

UNA CARACTERIZACIÓN DE LOS ATRIBUTOS DE LA FUNCIÓN LINEAL EN EL NIVEL MEDIO SUPERIOR

Rebeca Flores García

CBT No. 3 Toluca, CICATA - IPN. (México)

rebefg@gmail.com

Palabras clave: características, atributos, propiedades, función lineal

Key words: characteristics, properties, attributes, linear function

RESUMEN

El estudio pretende caracterizar los atributos asociados a la función lineal en estudiantes del nivel medio superior técnico. Para ello se han contemplado dos componentes: lo cognitivo y lo curricular. Esto incluye una revisión teórica sobre el concepto de función lineal, el análisis de los programas de estudio, así como la revisión de libros de texto; además de la elaboración y aplicación de un cuestionario con carácter exploratorio que permitirá generar una categorización de los atributos identificados.

ABSTRACT

The study aims to characterize the attributes associated with the linear function in students of technical high school. We have considered two components: cognitive and curriculum. This includes a theoretical review of the concept of linear function, the analysis of the curriculum, a review of textbooks and the development and implementation of an exploratory questionnaire to generate a categorization of the attributes identified.

■ Problemática

El estudio de las funciones en la enseñanza de las matemáticas en el nivel medio superior desempeña un papel importante en el aprendizaje de los estudiantes, no sólo por estar relacionado con temas de otras asignaturas, sino porque permite representar situaciones reales. Díaz (2008) reconoce que en el aspecto curricular la noción de función es un hilo conductor que atraviesa desde los niveles básicos hasta los universitarios, advirtiendo además de las dificultades que enfrentan los estudiantes por entender este concepto; también señala cómo esta noción ha generado un conjunto creciente de investigaciones, desde los que estudian los problemas de su enseñanza, las dificultades de su aprendizaje, los que proponen marcos teóricos, hasta los que se centran en la multiplicidad de interpretaciones de la noción de función.

Diversos son los autores que se han dedicado a trabajar sobre la noción de función. En la década de los ochenta Leinhardt, Zaslavsky y Stein (1990) realizaron una revisión bibliográfica que cubre una década aproximadamente, en la cual identifican que los estudiantes presentan serias dificultades al tratar de conceptualizar la idea de función, correspondencia, linealidad, representación de funciones, su lectura e interpretación, entre otros. Por su parte, Birgin (2012), reconoce a las funciones lineales como una idea compleja, de múltiples facetas cuyo poder y riqueza permean casi todas las áreas de la matemática. Agregando que dadas sus diversas aplicaciones en el mundo real, refuerzan la comprensión de temas más avanzados como aquellos provenientes del Cálculo.

■ La noción de función en el nivel medio superior, sus objetivos de su enseñanza

Resulta importante destacar que el estudio de la función lineal en el nivel medio superior es crucial para fortalecer los conocimientos provenientes del nivel básico e introducir elementos que serán utilizados en el nivel superior. De ahí que este estudio pretenda profundizar en el estudio de las funciones lineales mediante la revisión de los programas de estudio de los cursos que involucran estudio de la función lineal tales como Pensamiento algebraico y de funciones, Pensamiento geométrico analítico y Pensamiento del cálculo diferencial, además de realizar observaciones de clase. Se reconoce que por un lado existe amplia investigación en torno al objeto función, que ocupa un lugar central en el ámbito curricular y por otro, aún prevalecen dificultades para su enseñanza y su aprendizaje, y una de las razones es que la investigación ha encontrado una diversidad de interpretaciones o significados de la función que deben ser estudiadas por partes para ser profundizadas.

Otro elemento a considerar es el nivel en que se desarrolla la investigación, el nivel medio superior técnico; ya que la función lineal tiene una posición significativa para tres cursos, al menos eso se deja ver en la revisión de los programas que se revisaron, los cuales corresponden a los Centros de Bachillerato Tecnológico. Cabe destacar que los contenidos de los programas revisados no explicitan con profundidad qué de la función lineal deben aprender los estudiantes, se enuncia una lista de contenidos muy generales, ligados a competencias y habilidades a considerar para ser desarrolladas, por ello la investigación cobra relevancia en ese sentido, al recurrir a una revisión teórica y curricular, pretendiendo ganar información para la interpretación de la información recuperada de las observaciones de clase.

Un ejemplo claro proviene de las clases del curso denominado Pensamiento geométrico analítico, en el que se observó a los estudiantes enfrentar obstáculos al analizar componentes específicas de la recta, las

cuales van desde su representación en el plano cartesiano, su dominio, imagen, el corte con los ejes, pendiente, mientras en el curso de pensamiento algebraico y de funciones los estudiantes tienen dificultades para tabular una función lineal o para identificar una función de la que no lo es. En ese sentido, sería conveniente averiguar no sólo los conflictos que el estudiante enfrenta sino también aquellos que el profesor al momento de diseñar y organizar sus clases, además de conocer a mayor profundidad el tipo de actividades que propone, de ahí que surjan los siguientes planteamientos ¿cómo introduce la idea de función lineal al estudiante?, ¿qué propiedades o características de la función lineal prioriza en su enseñanza?, ¿el profesor identifica a la función lineal como un contenido esencial en el currículum?

■ Las preguntas de investigación

Ya que el concepto de función lineal se desprende de una idea más amplia, no podría omitirse mencionar lo que Spivak (1992, p. 49) señala al respecto:

El concepto más importante de todas las matemáticas es, sin dudar, el de función. En casi todas las ramas de la matemática moderna, la investigación se centra en el estudio de funciones. No ha de sorprender que el concepto de función sea de una gran generalidad.

Lo anterior, permite mostrar la importancia de este concepto aunque de momento se limita la atención a funciones de una clase muy especial, las funciones lineales. No obstante, reconocemos estudios desarrollados para tratar a la función cuadrática por ejemplo Gómez y Carulla (2001), Mesa y Villa-Ochoa (2007); ya que cada tipo de función epistemológicamente posee naturaleza distinta y en ese sentido la problemática que se pone de manifiesto en el aula es también diferente.

Ahora bien, un primer acercamiento a las preguntas de investigación está dada por la idea de Jones (2006) al enfatizar que nuevas formas de representar la noción de función han surgido a lo largo de su desarrollo y evolución, donde cada una de estas representaciones son importantes para entender un aspecto específico de la idea y donde cada una está ligada fuertemente con las otras, lo cual puede abrumar y confundir a los estudiantes.

De este modo, la idea de función y sus diferentes modalidades, en particular el de función lineal pretende cobrar vida mediante las siguientes preguntas que guían esta investigación: ¿De cuántas maneras se encuentran presentes los atributos de la función lineal en el programa de estudios del nivel medio superior? ¿Cuáles son los atributos que un estudiante del nivel medio superior identifica alrededor del concepto de función lineal? ¿Qué características o propiedades de la función lineal prioriza el profesor en su enseñanza? Responder estos cuestionamientos no será sencillo, empero, abre posibles derroteros para continuar con la investigación.

■ Propósito general del estudio

El estudio propuesto pretende mirar y describir cómo el currículum de un sistema educativo provee o impide oportunidades para aprender el concepto de función lineal. En ese sentido, se vislumbran la intervención de varios actores presentes en la conformación del discurso matemático escolar: lo que se propone a través de un *programa de estudio* (este es propuesto por un organismo o una institución), lo

que realiza el *profesor* (a través de lo que interpreta y reflexiona sobre el currículum, los libros de texto que utiliza y las actividades que lleva al aula) y el *estudiante* (lo que él aprende).

■ Marco conceptual

En esta sección se presenta un acercamiento al marco conceptual en el que se inscribe esta investigación.

El concepto de función y función lineal

Pluinage y Cuevas (2006) reconocen a las funciones como objetos que los matemáticos se vieron en la necesidad de estudiar por razones tanto externas como internas a la matemática. Mientras que Stewart, Redlin y Watson (2001, p. 149) la definen como:

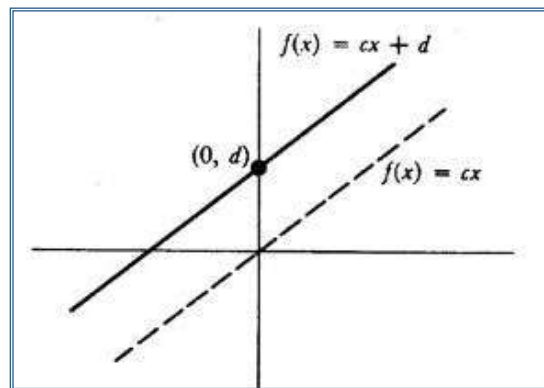
Una función f es una regla que asigna a cada elemento x en un conjunto A exactamente un elemento, llamado $f(x)$, en un conjunto B .

De ahí que las formas en que el concepto de función apareció en la antigüedad ha ido evolucionando con el paso de los años, como lo señalan los teóricos e incluso ha sido esencial priorizar algunas de sus representaciones al momento de ser enseñado en el aula. En este estudio, se pondrá atención únicamente en la función lineal.

Considerando lo expuesto por Spivak

[...] la gráfica de la función $f(x) = cx + d$ es una recta de pendiente c que pasa por el punto $(0, d)$. Por esto las funciones reciben el nombre de funciones lineales. (Spivak, 1992, p. 76).

Figura 1. Representación gráfica de la función lineal.



Asimismo, Stewart, et al (2001, p. 158) la definen de la siguiente manera:

Una función f de la forma $f(x) = mx + b$ se llama función lineal porque su gráfica es la ecuación $y = mx + b$, que representa una recta con pendiente m y y -ordenada al origen b .

Aun cuando es la misma idea que propone Spivak, puede resultar más familiar para el profesor o los estudiantes por las letras utilizadas,

Mientras que el libro de Stewart, Redlin y Watson proponen un mayor énfasis en el modelado y las aplicaciones para encaminarse hacia los contenidos del Cálculo, Spivak, por su parte; adopta un enfoque riguroso y teórico que permiten introducirse a la temática del cálculo. Esta obra, en particular se ha vuelto bibliografía de referencia y es utilizada en general en los cursos de cálculo de México.

El concepto de atributo

Pareciera ser que hablar de atributos en matemáticas sencillo. Sin embargo, no obstante se han encontrado con ideas similares o tan parecidas, por ello es esencial dejar claro el concepto de atributo que se utilizará en el estudio. Se recurrió a tres nociones ligadas a atributo y estas son: propiedad, características y cualidad.

- a) Propiedad: El Diccionario Real de la Academia Española (RAE, 2014) lo define como: Atributo o *cualidad* esencial de alguien o algo. Por su parte, Soto (2011, p. 129) señala que un objeto (matemático) tiene una propiedad si presenta una *característica* específica.
- b) Característica: La RAE (2014) lo define como: Lo dicho de una *cualidad*, que da carácter o sirve para distinguir a alguien o algo de sus semejantes.
- c) Cualidad: La RAE (2014) lo define como: Cada uno de los caracteres, naturales o adquiridos, que distinguen a las personas, a los seres vivos en general o a las cosas. También puede referirse a la manera de ser de alguien o algo.

El Diccionario Real de la Academia Española (2014) define al atributo como:

- a) Cada una de las cualidades o propiedades de un ser.
- b) Una propiedad de un objeto. Algo que se puede decir que el objeto tiene, como tamaño, color, longitud.

En matemáticas, el atributo es una característica para describir un objeto por lo general dentro de un patrón. El atributo se refiere generalmente a la forma, tamaño o color. El término atributo se enseña desde el nivel preescolar.

De ahí que la idea de atributo a considerar en la investigación, se centre en características específicas del objeto función lineal. En esencia, se pretende resaltar aquellos elementos que son fundamentales en el tratamiento que se le da a la función lineal en algunos de los cursos.

Tipos de atributos

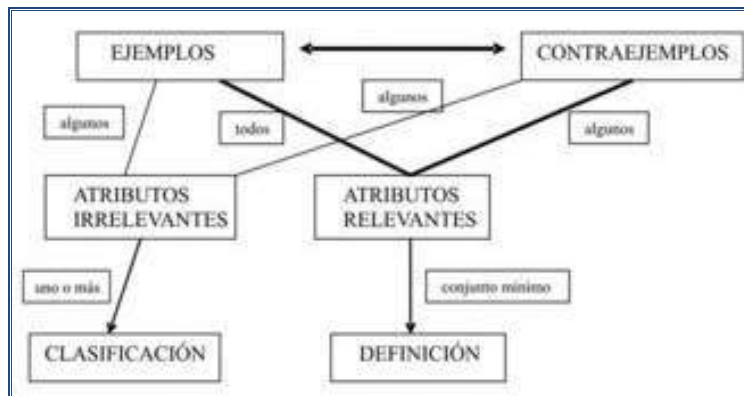
Hershkowitz (1990) citado por Guillén Soler (2000) advierte de los siguientes tipos de atributos:

- Atributos críticos (relevantes): Referidos a los atributos que un concepto tiene que tener para ser ejemplo del concepto.
- Atributos no críticos (no relevantes): Son los atributos que sólo poseen algunos ejemplos.

Asimismo, subraya que hay evidencia de que la construcción de la imagen de un concepto es una mezcla de procesos visuales y analíticos; que el fenómeno prototipo y los juicios prototípicos en su mayor parte son un producto de procesos visuales; y que los atributos irrelevantes generalmente tienen fuertes características visuales y, por lo tanto, se logran primero y actúan como distractores. Considerando lo expuesto por Turégano (2006), en todo ejemplo del concepto es posible encontrar *atributos relevantes*, las cuales son consideradas como las propiedades que definen como tal al concepto (son útiles para dar la definición) y *atributos irrelevantes* que son las propiedades no necesarias a ese concepto y que permiten diferenciar unos ejemplos de otros (se utilizan en general para clasificar).

En el siguiente modelo basado en el estudio hecho por Hershkowitz (1990) y retomado en Turégano (2006) se ejemplifica cómo identifica en un ejemplo y en un contraejemplo lo relevante o irrelevante de un atributo y a qué conduce dicha distinción.

Figura 2. Esquema tomado de Turégano (2006, p. 36)



Lo anterior, permite entender dos cuestiones: la primera está relacionada con el origen o lugar que le corresponde al concepto de atributo, el cual está ubicado en la geometría y se utilizara para tratar al objeto función lineal y la segunda, tiene que ver con la identificación de la representación de la función lineal en la que se analizará al atributo, ya que los atributos brindan una representación gráfica es distinto al que genera una tabla de valores o una expresión algebraica.

■ Contexto y marco metodológico

El objetivo central de los Centros de Bachillerato Tecnológicos es preparar a sus egresados para incorporarse al nivel superior o al mercado de trabajo, esto explicaría un poco, su lugar dentro del sistema educativo mexicano, pero no la imposibilidad de las autoridades por brindar objetivos claros y sustantivos en cada una de las modalidades que se ofrecen. En el caso del nivel medio superior técnico, es considerado por algunos como de segunda clase y reservado para las clases más desfavorecidas; lo cual trasciende y afecta el sentir del estudiante.

Actualmente existe una profunda preocupación por los resultados arrojados en la Prueba Enlace incorporado recientemente, por el escaso ingreso de los estudiantes al nivel superior, y por su poca participación en los distintos concursos al nivel superior que se ofrecen. Algunas de las razones que podrían justificar estos hechos son *la reducción de los contenidos en los programas del campo disciplinar*, ya que priorizan las de su formación profesional, lo cual también causa sus efectos en la Prueba Enlace, *así como también la formación de los docentes* ya que regularmente pertenecen a áreas distintas a las de matemáticas. Estos elementos son pieza clave para el desarrollo de la investigación dentro de este nivel, ya que abre posibilidades que permiten canalizar las preguntas hacia la revisión de los planes de estudio implementados y su posible contrastación con las otras modalidades; así como la revisión de los libros propuestos para esta modalidad, además de efectuar una exploración con estudiantes y un análisis del trabajo que desarrollan los profesores en los distintos cursos ligados a la matemática.

Este estudio se proyecta desarrollar en 3 etapas. La primera, incluye una revisión curricular (esto incluye los programas oficiales y los libros de texto propuestos), en la que se describirán las orientaciones, los contenidos, el grado de profundidad de los cursos, de este modo se procurará acceder a la identificación de los atributos de la función lineal que son priorizados. La segunda etapa consta del diseño y la aplicación de un instrumento para saber qué de la función lineal identifican los estudiantes que se encuentran en sexto semestre ya que al encontrarse en la etapa final de sus estudios, se considera que ya han hecho el recorrido requerido para ser evaluados.

La triangulación se hará con la información generada tanto en la revisión curricular como los resultados generados en el instrumento que se les aplicará a los estudiantes. Para ganar información con mayor detalle, se hará uso del método denominado *estudio de caso* para así dar seguimiento y ahondar en las respuestas de los estudiantes y ganar información en dos direcciones como lo advierte Karsenty (2003) ya que es posible aprender tanto como sea posible de cada caso individual y obtener una visión general de todos los casos.

■ Conclusiones

La investigación comienza a reorientarse para profundizar en el estudio de los elementos denominados “atributos” cuyo tratamiento tanto en las propuestas curriculares como los libros de texto, además de la teoría se prioriza en los cursos de matemáticas del nivel medio superior técnico. De este modo, se podrá repensar el papel que desempeña el estudio del objeto función lineal en los cursos, así como los nexos que guarda tanto con el nivel básico, como el superior.

■ Referencias bibliográficas

- Birgin, O. (2012). Investigation of eighth-grade students’ understanding of the slope of the linear function. *BOLEMA: Mathematics Education Bulletin*, 26(42), 139 – 162.
- Díaz, J. L. (2008). El concepto de función. Investigaciones y enseñanza. En E. Rodríguez, S. Sosa, F. Luque, C. Robles y M. Urrea (Eds.), *Memorias de la XVIII Semana Regional de Investigación y Docencia en Matemáticas* (pp. 35 – 40). Sonora: Mosaicos Matemáticos.
- Gómez, P. y Carulla, C. (2001). *Sistemas de representación y mapas conceptuales como herramientas para la construcción de modelos pedagógicos en matemáticas*. Bogotá: Grupo Editorial Gaia.

- Guillén Soler, G. (2000). Sobre el aprendizaje de conceptos geométricos relativos a los sólidos. Ideas Erróneas. *Enseñanza de las Ciencias* 18 (1), 35-53
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry, En Nesher, P. y Kilpatrick, J. (Eds.), *Mathematics and cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 70-95). Cambridge: Cambridge UP.
- Jones, M. (2006). Demystifying functions: The historical and pedagogical difficulties of the concept of the function. *Undergraduate Math Journal*, 7(2), 1-20.
- Karsenty R. (2003). What do adults remember from their high school mathematics? The case of linear functions, *Educational Studies in Mathematics*, 51, 117-144.
- Leinhardt, G., Zaslavsky, O. y Stein, M. M. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning and teaching. *Review of Educational Research*, 60(1), 1-64.
- Mesa, Y. M. y Villa-Ochoa J. A. (2007). *Elementos históricos, epistemológicos y didácticos para la construcción del concepto de función cuadrática*. Revista Virtual Universidad Católica del Norte 21, 1-18.
- Real Academia Española. (2014). *Diccionario de la lengua española*. Disponible en: <http://www.rae.es/rae.html>
- Turégano, P. (2006). Una interpretación de la formación de conceptos y su aplicación en el aula. *Ensayos* (21), 35-48.
- Spivak, M. (1992). *Calculus*. 2ª edición. México: Reverté
- Stewart, J., Redlin, L. y Watson, S. (2001). *Precálculo*. México: Thomson Editores.
- Soto, E. (2011). *Diccionario ilustrado de conceptos matemáticos*. Disponible en <http://www.aprendematematicas.org.mx/obras/DICM.pdf>