

ERRORES Y DIFICULTADES QUE PRESENTAN LOS ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO AL FACTORIZAR POLINOMIOS

Arnidis Baltazar, Juan Rivera, Rosa Martínez, Hernando Cárdenas, Tulio Amaya

Universidad de Sucre. (Colombia)

arnidis_b.m@hotmail.com, juanramon48.com@gmail.com, rosa_que_linda_eres@hotmail.com, hecame02@hotmail.com, tuama1@hotmail.com

Palabras clave: errores al factorizar, recursos didácticos y habilidades mentales

Keywords: the factor error, teaching resources y mental abilities

RESUMEN

En este trabajo se reportan las dificultades de los estudiantes de octavo grado con la factorización de polinomios. Se aplicó una prueba con una situación problema a 36 estudiantes; los resultados evidencian dificultades con el uso de los signos y en el análisis e interpretación de los elementos que intervienen en la situación, los cuales llevan al estudiante a comunicar resultados erróneos; esto llevó a concluir que se deben implementar metodologías que contengan recursos didácticos y clases teórico prácticas más dinámicas que despierten el interés en el estudiante y, a través de esto, lograr que desarrollen habilidades mentales que fortalezcan su aprendizaje.

ABSTRACT

The following assignment reports polynomials factorization issues of eighth graders. A test was applied concerning a problem situation to 36 students, they solve the test and they presented difficulties with the use of signs and with analysis and comprehension of elements, which belong to the situation and allow the students to have wrong results. From this, it is concluded that it is necessary to apply methodologies with didactic resources and theoretical-practice classes and more dynamics, which permit the students to be interested on learning and, through this, develop mental abilities that could improve their learning process.

■ Introducción

Tomando como referencia los modelos cognitivos que se enfocan en el estudio de los problemas de enseñanza del álgebra, donde se enfatiza en modelos concretos de aprendizaje sobre los casos de factorización, y luego de realizar algunas consultas se encontró que en ciertos trabajos de matemáticas, como es el caso de Hitt (2003), quienes coinciden en señalar errores recurrentes cometidos por los estudiantes al factorizar: “dificultades relacionadas básicamente con la ley de los signos, lo cual predice un mal resultados en la solución de ejercicios” (Hitt 2003 p.29).

Sin embargo, es indudable la importancia de los errores en el aprendizaje de los estudiantes ya que según Carrión (2007, p. 21) “el error se requiere para afinar la idea individual sobre lo que es falso y lo que es correcto, según una norma dada”, es decir, son necesarios para que el estudiante pueda distinguir lo correcto de lo incorrecto. Y el hecho de analizarlos da pautas bien claras del camino a seguir para mejorar los procesos de aprendizaje de los estudiantes.

Heinze (2005), Rico (2009) coinciden en que, aunque se aceptan los errores como parte natural del proceso de enseñanza aprendizaje, sin embargo, para algunos es desagradable incurrir en ellos. Esto si se tiene en cuenta que el conocimiento no parte de la nada, y su avance se consolida principalmente en la modificación de un conocimiento anterior. Abrate, Pochulu y Vargas (2006) consideran que se debe tener en cuenta que en los procesos de enseñanza aprendizaje de la matemática, se encuentra una gran variedad de dificultades que son potencialmente generadoras de errores.

Por lo que en la necesidad de analizarlos puede estar gran parte del éxito del aprendizaje de los estudiantes. Palarea y Socas (1999) hacen aportaciones sobre el valor que los alumnos atribuyen a los signos, Kieran (1979) habla respecto al uso que se le da a los paréntesis y Collis (1975) hace consideraciones sobre el uso y significado que los alumnos hacen y atribuyen a las letras. Con esto se evidencia toda una serie de problemas que afectan el aprendizaje de los estudiantes lo cual promueve un gran desinterés de los estudiantes por estudiar y comprender las matemáticas.

Los errores así vistos, se muestran como un síntoma de las dificultades en la comprensión de los conceptos y por tanto en la transición de la aritmética al álgebra. Cuando en la mayoría de los casos los alumnos memorizan irreflexivamente las reglas y los procedimientos de cálculo sin comprenderlos, aplicándolos automáticamente a cualquier situación que les resulte parecida a la utilizada anteriormente, cuando supuestamente la aprendieron. Esto los lleva a cometer los mismos errores de manera sistemática y persistente.

Lo que podría atribuirse a que en el aula de clases se privilegia un aprendizaje procedimental sobre el conceptual, se utilizan clases expositivas sin crear espacios para interiorizar los conceptos básicos. Así los estudiantes pueden aprender los algoritmos para factorizar un polinomio, técnicas de graficación y propiedades de algunas funciones, sin comprender el concepto de factorización (Vílchez, 2005). Según este autor, esto puede conducir a dificultades con la ley de los signos al intentar resolver problemas relacionados con la agrupación de términos, suma o diferencias de cuadrados, y en algunos casos sacar factor común.

Carrión (2007) hace una clasificación de los errores cometidos por los estudiantes en tres tipos: 1) *errores de entrada*: en estos, a pesar de que los discentes realizan de forma correcta los cálculos, operan una expresión totalmente distinta a la que se les plantea; es decir, eligen los procedimientos correctos, pero presentan errores en el proceso de solución y terminan combinando o cambiando los términos de las expresiones e inventando números que no están en la expresión inicial; por consiguiente estos errores conducen a resultados erróneos. 2) *Errores de operación*: en estos los estudiantes distorsionan el proceso de obtener el resultado de cada operación realizada en forma independiente, dando así un mal uso tanto a las operaciones como a los signos. Y 3) *errores de escritura*: en estos, el alumno realiza los cálculos secuencialmente sin cometer errores en la ejecución de las operaciones, pero presentan errores al comunicar los procedimientos de transformación de una expresión numérica, y en la mayoría de los casos se obtienen resultados correctos.

■ Metodología

Este trabajo investigativo se enmarca dentro del enfoque cuantitativo porque a través de distintas técnicas de recolección de información se permite vislumbrar situaciones iniciales, con tipo de estudio cuasi-experimental, es decir, un antes y un después de la ejecución de estrategias didácticas desarrolladas por parte de los docentes para fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemáticas de los estudiantes tomados como muestra, además, se constituye en un trabajo de carácter descriptivo, pues lleva a desarrollar caracterizaciones según lo observado, en relación a las dificultades y errores que presentan algunos alumnos referente a la factorización de polinomios.

La investigación se realizó con estudiantes de una institución pública, localizada en la ciudad de Sincelejo (Colombia). Se trabajó con una muestra de 36 estudiantes del grado octavo con edades entre 12 y 14 años, a los cuales en el segundo semestre escolar del año 2014 se les aplicó una prueba de forma individual y también se entrevistó a los que presentaban resultados de interés para los investigadores o de dudosa interpretación.

En primera instancia, se llevó a cabo una interacción con los alumnos con la intención de familiarizarse e integrarse a la forma de trabajo desarrollada en el aula de clase por parte del docente; seguido a esto, se realizaron observaciones participantes, es decir, se miraron los errores más frecuentes y se les ayudó a despejar algunas dudas e inquietudes relacionado con los temas tratados. Posteriormente, se les aplicó una prueba piloto que permitiera identificar los errores y dificultades más comunes presente en los estudiantes al realizar tareas algebraicas en cuanto a la factorización de polinomios. La prueba contenía 3 polinomios los cuales se pedían factorizar.

Luego de la aplicación del instrumento, se analizaron los resultados con la intención de ver los errores y dificultades más comunes en la solución de la prueba y abordar el porqué de esto(as).

Prueba aplicada:

1) Factorizar los siguientes polinomios:

a) $15x^2 + 7x - 2$

b) $x^3 - 4x^2 - 4x$

c) $3x^5 - 18x^3 + 27$

■ Resultados

Los resultados se analizaron mediante una técnica de análisis de contenido Servan y Servan (2010), teniendo en cuenta la clasificación de los errores establecida por Carrión. Inicialmente se distinguieron los errores que presentaban, enseguida se clasificaba de acuerdo a criterios comunes de aquellos errores que coincidían y finalmente se categorizaron de una manera más general tratando de resaltar las relaciones entre ellos.

Se detallan a continuación los errores más comunes vistos en algunas de las expresiones presentadas:

Expresión 1: $15x^2 + 7x - 2$

El 52% (19) de los estudiantes presentaron errores al momento de solucionarlo. A continuación se muestran algunos de los errores cometidos por los discentes en relación al ejercicio propuesto en la figura 1.

$$\begin{aligned}
 &15x^2 + 7x - 2 \\
 &15(2)^2 + 7(2) - 2 \\
 &60 + 14 - 2 = 72
 \end{aligned}$$

Figura 1. Respuesta dada por el estudiante a la expresión 1.

$$\begin{aligned}
 &15x^2 + 7x - 2 \\
 &\text{ERROR DE ENTRADA} \\
 &\underbrace{\hspace{10em}} \\
 &15(2)^2 + 7(2) - 2 \\
 &\text{ERROR DE ENTRADA} \\
 &\underbrace{\hspace{10em}} \\
 &60 + 14 - 2 = 72
 \end{aligned}$$

En este ejercicio el estudiante presenta errores en cuanto a la interpretación de lo que se le pide, aunque se puede apreciar que realiza los cálculos de forma correcta, termina realizando un proceso diferente al que se les solicitó hacer, termina resolviendo un polinomio aritmético mostrando un error de entrada en el sentido de Carrión (2007).

Expresión 2: $x^3 - 4x^2 - 4x$

El 33,33% (12) de los alumnos cometieron errores tales como el que se presenta en la fig. 2

$$\begin{aligned}
 & x^3 - 4x^2 - 4x \\
 &= x(x^2 + 4x + 4) \\
 &= x(x+2)(x-2) \\
 &= x(x^2 + 2x + 2x - 0) \\
 &= x(x^2 + 4x - 0) \\
 &= x^3 + 4x^2 - 0
 \end{aligned}$$

Figura 2. Respuesta dada por el estudiante a la expresión 2.

ERROR DE OPERACIÓN

$$\begin{aligned}
 & x(x^2 + 4x + 4) \\
 & x(x^2 + 2x + 2x - 0) \\
 & x(x^2 + 4x - 0) \\
 & x^3 + 4x^2 - 0
 \end{aligned}$$

ERROR DE OPERACIÓN

Se puede apreciar que en el intento por solucionar el ejercicio planteado, el alumno distorsiona el proceso de obtención del resultado de la operación, dando así un mal uso tanto a las operaciones como a los signos teniendo así un resultado errado.

Expresión 3: $3x^5 - 18x^3 + 27$

El 47,22% (7) de los estudiantes presentaron errores de escritura al momento de realizar los pasos para resolver el ejercicio como se muestra en la fig. 3

$$\begin{aligned}
 & 3x^5 - 18x^3 + 27 \\
 &= 3x(x^4 - 6x^2 + 9) = 3x(x^2 - 3)(x^2 - 3) \\
 &= 3x(x^4 - 3x^2 + 9) = 3x(x^2 - 6x^2 + 9) = 3x^5 - 18x^2 + 27
 \end{aligned}$$

Figura 3. Respuesta dada por el estudiante a la expresión 3.

$$\begin{aligned}
 &3x(x^4 - 6x^2 + 9) = 3x(x^2 - 3)(-3x^2) \\
 &3x(x^4 \ 3x^2 - 3x^2 + 9) = 3x(x^2 - 6x^2 + 9) = 3x^5 - 183x^2 + 27
 \end{aligned}$$

ERROR DE ESCRITURA

En este ejercicio el estudiante realiza una combinación de errores. En el primer término del segundo renglón factoriza x del término independiente –error de entrada-, en el segundo término de ese mismo renglón comete un error de operación, al cambiar los signos de los términos que factorizó, y en el tercer renglón comete un error de escritura, al realizar igualdades sucesivas de términos no equivalentes.

La identificación de las distintas categorías de los errores según Carrión nos puede permitir orientar la atención hacia los diferentes aspectos y nos permite una evaluación y diagnóstico más efectivo para poder apoyar a los estudiantes en sus dificultades y carencias de sentido de los objetos matemáticos y en el desarrollo de una actitud racional hacia la matemática.

■ Conclusiones

La mayoría de los errores cometidos por los estudiantes, están relacionados con la utilización de los signos, el valor que atribuyen a las letras y a la forma de trabajo en grados anteriores así como también por la concentración e interés por la asignatura; los errores más frecuentes en sí se dan por la mala utilización e interpretación de los signos y por la alteración de las operaciones lo cual generó conflictos en los estudiantes a la hora de resolver los ejercicios.

Evidentemente estos errores influyen en el aprendizaje de los diferentes contenidos y es imprescindible que los estudiantes los reconozcan y admitan la necesidad de superarlos a fin de obtener logros en los aprendizajes, esto refuerza lo encontrado por (García 2010).

Al momento de analizar las producciones de los estudiante, permite darse cuenta de que el hecho de identificar cada uno de los errores, lleva a conocer cuáles son sus falencias y así poder plantear actividades de remediación (Vergnaud, 1991, citado por Carrión, 2007) en función de estos errores lo que podría llevar a los docentes a implementar clases teórico prácticas más dinámicas que promuevan el interés del alumno y sobre todo que ayuden a fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de los mismos.

■ Referencias bibliográficas

- Abrate, R., Pochulu, M. y Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en Matemática*. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María.
- Carrión, V. (2007). Análisis de errores de estudiantes y profesores en expresiones combinadas con números naturales. *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 11, 19-57.
- Collis, K. (1975). *A study of concrete and formal operations in school mathematics: a piagetian viewpoint*. Melbourne: Australian Council for Educational Research.
- García, S. (2010). *Análisis de errores y dificultades en la resolución de tareas algebraicas por alumnos de primer ingreso en nivel licenciatura*. Granada: Universidad de Granada.
- Heinze, A. (2005). Mistake-handling activities in the mathematics classroom. In Chick, H. L. y Vincent, J. L. (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education 3*, (pp. 105-112). Melbourne: PME.
- Hitt, F. (2003). Dificultades en el aprendizaje del cálculo. *Décimo primer encuentro de profesores de matemáticas del nivel medio superior*. Morelia: Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
- Kieran, C. (1979). Children's operational thinking within the context of bracketing and the order of operations. In D. Tall (Ed.), *Proceeding of the Third International Conference for PME* (pp. 128-133). Coventry, England: Warwick University.
- Palarea, M. y Socas, M. (1999). Procesos cognitivos implicados en el aprendizaje del lenguaje algebraico. Un estudio biográfico. *El Guiniguada*, 8(9). 319-336.
- Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática. *PNA*, 4(1), 1-14.
- Servan, P. y Servan, I. (2010). *Intervención en la familia. Estudio de casos*. En G. Serrano (Coord.) *Modelo de investigación cualitativa en educación social y animación sociocultural: animaciones prácticas* (pp.221-252). Madrid: Narcea.
- Vílchez, E. (2005). *Impacto de las Nuevas Tecnologías de la información y la comunicación para la enseñanza de la matemática en la educación superior*. Recuperado el 23 de marzo de 2014 de http://www.tecdigital.itcr.ac.cr/revistamatematica/ContribucionesV7_n2_2006/IMPACTO/ImpactoTecn.