

## FRAÇÃO: SITUAÇÕES PARTE-TODO E QUOCIENTE NAS QUESTÕES DE NOMEAR E RACIOCÍNIO

**Raquel Factori Canova, Tânia Maria Mendonça Campos, Angélica Fontoura Garcia Silva**

Universidade Anhanguera de São Paulo. (Brasil)

fraquelc@yahoo.com.br, taniammcampos@hotmail.com, angelicafontoura@gmail.com

**Palavras-chave:** fração; situações parte-todo e quociente, ensino fundamental

**Key words:** fraction; situations part-whole and quotient, elementary school

### RESUMO

Este trabalho investiga o desempenho de alunos do 4º, 5º e 6º anos do Ensino Fundamental de escolas públicas do estado de São Paulo – Brasil – em problemas de fração nas situações parte-todo e quociente no que se refere às questões de representar frações e de raciocínio em equivalência e ordem. O referencial teórico da pesquisa é a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud na qual é fundamental que o sujeito identifique e consiga transitar em diferentes situações de um mesmo conceito. Os resultados apontam que representar frações na situação parte-todo é mais fácil do que responder questões de raciocínio de equivalência e ordem. Na situação quociente os índices de acertos nos dois tipos de questões são bem próximos. Em geral, nesta investigação as questões de representar frações têm maior índice de acerto na situação parte-todo e as questões de raciocínio o maior índice de acertos é na situação quociente.

### ABSTRACT

It has been investigated students' performance in 4th, 5th and 6th grades of Elementary School of public schools in the state of São Paulo – Brazil – in fraction problems in part-whole and quotient situations regarding the issues of fractions representation and reasoning in equivalence and order. The research is based on Vergnaud's Conceptual Fields Theory in which it is essential the subject identifying and getting to work in different situations of the same concept. The results show that the representation of fractions in part-whole situation is easier than answering questions of reasoning in equivalence and order. At the quotient situation, the percentage of correct answers in both types of issues, are very close. In general, this research the issue of fractions representation is greater accuracy in part-whole situation and in the issues of reasoning in equivalence and order the highest rate is hit in quotient situation.

## ■ Introdução

Neste artigo temos por finalidade investigar o desempenho de alunos em problemas de fração nas situações parte-todo e quociente no que se refere às questões de representar frações e de raciocínio (equivalência e ordem). Para delimitar nosso problema de pesquisa, inicialmente apresentamos a relevância da pesquisa e os estudos que vêm sendo desenvolvidos sobre o tema. Em seguida, indicamos à fundamentação teórica que foi utilizada em nossa análise, a discussão dos resultados, as considerações finais e por fim as perspectivas futuras.

## ■ Relevância da Pesquisa

Na literatura encontramos um grande número de pesquisas que apontam dificuldades no ensino e na aprendizagem de fração (Behr, Lesh, Post e Silver, 1983; Kerslake, 1986; Kieren, 1988; Streefland, 1984; Campos, Jahn, Leme da Silva e da Silva, 1995; Nunes, Bryant, Pretzlik e Hurry, 2003; Canova, 2006; Garcia Silva, 2007; Damico, 2007 e Canova, 2013 dentre outros). Além do domínio desse conceito ser importante para representar quantidades, segundo Behr, Harel, Post e Lesh (1993), a aprendizagem de frações é, provavelmente, um dos mais sérios obstáculos à evolução do pensamento matemático da criança.

Para o desenvolvimento deste estudo investigamos o desenvolvimento dos alunos em situações parte-todo e quociente. Dessa forma, é importante descrever o que entendemos por cada uma das situações. A situação parte-todo tem como ideia central a dupla contagem – um todo dividido em  $n$  partes iguais, no qual cada parte pode ser representada como **Error! Objects cannot be created from editing field codes..** A ideia central da situação quociente é a divisão e existência de duas variáveis, uma correspondendo ao numerador e a outra ao denominador.

A decisão de trabalhar com as situações parte-todo e quociente é tomada, pois esses dois tipos de situações parecem ser as mais adequadas para introdução desse conceito. Escolher a situação parte-todo se justifica porque no Brasil a grande maioria dos livros didáticos (Garcia Silva e Canova, 2011) e professores dos anos iniciais introduz o conceito de fração por meio desta situação. A opção de investigar também a situação quociente é porque parte de resultados de pesquisas, como Nunes e Bryant (2009), por exemplo, apontam que esta situação seria mais favorável para introdução do conceito, considerando a familiaridade das crianças em lidarem com as divisões utilizando do conhecimento informal.

Com relação aos tipos de questões investigamos questões de representar frações e raciocínio. As questões que nos permitiam analisar a habilidade do estudante em representar na forma de fração uma situação chamamos de "nomear fração" a qual foi escolhida por ser a mais explorada no ensino. Muitas vezes se apresenta uma figura ou uma situação, e é solicitado para os alunos escreverem a fração que representa tal situação. Com relação à análise da compreensão por parte dos alunos dos invariantes ordem e equivalência chamamos de questão de raciocínio, uma vez que é sobre eles que repousa a operacionalidade dos esquemas.

Sobre essa temática estudos como os de Behr, Wachsmuth, Post, Lesh (1984), por exemplo, ao comparar números racionais e inteiros indicam que a compreensão dos números racionais requer que os alunos

reconheçam situações de equivalência e sejam capazes de ordenar esses números, assim como é feito com os números inteiros. Nesse sentido, Nunes, Bryant, Pretzlik, Evans, Wade e Bell (2004) discutem também que esses conceitos são mais difíceis de serem entendidos pelas crianças no campo das frações do que no campo dos inteiros. Os autores consideram que, no caso dos números inteiros, o rótulo facilita o aluno a entender a equivalência o que não ocorre com as frações. Dois números escritos de maneiras diferentes representam a mesma quantidade quando se referem a uma mesma unidade.

Em relação ao invariante ordem a dificuldade é também maior com as frações. Segundo os autores é preciso levar em conta três fatores para ordenar as frações: (1) mesmo denominador, quanto maior o numerador, maior é a fração; (2) mesmo numerador, quanto maior o denominador, menor é a fração e (3) quando o numerador e denominador forem diferentes, deve ser considerada a relação proporcional entre as duas frações. Nesse sentido, corroboramos, assim como vários outros pesquisadores, que os números racionais envolvem noções matemáticas mais complexas do que as dos números naturais.

### ■ Referencial teórico da pesquisa

O referencial teórico da pesquisa é a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud (1990). O autor discute que um conceito não tem significado visto em apenas uma situação, mas sim quando o sujeito conhece e consegue transitar em diferentes situações desse mesmo conceito. Segundo esse estudo, tal processo é longo e o tempo necessário varia de sujeito para sujeito. Contudo, para essa comunicação, estamos considerando apenas dois tipos de situação, sendo importante o aluno dominá-las, mas também reconhecer e transitar em outras situações desse mesmo conceito.

Vergnaud (1990) considera que os conceitos matemáticos são desenvolvidos pelos sujeitos por meio de sua experiência na escola e fora dela. A aquisição de um conceito se dá por meio de uma terna de conjuntos representado como  $C = (S, I, R)$ , em que  $S$  – é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito;  $I$  – é um conjunto de invariantes e  $R$  – é um conjunto de representações simbólicas. Dessa forma, considerando a Teoria dos Campos Conceituais e os estudos de Nunes et. al. (2004) temos como  $S$  – as situações parte-todo e quociente,  $I$  – invariantes ordem e equivalência e  $R$ - representações pictóricas, representação na forma **Error! Objects cannot be created from editing field codes.**(sendo  $a$  números naturais e  $b$  diferente de zero) e linguagem escrita.

### ■ Metodologia da pesquisa

Esse estudo foi realizado com 378 alunos do 4º, 5º e 6º anos do Ensino Fundamental de duas escolas públicas do estado de São Paulo. Desses alunos 136 eram do 4º ano (idade média: 9,1 anos), 163 do 5º ano (idade média: 10,1 anos) e 79 do 6º ano (idade média: 11,2 anos). A faixa etária geral está entre 8,3 a 14,8 anos e a idade média geral é de 10 anos,  $SD = 1,13$ .

Para atingir o objetivo dessa pesquisa utilizamos um caderno constituído de oito problemas sendo estes traduzidos e adaptados do estudo de Nunes et. al. (2004). Para cada problema era solicitado que os alunos representassem duas frações e respondessem, em forma de alternativa, uma questão de raciocínio, na qual comparavam duas quantidades. Por fim era solicitado que eles explicassem o porquê de suas respostas. A seguir apresentaremos dois problemas dos oito propostos aos alunos. O primeiro, Figura 1, retrata a situação quociente com invariante ordem.

Figura 1: Situação quociente e invariante ordem.

Cada grupo de ratos e coelhos têm uma torta de cenoura. Três ratos irão dividir igualmente 1 torta entre eles. Cinco coelhos também irão dividir igualmente 1 torta entre eles. As tortas são idênticas e não pode sobrar pedaço. Represente a fração que cada um irá comer.

**Ratos**

**Coelhos**

← Nomear →

Cada rato come mais do que cada coelho

Cada rato come menos do que cada coelho

Cada coelho come tanto como cada rato

} raciocínio

Porque: \_\_\_\_\_

Na Figura 1 destacamos o que consideramos como questão de nomear frações e questão de raciocínio. Essa estrutura se deu para as demais sete questões. O segundo problema trata-se de situação parte-todo com o invariante equivalência.

Figura 2: Situação parte-todo e invariante equivalência.

Ana divide seu chocolate em 2 partes iguais e come 1 parte. Marta divide seu chocolate em 4 partes iguais e come 2 partes. Os chocolates são idênticos. Represente a fração que cada uma comeu.

**Ana**

**Marta**

← nomear →

Ana comeu mais do que a Marta

Marta comeu mais do que a Ana

Ana comeu tanto como a Marta

} raciocínio

Porque: \_\_\_\_\_

Vale ressaltar que dos oito problemas, quatro foram elaborados na situação parte-todo e quatro na situação quociente. Dos quatro problemas elaborados em cada situação, dois envolviam o invariante ordem e dois o invariante equivalência. Para realizar o experimento foi entregue aos alunos o caderno com os oito problemas. Em seguida, os estudantes foram orientados a responderem individualmente e sem auxílio de material. A pesquisadora foi quem leu questão por questão junto aos alunos. Este método foi adotado a fim de evitar dificuldades de leitura que pudessem interferir no desempenho dos alunos na resolução das questões.

Feito a breve descrição dos procedimentos metodológicos, seguiremos apresentando parte dos resultados encontrados.

### ■ Alguns resultados encontrados

Sendo o objetivo investigar o desempenho de alunos em problemas de fração nas situações parte-todo e quociente no que se refere à questão de nomear frações e questão de raciocínio, temos a seguinte tabela de resultados:

**Tabela 1: Frequência e porcentagem de acertos por tipo de situação e questão.**

Situação	Nomear*	Raciocínio**	Total
Parte-todo	918 (30,4%)	292 (19,3%)	1210 (26,7%)
Quociente	901 (29,8%)	446 (29,5%)	1347 (29,7%)
Total	1819 (30,1%)	738 (24,4%)	

\* A pontuação máxima nas questões de nomear frações é 3024 para cada tipo de situação.

\*\* A pontuação máxima nas questões de raciocínio é 1512 para cada tipo de situação.

Analisando tal tabela, quanto ao tipo de situação ou quanto ao tipo de questão, notamos que o índice de acerto é bem baixo, ou seja, inferior a 31%. Ao olharmos pelo tipo de questão, temos que nas questões de nomear frações o índice de acerto é 5,7% maior do que nas questões de raciocínio. Ao analisar sobre o tipo de situação, a situação quociente apresenta um índice de 4% maior do que a situação parte-todo. Esse último resultado, ao ser analisado isoladamente, nos chama a atenção uma vez que os alunos acertaram menos os problemas na situação parte-todo.

Temos resultados que indicam que a situação parte-todo é mais explorada no ensino inicial de fração, logo era esperado que esses problemas tivessem um número maior de acertos. Todavia ao analisar pelo tipo de questão, nomear e raciocínio, percebemos que esse resultado desfavorável para a situação parte-todo se deu pelo baixo percentual de acertos nas questões de raciocínio (19,3%).

O número de acertos, nessa situação, ser maior nas questões de nomear pode ser ocasionado pelo ensino, em geral, ter maior ênfase nesse tipo de questão, principalmente com essa situação (Garcia Silva

e Canova, 2011) e o baixo desempenho nas questões de raciocínio pode ser fruto desse conhecimento não ser tão natural para as crianças como é na situação quociente.

Apesar da situação parte-todo ser bem familiar para os alunos, observamos também que eles não apresentaram bom domínio dos conceitos implícitos e pesquisados nessa situação, o que, segundo Vergnaud (1990) é fundamental para a compreensão de uma situação.

### ■ Considerações finais

Após a análise dos resultados os dados apontam que, em geral considerando essa amostra de sujeito e material trabalhado, as questões de nomear frações parecem ser mais fáceis do que as questões de raciocínio. Esse resultado pode ser consequência do trabalho em sala de aula que, muitas vezes se apoia em livros didáticos e o objetivo principal é que o aluno represente corretamente uma fração. Dentre as situações, nomear frações na situação parte-todo parece ser mais fácil do que nomear frações na situação quociente. Mais uma vez acreditamos que tal indício seja fruto de material de apoio em que a introdução do conceito de fração é geralmente feito com abordagem na situação parte-todo (Garcia Silva e Canova, 2011).

Já nas questões de raciocínio o índice de acerto foi praticamente o mesmo em ambas as questões. Esse resultado pode ser comparado com outros resultados de pesquisas internacionais que indicam que essa situação faz parte do conhecimento informal da criança sobre fração, resultando em um melhor desempenho dos estudantes. Embora os alunos apresentem diferentes desempenhos em cada tipo de questão (nomear e raciocínio) e também nos dois tipos de situações (parte-todo e quociente) é fundamental que esse aluno tenha contato com distintas situações de um mesmo conceito e consiga transitar entre essas para construir verdadeiramente tal conhecimento.

### ■ Referências

- Behr, M., Lesh, R., Post, T., e Silver, E. (1983). Rational number concepts. In: R. Lesh., e M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 91-125). New York: Academic Press
- Behr, M. J., Wachsmuth, I., Post, T. R., e Lesh, R. (1984). Order and equivalence of rational numbers: A clinical teaching experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(5), 323-341.
- Behr, M., Harel, G., Post, T. e Lesh, R. (1993). Rational numbers: toward a semantic analysis. In: T. Carpenter, E. Fennema e T. Romberg (Eds.), *Rational Numbers – An Integration of Research* (pp. 13-48). Hillsdale, New Jersey: LEA.
- Campos, T. Jahn, A. P.; Leme da Silva, M. C. e da Silva, M. J. (1995). *Lógica das equivalências*. Relatório de pesquisa não publicado. São Paulo: PUC.
- Canova, R.F. (2006). *Crença, concepção e competência dos professores do 1º e 2º ciclos do ensino fundamental com relação à fração*. (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil.
- Canova, R.F. (2013). *Um estudo das situações parte-todo e quociente no ensino e aprendizagem do conceito de fração*. (Tese de Doutorado). Universidade Bandeirante Anhanguera de São Paulo, Brasil.
- Damico, A. (2007). *Uma investigação sobre a formação inicial de professores de Matemática para o ensino de números racionais no Ensino Fundamental*. (Tese de Doutorado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil.

- Garcia Silva, A. F. (2007). *O desafio do desenvolvimento profissional docente: análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do ensino fundamental, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das frações*. (Tese de Doutorado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil.
- Garcia Silva, A. F.; Canova, R. F. (2011). *O conceito de fração em livros didáticos brasileiros nos anos iniciais*. Relatório de pesquisa não publicado. Pós graduação em Educação Matemática. Universidade Bandeirante de São Paulo, Brasil.
- Kerslake, D. (1986). *Fractions: Children's strategies and errors: a report of the strategies and errors in secondary mathematics project*. Windsor: NFER-Nelson.
- Kieren, T. (1988). Personal knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development. In: J. Hiebert., e M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle-grades* (pp. 53-92). Reston (VA): National Council of Teachers of Mathematics.
- Nunes, T., Bryant, P., Pretzlik, U., e Hurry, J. (2003). *The effect of situations on children's understanding of fractions*. Trabalho apresentado no encontro da British Society for Research on the Learning of Mathematics, Oxford, Reino Unido.
- Nunes, T., Bryant, P., Pretzlik, U., Evans, D., Wade, J., e Bell, D. (2004, janeiro). Vergnaud's definition of concepts as a framework for research and teaching. *Annual Meeting for the Association pour la recherche sur le Développement des Compétences*, Paris.
- Nunes, T.; Bryant, P. (2009). *Key understandings in mathematics learning*, Paper 3: Understanding rational numbers and intensive quantities. Nuffield Foundation Retirado em <http://www.nuffieldfoundation.org/reports>.
- Streefland, L. (1984). Search for the roots of ratio: Some thoughts on the long-term learning process (Towards ... a theory). Part I: Reflections on a teaching experiment. *Educational Studies in Mathematics*, 15(4), 327-348.
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(23), 133-170.