REVISTA EMA
1998, VOL. 4, Nº 1, 3-15

PROCESOS INFERENCIALES EN EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO DE MIGUEL[1]

ADALIRA SÁENZ-LUDLOW

Este artículo analiza los procesos inferenciales zigzagueantes (abducciones, inducciones, deducciones) que caracterizaron la actividad matemática de un alumno de tercer grado al enfrentarse al reto de resolver una tarea matemática novedosa. La tarea consistía en hallar todas las posibles parejas, triplas y cuádruplas a partir de grupos de dos, tres y cuatro tarjetas.

TIPOS DE INFERENCIA

El matemático y semiólogo Charles Sanders Peirce (1878a, 1878b, 1903) destacó tres formas de razonamiento inferencial en nuestras indagaciones: la abducción, la inducción y la deducción (ver Figura No 1). Aunque estos tres tipos de inferencia tienen características diferentes, ellos no trabajan aisladamente. Para Peirce una inferencia deductiva es un proceso analítico mediante el cual lo particular se sigue de premisas generales; es decir, en el proceso no se produce nuevo conocimiento puesto que no hay nada en los casos particulares que no estuviera implicado por las premisas. En contraste, él argumentó que el nuevo conocimiento se obtiene "a través de los mecanismos de inducción que funcionan con la lógica de probabilidad. [...] La inducción trabaja tomando una muestra aleatoria de una clase de cosas, de manera que se pueda sacar alguna conclusión aplicable a la clase acerca de aspectos que tienen en común todos los miembros de la clase" (Peirce citado en Corrington, 1993, p. 43). Esto significa que a través de la inferencia inductiva se generan nuevos principios generales o leyes a partir de instancias particulares.

1. Traducción hecha por Patricia Inés Perry, investigadora de "una empresa docente", del original Sáenz-Ludlow, A. (1997). Inferential processes in Michael's mathematical thinking. En E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 4, pp. 120 -127). Agradecemos a Erkki Pehkonen por haber autorizado la traducción al español y la publicación de este artículo en la Revista EMA.

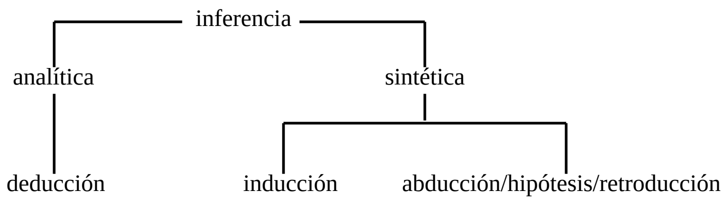


Figura Nº 1. Tipos de razonamiento inferencial (adaptado de Peirce, 1878a)

Peirce (1903) clarificó que "el inicio de una hipótesis y el interés por ella ya sea como una simple pregunta o con algún grado de confianza, es un paso inferencial que propongo llamar *abducción* [o *retroducción*] [...] Llamo esa tal inferencia con el nombre peculiar de *abducción* porque su legitimidad depende de diferentes principios juntos a partir de otros tipos de inferencia" (p. 151). Para Peirce (1878a, 1878b, 1903), la deducción y la inducción solas, sin la abducción, no pueden dar cuenta de la introducción de nuevo conocimiento. El sostuvo que la abducción proporciona a quien razona una hipótesis que da cuenta de los hechos observados. "En contraste con la inferencia inductiva, que se mueve desde muestras aleatorias hacia una conclusión acerca de una clase de objetos, las hipótesis van en la dirección opuesta, procediendo de una regla general o teoría hacia un caso particular dado" (Peirce citado en Corrington, 1993, p. 46). La generación de una hipótesis es un acto creativo que puede llegar a nosotros "en un destello" o a través de un período extendido de fantasía o trabajo. Para Merrell (1995) una abducción o una conjetura abductiva o hipótesis, con frecuencia es una adivinación, pero una adivinación educada "que idealmente prosigue a mucha vida, mucho estudio, y mucha contemplación de la vida en general y de un problema particular que uno tiene a la mano" (p. 56).

La generación de una hipótesis es sólo un aspecto del proceso de abducción; la abducción involucra aplicación además de creación. Una hipótesis debe ser aplicada al caso que se tiene a mano y debe competir con otras hipótesis que pueden posiblemente explicar los hechos observados (Corrington, 1993). Peirce también enfatizó la naturaleza temporal, elusiva y transitoria del proceso de generar hipótesis lo mismo que su relativa falta de certidumbre ya que más de una hipótesis puede ser designada para dar cuenta de los hechos observados (Anderson, 1995). Peirce (1903) reconoció que la selección de una hipótesis está sujeta a ciertas condiciones que ya fueron reconocidas por lógicos mucho antes de que él la hubiera clasificado como una inferencia. "La hipótesis no se puede admitir incluso como hipótesis a menos que se suponga que da cuenta de los hechos o de algunos de ellos. La forma de la inferencia, por tanto, es la siguiente. Se observa el sorprendente hecho C; pero si A fuera verdad, C debería ser un resultado natural; por tanto hay una razón para sospechar que A es verdad. Es decir, A no se puede inferir por abducción, o si se prefiere, no puede ser conjeturado por abducción hasta que todo su contenido esté ya presentado en la premisa, 'si A fuera verdad, C debería ser una conclusión natural'" (pp. 151-152).

Matemáticos y educadores matemáticos han reconocido la influencia de los procesos de abducción en el pensamiento matemático, aunque bajo diferentes nombres. Polya (1945), por ejemplo, coloca el razonamiento heurístico bajo la luz de una adivinación plausible y diferente del tipo deductivo de razonamiento que proporciona una prueba o que lleva a la solución completa de un problema. El dice, "con frecuencia debemos estar satisfechos con una adivinación más o menos plausible. Necesitamos lo provisional antes de alcanzar lo final" (p. 113). Lakatos (1976) reconoció la no linealidad del razonamiento inferencial cuando dice "el descubrimiento no va hacia arriba o hacia abajo, sino que sigue un camino de zigzag; impulsado por contraejemplos, se mueve de la conjetura ingenua a las premisas y luego regresa nuevamente para borrar la conjetura ingenua y reemplazarla por un teorema. Las conjeturas ingenuas y los contraejemplos no aparecen en la estructura deductiva completa: el zigzag del descubrimiento no se puede discernir en el producto final" (p. 46). Por tanto, el conocimiento matemático nuevo no sólo depende de las abducciones sino que sigue un proceso inferencial zigzagueante de abducciones, inducciones y deducciones. En consecuencia, la naturaleza zigzagueante de los procesos inferenciales en la indagación matemática no aparece escrita en los libros de texto y no se vislumbrará en la enseñanza. Mason (1995) señala que al tratar de evitar dificultades, "el currículo cambia todo en comportamiento, evita la conciencia, asume la deducción, tolera la inducción e ignora la abducción" (p. 4).

METODOLOGÍA

El experimento de enseñanza

La metodología constructivista del experimento de enseñanza consiste en interacciones de largo plazo entre el investigador/profesor y los estudiantes. Esta metodología se enfoca principalmente sobre las construcciones conceptuales de los estudiantes. La principal meta es inferir las construcciones de los conceptos matemáticos y operaciones hechas por los estudiantes (Steffe, 1983). Las interacciones entre el investigador/profesor y los estudiantes se llevan a cabo para estimular la actividad matemática de los estudiantes y la evolución constructiva de sus conceptos matemáticos. Se llevó a cabo un experimento de enseñanza constructivista con seis alumnos de tercer grado que fueron entrevistados 17 veces durante el año lectivo para indagar acerca de sus esfuerzos constructivos para conceptualizar las fracciones.

Acerca de Miguel

Miguel, un niño de nueve años, participó en el experimento de enseñanza junto con otros cinco niños. Su profesora del colegio lo percibía como un buen estudiante, que no se desempeñaba tan bien en matemáticas como los otros. Miguel era un niño callado y reflexivo, siempre dispuesto a aceptar retos intelectuales y capaz de recapturar su actividad mental y expresarla verbalmente. Había participado en ocho entrevistas sobre números naturales y fracciones antes de su participación en la entrevista que se reporta en este artículo. Esta entrevista sirvió como "calentamiento" después del receso de navidad. En un artículo anterior (Cifarelli y Sáenz-Ludlow, 1996) se analizó parcialmente la actividad matemática de Miguel para resolver esta tarea con el fin de ilustrar el razonamiento hipotético. Este artículo extiende dicho análisis para especificar el papel mediador que la abducción tuvo en su pensamiento.

Acerca de la tarea

La tarea que se le propuso a Miguel en esta entrevista fue encontrar el número total de parejas, triplas, y cuádruplas que se podían hacer con los elementos de diferentes grupos de objetos. Se le presentaron cuatro grupos de tarjetas en el siguiente orden: (a) un grupo de letras y un grupo de números; (b) un grupo de letras, un grupo de números y un grupo de figuras; (c) un grupo de letras, un grupo de números, un grupo de figuras y un grupo de colores. Se dispusieron las tarjetas sobre diferentes hojas de papel que definían las fronteras para cada grupo de tarjetas. El número de tarjetas en cada conjunto se cambió para variar los grados de dificultad de la tarea. A Miguel se le preguntó el número de parejas, triplas y cuádruplas que era posible hacer si debía escoger una tarjeta de cada conjunto. Esta tarea fue utilizada por Leslie P. Steffe en sus experimentos de enseñanza con estudiantes de segundo y tercer grado y él animó a la autora para que también la usara.

ANÁLISIS

Elaboración de parejas

El siguiente diálogo ocurrió cuando la profesora/investigadora (P/I) preguntó a Miguel por todas las posibles parejas que se podían hacer usando el conjunto de letras formado por A y B y el conjunto de números formado sólo por el número 1.

1 P/I: ¿Sabes lo que es una pareja?

2 M: Sí; son dos de un mismo tipo.

3 P/I: (Muestra tarjetas con las letras A y B sobre la primera hoja y una tarjeta con el número 1 sobre la segunda hoja).[a] ¿Cuántas parejas puedes hacer aquí?

4 M: Ninguna.

5 P/I: ¿Por qué?

6 M: Porque ellos no son del mismo tipo.

7 P/I: Bien. Imagínate que aunque no son parecidos, tú puedes hacer parejas con ellos tomando primero una letra y luego un número.

8 M: (Después de algunos segundos) Bien. Una, A1... Espera A1, B1.

9 P/I: (Muestra tarjetas con las letras A y B sobre la primera hoja y tarjetas con los números 1 y 2 sobre la segunda) ¿Cuántas parejas puedes hacer ahora?

10 M: (Mueve las tarjetas A y B cerca de 1) A1, B1; (mueve las tarjetas A y B cerca de 2) A2, B2.

a. Los comentarios en paréntesis son descripciones de las acciones no verbales de Miguel y de la investigadora.

Después de habernos puesto de acuerdo en la constitución de parejas a partir de dos conjuntos, Miguel parece haber encontrado un patrón o estrategia para formar tales parejas. Este patrón queda indicado mediante sus explicaciones y sus gestos (líneas 8 y 10). Un momento de reflexión sobre el diálogo anterior trae a la mente varias preguntas: ¿de dónde provino ese patrón? ¿Aplicará Miguel tal patrón otra vez? ¿Será capaz de encontrar el número de parejas antes de formar las parejas efectivamente? ¿Es él consciente del patrón y podrá describirlo? El siguiente diálogo (líneas 11-18) indica algunas respuestas a estas preguntas.

11 P/I: (Muestra tarjetas con las letras A y B sobre la primera hoja y tarjetas con los números 1, 2 y 3 sobre la segunda) ¿Cuántas parejas puedes hacer ahora?

12 M: Seis. A1, B1; A2, B2; A3, B3

13 P/I: (Agrega una tarjeta con la letra C a las tarjetas con las letras A y B y una tarjeta con el número 4 a las tarjetas con los números 1, 2 y 3). ¿Cuántas parejas puedes hacer aquí?

14 M: Esto va a ser difícil (después de algunos segundos, él mueve sus dedos desde cada una de las letras A, B y C hacia el número 1, algunos segundos después da los resultados) 3, 6, 9, 12.

15 P/I: ¿Por qué?

16 M: Porque hay tres letras aquí (muestra las letras A, B y C). A, B, C se pueden emparejar con 1, eso da 3; A, B, C se pueden emparejar con 2, eso da 6; A, B, C se pueden emparejar con 3, eso da 9; A, B, C se pueden emparejar con 4, eso da 12. (Tocando cada tarjeta de números, él dice) 3, 6, 9, 12.

17 P/I: (Agrega una tarjeta con la letra D al conjunto de letras. Ahora las letras sobre la primera hoja son A, B, C y D y los números sobre la segunda hoja son 1, 2, 3 y 4) ¿Cuántas parejas puedes hacer aquí?

18 M: Dieciséis de cualquier manera que se tomen. Estas (mostrando las letras) pueden ir sobre éstos (mostrando los números) o éstos (mostrando los números) pueden ir sobre éstas (mostrando las letras). Todas las cuatro letras pueden ir a 1, eso da 4; todas las cuatro letras pueden ir a 2, eso da 4; todas las tres letras pueden ir a 3, eso da 4; todas las cuatro letras pueden ir a 4, eso da 4. Por tanto, hay dieciséis por todas.

19 P/I: ¡Muy bien!

Miguel no sólo es capaz de aplicar el patrón nuevamente sino que halla el número total de parejas antes de describirlas (línea 12). Esto es una indicación de que Miguel es bien consciente del patrón que generó. El aplicó su conjetura para hacer parejas cuando se le preguntó por el número de parejas sacadas del conjunto de letras (A, B y C) y el conjunto de números (1, 2, 3 y 4). Después de pensar algunos segundos Miguel tenía el número total de parejas al decir "3, 6, 9, 12" (línea 14). Las cuatro veces que contó de 3 en 3, indica que él estaba emparejando cada vez las tres letras con cada uno de los cuatro números. En la línea 16, verificó su conjetura describiendo tal emparejamiento en detalle, lo que indica una conciencia del patrón. En la línea 18, describió el patrón demostrando nuevamente la aplicación de su abducción inicial (hipótesis o conjetura) de aparear las letras con cada uno de los números.

Hasta este punto particular en la entrevista, Miguel había procedido de una manera inductiva apoyado por su primera *abducción organizadora* (apareando todas las letras del conjunto de letras con cada uno de los números en el conjunto de números). La palabra *organización* viene del término griego *organon* que significa *instrumento*; en este sentido, la abducción organizadora hace referencia a la naturaleza instrumental del *insight*[2] de Miguel tanto como a la constitución de un orden relacional que puede conducir a completar todas las posibles parejas sacadas del conjunto de letras y de números. Es decir, la respuesta a la primera pregunta "¿De dónde proviene el patrón?" es que provino de un acto creativo que fue el resultado de una abducción que he llamado una abducción "organizadora". Aquí hay una instancia de una creación y una aplicación de una hipótesis abductiva. Si no hubiera hecho esa abducción, habría sido imposible para él solucionar las tareas porque no había nada en la pregunta de la profesora que lo dirigiera a hacerlo.

Elaboración de triplas

En los siguientes diálogos la profesora propuso el problema de encontrar todas las triplas posibles a partir de tres conjuntos diferentes. La profesora incrementó sistemáticamente el número de objetos en cada conjunto haciendo cada vez la tarea más difícil.

20 P/I: (Pone dos tarjetas con las letras A y B sobre la primera hoja; una tarjeta con el número 1 sobre la segunda hoja y una tarjeta con la figura ▲ sobre la tercera) ¿Cuántas triplas puedes hacer aquí?

21 M: Cuatro. AB1, AB▲, A1▲, B1▲.

22 P/I: Eso sería perfecto si yo quisiera tener más de un elemento de cada grupo. Pero, si yo quisiera tener una letra una vez, un número una vez y una figura una vez, ¿cuántas triplas podrías hacer?

23 M: Entonces tienes dos, A1▲, B1▲.

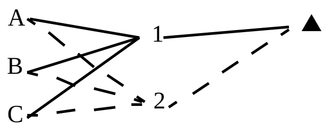
24 P/I: (Muestra las letras A, B y C sobre la primera hoja; los números 1 y 2 sobre la segunda y la figura ▲ sobre la tercera) ¿Ahora cuántas triplas podrías hacer?

25 M: (Después de algunos segundos) Tres.

26 P/I: Muy bien. ¿Cuáles?

2. *Insight* hace referencia a una idea novedosa.

27 M: (Con sus dedos hace un movimiento desde el conjunto de las letras hacia el número 1 y hacia el ▲, luego desde el conjunto de letras hasta el número 2 y el ▲) A1▲, B1▲, C1▲, A2▲, B2▲, C2▲. (La figura que sigue muestra las trayectorias que Miguel hizo con sus dedos). Seis.



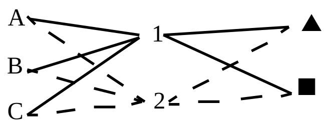
En la línea 21, Miguel describió todas las posibles *combinaciones* con tres elementos a partir de los cuatro elementos de los tres grupos (A, B; 1; y ▲). Una vez que se llegó a un acuerdo acerca de las condiciones para construir las triplas, él halló dos triplas (línea 23). Cuando la profesora cambió las condiciones de la tarea, agregando una letra y un número (A, B, C; 1, 2, y ▲) él respondió rápidamente “tres”. Sin embargo, cuando él las describió halló seis (línea 27). Su descripción de las triplas indicó que estaba apareando cada una de las posibles parejas de los primeros dos grupos con el elemento del tercer grupo. La pregunta que surge aquí es si Miguel aplicaría este patrón nuevamente o si generaría de manera aleatoria todas las posibles triplas a partir de los tres conjuntos.

28 P/I: (Muestra las letras A, B y C sobre la primera hoja; los números 1 y 2 sobre la segunda y las figuras ▲ y ■ sobre la tercera) ¿Ahora cuántas triplas puedes hacer?

29 M: (En silencio mueve sus dedos de izquierda a derecha como trazando trayectorias) Nueve...; espera, puedo hacer diez.

30 P/I: ¿Puedes describírmelas?

31 M: (Describe las triplas mientras mueve sus dedos de izquierda a derecha sobre las tarjetas; las líneas en el diagrama representan los movimientos de su mano derecha).



A1▲, B1▲, C1▲, tres; A2▲, B2▲, C2▲, seis; A1■, B1■, C1■, nueve; A2■, B2■, C2■, doce.

En la línea 28, la profesora varió el problema agregando una tarjeta con un cuadrado al tercer grupo. Ahora las tarjetas son (A, B y C; 1 y 2; ▲ y ■).

Después de responder “nueve...; espera, puedo hacer diez”, Miguel de manera sistemática describió las triplas mientras que indicaba las trayectorias con sus dedos para asociar las tarjetas. Una observación cuidadosa del patrón de las triplas indica que las parejas de los primeros dos conjuntos se aparean sistemáticamente con cada una de las tarjetas de las figuras. Por tanto, Miguel aplicó nuevamente su patrón para hacer triplas. Es decir, todos los elementos del primer conjunto (en este caso parejas) se aparean con cada uno de los elementos del segundo conjunto (en este caso ▲ y ■). Si Miguel no hubiera considerado cada pareja como una entidad en sí misma, no habría sido capaz de generar esta estrategia sistemática. En cambio, habría podido generar las triplas en algún orden aleatorio lo que hubiera dificultado el control sobre la respuesta. La pregunta que viene a la mente es si Miguel era o no consciente del patrón y en qué grado. El siguiente diálogo da una respuesta a esta pregunta.

32 P/I: (Muestra las letras A, B, C y D sobre la primera hoja; los números 1 y 2 sobre la segunda; y la figura ▲ sobre la tercera) ¿En este caso cuántas triplas puedes hacer?

33 M: (Después de algunos segundos) Es ocho, porque el número de triplas es el mismo que el número de parejas si quito de aquí este triángulo.

34 P/I: (Muestra las letras A, B, C y D sobre la primera hoja; los números 1 y 2 sobre la segunda; y las figuras ▲ y ■ sobre la tercera) Entonces, ¿ahora cuántas triplas puedes hacer?

35 M: (Toma el triángulo en sus manos y dice) Así puedo hacer ocho triplas; (vuelve a poner el triángulo) así son ocho; ocho y ocho es dieciséis.

36 P/I: (Pone cuatro tarjetas en cada uno de los conjuntos: cuatro letras, A, B, C y D; cuatro números: 1, 2, 3 y 4; y cuatro figuras: ▲, ■, ● y *) ¿Cuántas triplas puedes hacer ahora?

37 M: (Después de algunos segundos) sesenta y dos.

38 P/I: ¿Por qué?

39 M: Dieciséis parejas con los números (mostrando el conjunto de letras y números). Dieciséis y dieciséis es treinta y dos (mostrando el ▲ y el ■) y treinta y dos y treinta y dos (mostrando el ● y el *) es sesenta y cuatro.

40 P/I: (Forma tres montones de tarjetas en lugar de dejarlas sobre las hojas) ¿Cuántas triplas puedes hacer con esos tres montones de tarjetas?

41 M: (Mira los montones por algunos segundos y luego cuenta el número de tarjetas en cada uno) Tres tarjetas aquí (las que tienen letras) y cuatro tarjetas aquí (las que tienen números) o sea doce parejas; ocho tarjetas aquí (las que tienen figuras), lo que hace noventa y seis triplas.

42 P/I: ¿Por qué?

43 M: Porque doce y doce es veinticuatro; ya van dos doces. Doce y doce es veinticuatro; y veinticuatro y veinticuatro es cuarenta y ocho, ya van cuatro doces. Cuarenta y ocho y cuarenta y ocho es noventa y seis.

En la línea 33, la solución de Miguel fue completamente nueva. Su expresión “el número de triplas es el mismo que el número de parejas si saco este triángulo” indicó el uso de cada pareja como una entidad en sí misma para generar todas las triplas posibles. En la línea 35, aplicó su abducción al aparear cada pareja de los dos primeros grupos con cada figura del tercer grupo. Cuando las tarjetas eran A, B, C y D; 1, 2, 3 y 4; y ▲, ■, ● y *, encontró inmediatamente 62 triplas y no intentó describirlas. Cuando describía el proceso, encontró 64 porque “dieciséis parejas con los números (mostrando el conjunto de letras y números). Dieciséis y dieciséis es treinta y dos (mostrando el ▲ y el ■) y treinta y dos y treinta y dos (mostrando el ● y el *) es sesenta y cuatro.” En la línea 41, también utilizó esta estrategia de manera deductiva ya que después de varios ensayos, supuso su viabilidad y la aplicó en el caso que tenía a mano.

La novedad en su solución se considera como una abducción que es más compleja que la *abducción organizadora* que lo condujo a establecer una manera particular de relacionar los objetos de dos grupos para hacer parejas. Lo que es novedoso en su nuevo *insight* es que consideró implícitamente la tripla como una pareja cuyo primer elemento es él mismo una pareja. Llamo la abducción anterior una *abducción estructuradora* porque es más compleja (al considerar una pareja como un solo elemento) y general (al considerar una tripla como una pareja) que su abducción organizadora. La palabra *estructura* viene del verbo latín *struere* que significa construir. La abducción de Miguel se llama aquí “*estructuradora*” para enfatizar su *insight* complejo (u organización abstracta) al tomar una pareja como una entidad única y cada tripla como una pareja compleja.

Elaboración de cuádruplas

Las explicaciones de Miguel para encontrar parejas y triplas en las tareas anteriores indican cadenas de razonamiento de abducción-inducción-deducción. ¿Sería Miguel capaz de llevar a cabo esa cadena de razonamiento para encontrar el número de todas las posibles cuádruplas con cuatro grupos diferentes de tarjetas? El siguiente diálogo indicó que fue capaz de hacerlo.

44 P/I: ¿Cuántas cuádruplas puedes hacer aquí?

A	1	▲	azul
B	2	■	amarillo
C	3		
D			

45 M: (Mira las tarjetas) ¡Eso es difícil! (Después de algunos segundos) Déjame ver cuántas parejas hay aquí (toma el triángulo y el cuadrado en sus manos) doce. Doce y doce es veinticuatro parejas (volviendo a poner una tarjeta de figura a la vez). Entonces, veinticuatro y veinticuatro es cuarenta y ocho cuádruplas (mostrando cada tarjeta que tiene un color).

46 P/I: ¿Por qué?

47 M: Comencé haciendo parejas, luego triplas y luego cuádruplas,

La solución de Miguel a la tarea anterior indicó otra cadena de abducción-inducción con raíces en su abducción estructuradora previa. Su explicación en la línea 45 indicó que tomó cada pareja como una entidad unitaria para hacer triplas (como parejas complejas) y después cada tripla como una entidad unitaria para hacer cuádruplas (como triplas complejas). Explícitamente expresó su estrategia en la línea 47. Es decir, sus abducciones estructuradoras influyeron la construcción de una generalización como un producto de abducciones, inducciones y deducciones.

CONCLUSIONES

La actividad matemática de Miguel se apoyó en la motivación que tenía para abordar el reto de solucionar una tarea que era nueva y diferente para él y que evolucionó continuamente. Sus soluciones y explicaciones ilustran la naturaleza zigzagueante de los procesos inferenciales en su actividad matemática. La explosión de abducciones de Miguel ocurrió en forma sinérgica con inducciones y deducciones y no como procesos cognitivos aislados. Al hacerle preguntas a Miguel fue importante no condicionarlas de manera que pudieran falsear su forma idiosincrática de pensar. Debido a la novedad de la tarea sus abducciones (en el sentido de Peirce), o conjeturas (en el sentido de Polya), o *insights* (en el sentido de Mason, Burton y

Stacey, 1982), o acomodaciones generativas y metamórficas (en el sentido de Steffe, 1991) fueron fáciles de capturar. Miguel nos proporciona un ejemplo de los procesos inferenciales de un niño en su propio nivel de razonamiento lógico mientras resuelve una tarea matemática.

REFERENCIAS

Anderson, M. (1995, octubre). Abduction. Ponencia presentada en el Mathematics Education Colloquium Series en la Universidad de North Carolina en Charlotte, North Carolina.

Cifarelli, V. y Sáenz-Ludlow, A. (1996). Abductive processes and mathematics learning. En *Proceedings of the Eighteenth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 161-166). Columbus, Ohio: The ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.

Corrington, R. (1993). *An introduction to C. S. Peirce*. Boston: Rowman and Littlefield Publishers.

Lakatos, I. (1976). *Proofs and refutations: The logic of mathematical discovery.* New York: Cambridge University Press.

Mason, J. (1995, marzo). Abduction at the heart of mathematical being. Ponencia presentada en honor de David Tall en el Center for Mathematics Education of the Open University, Milton Keynes, UK.

Mason, J., Burton, L. y Stacey, K. (1982). *Thinking mathematically*. Wokingham, England: Addison Wesley.

Merrell, F. (1995). *Peirce's semiotics now.* Toronto: Canadian Scholars' Press.

Peirce, C.S. (1878a). Deduction, induction, and hypothesis. *The Popular Science Monthly,* vol. XIII, 470-480.

Peirce, C.S. (1878b). The probability of induction. *The Popular Science Monthly,* vol. XII, 705-718.

Peirce, C.S. (1903). Abduction and induction (de las Conferencias sobre pragmatism, en Harvard, 1903). CP 5.189). En J. Buchler (1955), *Philosophical writings of Peirce* (pp. 150-156). New York: Dover Publications.

Polya, G. (1945). *How to solve it.* Princeton: Princeton University Press.

Steffe, L. P. (1983). The teaching experiment methodology in a constructivist research program. En M. Zweng, T. Green, J. Kilpatrick, H. Pollack y M. Suydam (Eds.), *Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematics Education* (pp. 469-471). Boston: Birkhäuser.

Steffe, L. P. (1991). The learning paradox: A plausible counterexample. En L.P. Steffe (Ed.), *Epistemological foundations of mathematical experience* (pp. 26-44). New York: Springer-Verlag.

Adalira Sáenz-Ludlow
Mathematics Department
University of North Carolina at Charlotte
9201 University City Boulevard
Charlotte, NC 28223-0001
USA
Tel.: 704-547-4558
Fax: 704- 510-6415
E-mail: sae@newmail.uncc.edu