

## EL CONCEPTO DE FUNCIÓN LINEAL EN EL BACHILLERATO TECNOLÓGICO MEXICANO

**Rebeca Flores García**

CBT No. 3 Toluca, CICATA - IPN. (México)

rebefg@gmail.com

**Palabras clave:** función lineal, bachillerato tecnológico mexicano

**Key words:** linear function, technological high school

### RESUMEN

El estudio de la función lineal en la enseñanza de las matemáticas en el nivel medio superior desempeña un papel importante en el aprendizaje de los alumnos porque está relacionado con temas de otras asignaturas y porque les permite representar situaciones reales. Esta investigación pretende articularse con diversas vertientes de investigación de la disciplina Matemática Educativa que están relacionadas con el concepto de función lineal y además analizar en profundidad el tratamiento que los libros de texto le dan a la función lineal y al tipo de representaciones que priorizan o enfatizan al conocimiento del profesor y al aprendizaje del alumno.

### ABSTRACT

The study of the linear function in teaching mathematics at the high school level plays an important role in student learning because it is related to other subjects and topics because they can represent real situations. This research aims to link up with various aspects of Mathematics Education research discipline that are related to the concept of linear function and also try to analyze in depth the treatment that textbooks give the linear function and the type of performances that prioritize or emphasize teacher knowledge and student learning.

## ■ Introducción

Como se sabe, la matemática educativa se ha consolidado como disciplina científica con el paso de los años, de tal forma que su campo de acción se ha incrementado. Por ejemplo, Díaz Barriga (2005) reconoce que el campo de los estudios del currículo sigue siendo, por dos motivos, uno de los más importantes en México en lo que respecta al ámbito educativo: uno está referido a su prolifera producción, y el otro a que el currículum aún es visto como un foco intelectual y organizativo de procesos educativos en las instituciones. En ese sentido, uno de los elementos fundamentales del discurso matemático escolar son los libros de texto. En el caso del nivel medio superior no existe una lista de libros oficiales a utilizar como parte del material de apoyo en el aula, pero sí en el nivel secundario. Varios de los libros generados para este subsistema educativo, provienen del esfuerzo de un colectivo de profesores que percibe la urgencia de generar materiales y someterlos a la revisión de sus pares. De este modo, el profesor decide qué libro o libros utilizar para apoyar sus actividades en el aula, de ahí que este estudio se encuentre interesado en “mirar” y caracterizar lo propuesto para un objeto en específico: la función lineal, para ello se recupera un poco la mirada que se tiene respecto al objeto función en general.

## ■ Fundamento teórico

En esta investigación en curso pretende mostrar la importancia del estudio de la función lineal en el nivel medio superior, específicamente en el bachillerato tecnológico; que a diferencia de los bachilleratos generales, ofrecen una formación bivalente.

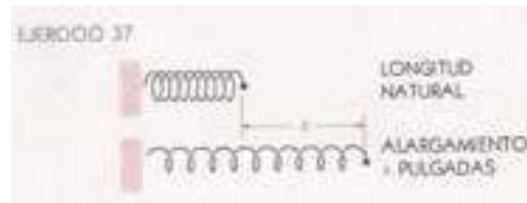
De acuerdo con los investigadores, a la función lineal se le atribuye ser de gran utilidad para modelar matemáticamente fenómenos de la vida real, así como su análisis y descripciones a través de su representación gráfica por ejemplo. Por ello, requiere ponerse atención en el enfoque que la matemática ha generado para su estudio, ya que debido a sus áreas de aplicación se plantean en diversos ámbitos en las que la función lineal cumple condiciones específicas.

De ahí que se puedan identificar relaciones especiales que se establecen entre un conjunto de objetos tales como gráficas, curvas, tablas fórmulas que son consideradas como formas de describir estas relaciones en forma cuantitativa como se menciona en Gómez (2011).

Una de las aplicaciones concretas que aparece libro de Cálculo puede observarse en la Ley de Hooke como se plantea en el problema 37 de Swokowski (1982, p.10)

37. De acuerdo con la ley de Hooke, la fuerza de  $F$  (en newton, N) que se requiere para estirar un resorte  $x$  centímetros a partir de su longitud natural, está dada por la fórmula  $F = (4.5)x$  (véase la figura). ¿Cuáles son los valores del alargamiento  $x$  correspondientes a  $10 \leq F \leq 18$ ?

Figura 1. Ejemplo propuesto en el libro de Cálculo con Geometría Analítica de Swokowski



En este ejemplo observamos que se presenta una fórmula para describir que la fuerza  $F$  necesaria para estirar un resorte de acero una longitud  $x$  a partir de su longitud normal, es proporcional a  $x$ , se dice que  $F = cx$ , donde  $c$  independiente de  $x$ , es la constante del resorte como se plantea en Gómez (2011).

El por qué estudiar el concepto de función lineal, proviene de lo expuesto por Díaz (2008) al reconocer al objeto función como un hilo conductor entre los niveles educativos, así como la identificación de amplios estudios que se siguen desarrollando debido a los problemas tanto de aprendizaje como de enseñanza como lo demuestran los estudios desarrollados en Kaput (1987), Clement (1985), Sfard (1989), Sierpiska (1992), Hitt (1998), entre otros.

Al ser el concepto de función, una noción muy amplia fue necesario posicionarse en un tipo de función que autores como Birgin (2012) la identifican como una noción de una idea compleja, de múltiples facetas cuyo fuerza y riqueza permean casi todas las áreas de la matemática, agregando que dadas sus diversas aplicaciones en el mundo real, refuerza la comprensión de temas más avanzados como aquellos provenientes del cálculo.

Por otro lado, Hitt (2002) reconoce que las experimentaciones provenientes de la matemática educativa en relación al concepto de función, demuestra que las definiciones utilizadas hasta el siglo XX no son equivalentes en relación al aprendizaje de dicho concepto. Advirtiendo además, que los estudios generados sobre la comprensión de funciones muestran que para la enseñanza media la definición más apropiada es la que de manera explícita se refiere a la variable, la definición de función en términos de regla de correspondencia entre conjuntos es posible posponerse hasta el nivel universitario y la definición conjuntista expuesta por el grupo Bourbaki puede ser enseñada en una carrera de matemáticas. Dicho de otro modo, Hitt reconoce las implicaciones que el mismo concepto de función conlleva en su interior.

De este modo, la definición que el propone para ser enseñada en el nivel medio es:

Una función relaciona una variable independiente con otra dependiente, de tal forma que a cada valor de la primera le corresponde un y sólo un valor de la segunda.

Mientras que para los cursos de enseñanza media superior y superior se estudian las funciones de variable real, de ahí el interés por desarrollar un estudio sobre el tratamiento que se le da a la función lineal en los cursos del nivel medio superior técnico.

■ **Un primer acercamiento al problema de investigación**

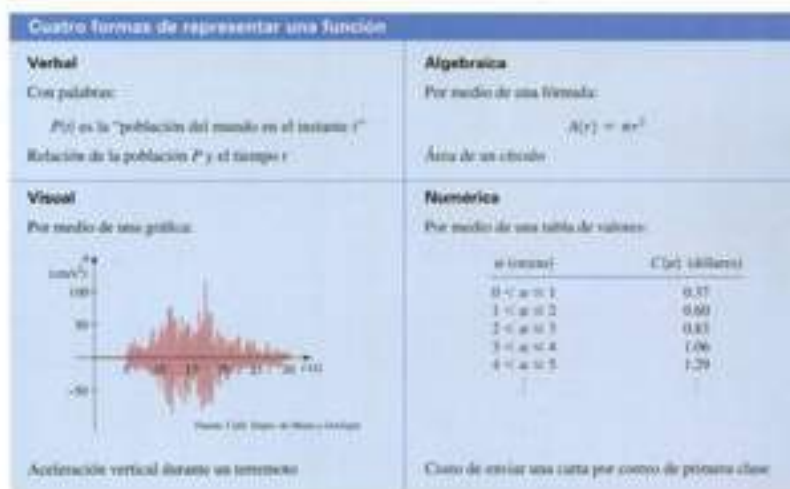
Sherin (2002) advierte sobre la comprensión del concepto de función lineal como algo complejo y con distintos niveles de abstracción. Estos resultan ser elementos que me permiten darle un lugar al estudio que se pretende desarrollar, el cual tiene que ver con la forma en que se hace presente la función lineal a lo largo de un curso que se imparte en el nivel medio superior técnico, específicamente en los Centros de Bachillerato Tecnológico (CBTs).

Se sabe que por un lado existe amplia investigación en torno al objeto función, como ya se advirtió, ocupa un lugar central en el ámbito curricular y por otro, aún prevalecen dificultades para su enseñanza y su aprendizaje; en ese sentido resulta pertinente abrir un espacio para estudiar un concepto esencial como lo es el de función lineal y una forma de hacerlo es a través de los libros de texto para detectar el tratamiento que le dan, además de las representaciones que desarrollan.

Birgin (2012) reconoce que varias de las representaciones de la función lineal se encuentran entrelazadas, las más comunes son: lo algebraico, lo tabular y lo gráfico. Por su parte Stewart, Redlin y Watson (2001 pp. 153-154) identifican al menos 4 representaciones esenciales en una función:

- a) Verbal: mediante una descripción en palabras
- b) Algebraica: mediante una fórmula explícita
- c) Visual: por medio de una gráfica
- d) Numérica: por medio de una tabla de valores

Figura 2. Formas de representar una función propuestas por Stewart, Redlin y Watson (2001)



Ello permite comenzar a establecer los elementos de análisis del objeto función lineal para efectuar una revisión en dos sentidos: por un lado indicar qué de la función lineal se va a estudiar, y por otro lado cuáles son las representaciones que se van a enfatizar o a utilizar más.

## ■ Metodología

Se seleccionaron instituciones pertenecientes a una misma zona escolar para identificar los libros de texto que se utilizan para desarrollar los cursos de matemáticas.

Uno de los propósitos del estudio es identificar con claridad cuáles son las componentes que los libros de textos priorizan en el objeto función lineal, además de los tipos de representaciones que más enfatizan para que sean utilizados tanto por el profesor, como por los estudiantes, de ahí la importancia de considerar los textos más representativos. Los cuales fueron: *Haciendo matemática: Álgebra II* (Orozco, s/f), *Pensamiento algebraico* (Eslava, 2009) y *Pensamiento algebraico* (Mendoza, 2014).

La manera en que se hizo el análisis fue la siguiente:

Se consideró que los principales modos de representación (Janvier, 1987) son cuatro: *descripciones verbales*, *tablas de datos*, *representaciones gráficas* y *expresiones simbólicas*. Para cada una de estas formas de representación se han ido seleccionando sucesivas unidades de información procedentes de los textos estudiados, sobre las que se ha procedido a realizar el análisis.

Se ha construido un instrumento para el análisis, considerando dimensiones agrupadas en las cuatro categorías anteriores. En cada dimensión se han considerado tres modalidades: Expositivo (E), Tecnológico (T) y Comprensivo (C), las cuales fueron retomadas de (González y Sierra, 2004).

## ■ Resultados iniciales

En el primer libro, el de Orozco (2005) el autor señala que este es el segundo volumen de la serie *Haciendo Matemática: Álgebra II* y estaba basado en el programa del bachillerato propedéutico estatal. Advierte además que los temas se abordan destacando la graficación como producto de un razonamiento y no como un resultado de reglas de correspondencia.

En el segundo libro considerado, Eslava (2009) enfatiza que está apegado al enfoque por competencias. Presenta una gama de diversa de actividades (prácticas, problemas contextuales, ejercicios) para generar un portafolio de evidencias. Además, integra información histórica relevante y se agrega una sección para que el docente trabaje con el enfoque por competencias.

En el tercer libro revisado, Mendoza (2014) reconoce que su antología trata de hacer un curso de manera amena y sencilla para comprender las formas en que se puede plantear un problema y encontrar su solución. Se señala además, un anexo relacionado con un tema de gran importancia – análisis de funciones – que ayudará a comprender la aplicabilidad de un modelo matemático.

En relación al concepto de función y función lineal se encontró lo siguiente:

Libro	Concepto de función	Concepto de función lineal
Orozco (2005) <i>Haciendo Matemática: Álgebra II</i>	Es una relación donde a cada elemento del primer conjunto ( $x$ ) le corresponde uno y sólo uno del segundo elemento ( $y$ ). Podemos denotar a una función de la siguiente manera $f(x)$ , $F(x)$ , $Q(r)$ , $S(t)$ , etc. Así $y = f(x)$ se lee <b>y es igual a efe de x</b> , o <b>y está en función de x</b> , donde "x" es la variable independiente y "y" es la variable dependiente.	Su regla de correspondencia es un polinomio de grado uno o cero; su gráfica siempre es una recta; es de la forma: $y = ax + b$ Análisis de la función lineal Caso 1: $y = x + b$ , con $b \in R$ Caso 2: $y = ax$ , con $a > 1$ [se introduce el concepto de pendiente de una recta] Caso 3: $y = ax$ con $0 < a < 1$ Caso 4: $y = ax$ con $a < 0$
Eslava (2009) <i>Pensamiento algebraico</i>	Una función es una relación en la que a cada elemento del "dominio" le corresponde uno y sólo un elemento del "contradominio"; en consecuencia toda función es una relación; pero algunas relaciones no son funciones.	La forma canónica o normal de la función lineal o función polinómica de primer grado es $f(x) = mx + b$ ; o bien $y = mx + b$ . Su dominio y su rango son números reales. La gráfica de $f = \{(x, y \in R   y = mx + b)\}$ es una recta con pendiente o inclinación $m$ . Si $m > 0$ la función es creciente. Si $m < 0$ la función es decreciente. Si $m = 0$ es constante. El término independiente $b$ es la intersección de la recta con el eje $y$ , llamada ordenada al origen y se representa por $(A, 0)$
Mendoza (2014) <i>Pensamiento algebraico. Cuaderno de apoyo didáctico.</i>	Una relación función o función es la relación entre dos conjuntos, de tal manera que asocia a cada elemento del dominio con un solo valor del contradominio, también es una regla de correspondencia. Es importante mencionar y comprender que toda función es una relación pero no todas las relaciones son funciones.	Una de las principales aplicaciones de las funciones lineales es en problemas de variación directa. Se le llama función lineal cuando su imagen es una línea recta y su forma general es: $f(x) = y = mx + b$ Dónde: $m$ es la razón de cambio y $b$ el punto donde intercepta al eje de las ordenadas. [Se plantean 2 ejemplos de modelos lineales]

En estos textos, se observa la visión de los autores, en relación al concepto de función y función lineal como y lo advertía Hitt (2002). Algunas de las obras enfatizan más un tipo de representación que otra, además de las características y elementos que de la función se resaltan; de ahí la importancia de profundizar en el marco de análisis propuesto y que aun esta en desarrollo.

### ■ Comentarios finales

Este estudio se encuentra en proceso, uno de los propósitos es dar cuenta del rol de la función lineal dentro del currículum en el bachillerato tecnológico mexicano, para ello se ha considerado el análisis de tres libros de texto que autores como Remillard y Heck (2014) denominar material instruccional. Parte de los resultados indican que para algunos investigadores interesados en desarrollar modelos teóricos para estudiar el currículum de matemáticas, le brindan un lugar muy específico al libro de texto como lo señalan Hirsch y Reys (2009); otros los incluyen como parte del currículum oficial como el modelo propuesto por Flanders (1994). De ahí que los resultados presentados son apenas un primer acercamiento que conforme avance podrá mostrar mayor información al respecto.

## ■ Referencias bibliográficas

- Birgin, O. (2012). Investigation of eighth-grade students' understanding of the slope of the linear function. *BOLEMA: Mathematics Education Bulletin*, 26(42), 139-162.
- Clement, J. (1985). Misconception in graphing. En H. Fujita, Y. Hashimoto, B. R. Hodgson, P. Y. Lee, S. Lerman y T. Sawada (Eds.), *Proceedings of the 9<sup>th</sup> International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 369-375). The Netherlands: Springer.
- Díaz Barriga, F. (2005). Desarrollo del currículo e innovación: Modelos e investigación en los noventa. *Perfiles Educativos*, 27(107), 57-84.
- Díaz, J.L. (2008). El concepto de función. Investigaciones y enseñanza. En E. Rodríguez, S. Sosa, F. Luque, C. Robles y M. Urrea (Eds.), *Memorias de la XVIII Semana Regional de Investigación y Docencia en Matemáticas 27* (p.p. 35-40). Sonora: Mosaicos Matemáticos.
- Eslava, M. (2009). *Pensamiento algebraico*. México: Grupo Editorial Patria.
- Flanders, J. R. (1994). Textbooks, teachers, and the SIMS test. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(3), 260-278
- Gómez, W. (2011). *Algunas herramientas de la interdisciplinariedad para la comprensión del concepto de función lineal*. Tesis de maestría no publicada. Universidad Nacional de Colombia, Colombia.
- González, M. y Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Revista Enseñanza de las Ciencias* 22(3), 389-408.
- Hirsch, C. y Reys, B. (2009). Mathematics curriculum: A vehicle for school improvement. *ZDM*, 41(6), 749-761. doi: 10.1007/s11858-009-0218-0
- Hitt F. (1998). Difficulties in the articulation of different representations linked to the concept of function. *Journal of Mathematical Behavior*, 17 (1), 123-134.
- Hitt, F. (2002). *Funciones en contexto*. México: Pearson.
- Janvier, C. (Ed.) (1987). *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*. Londres: Lawrence Earlbaum Associated Publishers.
- Mendoza, J. (2014). *Pensamiento algebraico*. Cuaderno de apoyo didáctico. México: Editorial Grandes Ideas.
- Orozco, E. A. (2005). *Haciendo matemática*. México: Desde el aula.
- Remillard, J.T. y Heck, D. J. (2014). Conceptualizing the curriculum enactment process in mathematics education. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 46(4), 705 – 718. doi: 10.1007/s11858-014-0600-4
- Sfard, A. (1989). Transition from operational to structural conception: The notion of function. En G. Vergnaud, J. Rogalski, y M. Artigue (Eds.), *Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Conference for Psychology of Mathematics Education 3* (pp. 151-158). Paris, France.
- Sherin, M. G. (2002). When teaching becomes learning. *Cognition and Instruction* 20(2), 119-150.
- Sierpinska, A. (1992). On Understanding the Notion of Function. En G. Harel y E. Dubinsky (Eds.), *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy* (pp. 25-58). Washington, D.C.: Mathematical Association of America.
- Stewart, J., Redlin, L. y Watson, S. (2001). *Precálculo*. México: Thomson Editores.
- Swokowski, E. (1982). *Cálculo con geometría analítica*. EU: Wadsworth Internacional.