LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS: UNA ESTRATEGIA EN EL AULA DE CLASE

Thais Arreaza, Irving Valencia
Universidad Central de Venezuela. (Venezuela)
tarreaza@gmail.com, irving.valencia@gmail.com

Palabras claves: modelos, evolución, resolución de problemas
Key words: models, evolution, problem solving

RESUMEN

La resolución de problemas ha jugado un papel fundamental en el desarrollo de la matemática. Hoy día se reconoce ampliamente la importancia de la misma como una estrategia didáctica eficaz, y por esa razón es necesaria su aplicación en las aulas de clase. Lo anterior conlleva a que los estudiantes conozcan acerca de la diferencia entre ejercicio y problema, cómo fue la evolución de la resolución de problemas, algunos modelos y factores que intervienen en ella; además de resolver problemas que les permiten repasar conocimientos matemáticos adquiridos y activar procesos de pensamientos.

ABSTRACT

Problem Solving has played a key role in the development of mathematics. Today it is widely recognized the importance of it as an effective teaching strategy that allows students to revise acquired mathematical knowledge and thought processes enabled. Awareness on the application in the classroom is required. Problem solving involves stages of development, perfected throughout history and today are called models of problem solving. These models used by students, facilitate the understanding, development and problem solving.

Introducción

La resolución de problemas ha jugado un papel fundamental en el desarrollo de la matemática. Numerosos matemáticos de diversas épocas, en su afán por resolver un determinado problema, lograron descubrimientos en los diferentes campos de la matemática.

Uno de los problemas interesantes en la historia de la matemática se refleja en la famosa anécdota de Tales de Mileto, cuyo interés era calcular la altura de las pirámides de Egipto, y es cuando introduce el concepto de triángulo semejante, esencial en geometría. Además, hizo un estudio de las proporciones subyacente a la determinación de las alturas de las pirámides.

Por otra parte, los intentos (infructuosos) para resolver el problema de la trisección del ángulo, que consiste en: dividir un ángulo cualquiera en tres partes iguales, usando sólo regla y compás; condujeron a importantes descubrimientos en la teoría de ecuaciones.

Al igual que con estos problemas de la antigüedad, podríamos seguir señalando cómo se originaron, a lo largo de la historia, nuevos conceptos y teorías matemáticas, a partir de los esfuerzos realizados por muchos matemáticos al intentar resolver algunos problemas.

Hoy día se reconoce ampliamente la importancia de la resolución de problemas como una estrategia didáctica eficaz, que permite desarrollar los procesos de pensamientos propios de la matemática, es decir, ir más allá de la transferencia de los contenidos.

En Venezuela, el programa de estudio para sexto grado de Educación Básica del Ministerio de Educación (1998), señala:

> La estrategia de resolución de problemas permite que se considere y respete la realidad del alumno, se le escuche, se le invite a razonar y llegue a conclusiones por sí mismo, y no por imposición del docente. Esta recomendación es válida y constante en cada uno de los pasos o etapas que constituyen esta estrategia. La resolución de problemas plantea retos, exige perseverancia, es un ejercicio permanente de creatividad e inventiva, lo cual ejercita la autoestima, la motivación al logro y valores que hemos declarados esenciales en la formación del niño. La estrategia es constructivista por naturaleza, el niño plantea posibles soluciones, las ensaya, construye y reconstruye sobre nuevas hipótesis hasta alcanzar una solución válida (p. 162).

Para Miguel de Guzmán (1991):

> La enseñanza por resolución de problemas pone el énfasis en los procesos de pensamientos, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiados para la tarea de hacerse con forma de pensamientos eficaces (p. 12-13).

Mediante esta estrategia el alumno utiliza y repasa conocimientos matemáticos adquiridos, activa los procesos de pensamiento, fomenta la creatividad, la constancia, perseverancia y, observa la aplicación de la matemática en el contexto en el cual se desenvuelve y en otras áreas de la ciencia.

Aun conociendo los beneficios que la resolución de problemas aporta en la formación de los estudiantes, en nuestro país, es poco el uso que nuestros docentes le dan a esta estrategia al trabajar en las aulas de clase. Es necesaria la toma de conciencia sobre la aplicación de la resolución de problemas como un eje principal para el desarrollo del estudiante.

■ ¿Qué es un problema?

Debemos establecer la diferencia entre los conceptos de “ejercicio” y “problema”. Hacer un ejercicio consiste en la aplicación, en forma mecánica, de algoritmos y de conocimientos adquiridos; el tiempo es previsible y no hay demasiada carga afectiva en la persona que lo resuelve. Resolver un problema significa enfrentarse a una situación nueva, requiere de una profundización de los conocimientos, acompañados de ingenio, intuición, perseverancia y elaboración de estrategias que permitan llegar a una solución; requiere de un tiempo que a veces es imposible de determinar y durante su solución se pueden experimentar sentimientos de frustración, ansiedad, confianza, alegría, entre otros.

Según Perales (1993), “problema podría ser definido genéricamente como cualquier situación previa o espontánea que produce, por un lado un cierto grado de incertidumbre y por otro, una conducta tendiente a la búsqueda de su solución” (p.170).

El glosario del programa de estudio de sexto grado presenta la siguiente definición de problema: “Situación que comprende una pregunta que no puede ser respondida de manera inmediata, lo cual requiere hacer uso de conceptos previamente aprendidos y de destrezas que se han desarrollado para encontrar alguna solución de carácter cualitativo o cuantitativo”. (Ministerio de Educación, 1998, p.366).

■ La resolución de problemas y la enseñanza de la matemática

En las últimas décadas se han desarrollado reflexiones, líneas de trabajos e investigaciones, para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática con miras a mejorar la capacidad del estudiante para enfrentarse a las exigencias de la sociedad en que vivimos. La resolución de problemas es una contribución importante para tal fin, pues con ella el estudiante puede visualizar la utilidad de la matemática en el mundo que le rodea.

No podemos considerar la resolución de problemas como una tendencia nueva en la enseñanza de la matemática. Desde tiempos antiguos se ha ido transmitiendo todo el caudal de conocimientos acumulados por la humanidad durante milenios y se observa que muchos conceptos y métodos relacionados con la resolución de problemas, fueron aplicados en forma intuitiva y por tanto no se vislumbraba como una estrategia significativa en la enseñanza de la matemática.

Alonso y Martínez (2003) señalan:

> En diferentes épocas se ha planteado que “hacer matemática es por excelencia resolver problemas”, con lo cual se ha tratado de destacar la esencia del quehacer matemático. Sin embargo, según Rico (1998), no es hasta mediados de la década de los 70 cuando, coincidiendo con la búsqueda de una nueva visión global para el currículum de Matemática en la enseñanza obligatoria, se plantea la Resolución de Problemas como un campo autónomo sobre el cual trabajar e investigar sistemáticamente (p. 82).

Modelos de resolución de problemas

Sigarreta, Rodríguez y Ruesga (2006), señalan que en la evolución histórica de la resolución de problemas matemáticos, desde la antigüedad hasta nuestros días, se han presentado los siguientes aportes:
Al Batani (858-929), astrónomo y matemático representante de la escuela de Bagdad, elaboró métodos prácticos e instrucciones para la resolución de problemas, los cuales en su mayoría aparecen en un tratado de Álgebra escrito por Omar Khayyan en el siglo XII.

El filósofo y matemático francés René Descartes (1596-1650), conjeturó la existencia de reglas básicas para que cualquier persona pudiera pensar como él y, cómo siguiendo su método también podrían resolver problemas. En sus libros: Discurso del Método, publicado en 1637, y Reglas para la Dirección del Espíritu, publicado post mortem en 1701, presentó un conjunto de reglas para resolver problemas.

Leonhard Euler (1707-1783), matemático y físico suizo, no llegó a plantear reglas para la resolución de problemas, pero su praxis pedagógica estuvo impregnada de la heurística.
En los trabajos de Lógica de Bernardo Bolzano (1781-1848), éste dedicó una extensa parte a la heurística y señaló reglas y caminos de la investigación seguidos por “un hombre capaz”, con la ilusión de que tenga aplicaciones más tarde.

A fines del siglo XIX, es cuando la psicología inicia estudios sistemáticos de los procesos de invención y comienza a hacer sus aportes a la resolución de problemas. Es a partir de aquí que psicólogos y matemáticos presentan sus esquemas de resolución de problemas.

H. Poincaré (1854-1912), matemático francés, en su obra “Foundations of Science”, destaca cuatro fases respecto al acto creativo: a) saturación, que implica trabajar conscientemente en el problema hasta donde sea posible; b) incubación, donde trabaja el subconsciente; c) inspiración, cuando la idea surge repentinamente y d) verificación, que significa revisar la respuesta hasta estar seguros de su veracidad.

Jacques Hadamard (1865-1963), matemático francés, presenta el siguiente modelo para la resolución de problemas: a) documentación, que significa leer, informarse, discutir, comprender; b) preparación, donde se aplica ensayo y error en diferentes hipótesis y es válido cambiar de actividad si no se consigue ningún progreso; c) incubación, al cambiar de actividad; d) iluminación, al tener una idea repentina; e) verificación y f) conclusión, ordenando y formulando los resultados. Hadamard sostenía que la resolución de problemas debe ser tratada tanto por los psicólogos como por los matemáticos.

De la escuela Gestalt, tenemos al psicólogo Graham Wallas (1858-1932), que en su famoso libro “The Art of Thought” de 1926, propone cuatro fases del proceso creador: a) preparación, b) incubación, c) inspiración y d) verificación. Muchos de los modelos diseñados posteriormente, se basan en este modelo. Callejo (1992), señala con respecto al modelo de Wallas:

> En efecto, ante esta tarea se comienza con un trabajo consciente de preparación o de familiarización que conducirá a la compresión de los mecanismos de la situación; se continúa con un período inconsciente o semiconsciente de incubación de las ideas con las que se ha trabajado en la fase anterior; a la incubación

> suele seguir la inspiración o iluminación sobre la forma de relacionar los elementos del problema y de llegar a la solución; por último está la fase de verificación de esta solución (p. 25).

En 1945 aparece un libro titulado "How to Solve it" del matemático, de origen húngaro, George Polya (1887-1985). En el libro su autor proporciona heurísticas para resolver problemas, y sugiere que los profesores de matemática deben estimular la curiosidad de sus estudiantes planteándoles problemas a nivel de sus conocimientos y ayudándolos a resolverlos por medio de preguntas motivadoras que les despierten el gusto por el pensamiento independiente.

Polya (1994) señala cuatro fases del trabajo a seguir en la resolución de un problema:

> Primero, tenemos que *comprender* el problema, es decir, ver claramente lo que se pide. Segundo, tenemos que captar las relaciones que existen entre los diversos elementos, ver lo que liga a la incógnita con los datos a fin de encontrar la idea de la solución y poder trazar un *plan*. Tercero, poner en *ejecución* el plan. Cuarto, *volver atrás* una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla (p. 28).

Según Gómez-Chacón (2007), en su artículo resolución de problemas y competencias básicas, el modelo de Burton, Mason y Stacey es importante por su significatividad para el desarrollo de problemas complejos en secundaria y en dicho modelo se presentan las siguientes fases:

Fase inicial o de Abordaje, concebida como la fase en la que el resolutor trata de comprender de qué se trata el problema, que es lo que se nos pide. Una característica positiva de esta fase es hacer una buena representación del problema para poder atacarlo mejor y los procesos de particularización y generalización. Esta es una fase crucial para lograr la solución del problema.

Fase de Ataque, considerada como la más importante para llegar a buen término. El resolutor intenta sus conjeturas, las pruebas y justifica y las reformula si es necesario, tratando de reconducir el proceso y ensayar nuevos caminos.

Fase de Revisión, esta fase conlleva tres momentos: revisión, reflexión y extensión. Se reflexiona para estudiar otras alternativas y se toma el problema como un eslabón más en la cadena continua que supone desarrollar destrezas, habilidades y conocimientos para resolver problemas.

El norteamericano Allan Schoenfeld, terminando de estudiar matemática pura se encontró con el primer libro de Polya y éste lo impactó. En los años 80 realiza experiencias con estudiantes y profesores en las que les proponía resolver problemas siguiendo las ideas de Polya. Publica su libro Mathematical Problem Solving en 1985, basado en las investigaciones antes expuestas.

Según Serres (2000) el modelo de resolución de problemas de Schoenfeld se pasea por cinco etapas: a) lectura, proceso iniciado al momento que la persona lee el problema en voz alta; b) análisis, que es la comprensión del problema, la selección de la perspectiva apropiada, la simplificación o reformulación del problema; c) exploración, es una búsqueda de información importante que puede incorporarse en la secuencia análisis; d) planificación/implementación, las preguntas son el énfasis en esta fase, hay que tratar que el plan esté bien estructurado.

■ Factores que intervienen en la resolución de problemas

a) Los conocimientos, los cuales Schoenfeld califica como "recursos", se refieren a definiciones, algoritmos, fórmulas y todas las nociones necesarias para enfrentarse al problema.
b) Las estrategias de resolución de problemas, comienzan con Polya cuando plantea las cuatro etapas para resolver un problema, acompañadas de un conjunto de preguntas relacionadas con cada una de ellas; las cuales consideran ideas acerca del uso de diferentes métodos heurísticos.
c) Los sistemas de creencias, dependen de la visión que tenga el individuo de sí mismo y de la matemática. Estas creencias van a afectar el comportamiento de los estudiantes a la hora de resolver un problema.

Según Barrantes (2006), en su artículo Resolución de Problemas, señala que: para Schoenfeld, las creencias se encuentran determinadas por un marco general denominado "Creencias sociales sobre la Matemática", en el cual están inmersas las creencias del profesor y del estudiante.

En lo que respecta a las creencias de los estudiantes, los pensamientos más frecuentes son: los problemas matemáticos tienen una sola respuesta. La única forma de resolver un problema es la misma que el docente imparte en su clase. Esto es muy difícil con lo cual se produce la pérdida de interés y bloqueo. La matemática es una serie de reglas que se deben memorizar. Las matemáticas no tienen relación con el mundo real.

Por otro lado, las creencias de los profesores están condicionadas a la enseñanza de la matemática recibida en su formación escolar y universitaria. Además, para muchos profesores es más fácil corregir ejercicios que problemas, y es complicado buscar o proponer problemas, sobre todo, si el problema es difícil o no sabe resolverlo.

Por último, las creencias sociales van a depender de la cultura y la sociedad en la cual se desenvuelve el individuo, y ellas determinan en el campo de la enseñanza y aprendizaje de la matemática, lo que es posible que el estudiante aprenda, lo que se quiere que aprenda, y en qué forma se debe enseñar.

Los aspectos metacognitivos se relacionan con la manera en que seleccionan y desarrollan los recursos matemáticos, ya que la metacognición es la habilidad que tiene cada individuo para planificar una estrategia, producir información necesaria, estar consciente de los pasos seguidos para la resolución de problemas.

■ Taller sobre resolución de problemas

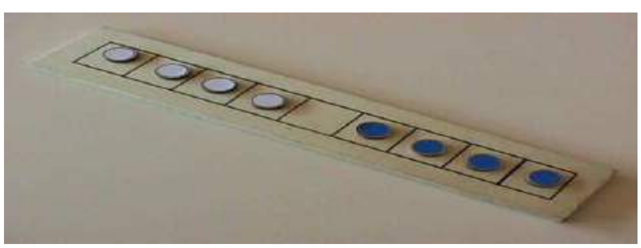
Por todo lo mencionado anteriormente consideramos que es necesaria la toma de conciencia sobre la aplicación de la resolución de problemas en nuestras aulas de clase, como un eje principal para el desarrollo del estudiante. Este taller constará de dos partes:

- En la primera, los facilitadores iniciarán una discusión con los participantes, sobre la evolución de la resolución de problemas; luego, se presentarán diferentes modelos utilizados en la resolución de problemas y se discutirán sobre los más acordes para la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes y, por último se complementará la discusión con los factores que intervienen en la resolución de problemas, como las creencias individuales (de los estudiantes y profesores) y sociales; los conocimientos y las estrategias con diferentes métodos heurísticos.
- En la segunda parte, se presentará la resolución de diferentes problemas, que nos permitirá observar en los participantes los siguientes aspectos:
  - El ingenio o creatividad necesarios para resolver un problema.
  - La elaboración de protocolos y reflexión sobre los procesos del pensamiento.
  - La comunicación de ideas a través del trabajo en grupos.
  - Creaciones de problemas enmarcados en un contexto real.
  - La aplicación de algunos de los modelos discutidos.

Algunos de los problemas a trabajar son:

1. ¿Cuántos rectángulos hay en un tablero de ajedrez estándar 8x8?
2. En un juego para dos jugadores, el que juega primero dice un número cualquiera del 1 al 6, el que juega segundo le suma al número que dijo el primer jugador un número del 1 al 6 y dice el resultado. A continuación, el primer jugador hace lo mismo, es decir, suma al número que dijo el otro jugador un número del 1 al 6 y dice el resultado. Así sucesivamente, gana el primero que diga 50. ¿Tiene ventaja algunos de los jugadores? ¿Por qué? Si alguno de los dos lleva ventaja, ¿Cómo debe jugar para ganar siempre?

Invitamos a los estudiantes a que dibujen en su cuaderno un tablero como el de la figura y que utilicen como fichas monedas de diferentes tamaños o papeles pequeños de diferentes colores. Y les damos por escrito las reglas del juego. Ocho fichas de dos colores se sitúan en una línea de nueve casillas (figura). Las fichas de cada color pueden hacer uno de los dos movimientos siguientes: a) desplazarse a la casilla contigua, si está vacía; b) saltar por encima de una ficha de diferente color siempre que la casilla que haya a continuación esté vacía. No puede haber más de una ficha en cada casilla. El objetivo de este juego es intercambiar las fichas blancas con las rojas en el menor número de movimientos, y añadimos: ¿cuál sería ese número de movimientos si variamos el número de fichas y casillas? (Cobo, 2007, p. 130).



Referencias bibliográficas

Alonso, I. y Martínez, N. (2003). La resolución de problemas matemáticos. Una caracterización histórica de su aplicación como vía eficaz para la enseñanza de la matemática. *Revista Pedagogía Universitaria 8*(3), 81-88.

Barrantes, H. (2006). Resolución de problemas. El trabajo de Allan Schoenfeld. *Cuaderno de Investigación y formación en Educación Matemática, 1*(1), 1-9.

Callejo, M. (1992). Curriculum de matemáticas y resolución de problemas. *SUMA 10*, 25-35.

Cobo, P. (2007). *Experiencia sobre la actividad matemática*. (2da. Ed.). Barcelona: Graó.

De Guzmán, M. (1991). *Para pensar mejor.* Barcelona: Labor.

Gomez-Chacon, I, (2007). Resolución de problemas y competencias básicas. *Jornada Provincial sobre Competencias Básicas en Matemáticas secundaria.* Delegación de educación Centro de profesorado de Cádiz.

Ministerio de Educación. (1998). *Currículo básico nacional.* Programa de estudio de educación básica. Segunda etapa. Sexto grado. Caracas: Autor.

Perales, F. J. (1993). La resolución de problemas: una revisión estructurada. *Enseñanza de las Ciencias*, *11*(2), 170-178.

Polya, G. (1994). *Cómo plantear y resolver problemas.* (18a.ed.). México: Trillas. (Trabajo original publicado en 1945).

Serres, Y. (2000). Una experiencia de solución de problemas matemáticos con estudiantes del curso introductorio de ingeniería. *Revista de Pedagogía 21*(6), 89-103.

Sigarreta, J., Rodríguez, J. M. y Ruesga, P. (2006). La resolución de problemas: una visión histórico-didáctica. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana 13*(1), 53-66.