

## DIFICULTADES QUE ENFRENTAN LOS ESTUDIANTES AL MOMENTO DE RESOLVER SUSTRACCIONES EN FORMA MENTAL

**Karen Suárez Matus, Marcelo Casis**

Universidad Finis Terrae. (Chile)

ksuarezmatus@gmail.com, mcasis@uft.cl

**Palabras claves:** cálculo mental, estrategias, sentido numérico

**Key words:** mental calculation, strategies, number sense

### RESUMEN

El presente artículo se enmarca en el desarrollo de la investigación que realizan los autores para optar al grado de Máster en Educación Matemática. La investigación tiene la finalidad de responder la siguiente interrogante: ¿cuáles son las causas por las que un estudiante utiliza un algoritmo de cálculo escrito para resolver una situación de cálculo sencillo de sustracción, en vez de usar una estrategia de cálculo mental? Para responder esta inquietud se parte del supuesto que los estudiantes presentan dificultades en resolver mentalmente sustracciones sencillas. Creemos que estas dificultades se asocian a la metodología-didáctica empleada por los docentes al enseñar estrategias de cálculo mental en los primeros años de escolaridad. Para evaluar cuáles son las estrategias utilizadas efectivamente por los estudiantes, se aplicarán cinco diagnósticos a estudiantes chilenos de primaria entre 7 y 11 años. A partir de estos datos obtendremos información que permita diseñar, organizar y secuenciar estrategias de cálculo mental en la escuela primaria.

### ABSTRACT

This paper is framed in the development of the research done by the authors to get the Master degree in Mathematics. The research has the objective to answer the following question: Which are the causes in which a student uses a written calculation algorithm to solve a simple calculation of subtraction situation, instead of using a mental calculation strategy? To answer this hypothesis: Students show certain difficulties to solve mentally simple subtractions. We believe these difficulties are associated to the didactic methodology managed by the teachers in the early school years. To evaluate which are the most effective strategies used by the students, we will apply five diagnostic test on Chilean primary students, from seven to eleven years old. From this data, we will get enough information that allows us to design, organize, and articulate mental calculation strategies in the primary school.

## ■ Introducción

El aprendizaje del sentido del número es una preocupación constante para la matemática (Flores, 2001). Para Godino, Font, Konic y Wilhelmi (2009) el sentido numérico es el “significado global sistémico-pragmático de los números”. La NCTM (1989) lo relaciona con la adquisición de destrezas del cálculo mental, la estimación, conceptos de valor posicional y resolución de problemas.

Greeno (1991 citado en Alonso y Fuentes, 2001) lo vincula con varias capacidades que se ponen de manifiesto en los sujetos, relacionándolos con: cálculo mental flexible, la estimación numérica y el razonamiento cuantitativo. Butterworth, (1999) y Dehaene, (1997) afirman que los humanos nacemos con circuitos cerebrales especializados en la identificación de números pequeños, *los* cuales serán la base para desarrollar capacidades matemáticas más complejas. La preocupación anteriormente descrita, nos lleva a interesarnos en el estudio del cálculo mental considerando su incidencia en la comprensión del sentido numérico y los beneficios que tiene el manejo del sistema de numeración decimal para, posteriormente, aplicarlos a la aritmética formal.

Este artículo abordará el estudio del cálculo mental desde dos perspectivas. Por un lado, desde un enfoque cognitivo y neurocientífico, que se relaciona con las características cerebrales que permiten al ejecutor de un problema matemático la resolución eficiente del cálculo mental; y por otro, desde un enfoque asociado a la psicología educativa, que se relaciona con las estrategias didácticas que se deben incorporar en las prácticas docentes para que los estudiantes resuelvan cálculos mentales de forma eficiente.

## ■ Justificación

Para muchos investigadores resulta atractivo demostrar cómo es que un niño o niña construye su conocimiento matemático. Lo cierto es que no es fácil determinarlo, ya que el proceso de sumar  $1 + 2$  no se limita a repetir que uno más dos es tres, sino que se debe ser consciente de lo que se produce en el cerebro al momento de comprender y aplicar esta frase. Es recurrente que los estudiantes repitan estos cálculos casi de memoria, pero sin entender el verdadero sentido de sumar dos elementos a uno que ya existe.

Baroody (1998 citado en Alonso y Fuentes, 2001) criticaba la enseñanza de las matemáticas a través de estrategias repetitivas y rutinarias, debido a que se les exige a los estudiantes memorizar definiciones, procedimientos y técnicas. En este sentido, nos parece pertinente estudiar qué sucede con el cálculo mental en las instituciones educativas chilenas, pues sus estrategias se trabajan de manera intencional (de acuerdo a los programas oficiales) a partir de los 7 años, extendiéndose durante todo el primer ciclo de enseñanza básica.

A pesar de los años que el programa promueve el aprendizaje del cálculo mental, se observan muchas dificultades en este ámbito y comúnmente los estudiantes terminan utilizando algoritmos para resolver cálculos simples de sustracción, es decir, aplican una técnica de cálculo escrito en vez de comprender la relación entre los números.

## ■ Preguntas y objetivos

### Objetivo General

- Analizar las estrategias utilizadas por los estudiantes de primaria entre 7 y 11 años para resolver una sustracción simple.

### Objetivos específicos

- Identificar los tipos de memoria que sustentan la aplicabilidad del cálculo mental.
- Reconocer las estrategias que fomentan el aprendizaje del cálculo mental
- Describir las estrategias utilizadas por los estudiantes de educación básica para resolver eficientemente un cálculo mental.
- Reconocer las dificultades de tipo matemático que un estudiante de enseñanza básica enfrenta al resolver un cálculo mental.
- Entregar conclusiones que permitan diseñar un plan articulado entre los niveles de educación básica para trabajar las estrategias de cálculo mental y sean perdurables en el tiempo.

### Preguntas de investigación

- ¿Cuáles son los procesos mentales que favorecen el cálculo metal en los estudiantes?
- ¿Cuáles son las estrategias utilizadas por los estudiantes de educación básica con altas calificaciones para resolver eficientemente un cálculo mental de sustracción?
- ¿Cuáles son las dificultades a las que se ve enfrentado un estudiante cuando se le presenta las estrategias de cálculo mental de sustracción?
- ¿Los estudiantes utilizan las estrategias de cálculo mental cuando se les presenta un cálculo simple de sustracción?

## ■ Marco Teórico

Desde el enfoque cognitivo y neurocientífico, se establece que el cerebro trabaja áreas específicas cuando se resuelve un cálculo mental. Una de ellas dice relación con la memoria que, de acuerdo con Rodríguez (2010) es “la capacidad que tiene el cerebro de almacenar información adquirida ontogenéticamente a través del aprendizaje y recuperarla en momentos concretos y usarla en las conductas de adaptación” (p. 19). Esto indica que a través de la experiencia se obtiene la capacidad de retener información mediante procesos neurobiológicos de almacenamiento que pueden recuperarse cuando sea oportuno. Al respecto, el mismo autor, establece cuatro tipos de memoria: inmediata o a corto plazo, reciente y remota, episódica y semántica.

Para los propósitos del presente estudio, abordaremos dos de ellas: la de corto plazo y la remota. Para Rodríguez (2010), la memoria a corto plazo o memoria de trabajo es la “capacidad de utilizar, repetir y/o manipular información sin necesidad de almacenarla” (p. 19). Este tipo de memoria se asocia a la utilizada en los cálculos mentales, pues la información se mantiene durante cortos períodos de tiempo, se manipula para realizar el cálculo y posteriormente se elimina. Para Baddeley (1986, citado en Alonso y Fuentes, 2001) esta memoria nos permite recordar información limitada, ya que es posible almacenarla de manera temporal, pudiendo retener solo algunos datos en la mente.

La memoria remota, diferida o de largo plazo es la consecuencia de la repetición de la experiencia, pues es posible activar nuevas proteínas y efectuar cambios estructurales, se adquiere gradualmente y se perfecciona con la práctica. (Morgado, 2005, p. 291). Para Calfeé (1977, citado en Etchepareborda y Abad, 2005) este nivel de memoria a largo plazo depende de la frecuencia, proximidad y asociaciones básicas entre estímulos y reacciones aprendidas. Anderson (1986, citado en Etchepareborda y Abad, 2005) entiende esta memoria como una estructura generada a partir de conjuntos interconectados que contienen modos y unidades de información.

Desde el enfoque psicológico, el cálculo mental es considerado fundamental en la educación matemática, debido a que está directamente relacionado con tres de las cuatro habilidades citadas en los Programas de Estudio del Ministerio de Educación chileno, (Ministerio de Educación, Chile. Programas de Estudios, 2012, p. 41): representar, modelar y argumentar y comunicar.

Para Fayol (1996 citado en Parra y Saiz, 1994) el manejo de estrategias eficientes de cálculo mental permitiría liberar espacio en la memoria de trabajo, logrando comprender ciertos cálculos como un *hecho matemático*, entendido como aquel cálculo construido y probado en innumerables ocasiones, sin necesidad de probarlo nuevamente. Por ejemplo, establecer como un *hecho matemático* que  $6 + 4$  es 10, significa que ese conocimiento que está alojado en la memoria a largo plazo, se utilice en un momento específico, sin necesidad de recurrir a la memoria de trabajo para volver a calcularlo, permitiendo que ésta quede libre para otros procedimientos.

Para el desarrollo del cálculo mental, el *conteo* es fundamental para la comprensión de la estructura de número. Se comienza en orden ascendente (ampliando el rango de conteo), para luego hacerlo de manera descendente (proceso inverso que comienza por el número más alto y bajando el rango).

Este mecanismo se relaciona con las siguientes capacidades que debe poseer el estudiante: nombrar el sucesor y antecesor de un número dado; comenzar una serie desde el inicio; continuar oralmente la serie a partir de un número dado; nombrar al menos cinco números a partir de un número dado; nombrar los números que están entre otros dos y poder determinar cuántos números eran; contar de 2 en 2, de 5 en 5, de 10 en 10; conocer y recordar las composiciones aditivas de 10 y 5; completar decenas, centenas u otras unidades y conocer los dobles, hasta 10.

Bruner (1964 citado en Resnick y Ford, 1998) da a conocer que para que este proceso tenga un significado en la estructura mental del estudiante, lo más importante no es almacenar la experiencia pasada, sino recuperar lo que es relevante para volver a utilizarla.

### ■ Contexto de estudio

Como parte del estudio, se comenzó analizando la importancia que entrega el Marco Curricular chileno al cálculo mental, el cual centra sus esfuerzos en diversas estrategias basadas en la composición y descomposición de números en un ámbito numérico reducido, para favorecer así la comprensión y el razonamiento matemático. La Tabla N° 1 muestra la estructura curricular chilena (Ministerio de Educación, Programas de estudios, 2012 p. 41) centrada en las estrategias de cálculo mental que se deben trabajar en los distintos niveles de escolaridad.

A partir de este análisis, se desprende la estrecha relación que tiene el cálculo mental que adquiere un estudiante en la educación primaria con el sentido numérico. Si bien se invierte tiempo en la adquisición de estas estrategias de cálculo, que les permitirá una mejor comprensión para cálculos futuros, se siguen presentando serios inconvenientes en el aprendizaje de estrategias cognitivas eficientes de cálculo mental.

Considerando la cantidad de estrategias que se enseñan en los primeros años de escolaridad, es necesario reconocer cuáles son aquellas que utilizan realmente los estudiantes de estos niveles, pues están declaradas en el currículum nacional y por ende todas las instituciones educativas chilenas deben aplicarlas.

Para Gálvez et al. (2011) en la mayoría de las aulas “todavía se enseñan procedimientos únicos de cálculo escrito que utilizan y memorizan los alumnos, por lo cual son incapaces de detectar y corregir los errores en su aplicación, quedando supeditados a las correcciones del profesores para validar sus resultados” (p. 11).

Kamii (1986, citado en Hernández y Soriano, 1997), señala que los algoritmos que hoy utilizan los estudiantes les impide pensar, analizar y crear estrategias por sí mismos, que les permitan comprender el procedimiento.

Destaca que existen dos tipos de conocimientos: abstracción simple y abstracción reflexiva. Respecto a estos dos tipos de abstracciones el autor señala:

La abstracción simple consiste en la abstracción por parte de la persona de las propiedades que se pueden observar en los objetos y en la realidad exterior. El niño tiene acceso a esta información actuando sobre los objetos, tocándolos (...). La abstracción reflexiva consiste en abstraer de los objetos propiedades de éstos que no son directamente observables. Ello requiere que el niño cree relaciones entre los objetos (Kamii, 1986, citado en Hernández y Soriano, 1997, p. 18)

Del mismo modo, indica que el algoritmo en sí mismo es perjudicial, porque:

- Los algoritmos fuerzan a los niños a renunciar a su propio pensamiento numérico.
- Los algoritmos mal enseñan el valor de la posición e impiden que los niños desarrollen el sentido del número.
- Los algoritmos hacen que los niños dependan de la distribución espacial de las cifras (o del papel y el lápiz) y de otras personas.

Es en este contexto que nuestro trabajo pretende delimitar aquellas estrategias utilizadas por los estudiantes para resolver ejercicios de cálculo mental. Para ello buscamos determinar, mediante un instrumento que se aplicará a estudiantes de primaria de establecimientos educacionales chilenos entre 7 y 11 años, la eficacia de estas estrategias en la correcta resolución de una sustracción simple.

**Tabla 1. Estructura curricular centrada en estrategias de cálculo mental.**

Nivel	Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
Primer grado (7 años)	Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para las adiciones y sustracciones hasta 20.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cuentan mentalmente hacia delante o atrás a partir de números dados.</li> <li>• Calculan mentalmente sumas, completando 10.</li> <li>• Completan dobles para sumar y restar.</li> </ul>
Segundo grado (8 años)	Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para adiciones y asustracciones hasta 20.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculan mentalmente sumas que completan 10.</li> <li>• Usan dobles.</li> <li>• Usan mitades.</li> </ul>
Tercer grado (9 años)	Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para las adiciones y sustracciones hasta 100.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Suman mentalmente números de dos dígitos:</li> <li>• Utilizando la descomposición.</li> <li>• Restan números de dos dígitos, utilizando estrategias matemáticas mentales, y explican la estrategia aplicada.</li> <li>• Aplican una estrategia matemática mental para restar números de dos dígitos.</li> </ul>
Cuarto grado (10 años)	Describir y aplicar estrategias de cálculo mental y propiedades de la multiplicación.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cuentan hacia adelante y atrás múltiplos de 2 a 10, partiendo por cualquier múltiplo correspondiente a las tablas de multiplicación.</li> <li>• Resuelven oralmente los siguientes ejercicios: <ul style="list-style-type: none"> <li>› doblar por 2 los números 6, 25, 46, ...</li> <li>› dividir por 2 los números 24, 56, 88, ....</li> </ul> </li> <li>• Calculan multiplicaciones y las divisiones correspondientes desde 5 a 9 veces un número de las tablas de multiplicación y sus divisiones correspondientes, usando la descomposición más conveniente.</li> <li>• Aplican la distributividad en el cálculo oral.</li> <li>• Usan el doble del doble para resolver multiplicaciones de cálculo mental cuando multiplican por 4, 6, 8 y 10.</li> </ul>
Quinto grado (11 años)	Aplicar estrategias de cálculo mental para la multiplicación.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinan productos cuando uno de los factores es múltiplo de 10, 100 o 1 000</li> <li>• Calculan multiplicaciones, aplicando mitades y dobles.</li> <li>• Calculan multiplicaciones, aplicando repetidamente dobles y mitades.</li> <li>• Aplican la propiedad distributiva en multiplicaciones, descomponiendo en múltiplos de 10.</li> <li>• Doblan multiplicaciones dadas para realizar multiplicaciones.</li> <li>• Usan las propiedades conmutativa y asociativa para multiplicar números.</li> </ul>

Fuente: Programas de estudio. Ministerio de Educación (Chile, 2012).

## ■ Conclusiones

Con este estudio, se pretende entregar herramientas concretas a docentes, tanto chilenos como extranjeros, respecto de las técnicas necesarias para trabajar las estrategias de cálculo mental. Se pretende dar énfasis al sentido numérico que deben manejar los estudiantes antes de enfrentarlos a estrategias de cálculo mental en los distintos niveles de enseñanza.

Las conclusiones de esta investigación se podrán convertir en un instrumento que ayude a diseñar un plan que articule los distintos niveles de enseñanza, permitiendo traspasar las estrategias efectivas de cálculo mental entre un nivel y otro, con el objetivo que trasciendan y perduren en el tiempo.

Por último, resaltamos la importancia de este tipo de investigaciones para Chile y Latinoamérica, debido a que la mayoría de los estudios relacionados con el cálculo mental se han realizado en países de Europa y Asia, los cuales están centrados en las características propias de su cultura, situación que no nos aporta información contextualizada a la realidad chilena.

Estos antecedentes los relevamos, dado que la construcción del conocimiento matemático se desarrolla en un contexto determinado, donde el entorno sociocultural del ejecutor de la tarea matemática resulta fundamental (Gavarrete y Casis, 2014). Se hace necesario entonces investigar la implementación que se hace en los establecimientos nacionales, para tomar decisiones didácticas que orienten el manejo efectivo del sentido de número.

## ■ Referencias bibliográficas

- Alonso, D. y Fuentes, J. (2001). Mecanismos cerebrales del pensamiento matemático. *Revista de Neurología*, 33(6), 1-9.
- Butterworth B. (1999). *The mathematical brain*. London: MacMillan.
- Chile, Ministerio de Educación (2012). Decreto N° 2960/ 2012. *Programas de estudios*. Santiago: Autores.
- Dehaene S. (1997). *The number sense: how the mind creates mathematics*. New York: Oxford, University Press.
- Etchepareborda, L., Abad, M. (2005). Memoria de trabajo en los procesos básicos del aprendizaje. *Revneurol* 40(Supl 1), S79-S83
- Flores, P. (2001). *Aprendizaje en matemáticas*. Universidad de Granada, Granada.
- Gálvez, G., Cosmelli, D., Cubillos, L., Leger, P., Mena, A., Tanter, E., Flores, X., Luci, G., Montoya, S. y Soto-Andrade, J., (2011). Estrategias cognitivas para el cálculo mental. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 14(1), 9-40.
- Gavarrete, M. y Casis M. (2014). La cosmovisión indígena y sus perspectivas didácticas. Visión etnomatemática de dos grupos étnicos. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 27, 1423 - 1429. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Godino, J., Font. Konic, P. y Wilhelmi, M. (2009). El sentido numérico como articulación flexible de los significados parciales de los números. En J. M. Cardeñoso y M. Peñas (Eds.), *Investigación en el aula de Matemáticas. Sentido Numérico* (pp. 117- 184). Granada: SAEM Thales y Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Hernández, F. y Soriano, E. (1997). *La enseñanza de las matemáticas en el primer ciclo de la educación primaria una experiencia didáctica*. Universidad de Murcia, Murcia.

- Morgado, I. (2005). Psicobiología del aprendizaje y la memoria: fundamentos y avances recientes. *Revneurología*, 40(5), 289 -297.
- National Council of Teachers of Mathematics, (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Parra, C y Saiz, I, (1994). *Didáctica de las matemáticas*. Aportes y reflexiones. Buenos Aires: Paidós.
- Resnick, L. y Ford, W 1998). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona: Paidós.
- Rodríguez, V. M. (2010). *Guía de la buena práctica clínica*. Organización médica colegial. Madrid: International Marketing Communication.