

UNA ALTERNATIVA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA: TRABAJO EN GRUPO

María Elena Villanueva Pinedo

Universidad Nacional Agraria La Molina. (Perú)

villanuepi@lamolina.edu.pe

Palabras clave: trabajo en grupo, cálculo, prueba de independencia

Key words: teamwork activity, calculus, test of independence

RESUMEN

Este trabajo surge de la necesidad de iniciar un proceso de innovación de la enseñanza e incorporar metodologías activas como medios para el aprendizaje eficaz. Se realizó una actividad en grupo, en el curso de Cálculo Diferencial, con 32 estudiantes de carreras relacionadas con el agro que tienen diferentes habilidades y conocimientos. La finalidad fue que verifiquen y afiancen sus avances y aprendan unos de otros. Posteriormente, se realizará la evaluación del rendimiento individual de cada estudiante (específicamente, del puntaje obtenido en la pregunta) y de los resultados obtenidos de la realización del trabajo en grupo, a través de técnicas estadísticas, con el objetivo de determinar si estas variables (el rendimiento individual y la realización del trabajo en grupo) son dependientes. Hubo mejora en el rendimiento después de realizar la actividad, y se recomienda plantear este tipo de trabajo en otras partes del curso que requieren de la resolución de problemas.

ABSTRACT

This paper arises from the need to initiate a process of innovation and incorporate active teaching methodologies as means for effective learning. The learning activity was performed in the course of Differential Calculus with teams from a total of 32 students from careers related to agriculture that have different skills and knowledge. The purpose was for them to verify and strengthen their progress and learn from each other. The performance evaluation of both the individual student and of the team (specifically, of the score obtained in a determined problem) will be performed through statistical techniques, in order to determine whether these variables (the individual performance and participation in the teamwork activity) are dependent. It has been found that there was improvement in performance after the activity, and it is recommended to do this kind of work in other parts of the course that require of the problem solving.

■ Introducción

Este trabajo surge de la necesidad de iniciar un proceso de innovación de la enseñanza e incorporar metodologías activas como medios para el aprendizaje eficaz.

Se entenderá como **problema** al conjunto de ejercicios de aplicación y con texto (matemáticos o no) que se utilizan para aplicar los conocimientos adquiridos y fijados. En ellos no se utilizan signos matemáticos sino medios del lenguaje común y contienen implícitamente el llamado a buscar la solución con recursos matemáticos como el modelo matemático (Torres, 2003).

Los conceptos básicos que ayudan a entender la **resolución de problemas** son: los componentes del problema, los algoritmos, los heurísticos y la definición buena o mala del problema. Los componentes del problema son por lo menos tres: los datos o información que proporciona el **problema**; el objetivo, que debe ser proporcionado por la solución final y las operaciones que se tienen que realizar para obtener la respuesta. Los algoritmos son conjuntos de operaciones concretas que llevan a la resolución del problema. Los heurísticos son aproximaciones de procedimientos para resolver los problemas que incluyen estrategias generales basadas en la experiencia sobre resolución de problemas similares. Y por último, los problemas pueden variar de acuerdo a como estén definidos o estructurados.

Los **problemas** bien definidos son aquellos en los que el objetivo y los datos están establecidos claramente, se presenta la información necesaria y existe un algoritmo que lleva a la solución correcta. Los problemas mal definidos son aquellos en los que el objetivo es ambiguo, falta la información necesaria para resolverlo y no existe un algoritmo válido. Asimismo, la **resolución de problemas** es una forma de transferencia en la que el conocimiento previamente aprendido se aplica para resolver situaciones problemáticas.

Según algunos teóricos conductistas y cognitivos, las personas normalmente aplican los procedimientos de **resolución de problemas** de forma más eficaz y apropiada cuando entienden la lógica que subyace en los procedimientos. Las técnicas como el aprendizaje por descubrimiento, el aprendizaje cooperativo y las actividades realistas pueden facilitar el desarrollo y transferencia de habilidades eficaces de **resolución de problemas** (Ellis, 2005).

En la **resolución de problemas** se hace referencia a la estructuración metodológica general que desde G. Polya se conoce que este proceso tiene por cuatro etapas generales: Orientación hacia el problema, trabajo en el problema, Solución del problema y Evaluación de la solución y de la vía (Torres, 2003).

Se acepta que trabajando en **grupo** más estudiantes aprenden y con frecuencia los profesores organizan y realizan determinadas actividades en sus cursos mediante pequeños **grupos** de estudiantes. Esto se realiza de acuerdo a criterios intuitivos y el profesor puede anticipar algunas dificultades en su desarrollo, como la inseguridad acerca de la participación efectiva de todos los estudiantes en el trabajo final realizado. Además, los profesores observan la manifestación de un conjunto de habilidades y conocimientos más complejos (Rué, 2009).

Los trabajos en **grupo** o cualquier otra estrategia adoptada deberían incidir en el rendimiento. Así, el objetivo de este estudio fue determinar si existe dependencia entre las variables consideradas (realización del TG y el rendimiento individual) para obtener evidencia y considerar a esta metodología como una alternativa para mejorar el rendimiento. La pregunta que se respondió fue: ¿Cuál fue la relación entre la realización del trabajo en grupo para la **resolución de problemas** y el rendimiento individual de los estudiantes, para el tema *construcción de funciones*?

■ Metodología

El estudio se llevó a cabo con 32 estudiantes, de diferentes carreras relacionadas con el agro y con diferentes habilidades y conocimientos, del ciclo 2014-I de la Universidad Nacional Agraria La Molina (UNALM) del curso Cálculo Diferencial (CD) cuyo desarrollo y evaluación sigue un patrón tradicional, sobre el tema *construcción de funciones*.

Después de la explicación del tema, en la práctica, se realizó una primera actividad con la finalidad de que los estudiantes, verifiquen y afiancen sus avances y aprendan unos de otros. Este trabajo consistió en resolución de un **problema**, en el aula y en grupo (tres estudiantes por cada grupo), que nos proporcionó información para el estudio que se desarrolló.

Se entregaron seis problemas para el trabajo en grupo (TG), pero sólo uno se asignó, a cada grupo, para ser presentado por escrito para la calificación: Realizó o No realizó que significó si logro o no obtener la solución del problema considerando las cuatro etapas del proceso de **resolución de problemas**. Los problemas fueron los siguientes:

1. *Se inscribe un rectángulo con lados paralelos a los ejes coordenados en la región limitada por las curvas $y = -2x^2 + 1$ e $y = -1$. Expresar el área del rectángulo en función de la longitud del lado paralelo al eje x .*
2. *Se desea construir una caja cilíndrica de volumen $85m^3$. El material de la tapa tiene un costo de \$6 por metro cuadrado y el costo de la parte cilíndrica con la base es de \$9 por metro cuadrado. Expresar el costo del material utilizado en función del radio de la base.*
3. *El costo de mantenimiento de un aula de clases es de S/. 3,50 por cada estudiante. Si el número de estudiantes es mayor que 20 pero menor que 42, entonces el costo se incrementa en S/. 0,75 por cada estudiante adicional. Expresar el costo de mantenimiento de un aula como una función del número de estudiantes.*
4. *En un cartel rectangular, los márgenes superior e inferior miden 6cm cada uno y los márgenes laterales 4cm. Hallar el área del cartel en función de uno de sus lados, si el perímetro del texto impreso en él es 80cm.*
5. *Una pista de 600m de longitud tiene lados paralelos y cabeceras semicirculares. Encontrar una expresión para el área encerrada por la pista en función del diámetro de los semicírculos.*
6. *Se va a construir un tanque de caras laterales rectangulares, con la base y la tapa cuadrada, cuya capacidad es $8m^3$. El material para construir la base y la tapa tiene un costo de S/. 500 por m^2 , y el material para construir las caras laterales tiene un costo de S/. 250 por m^2 . Obtener el costo de construcción del tanque en función de la longitud x del lado de la base del cuadrado.*

Para completar la información y verificar la eficacia de esta actividad, después de un periodo de tiempo prudencial y en el aula, se realizó la resolución individual de un problema similar al trabajado anteriormente.

El único problema que se trabajó de forma individual, fue el siguiente:

Un tanque de agua tiene la forma de un cono circular recto invertido de altura H metros y radio, R metros. Si dicho tanque se llena de modo que el radio del espejo de agua (superficie de agua) es x metros, expresar el volumen de agua en el tanque en términos de x .

Se plantearon las siguientes hipótesis:

Hipótesis propuesta (H_p): Existe **independencia** entre la realización del TG y el puntaje obtenido en la pregunta (POP) correspondiente al tema estudiado.

Hipótesis alternativa (H_a): Existe **relación** entre la realización del TG y el puntaje obtenido en la pregunta (POP) correspondiente al tema estudiado (Villanueva, 2009).

La evaluación de los resultados obtenidos del TG y del rendimiento individual (POP), fue utilizando la estadística no paramétrica, específicamente la Prueba de Independencia (Bologna, 2011). Esta prueba, determina si dos variables o cualidades referidas a individuos de una misma población están relacionadas.

Su aplicación se realiza de la siguiente manera:

Primero, se elabora una Tabla de Contingencia, donde se ubican dos variables y cada una de estas con r y k categorías. A continuación, se clasifican las observaciones muestrales según al conjunto al que pertenecen, y se completa la tabla. La Tabla A presenta un esquema.

Tabla A: Tabla de contingencia.

	A_1	A_2	...	A_k	Total
B_1	n_{11}	n_{12}	...	n_{1k}	$n_{1.}$
B_2	n_{21}	n_{22}	...	n_{2k}	$n_{2.}$
...
B_r	n_{r1}	n_{r2}	...	n_{rk}	$n_{r.}$
Total	$n_{.1}$	$n_{.2}$...	$n_{.k}$	n

Por último, se elabora la tabla de Frecuencias Esperadas, como en la Tabla B.

Tabla B: Frecuencias esperadas.

	A ₁	A ₂	...	A _k
B ₁	e ₁₁	e ₁₂	...	e _{1k}
B ₂	e ₂₁	e ₂₂	...	e _{2k}
...
B _r	e _{r1}	e _{r2}	...	e _{rk}

Donde:
$$e_{rk} = \frac{n_{r.} \times n_{.k}}{n}$$

Se comparan las frecuencias observadas haciendo uso de una prueba de contraste de hipótesis usando Chi – Cuadrado, con un nivel de significación de 0,05.

$$x^2_{calc} = \sum \sum \frac{(n_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \text{ con } (k-1)(r-1) \text{ grados de libertad}$$

$x^2_{calc} < x^2_{tab}$, no se rechaza la H_p

Para aplicar la prueba la variable trabajo en grupo (TG) realizado, sobre **construcción de funciones**, fue categorizado de la siguiente forma: Realizó (R) y No realizó (NR) (filas); y el puntaje obtenidos en la pregunta (POP), de la evaluación individual, fue: Aprobado (si cumple con todas las etapas del proceso para la **resolución de problemas**); y Desaprobado (si no cumple con todas las etapas (hasta dos) del proceso para la **resolución de problemas**) (Columnas).

■ Resultados

El TG se llevó a cabo en el aula y en el horario de práctica del tema **construcción de funciones**. Durante el desarrollo de la actividad se observó que los estudiantes mantuvieron una atención constante, tuvieron siempre presente las cuatro etapas del proceso para la **resolución de problemas**, lo que indicaba que sabían cuál era el procedimiento para resolver este tipo de problema, teniendo la gran mayoría dificultades para entender el problema, primera etapa del proceso, lo que no les permitió avanzar y gastaron gran parte del tiempo en esta etapa.

Además, se notó un alto grado de relación entre estudiantes por las conversaciones y los diálogos entre ellos y también con el docente a través de las incesantes preguntas de los estudiantes, el cual fue disminuyendo a medida que fueron superando la dificultad de esta etapa. Cuando trabajaron de manera individual hubo algunas etapas ausentes lo que no les permitió tener éxito en la **resolución del problema** planteado.

A continuación se presentan los siguientes resultados de la evaluación de la información obtenida de la experiencia:

Tabla 1: Tabla de contingencia.

TRABAJO EN GRUPO (TG)	PUNTAJE DE LA PREGUNTA (POP)		Total
	APROBADO	DESAPROBADO	
REALIZÓ	5	23	28
NO REALIZÓ	3	1	4
Total	8	24	32

Tabla 2: Frecuencias esperadas.

TRABAJO EN GRUPO (TG)	PUNTAJE DE LA PREGUNTA (POP)	
	APROBADO	DESAPROBADO
REALIZÓ	7,00	21,00
NO REALIZÓ	1,00	3,00

$$x^2_{\text{calc}} = 6,10 > x^2_{\text{tab}} = 3,84$$

Se encuentra que el **TG** y el **POP** no fueron independientes, por lo tanto se rechaza hipótesis propuesta (que la realización del TG está relacionado con el POP), para un nivel de significación de 0,05.

■ Conclusiones

- Con este tipo de estrategia, el **TG**, los estudiantes comparten sus conocimientos, aprenden unos de otros y socializan.
- La **resolución de problemas** desarrolla en los estudiantes las capacidades de interpretación, análisis y síntesis de la información.
- Para este caso, hay evidencia clara de la efectividad de la realización del **TG** y se debe estar a favor de este tipo de estrategia que apoya, sin duda, el proceso de enseñanza - aprendizaje.
- Se recomienda plantear este tipo de actividad para otras partes del curso que requieren de la **resolución de problemas**. Dichas actividades pueden ser realizados de forma presencial, o aprovechando las alternativas que nos brindan las TIC, en línea y evaluar constantemente los resultados obtenidos.

■ Referencias bibliográficas

Bologna, E. (2011). *Estadística para psicología y educación*. Córdoba: Editorial Brujas.

Ellis, J. (2005). *Aprendizaje humano*. México: Pearson Prentice Hall.

Rué, J. (2009). *El aprendizaje Autónomo en educación superior*. Madrid: Narcea, S. A. de Ediciones.

Torres, P. (2003). *Estrategias de resolución de problemas*. Lima: UPC.

Villanueva, M. (2009). Relación entre las notas de matemática obtenidas en el nivel secundario y en curso de matemática de los estudiantes que recién ingresan a la universidad. *Actas Enseñanza de las matemáticas IV Coloquio Internacional*. Lima: Departamento de Ciencias – PUCP.