

¿CONTRIBUYE LA DIDÁCTICA DEL ÁLGEBRA LINEAL A QUE LOS ESTUDIANTES IDENTIFIQUEN LOS ESPACIOS VECTORIALES COMO UNA ESTRUCTURA SISTÉMICA?

Ángela Martín Sánchez; Olga Lidia Pérez González, Laura Casas Fuentes, Arnaldo Espíndola, Anelys Vargas Ricardo

Universidad APEC. (República Dominicana)

Universidad de Camagüey. (Cuba)

m.angela24@gmail.com, olguitapg@gmail.com, laura.casas@reduc.edu.cu, arnaldo.espindola@reduc.edu.cu

Palabras claves: espacios vectoriales, álgebra lineal

Keywords: vectorial spaces, linear algebra

RESUMEN

Considerando como antecedente que en el proceso de enseñanza aprendizaje de los Espacios Vectoriales existen dificultades con la concepción didáctica de los profesores para que los estudiantes identifiquen y utilicen los conceptos que se abordan en este tema, se realiza un diagnóstico para valorar los criterios de profesores y estudiantes en relación a la enseñanza de este tema. Se utiliza una metodología cuantitativa y cualitativa, se realiza un estudio descriptivo. Se asume como marco teórico la relación entre conocimiento común, especializado y propedéutico del contenido. Se concluye que la didáctica que sustenta el trabajo de los docentes no contribuye a que los estudiantes identifiquen los Espacios Vectoriales como una estructura sistémica.

ABSTRACT

Taking into consideration that the teaching process for Vectorial Spaces has certain difficulties with the didactic concepts from teachers and that these hinder the students while identifying and using the concepts harbored within this topic, a diagnostic is made to value the criteria of the teachers and students relating to the teaching of this subject. Quantitative and Qualitative methodologies are used. A descriptive process is made. The relationship between common, specialized and propaedeutic knowledge of the contents in the subject is assumed as a theoretical framework. It is concluded that the didactics that sustains the teacher's work does not contribute to the skills of students for identifying Vectorial Spaces as a systemic structure.

■ Introducción

Según los resultados del estudio de revisión realizado por Martín, Pérez, Blanco y Casas, 2014, sobre el proceso de enseñanza aprendizaje del Álgebra Lineal, son pocos los estudios que abordan el perfeccionamiento didáctico a través del enfoque sistémico en el estudio de los espacios vectoriales. En dicho estudio, se confirmó, además, que muchos estudiantes poseen una pobre comprensión de las relaciones y estructuras matemáticas y muestran una falta de relación entre sus conocimientos aritméticos y sus conocimientos algebraicos y que en esta materia se aprecia una ausencia casi total del discurso explícito que contribuya a que los estudiantes identifiquen y utilicen los conceptos.

Tomando en consideración estas afirmaciones el objetivo de este trabajo es hacer un diagnóstico para valorar los criterios de profesores y estudiantes acerca del tema objeto de estudio.

■ Marco teórico

Para la realización del diagnóstico se asumen la propuesta sobre el conocimiento matemático del profesorado que valora la importancia que tiene para la práctica docente lo que el profesor sabe y la manera como lo sabe (Ribeiro, Monteiro, & Carrillo, 2010). Estos autores plantean que el conocimiento que el profesor posee sobre Matemática y el conocimiento que debe poseer para hacerlo comprensible para otros son indisolubles.

Assumiendo esta propuesta, los autores de este estudio proponen como marco teórico los siguientes conceptos:

Conocimiento común del contenido: el que se relaciona con el conocimiento del contenido que posee cualquier individuo con formación matemática, pero encarada como herramienta y sin que sepa necesariamente explicar el origen de lo que hace. También puede denominarse conocimiento sobre cómo hacer.

Conocimiento especializado del contenido: el conocimiento relacionado con el saber cómo enseñar a hacer.

Conocimiento propedéutico: conocimiento de las relaciones existentes entre los distintos conceptos de los espacios vectoriales y de qué manera van evolucionando los aprendizajes de un mismo concepto a lo largo del tema.

■ Metodología

Se realizó el estudio en la Universidad APEC, en el período comprendido de enero del 2013 a diciembre del 2013. Es descriptivo, pues estuvo dirigido a profundizar en el conocimiento que tienen los profesores que imparten docencia de Matemática sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de los Espacios Vectoriales, a través de una caracterización del conjunto de hechos que tipifican la muestra en estudio.

La muestra quedó conformada por los 55 profesores que imparten Matemática en dicho centro de educación superior. El estudio respondió a un enfoque cuanti- cualitativo, que se caracterizó por el análisis estadístico de los datos recopilados en la aplicación de diversos instrumentos de recogida de

datos. También, se tuvo en cuenta la selección de 78 estudiantes como muestra representativa de los estudiantes universitarios.

■ Instrumentos utilizados

Encuesta a profesores

Se aplicó con el objetivo de determinar el coeficiente de competencia personal de los profesores que imparten docencia de Matemática sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de los espacios vectoriales; así como, valorar de acuerdo al criterio del profesor el funcionamiento de dicho contenido matemático.

Para determinar el coeficiente de competencia personal de los profesores, se utilizó la metodología propuesta por (Sánchez & Berenguer, 2012). En la misma se le otorga especial importancia a la autoevaluación que realiza el propio sujeto sobre el tema investigado, el cual se concreta en el grado de conocimiento (Gc) que posee del tema, el cual varía de 1 a 10.

Se valoran cada una de las fuentes de argumentación, también autoevaluadas por el sujeto encuestado, en una escala ordinal de medición de: Muy alto (MA), Alto (A), Medio (M), Bajo (B), Muy bajo (MB). Esta escala estuvo evaluada tal y como se muestra en la tabla I.

Tabla I: Fuentes de argumentación y sus respectivos pesos.

Fuentes de argumentación	MA	A	M	B	MB
Búsqueda en Internet, videos u otros medios.	0,24	0,19	0,14	0,09	0,05
Experiencia de orden empírico (práctica profesional).	0,22	0,18	0,13	0,09	0,04
Experiencia en el desarrollo de investigaciones teóricas.	0,20	0,16	0,12	0,08	0,04
Estudio individual a través de los libros de Álgebra Lineal.	0,18	0,14	0,11	0,07	0,04
Cursos recibidos.	0,16	0,13	0,10	0,06	0,03

[Fuente: Sánchez & Berenguer, 2012]

Para el procesamiento de los datos, se consideró la notación:

Gc: grado de conocimiento (varia de 1 a 10).

Fuentes de argumentación

B: Búsqueda en Internet, videos u otros medios.

Ee: Experiencia de orden empírico (práctica profesional).

Et: Experiencia en el desarrollo de investigaciones teóricas.

Ei: Estudio individual a través de los libros de Álgebra Lineal.

Cp: Cursos recibidos.

En correspondencia con los ítems utilizados en la encuesta se calculó el coeficiente de competencia, considerando que:

Kc: coeficiente de conocimiento o información.

Ka: coeficiente de argumentación o fundamentación.

K: coeficiente de competencia.

Para determinar K_c , para un sujeto cualquiera, se empleó la siguiente fórmula:

$K_c = 0,1 * (G_c)$, donde G_c toma un valor específico en el intervalo cerrado $[1; 10]$.

Mientras que para determinar K_a se empleó:

$K_a = (B + Ee + Et + Ei + Cp)$. Luego K se obtuvo por la expresión $K = 0,5 * (K_c + K_a)$

Finalmente, para clasificar a los profesores se tuvo en cuenta:

- Si $0,8 < K \leq 1,0$ coeficiente de competencia **alto**.
- Si $0,5 < K \leq 0,8$ coeficiente de competencia **medio**.
- Si $K \leq 0,5$ coeficiente de competencia **bajo**.

Encuesta a estudiantes

Tuvo como objetivo identificar los principales conocimientos relacionados con el proceso de enseñanza aprendizaje de los espacios vectoriales que manifiestan los estudiantes.

Test de conocimiento

Para evaluar el aprendizaje de los estudiantes relacionado con la resolución de ejercicios sobre espacios vectoriales.

Los tres instrumentos aplicados conformaron un sistema metodológico para caracterizar el estado actual del proceso de enseñanza aprendizaje de los espacios vectoriales. Una vez obtenidos los datos, se procedió al análisis de los mismos con el Microsoft Excel, y se utilizó como procedimiento fundamental para elaborar la caracterización y valoración general, la interpretación de porcentajes como medida resumen de los datos cualitativos.

■ Análisis y discusión de los resultados

Se partió de una caracterización de la muestra seleccionada para tener una idea aproximada del nivel de los profesores con relación al tema investigado. Los resultados evidencian que 43 profesores, para un 78,18% del total poseen un coeficiente de competencia medio relacionado al conocimiento sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de los espacios vectoriales, y en ninguno de los casos analizados se percibió una categoría baja, lo que indica que los profesores seleccionados no se consideran expertos en el tema pero poseen nociones básicas relacionadas con la temática estudiada, lo que les permite hacer valoraciones sobre la misma.

Como dato adicional se agrega que el 100% de los encuestados son Máster en Ciencias y el promedio de años de experiencia como profesores de Matemática es de 14,6 años, con una desviación estándar de 1,3.

Al indagar sobre los principales factores que atentan contra el buen desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje del tema espacios vectoriales, se pudo conocer que:

- El 58,18% (32 profesores) opina que una de las principales causas está en el elevado nivel de abstracción que demanda el tema lo cual limita el entendimiento de ese contenido.

- El 83,64% (46 profesores) considera que las dificultades se agudizan por las insuficientes orientaciones metodológicas relacionadas con la impartición del tema.
- El 52,73% (29 profesores) coincide en que las insuficiencias radican en las limitadas estrategias de enseñanza aprendizaje que utilizan los profesores; así como en el bajo empleo de asistentes matemáticos en las clases, ya sea como recurso didáctico para el profesor o herramienta de trabajo para el estudiante.
- El 60% (33 profesores) señala el exceso de clases expositivas por parte del profesor que restan horas para la realización de clases prácticas que permitan al estudiante trabajar de manera independiente.

De estos resultados se interpretó que las deficiencias que atentan contra el buen desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje del tema espacios vectoriales pueden tener su origen en diferentes causas pero que en el centro de todas ellas está el insuficiente tratamiento didáctico que se le ha dado al tema por parte de los profesores, lo cual atenta contra la calidad de dicho proceso.

Por otra parte, al indagar acerca de la experiencia de los profesores en relación a la impartición del contenido de espacios vectoriales, se obtuvo que 49 de ellos, para un 89,09% del total, había impartido al menos una vez, ese contenido matemático, pero lo curioso resultó que 22 profesores, para un 40% confiesan de que no les gusta impartir el tema y del resto, 13 profesores para un aproximado del 24%, se muestran inseguros en sus respuestas, lo que indica una posición ambivalente en relación a su disposición a impartir o no el contenido de Espacios Vectoriales.

La interpretación de estos resultados se puede traducir en que aproximadamente la tercera parte de los docentes muestreados manifiestan una tendiente desmotivación a la impartición del contenido de Espacios Vectoriales. Esto sin lugar a dudas, refleja otra parte del problema que puede incidir negativamente en la motivación del estudiante por el aprendizaje de este contenido matemático.

Se obtuvo como nivel promedio, adecuado, que los profesores consideren que los conocimientos sobre el contenido de Espacios Vectoriales que poseen está en correspondencia con el conocimiento que deben poseer para poder hacerlo comprensible a los estudiantes.

Al profundizar en este aspecto se pudo comprobar que 39 profesores, para un 70,9% se autoevalúan con un conocimiento común del contenido de espacios vectoriales, que para los efectos de la presente investigación garantiza un conocimiento procedimental en el estudiante, el cual no rebaza en esencia un nivel reproductivo de conocimiento.

Asimismo, el 21,8% (12 profesores) se autoevalúan con un conocimiento especializado del contenido de espacios vectoriales, este tipo de conocimiento es traductor de un conocimiento relacionado con el saber cómo enseñar a hacer; es decir el profesor tiene conocimientos objetivos en el tema que le permiten relacionarlo con la práctica preprofesional del estudiante, lo que le posibilita dirigir efectivamente el proceso de enseñanza aprendizaje de este contenido matemático a niveles productivos de conocimiento.

Solamente 4 profesores, para 7,3% se autoevalúan con un conocimiento propedéutico sobre el tema de espacios vectoriales, lo que significa a los efectos de la presente investigación, una preparación adecuada para dirigir eficientemente el proceso de enseñanza aprendizaje de ese contenido matemático, incluso a niveles creativos de conocimiento.

Finalmente, el 100% de los profesores percibe que los estudiantes no comprenden el concepto de Espacio Vectorial, lo cual resulta un tanto contradictorio con las posibilidades de los docentes que se autoevalúan con un conocimiento especializado o propedéutico.

En fin, estos resultados apuntan a que en la actualidad existen insuficiencias en el tratamiento didáctico del tema de Espacios Vectoriales, el cual se agudiza por la presencia de profesores desmotivados a impartir el contenido matemático relativo a este tema y el predominio de un conocimiento común del contenido de Espacios Vectoriales, el cual arroja como resultado predominante el bajo nivel de comprensión del concepto de Espacio Vectorial por parte del estudiante.

Para confrontar la información obtenida por parte de los docentes, se aplica una encuesta a una muestra de 78 estudiantes de la educación superior, en la misma se pudo conocer que:

- El 71,79% (56 estudiantes) en una escala del 1 al 10 relacionada en orden ascendente con los conocimientos que poseen sobre el tema espacios vectoriales, se autoevalúa en un intervalo entre 4 y 6. Esto indica, desde un punto de vista psicológico, que una buena parte de los estudiantes muestreados se perciben con conocimientos adecuados en el tema. El resto, 22 estudiantes para un 28,21% apenas rebasan el valor 2, lo cual se interpreta que se consideran con conocimientos insuficientes en el tema.
- 23 estudiantes, para un 29,49% asegura que la mayor influencia que han tenido en el aprendizaje del contenido de espacios vectoriales se lo deben a las explicaciones del profesor, 16 estudiantes para un 20,51% considera que su mayor influencia está relacionada con lo que logra aprender por la influencia del libro de texto, y 25 estudiantes (32,05%) ven el apoyo en las revisiones que realizan en Internet sobre la temática. El resto, 14 estudiantes, para un 17,95% considera que sus principales influencias están asociadas por una combinación de dos aspectos; es decir por las explicaciones que reciben del profesor y por las búsquedas que realizan del tema en Internet para complementar el estudio.

Al comparar estos resultados, se puede inferir que existen contradicciones entre la percepción que tienen los profesores con relación al aprendizaje de los estudiantes en el tema de Espacios Vectoriales, y la percepción que tienen la mayor parte de los estudiantes muestreados que se consideran con conocimientos adecuados. Esta contradicción puede estar marcada por la existencia de insuficiencias en el proceso de evaluación del aprendizaje, ya que no se ha logrado un equilibrio valorativo entre el criterio del profesor y el criterio del estudiante.

Al indagar sobre los principales factores que inciden negativamente en el aprendizaje del contenido de Espacios Vectoriales, por parte de los estudiantes, se pudo conocer:

- Aproximadamente el 89,7% (70 estudiantes) manifiesta que no conocen la utilidad de lo que aprenden en el tema de Espacios Vectoriales, pues al momento de recibirla en la carrera no ven su utilidad práctica para la futura profesión.
- 43 estudiantes, para un 55,13% opina que las clases de ese tipo de contenido no son motivadoras, echando la culpa a la forma en que su profesor imparte las clases.
- El 69,23% (54 estudiantes) considera que las clases son muy teóricas y que apenas tienen tiempo para realizar ejercicios prácticos. En este sentido agregan, que los ejercicios que emplean los profesores en ocasiones o son muy sencillos o muy complejos.

Al valorar estos resultados se puede apreciar que los estudiantes se centran en los atributos externos de los problemas y no logran identificar las principales relaciones matemáticas que aún no dominan lo suficiente y que les impiden llegar a comprender el contenido referente a espacios vectoriales.

Como aspecto significativo se puede mencionar que los estudiantes fueron muy categóricos en la selección que realizaron, pues 66 de ellos, para un 84,62% manifestaron que no les gustó el tema de espacios vectoriales, mientras que el resto 12 estudiantes, para un 15,38% confiesa que si les gustó. Estos resultados coinciden con los niveles de aplicación que los estudiantes logran percibir del contenido de espacios vectoriales recibido, pues nuevamente el 84,62% se autoevaluó en una escala ascendente del 1 al 10, un intervalo entre 2 y 3, lo cual indica desde una visión psicológica que aún desconocen las posibles aplicaciones del contenido a la profesión. El resto de los 12 estudiantes no otorgó una evaluación por encima de 7, esto indica que perciben ciertas aplicaciones aunque todavía no logran ver con suficiente claridad un espectro mayor de aplicaciones.

El estudio se complementó con la aplicación de un test de conocimiento a los 78 estudiantes de la muestra. La misma se evaluó en dos categorías: aprobado, desaprobado. En este sentido se pudo comprobar que 64 estudiantes, para un 82,05% desaprobaron el test aplicado, lo cual confirma la percepción, de los docentes, en cuanto al aprendizaje que tienen los estudiantes sobre espacios vectoriales. Solamente 14 estudiantes, para un 17,95% lograron aprobar el test, pero en ninguno de los casos se evidenció un análisis profundo y acabado del tema, lo que confirma que aún persisten insuficiencias en su aprendizaje.

■ Conclusiones

Al realizar un análisis global de los resultados, interceptando la información obtenida con la aplicación de los diferentes instrumentos de recopilación de datos, se pudo concluir que el proceso de enseñanza aprendizaje de los espacios vectoriales al tener un tratamiento didáctico del tema insuficiente, con un colectivo de profesores y estudiantes poco motivados en su enseñanza aprendizaje, las pocas aplicaciones prácticas que se emplean y las deficiencias que existen en relación a la evaluación del aprendizaje, provoca dificultades para que los estudiantes identifiquen los espacios vectoriales como una estructura sistémica, por tanto la respuesta a la pregunta que da título a este trabajo es que no contribuye.

■ Referencias bibliográficas

Martín, A., Pérez, O., Blanco, R., & Casas, L. (2014). Los Espacios Vectoriales, como estructuras algebraicas, en el proceso de enseñanza aprendizaje del Álgebra Lineal: una propuesta de investigación. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 28*. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, 1073-1082.

Ribeiro, C., Monteiro, R., & Carrillo, J. (2010). ¿Es el conocimiento matemático del profesorado específico de su profesión? Discusión de la práctica de una maestra. *Educación Matemática*, 22(2), 123-138.

Sánchez, A., & Berenguer, I. (2012). Un sistema de procedimientos metodológicos para perfeccionar el procesamiento de la información en las investigaciones sociales. ., 3(6), . *Revista Didasc@lia: Didáctica y Educación*, 3(6), 91-108.