

ACERCAMIENTO A LA NEGATIVIDAD EN NÚMEROS RACIONALES POR ESTUDIANTES DE SECUNDARIA Y PROFESORES EN FORMACIÓN.

Aurora Gallardo Cabello, Gil Arturo Saavedra Mercado

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. (México)

agallardo@cinvestav.mx, gsaavedra@cinvestav.mx

Palabras clave: Fracción, decimal, negativo

Keywords: Fraction, decimal, negative

RESUMEN

La presente investigación aborda una temática poco estudiada dentro de la matemática educativa: la conjugación de los conceptos de números fraccionarios, decimales y negativos. Cada una de estas nociones representa una tarea compleja dentro del trabajo en el aula. Es importante conocer las ideas que los estudiantes de secundaria y los profesores en formación poseen para cada uno de los tópicos mencionados. No debe ignorarse el entramado trayecto que la negatividad ha tenido dentro de la matemática ni tampoco en el campo de los racionales, tanto para las fracciones como para los decimales. Intentamos conjugar el estudio de estos conceptos y a su vez, visualizar si la asimilación de ellos puede extenderse hacia otras asignaturas como Ciencias en secundaria.

ABSTRACT

The present research deals with a topic little studied within educational mathematics: the conjugation of the concepts of fractional, decimal and negative numbers. Each of these notions is a complex task within the work in the classroom. It is important to know the concepts held by secondary school students and teachers in training for each of the above topics. It should not be ignore the journey that negativity has had within mathematics in the field of the rational numbers, both fractions and decimals. We try to combine the study of these concepts and at the same time, visualize if assimilation of them can be extended to other subjects such as Science in secondary school.

Para los profesores de educación básica es conocida la dificultad en el tratamiento de temas relacionados con las fracciones dentro de las actividades del aula. El caso de los decimales presenta circunstancias similares al ser abordados en el trabajo escolar. En ambas situaciones el desarrollo de estos temas pareciera centrarse en el tratamiento de las operaciones aritméticas, dejando de lado la naturaleza propia de estos conjuntos numéricos y por ende, la interpretación, sentido y significado que los estudiantes asignan y poseen de éstos.

La cuestión de la negatividad no es menos azarosa, la historia advierte la clandestinidad de los números negativos y las vicisitudes que hubieron de pasar para formar parte de nuestros conceptos matemáticos actuales (Gallardo 1994, 2002). Recordemos la categoría de la negatividad acuñada por Lizcano (1993), quien hace referencia a los antecedentes históricos de los números negativos y aclara que éstos no podrían considerarse aún como los enteros de hoy, y es necesario mantener voluntariamente impreciso el término de negatividad para poder ampliar paulatinamente su campo de referencia y ser así aceptadas sus diversas construcciones en las distintas culturas.

■ Planteamiento del problema

Estudios recientes han puesto de manifiesto un escaso tratamiento de los números racionales tanto en la forma de expresarlos como fracciones (Saavedra, 2011) y también como decimales (Ávila, 2008), y se ha encontrado evidencia sobre la escasa comprensión que estos números tienen entre docentes y alumnos (Fazio y Siegler, 2010).

Hemos indagado sobre estos temas tanto en los alumnos de educación básica, como en profesores en formación, ya que existen razonamientos intuitivos guiados por modelos erróneos prevalecientes desde la educación primaria hasta la universidad al trabajar con números decimales (Brousseau, 1980), situación que puede ser extendida a las fracciones debido a su equivocada asociación a las reglas de los números naturales. También es importante investigar las ventajas que se obtendrían al trabajar los conceptos de fracción y decimal asociándolos a la negatividad en los estudiantes de secundaria involucrados en otras asignaturas, como por ejemplo Ciencias II énfasis en física. Este hecho permitiría validar la hipótesis propuesta por Saavedra y Gallardo quienes mencionan:

[...] los alumnos no resuelven problemas de cinemática utilizando álgebra porque no entienden entre otros los conceptos de velocidad y aceleración como razones de cambio ni como cantidades relativas que involucran números positivos y negativos. Afrontan los problemas que describen el movimiento generalmente con acercamientos aritméticos o gráficos. (Saavedra y Gallardo, 2011, p. 368).

Estos autores también aseveran que “Muchos estudiantes olvidan las unidades asociadas a las magnitudes físicas que les permitirían asegurarse que el problema está bien planteado”. Lo que comúnmente denominamos análisis dimensional (Saavedra y Gallardo, 2013, p. 55).

Nuestro estudio se realiza en Telesecundaria por brindar este subsistema la ventaja de que el profesor encargado del grado escolar imparte todas las asignaturas (S. E. P., 2011). Hemos considerado además a los profesores de telesecundaria en formación, pues es importante conocer las concepciones que poseen sobre estos temas. En estudios como el de Ávila (2008), se advierte que los docentes no comprenden el

concepto de número decimal, asociándole propiedades de los naturales, argumentando que son números naturales con punto. Una situación similar prevalece para las fracciones.

Nos hemos planteado las siguientes preguntas de investigación:

- ¿Cuáles son los significados tanto de fracciones como de decimales que poseen los estudiantes y profesores en formación de telesecundaria?
- ¿Qué sentidos de negatividad en las fracciones y los decimales se identifican en los procesos realizados por estudiantes y docentes en formación?
- ¿Cómo influyen los conceptos de fracciones y decimales negativos en el trabajo escolar de otras asignaturas?

En el presente estudio consideramos los trabajos desarrollados en la materia de Ciencias por ser la que conlleva a fracciones y decimales negativos. Cabe señalar que en esta materia están incluidos contenidos de física, química y biología.

¿Es posible movilizar los conocimientos matemáticos sobre fracciones y decimales negativos a situaciones escolares en otros niveles de estudio?

Vamvakoussi y Vosniadou (2010), afirman que comprender fracciones es esencial para el aprendizaje de álgebra, geometría y otros ámbitos de la matemática escolar.

■ Marco teórico

Se ha revisado a Kieren (1983, 1988), para quien, los números racionales representan un sistema sofisticado de conocimiento para modelar situaciones reales, y son uno de los ejemplos más importantes de concepto matemático de campo. Para él la construcción de la fracción comprende el control de operadores aditivos y multiplicativos; es un proceso que incluye experiencias matemáticas del pensamiento tales como: particiones, la identificación de partes y formación de equivalencias usando una variedad de imágenes y madurando desde lo metafórico hasta el uso del lenguaje formal. El tema de Fracciones está dotado de múltiples constructos, a saber: cociente, medida, operador, razón y parte-todo (Kieren, 1983, 1988).

Para este tema Freudenthal (1983) establece criterios para preferir llamar fracciones a los números racionales. Denomina fracción a las distintas expresiones fraccionarias del mismo número racional (por ejemplo, el número racional $\frac{1}{2}$ puede estar representado por las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, etc.). Este autor hace hincapié en la polifacética sobrevivencia de las fracciones a nivel del lenguaje cotidiano.

Por otra parte, el número decimal tiene aplicación en la vida cotidiana y en otras áreas del conocimiento humano, son útiles por ejemplo en contextos de proporcionalidad como en los porcentajes (Block y Mendoza, 2010), conversiones de moneda, cálculo de costos, etc. Al referirse a los decimales, Brousseau (1980), menciona que en la matemática escolar, se encuentran obstáculos del tipo didáctico, epistemológico e histórico.

Para el tema de la negatividad, Gallardo (1994, 2002), realizó un estudio mostrando evidencias de que los negativos constituyen un obstáculo para la enseñanza del álgebra escolar. Una de sus conclusiones muestra que la extensión del dominio numérico de los números naturales a los números enteros se convierte en un elemento crucial para lograr la competencia algebraica en la resolución de problemas y ecuaciones.

Gallardo advirtió que los estudiantes de secundaria dotaban de niveles de sentidos intermedios: número sustractivo, número signado, número relativo y número aislado, a los números negativos en la resolución de tareas aritmético – algebraicas antes de lograr la extensión del dominio de los números naturales a los números enteros.

Mientras Gallardo (2002) enfatiza el manejo de los números enteros, Saavedra (2011) muestra que es posible extender el dominio de los números fraccionarios y decimales a la negatividad.

■ Método

Se recurre a una investigación de corte cualitativo, ya que este paradigma hace aportaciones importantes sobre los procesos cognitivos del sujeto durante la adquisición de conceptos matemáticos (Gallardo, 1996).

Nuestra población corresponde a un grupo de 35 estudiantes de segundo grado de educación secundaria y a un grupo de 8 docentes en formación que se encuentran en el séptimo semestre realizando prácticas en las escuelas telesecundarias.

Se utilizan los siguientes instrumentos metodológicos:

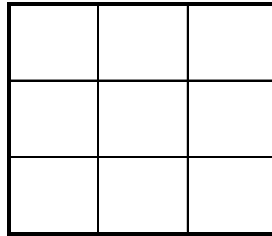
- Cuestionario Exploratorio: Se plantean dos versiones, una para estudiantes de secundaria y otra para profesores en formación. Ambos consideran ítems con similares contenidos aunque en el caso de los docentes se ha elevado el grado de dificultad. Consta de 15 ítems sobre decimales, fracciones y números enteros. Nos apoyamos en la resolución de Cuadrados Mágicos, comparación de cantidades numéricas expresadas como fracciones y decimales positivos y negativos, problemas de enunciado verbal históricos y del presente, referidos a contextos escolares distintos a la matemática tales como cinemática y de la vida cotidiana.
- Entrevista Individual: Realizada a 3 alumnos de secundaria y 2 docentes seleccionados según sus respuestas en el cuestionario exploratorio, con el fin de realizar un estudio en profundidad.

La validación de los resultados se llevó a cabo mediante el método conocido como Triangulación (Cohen y Manion, 1990).

Ejemplos de los ejercicios desarrollados en el estudio.

Se solicitó a estudiantes de secundaria y docentes en formación que dieran respuesta al siguiente planteamiento:

Resuelve el cuadrado mágico con los números: -1.6 , -1 , $\frac{1}{5}$, 0.8 , $-\frac{2}{5}$, 3.2 , 2 , 1.4 y $2\frac{3}{5}$ de manera que las sumas den como resultado 2.4



Para el desarrollo de este ejercicio se dio una breve explicación del funcionamiento de los cuadrados mágicos. Se puso en juego la identificación de números decimales, fracciones y enteros, aunado a ello también se recurre a la negatividad, al ordenar los números de mayor a menor. Se observa el manejo que poseen sobre las fracciones. Inicialmente se les solicita que ordenen los números respetando la representación original en el enunciado, es decir, sin que realicen “conversiones” a decimales. Tanto estudiantes de secundaria como docentes en formación presentan problemas para ordenar de menor a mayor las nueve cantidades indicadas, sin embargo, los normalistas logran realizarlo después de algunos intentos fallidos. Los estudiantes de secundaria requirieron el desarrollo de los cocientes y la transformación de todos los datos a números de expresión decimal para ordenar los números.

También se practicaron operaciones aritméticas para la obtención del resultado, en este caso el valor de 2.4 , los estudiantes de secundaria omitieron en varias ocasiones el signo negativo asignado en el enunciado al momento de realizar la “conversión” a expresión decimal y al realizar las “sumas” en todas las direcciones, tal como lo establecen los cuadrados mágicos.

Otro planteamiento de los presentados en el Cuestionario Exploratorio, es el siguiente: Resuelve la siguiente ecuación.

$$6x^2 + x - 1 = 0$$

En este ejercicio se presenta una solución positiva y una negativa ambas dentro del conjunto de los números racionales. Se visualiza el significado asignado a la fracción al resolver la ecuación, en este caso cociente. Se observa también el estrato de los números negativos que tanto estudiantes de secundaria como docentes en formación poseen: el de número aislado. Llama la atención el hecho de que cuando encuentran como solución un número fraccionario, tienden a “convertirlo” a una expresión decimal para realizar la comprobación de la misma, suceso encontrado en estudiantes y en normalista. Además, los estudiantes de secundaria omiten el signo negativo al desarrollar su comprobación.

Lo anteriormente expuesto, nos lleva a establecer las siguientes conclusiones:

El significado más frecuente que los estudiantes de secundaria asignan a la fracción es el de cociente, dado que precisan realizar la conversión para validar la cantidad numérica y asignarle algún sentido, como se observa en la resolución del cuadrado mágico.

En los profesores en formación también se observa el uso de la fracción como operador, lo cual les posibilita el poder manejar la cantidad en forma de fracción común y realizar operaciones que se extienden del dominio aditivo al multiplicativo, por ejemplo al resolver la ecuación cuadrática.

Además los decimales son utilizados como una escritura complementaria a los naturales “agregándoles un punto y la parte decimal” tal como lo describen Ávila y García (2008).

Para la interpretación de la negatividad, tanto en fracciones como en decimales, los niveles de aceptación hallados son el de número sustractivo y el de número aislado predominantemente. En los docentes en formación es posible notar también, el nivel de número relativo cuando realizan comparaciones para determinar valores mayores o menores. Se observa en el estudio que los profesores en formación pueden prescindir de la conversión para comparar cantidades, cuando se les presentan en fracción o decimal, ya que las asocian al mismo número racional.

Hemos encontrado que las concepciones de fracción, decimal y su asociación a la negatividad influyen favorablemente al realizar ejercicios en Física, al desarrollar planteamientos de cinemática, donde los alumnos realizan una asignación más congruente a los signos de la gravedad y las velocidades en el caso de pérdidas de energía potencial y ganancia de energía cinética y/o viceversa.

La movilización de los racionales negativos se percibe fuera de los ámbitos escolares cuando, tanto estudiantes de secundaria como profesores en formación, resuelven situaciones en las cuales se involucra el concepto de porcentaje, al cual interpretan unas veces como fracción y otras como decimal. En estos casos prescinden del algoritmo tradicional de porcentaje y utilizan el número racional que representa la cantidad solicitada, sea que incluya un incremento o un descuento hecho en el que además se presenta el nivel de número sustractivo de los negativos.

■ Referencias bibliográficas

- Ávila, A. (2008). Los profesores y los decimales. Conocimientos y creencias de un contenido de saber casi invisible. *Educación Matemática* 20 (2), 5-33.
- Ávila, A. y García S. (2008). *Los números decimales: más que una escritura*. México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
- Block, D. y Mendoza, T. (2010). El porcentaje: lugar de encuentro de las razones, fracciones y decimales en las matemáticas escolares. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 13 (1), 177-190.
- Brousseau, G. (1980). Problèmes de l'enseignement des décimaux. *Recherches en didactique des mathématiques* 1 (1), 11-59.
- Cohen, L. y Manion, L. (1990). *Métodos de Investigación Educativa*. Madrid: La Muralla.
- Fazio, L. y Siegler, R. (2010). *Enseñanza de las fracciones*. Suiza: Academia Internacional de la Educación y la Oficina Internacional de Educación (UNESCO).

- Filloy, E. (1999). *Aspectos teóricos del álgebra educativa*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Holland: Reidel Publishing Company.
- Gallardo, A. (1994). *El estatus de los números negativos en la resolución de ecuaciones algebraicas*. Tesis de Doctorado no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.
- Gallardo, A. (1996). El paradigma cualitativo en matemática educativa: Elementos teórico-metodológicos de un estudio sobre números negativos. En F. Hitt (Ed), *Didáctica. Investigaciones en Matemática Educativa II* (pp. 192-222), México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Gallardo, A. (2002). The extension of the natural – number domain to the integers in the transition from arithmetic to algebra. *Educational Studies in Mathematics* 49, 171-192.
- Kieren, T. (1983). Partitioning, equivalence and the construction of Rational Number Ideas. *Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education*, 506-508.
- Kieren, T. (1988). Personal knowledge- of rational numbers: Its intuitive and formal development. *Number Concepts and Operations in the Middle Grades, Reston, National Council of Teachers of Mathematics* 2, 162-181.
- Lizcano, E. (1993). *Imaginario colectivo y creación matemática*. Barcelona: Gedisa.
- Saavedra, G. (2011). *Estudio de las fracciones negativas en educación básica*. Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.
- Saavedra, G. y Gallardo, A. (2011). Significado de los números negativos fraccionarios en estudiantes de secundaria. *Investigación en Educación Matemática XV*, 361-369.
- Saavedra, G. y Gallardo, A (2013). *No sólo quebrados... ¡También Negativos!*. Madrid: Editorial Académica Española.
- S. E. P. (2011). *Modelo Educativo para el fortalecimiento de la Telesecundaria, Documento Base*. México: Dirección General de Materiales Educativos de la Subsecretaría de Educación Básica.
- Vamvakoussi, X.; Vosniadou, S. (2010). How many decimals are there between two fractions? Aspects of secondary school students' understanding of rational numbers and their notation. *Cognition and instruction*, 28(2), 181-209.