar, medir, componer...
- Utilizar modelos de apoyo (regiones o segmentos, recta numérica, tablas de razones,...) y situaciones problemáticas (de la vida diaria que sirvan de "puente" entre las situaciones problema en diferentes contextos y el trabajo numérico)

■ Aspecto metodológico

El estudio se efectuó por fases, la primera denominada de diagnóstico, la segunda de implementación y la tercera evaluación, cada una se describe a continuación:

Primero se elaboró un diagnóstico que los alumnos respondieron al inicio del año escolar en 5°. El reporte que aquí se presenta hace referencia a las dificultades que se hallaron en esta fase. También se obtuvo información diseñando y aplicando varias actividades lúdicas, durante los dos años solamente se aplicaron dos cuestionarios escritos, uno al inicio del proyecto y el otro al finalizar, la demás información se obtuvo a través de juegos, interacción directa con los alumnos, entrevistas, etc. También las actividades de aprendizaje que se aplicaron fueron variadas y diferentes a las tradicionales.

Sobre los alumnos. El proyecto se realizó con 80 niños de la escuela primaria Alfonso Reyes de Saltillo Coahuila, México (grupos A y B), el proyecto comenzó cuando ellos iniciaron 5° grado, esto fue en agosto de 2012, y se dio continuidad con los mismos alumnos cuando estaban en 6°. Es decir estuvieron los mismos alumnos dos años en el proyecto. Solamente una alumna reprobó el 5° y en sexto grado solamente se incorporaron de otras escuelas dos alumnas. Se tuvo interacción con los alumnos todos los viernes hábiles de los dos años lectivos 2012-2013 y 2013-2014. Excepto el último viernes de cada mes, ya que se reunía el consejo técnico de la escuela con los supervisores y no se programaron clases con los alumnos.

■ Sobre los resultados

Luego de implementar las actividades diseñadas con los alumnos de 5°A y 5°B de primaria se pueden enunciar cuatro categorías de dificultades sobre el concepto de fracción una sobre el lenguaje, otra sobre la representación gráfica, la tercera categoría sobre procesos aritméticos y por último la resolución de problemas:

Una primera dificultad que se encontró fue en el **uso del lenguaje**, particularmente en el lenguaje hablado, ya que los alumnos presentan confusión al nombrar las fracciones, ellos invierten el numerador y el denominador, algunos no diferencian cual es cual y la mayoría de los alumnos presentan dificultades al leer fracciones, particularmente cuando estas contienen un denominador dos. Por ejemplo, al leer $\frac{7}{2}$ lo quieren leer como siete do... y buscan una palabra que empiece como empieza el número que está en el denominador. Cuando lo correcto es decir siete medios.

De la misma manera al hacerles dictados de fracciones el 61 % de los alumnos cometen error en el orden, ya que los escriben invertidos, por ejemplo, se les dictó siete quintos y ellos escribieron cinco séptimos.

■ Representaciones gráficas

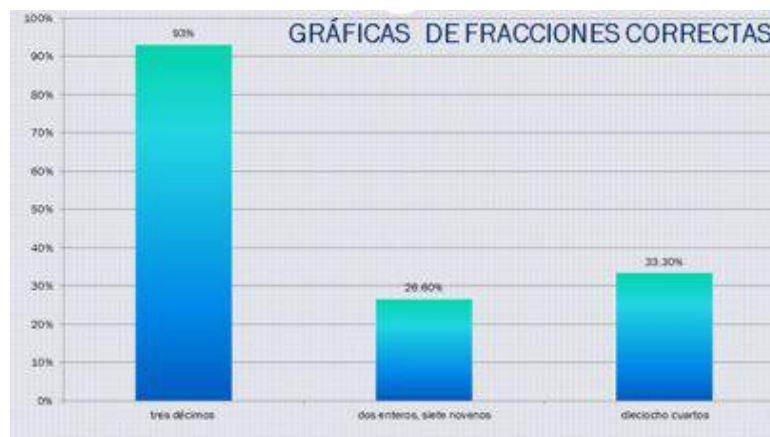
En términos de Duval (1999) un concepto está entendido si el alumno es capaz de transitar entre sus distintos registros de representación. Para diagnosticar sobre las representaciones gráficas se hizo en dos apartados, graficación en polígonos y graficación en la recta numérica. En lo que respecta a los polígonos se aplicaron actividades en donde dada la fracción, los alumnos debían graficarla y cometieron error al confundir la parte y el todo, invertían estos elementos particularmente si las fracciones eran impropias (50%).

Del mismo modo se daban las gráficas de las fracciones y los alumnos debían anotar la expresión que la representaba y aquí se mostraron otro tipo de dificultades, los alumnos no respetan el acuerdo que las particiones deben ser del mismo tamaño. Y para responder solamente se limitaron a contar cantidades sin tener en cuenta los tamaños.

También les cuesta trabajo asociar una unidad como una fracción con numerador y denominador iguales. Al anotar la fracción en su forma numérica cuentan la cantidad de secciones sombreadas y las ubican como numerador mientras que el denominador lo asignan a la cantidad de secciones sin color, es decir, ubican solamente las partes y no las parte y el todo.

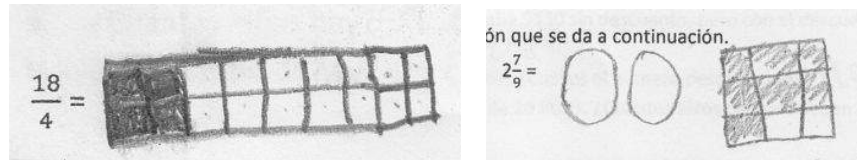
La Figura 1. Se muestran los resultados correctos en la graficación de varios tipos de fracciones. Puede observarse que el mejor desempeño ocurre en fracciones propias, mientras que con las otras clases de fracciones los resultados correctos corresponden a la tercera parte o menos.

Figura 1. Graficación de fracción propias, mixtas, e impropias en polígonos



En la figura dos se exponen algunos ejemplos de dificultades encontradas en la graficación de fracciones, ver figura 2.

Figura 2. Graficación equivocada de fracciones impropias y mixtas



En lo que respecta a la ubicación de fracciones en la **recta numérica** se obtuvo lo siguiente:

Aunque el dominio de conocimiento es el mismo (Schoenfeld 1985) “saber graficar fracciones” sin embargo cuando los alumnos tienen que graficar fracciones en la recta numérica muestran dificultad en lo siguiente: Si la fracción es 27 séptimos, y se les daba una recta numérica que solo contiene los números del uno hasta el diez, responden que no es posible ubicarlo explicando que la recta no tiene el número 27, cuando lo correcto es ubicar este número entre 3 y 4. Al usar este tipo de representación se derivan otras dificultades un tanto distintas a las expuestas anteriormente. En aquellos casos donde sí aparecía el 27 en la recta numérica, hubo alumnos que dividieron el espacio que existe entre 27 y 28 en siete partes, elegían cualquier partición de estas, sin dar una respuesta coherente con lo que se pedía.

Sobre los procesos aritméticos. Se indagó sobre comparación de fracciones para determinar las equivalentes y usaron la propiedad de las proporciones que dice que el producto de los medios debe ser igual al producto de los extremos, por supuesto que no lo explicaron así, sólo lo hicieron de manera mecánica. Al convertir fracciones mixtas a impropias y viceversa, la mayoría encontró bien el entero, pero no la fracción que le precede, generalmente mostraban el inverso. También hubo varias dificultades particularmente en lo que respecta a la suma y la resta de fracciones, a pesar de conocer las fracciones equivalentes, no las usan para convertir una fracción heterogénea a una homogénea. Hacen procesos equivocados como sumar los numeradores y denominadores entre sí. También hay quienes multiplican cruzado, al decidir qué número ocupa el numerador se confunden, este proceso en ocasiones lleva a los alumnos a obtener valores muy grandes y la respuesta final no la simplifican. Con lo cual trasgreden un principio fundamental en las fracciones y es el de reducirla a la mínima expresión.

■ Conclusiones

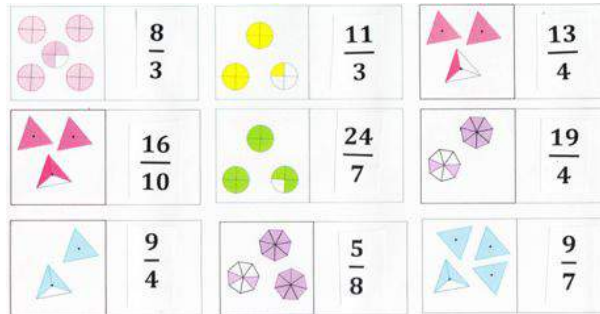
Luego de un estudio continuo, detallado y constante, el grupo de trabajo pudo identificar algunos errores persistentes en los alumnos como son los que se entresacan a continuación:

- Los alumnos tienen dificultades respecto al uso del lenguaje empleado en los temas de fracciones, confunden los nombres de los elementos. Cuando quieren nombrar números ordinales mayores a diez enuncian la terminación avos como si estuvieran hablando de fracciones, por ejemplo 20 aniversario dicen “veinteavo aniversario” cuando nombran fracciones con denominadores 10, 100, 1000, en vez de usar la palabra décimo, centésimos milésimo, prefieren usar el sufijo avos.

- En la práctica resultó bastante difícil que los niños leyeran texto matemático de manera correcta y sin pausas innecesarias.
- En los alumnos persiste la idea que las fracciones solo son propias y al momento de graficar las fracciones impropias invierten los elementos y grafican la fracción inversa. Aun no son conscientes de las diferencias que existen entre una fracción y su inversa.
- Algunos alumnos que logran identificar que en una fracción impropia debe ir más de una unidad, hacen las unidades de distinta forma, sin ser conscientes que esto implicaría una fracción distinta.
- La mayoría de los alumnos no ubican de forma correcta las fracciones en la recta numérica, como tampoco identifican que fracciones están representadas en ella, es decir, el proceso inverso.
- En cuanto a los algoritmos empleados algunos son usados de forma mecánica, y no tienen una justificación matemáticamente válida de porque hacerlos.
- En los procesos de amplificación y simplificación presentaron mayores dificultades en el segundo. A través de la interacción con los alumnos el grupo de trabajo identificó algunas necesidades matemáticas en los temas de descomposición de un número en factores, criterios de divisibilidad, la regla de equivalencia que dice “se divide por el mismo número tanto el numerador como el denominador”, para que la fracción no se altere; la mayoría de alumnos no se saben las tablas de multiplicar, todavía en 5° las hacen con los dedos, como series, etc.
- En la resolución de problemas se notó el deseo de los alumnos de realizar operaciones, con los datos del problema, sin ni siquiera entender lo que se preguntaba.
- No asocian las palabras tres cuartos de 20 con la operación multiplicar $\frac{3}{4} * 20$ al resolver un problema práctico de garrafones con agua.
- En el cálculo de porcentajes se les dificulta expresar el 15 por ciento como una fracción de numerador 15 y denominador 100.

Luego de analizar los resultados obtenidos en el diagnóstico el grupo de trabajo procedió a diseñar varias actividades, muchas de ellas lúdicas para implementarlas con los alumnos y que se pudiera superar esas dificultades. Algunos de los diseños fueron adaptaciones de juegos tradicionales, ya reconocidos como son lotería, dominós de los diferentes temas de fracciones, juegos usando la computadora como el Jeopardy, etc. Algunos ejemplos de los juegos implementados se muestran a continuación en las figuras 3 y 4.

Figura 3. Algunas piezas de dominó de fracciones impropias, para enseñar el tema



También este material fue usado sin los números para que los alumnos asociaran las representaciones gráficas con sus valores numéricos.

La imagen que se muestra a continuación se diseñó para evaluar distintos temas de fracciones, cada grupo se subdividió en equipos, y el juego lo ganó el equipo con mayor cantidad de puntos que se otorgaban de acuerdo a los aciertos. Los de mayor puntaje representaban una dificultad mayor.

Figura 4. Adaptación del juego de Jeopardy para evaluar fracciones construido en Power Point.

ELIGE UNA CATEGORÍA Y UN VALOR				
FRACCIONES EQUIVALENTES	GRÁFICAS	LECTURA	MIXTOS A IMPROPIAS Y VICEVERSA	OPERACIONES
50 PUNTOS	50 PUNTOS	50 PUNTOS	50 PUNTOS	50 PUNTOS
100 PUNTOS	100 PUNTOS	100 PUNTOS	100 PUNTOS	200 PUNTOS
200 PUNTOS	200 PUNTOS	200 PUNTOS	200 PUNTOS	300 PUNTOS
300 PUNTOS	300 PUNTOS	300 PUNTOS	300 PUNTOS	400 PUNTOS
400 PUNTOS	400 PUNTOS	400 PUNTOS	500 PUNTOS	500 PUNTOS

Los alumnos que participaron en el proyecto se graduaron el 7 de julio de 2014, y a cada uno, así como también a la directora y los maestros que nos permitieron realizar la investigación, se le entregó un reconocimiento por la participación en el proyecto, el cual firmó el director de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la UADEC, M.C. Julio Saucedo Zul.

Agradecimientos. Para la ejecución de este proyecto se contó con el apoyo de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Universidad Autónoma de Coahuila., maestros, alumnos y padres de familia de la escuela primaria Alfonso Reyes de Saltillo, Coahuila, México y también la participación de los alumnos de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas en el diseño, aplicación de las actividades, así como el procesamiento de la información, especialmente a María Fernanda Berlanga Pérez, por el apoyo y el compromiso mostrado en la ejecución del proyecto.

■ Referencias bibliográficas

- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Traducción Miriam Vega Restrepo. Colombia: Artes gráficas Univalle.
- Hitt, F. (1995). Intuición de primera *versus* pensamiento analítico: Dificultades en el paso de una representación gráfica a un contexto real y viceversa. *Revista Educación Matemática*, 7(1), 63-75.
- Hitt F. (Editor, 2002). *Representations and Mathematics Visualization*. (Documento presentado en Working Group of PME-NA, 1998-2002). México: Cinvestav-IPN.
- Llinares, S. y Sánchez, V. (2000). *Fracciones*. Madrid: Síntesis.
- Ortiz, A. (2009). *Estudio de situaciones continuas y discretas del concepto de fracción en interpretaciones de reparto y parte-todo, en primer grado de secundaria*. Tesis de licenciatura no publicada. Escuela Normal Superior de México. México.
- Schoenfeld, A. (1985). Resolución de problemas, una propuesta a considerar en el aprendizaje de las matemáticas. *Educación Matemática* 4(2).