

NIVELES DE COMPRENSIÓN Y DE RAZONAMIENTO LOGRADO POR LOS ESTUDIANTES DE PRIMER NIVEL EN EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA CUANDO SE APLICAN ACTIVIDADES LÚDICAS

Sandra Liliana Botello Suárez, Elvira G. Rincón Flores, Leopoldo Zúñiga Silva

Tecnológico de Monterrey, Campus Monterrey. México

sandralilianabotello@gmail.com, elvira.rincon@itesm.mx, lzs@itesm.mx

Palabras clave: aprendizaje lúdico, niveles de razonamiento geométrico

Key words: ludic learning, levels of geometric reasoning

RESUMEN

En los procesos de enseñanza- aprendizaje, concretamente de la Geometría, se han observado algunas irregularidades a través de los años ya que tradicionalmente se imparte de manera axiomática independientemente del grado del estudiante. Por lo que surgió la iniciativa de utilizar el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele y el aprendizaje lúdico para valorar el nivel de comprensión y razonamiento que alcanzan los alumnos de primer nivel de secundaria. Se encontró que el desempeño de los estudiantes mejoró ya que en un inicio se clasificaron en un nivel y después del estudio se ubicaron en el siguiente.

ABSTRACT

In the processes of education - learning, concretely of the Geometry, some irregularities have been observed across the years since traditionally it is given in an axiomatic way independently of the degree of the student. For what there arose the initiative to use the model of geometric reasoning of Van Hiele and the playful learning to value the level of comprehension and reasoning that there reach the pupils of the first level of secondary. One thought that the performance of the students improved since in a beginning, they qualified in a level and after the study, they were located in the following one.

■ Antecedentes

Las reformas educativas en Colombia desde los años 60 y 70 han contemplado cambios en la manera de enseñar la Matemática y su importancia dentro del currículum escolar, con la llamada “nueva Matemática”. A partir de este período, se emprendió una transformación en el proceso pedagógico, cuyas notables propiedades fueron, el énfasis en las estructuras abstractas y la profundización en el rigor de lo lógico. Durante las dos décadas siguientes, se consolidó un marco teórico global que permitió precisar el diseño curricular en las instituciones educativas de educación básica.

Una nueva orientación llamada “enfoque de sistemas”, que fundamentaba los diferentes tipos de regiones Matemáticas: la numérica, las medidas, la estadística, la lógica, los conjuntos y la Geometría. Este enfoque exigía del docente una mirada desde una “perspectiva sistémica”; que impartiera estas regiones como conjuntos organizados, con sus elementos, operaciones y relaciones. Es así como el Ministerio de Educación Nacional de Colombia, concreta a través de los lineamientos curriculares en Matemáticas (1998) y estándares básicos de competencias (2006), las directrices que sirven de soporte para la implementación del currículum escolar, resaltando la importancia de la Geometría en el desarrollo del pensamiento espacial, la manipulación y representación de objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones a representaciones materiales. (MEN, 1998, p. 37).

A pesar de todas estas directrices los resultados obtenidos por los estudiantes en las pruebas nacionales, evidencian falencias didácticas y en el proceso de comprensión y aprendizaje de la Geometría. Se identifican dificultades en el desarrollo de la creatividad, ubicación espacial, encadenamiento lógico de las proposiciones y problemas con la representación gráfica.

Desde este contexto se analizó el nivel de comprensión y de razonamiento que alcanzan los estudiantes de primer nivel académico en el aprendizaje de la Geometría, respaldándose en la teoría de Van Hiele y si las actividades lúdicas, lograrían una evolución en el razonamiento de los estudiantes. Para tal fin, se hizo necesaria la implementación un modelo basado en esa teoría, que desde la didáctica analizara cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes y cómo, a través de actividades lúdicas, determinar si se podrían llevar a un nivel de razonamiento superior.

■ Marco Teórico

El modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele (1957, 1999), explica que a lo largo del proceso de aprendizaje de la Geometría, los estudiantes hacen una transición, pasando por una serie de niveles de pensamiento secuencial y ordenado. Cada nivel supone la comprensión y utilización de contenidos matemáticos o geométricos y los relaciona de forma distinta al reconocerlos, definirlos, clasificarlos y al realizar demostraciones.

Esta propuesta asume dos aspectos fundamentales. Primero, el estímulo de la facultad inventiva, la ejercitación del juicio, desarrollo del pensamiento lógico y el hábito del lenguaje claro y preciso. Segundo, potenciar las facultades del alumno mejorando su nivel de razonamiento, para resolver problemas prácticos de su vida diaria. Esto implica diseñar actividades que conlleven a estos logros y

para ello es necesario identificar el nivel de razonamiento geométrico, en que se encuentran de cada uno de los estudiantes.

En Gutiérrez (1990), se pueden encontrar descripciones detalladas del seguimiento que diversos investigadores han tenido acerca de los niveles de razonamiento geométrico en niños en edad pre-escolar, hasta el nivel de posgrado. En los años 90 se destacan investigaciones en torno a la aplicación del modelo y estrategias de aprendizaje y diseños curriculares que presentan una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la Geometría, basado en el modelo de Van Hiele. (Jaime y Gutiérrez, 1991), enseñan una aplicación del Modelo de Razonamiento de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la Geometría. Un ejemplo: Los Giros. (Gutiérrez, Jaime, Fortuny, 1991).

Analizan las características de los primeros tres niveles de razonamiento geométrico y se concentran en la evolución de éstos, en el estudio de los sólidos. Paralelamente, Ferrero (1991), Chamoso, Durán, García, Martín y Rodríguez (2004), encontraron que el juego y las Matemáticas, tienen en común una finalidad educativa por lo que ambos factores proporcionan al individuo un conjunto de habilidades que potencian y modifican sus estructuras mentales.

Adicionalmente, Sánchez (2010) encontró que la utilización de la lúdica como enseñanza desarrolla en los estudiantes habilidades que necesitan para enfrentarse a las tareas de la vida cotidiana. Gardner (1987), señala que llegar al estudiante de una manera diferente, donde se desafíe su ingenio y que además se divierta y se entretenga, debe cambiar su actitud frente al estudio de las Matemáticas. Martínez, Rincón, y Domínguez (2011) hallaron que la implementación de los juegos en la educación Matemática favorece el trabajo colaborativo ofreciendo una oportunidad para desarrollar habilidades, fomentar valores y la aceptación de sus propios aciertos y errores.

■ Metodología

Para llevar a cabo el estudio de investigación, se abordó desde la pregunta ¿Cuál es el nivel de comprensión y de razonamiento que alcanzan los estudiantes de primer nivel en el aprendizaje de la Geometría, cuando se aplican actividades lúdicas? Para ello se considera la metodología Cualitativa, ya que esta investigación se concentró en reconocer el proceso de razonamiento de cada estudiante, sus percepciones particulares a la asignatura, sus motivaciones y lograr entender su forma de reflexionarla.

Para el desarrollo de esta investigación, fue elegida una muestra de 9 niños de primer nivel académico de secundaria, quienes reportaban diferentes resultados en sus desempeños académicos: alto, regular y bajo.

Para establecer la temática, se consideró la característica de “Localidad”, estudiada por Gutiérrez y Jaime (1990), de la que se advierte que no se está en el mismo nivel de razonamiento para cualquier concepto geométrico; razón por la cual, se trabajó exclusivamente con el tema de los Cuadriláteros.

La investigación contó con tres fases en su implementación y desarrollo que se describen a continuación.

Fase I

Diagnóstico. En esta primera fase se aplicó una prueba clasificatoria en el tema de cuadriláteros, la cual consta de 11 ítems asociados con cada uno de los indicadores y categorías en alguno de los niveles trabajados. Tomado como referencia las habilidades básicas en Geometría, asociadas a los niveles de Reconocimiento y Análisis, trabajadas por Hoffer (1990), se diseñaron las categorías y los indicadores, para lograr establecer el nivel de razonamiento en que se localicen los estudiantes seleccionados, particularmente en el tema en estudio.

Tabla 1. Categorías, clasificadas en habilidades geométricas e indicadores para los niveles de Reconocimiento y Análisis, basadas en la teoría de Van Hiele.

Indicadores Categorías	Nivel 1 Reconocimiento	Nivel 2 Análisis
Visual	<ul style="list-style-type: none"> Reconocer información contenida en una figura. (Ítem N°1) 	<ul style="list-style-type: none"> Notar las propiedades de una figura. Identificar una figura como parte de una mayor. (Ítem N° 5)
Verbal	<ul style="list-style-type: none"> Asociar el nombre correcto a los objetos geométricos. Interpretar frases que describen figuras. (Ítem N° 2). 	<ul style="list-style-type: none"> Describir frases adecuadas y concisas. (Ítem N°9) Formular frases que muestren relaciones entre las figuras.
Pictórica	<ul style="list-style-type: none"> Hacer dibujos de figuras nombrando adecuadamente sus partes. (Ítem N° 4). 	<ul style="list-style-type: none"> Traducir información Verbal dada de un dibujo. Utilizar las propiedades de un dibujo para dibujarla o construirla. (Ítem N° 6).
Lógica	<ul style="list-style-type: none"> Distinguir las diferencias y similitudes de las figuras. (Ítems N° 3 y 11). 	<ul style="list-style-type: none"> Comprender que las figuras pueden clasificarse en varios tipos. (Ítem N° 7).
Aplicada	<ul style="list-style-type: none"> Identificar formas geométricas en objetos físicos. (Ítem N° 3). 	<ul style="list-style-type: none"> Reconocer propiedades geométricas de los objetos físicos. (Ítems N° 8 y 10).

Fase II

En esta etapa, se elaboró el diseño y aplicación de las unidades didácticas para el tema de los Cuadriláteros, sus características y algunas deducciones acerca de sus propiedades integrando para tal propósito las actividades lúdicas. El modelo de Van Hiele plantea que el paso de un nivel de razonamiento a otro, se alcanza adquiriendo experiencias en el uso de esa forma de pensamiento y esto es posible si se hace en los contextos adecuados. En Gutiérrez (1990, p. 6), se afirma que, “para ayudar a los profesores a crear estos contextos, el modelo de Van Hiele propone organizar la actividad de los estudiantes en cinco fases de aprendizaje como son: Orientación libre, Explicitación, Orientación dirigida e Integración”. De forma tal que las actividades diseñadas, se debieron ajustar a cada una de estas 5 etapas.

Cada una de las unidades didácticas diseñadas, contó con la guía particular para el maestro y la del estudiante. Se hizo necesario la integración de las actividades lúdicas a las fases del aprendizaje del modelo de Van Hiele, las cuales consisten en una serie de 5 etapas, que deben ser planteadas en forma secuencial y que constituyen la base del proceso de enseñanza, pues a través de estas el profesor

establece una organización secuencial de las actividades, proyectando en sus alumnos la construcción de la red de relaciones de razonamiento al nivel que deben alcanzar. Estas se resumen a continuación:

1. *Información*: Se aplica un cuestionario como pre-test, que se utilizó como instrumento de diagnóstico, para evaluar el estado actual de los conocimientos previos que manejaban los alumnos en el tema de los cuadriláteros.
2. *Orientación dirigida*: En esta fase se proponen actividades lúdicas o juegos, como el inicio motivante para la solución de situaciones enfocadas hacia el objetivo de cada instrumento.
3. *Explicitación*: En esta fase los estudiantes se expresan acerca del trabajo realizado en la fase anterior. Este diálogo puede ser de forma verbal o escrita, a través de debates o preguntas; de manera que aprendan a utilizar los términos convencionales para los conceptos relacionados con las actividades.
4. *Orientación libre*: Se proponen diversas actividades que contribuyan a profundizar en los temas estudiados.
5. *Integración*: El profesor orienta a los estudiantes para que logren una comprensión globalizada del tema en estudio, integrándolos con otros que se le relacionen.

De manera paralela a la aplicación de las unidades didácticas, se llevó un registro detallado de observación participante, en el que se describieron las actitudes de los estudiantes, su disposición hacia la asignatura y su evolución cognitiva en cuanto a las habilidades de pensamiento en Geometría evaluadas en la prueba clasificatoria.

Fase III

Evaluación y conclusiones. Posteriormente, se aplicó nuevamente la prueba clasificatoria y la entrevista, lo que permitió analizar el nivel de razonamiento geométrico logrado por los estudiantes seleccionados para el estudio, estableciendo si la intervención diseñada con actividades lúdicas, integradas al modelo de Van Hiele, han concedido el paso a un nivel de razonamiento superior al encontrado en la primera fase o saber si es necesario realizar una actividad de refuerzo para mejorar la actividad.

■ Resultados

Se constituyeron tres grupos de estudiantes con características similares, de acuerdo a su desempeño académico: Bajo, Regular y Alto; los cuales se denominaron: Grupo 1 (G1), Grupo 2 (G2) y Grupo 3(G3), respectivamente. A continuación se integran los resultados encontrados en los instrumentos de recolección de datos, en cada uno de los tres grupos, a las categorías de análisis.

■ Categoría Visual

La prueba de inicio evidenció una carencia en esta habilidad básica de la Geometría en los estudiantes del grupo 1. En su totalidad, se presentó confusión al reconocer una figura geométrica y en su representación. Fueron inesperados los resultados de 2 estudiantes en este grupo, quienes no diferenciaban el cuadrado de otros cuadriláteros enseñados, extrañamente no llegaban aún al primer nivel de razonamiento del modelo de Van Hiele. Esto coincide con la investigación diseñada por (Angarita y Dankur, 2002), quienes encontraron situaciones similares en sus alumnos.

En cuanto a las respuestas obtenidas por los estudiantes de los grupos 2 y 3, se encontró en la prueba final que los estudiantes escriben correctamente el nombre de los diferentes tipos de cuadriláteros, comprenden la conservación de las figuras en diferentes posiciones, reconocen la información contenida en una figura e identifican los cuadriláteros y algunas de sus partes, como lados, ángulos y ejes de simetría. Según Gutiérrez (1990), cuando se identifican nuevas características de las figuras y los objetos son percibidos como un conjunto de partes, más de tipo matemático, que de tipo físico, se puede afirmar que estos estudiantes, alcanzan el nivel 2 de Análisis, en la teoría de Van Hiele.

■ Categoría Verbal

En el momento de dibujar las figuras a través de su descripción, los estudiantes del Grupo 1, no interpretaban lo que estaban leyendo y eran recurrentes las preguntas por no entender lo que estaba escrito. En el ejercicio de definir una figura, lo hacen destacando su posición y forma, características del nivel 1 de razonamiento, Gutiérrez (1990). Por lo anterior, fue necesario recurrir a la teoría de Van Hiele, en la que se recalca que “el lenguaje juega un papel muy importante en la adquisición de los niveles de razonamiento, pues ésta no es posible sin el aprendizaje de su lenguaje específico” (Van Hiele, 1986), citado en (Gutiérrez, 1990, p. 6).

Por lo que fue preciso trabajar con ellos el uso adecuado del vocabulario y en el dominio de términos básicos, en la totalidad de las unidades didácticas. En cuanto al grupo 2, los estudiantes muestran a lo largo de su desempeño, que requieren clarificar el uso de vocabulario técnico y apropiado para el correcto manejo de las actividades, en el protocolo de observación, se muestra una evolución progresiva en cuanto al dominio del lenguaje utilizado. Por su parte los estudiantes del grupo 3, comienzan por clarificar algunos términos que no utilizaban. A partir de la aplicación de la primera unidad didáctica, iniciaron a utilizar correctamente símbolos matemáticos para expresa ángulos, rectas paralelas y perpendiculares.

En la resolución del post-test, los estudiantes de los grupos 2 y 3, utilizan algunas partes de la figuras como ángulos y lados, para describirlas y aunque sus definiciones aún no son formales. Según (Gutiérrez, 1990, p. 308), Si “los objetos se describen, nombrando sus propiedades a través de sus componentes”, es una característica del nivel 2 de Análisis, según la teoría de Van Hiele.

■ Categoría Pictórica

Esta categoría reflejó una evolución evidente, para cada uno de los tres grupos, en el primer grupo, en el proceso de la prueba final se demuestra que los estudiantes, pueden desarrollar correctamente los ítems relacionados con el nivel de reconocimiento, es decir, hacer un dibujo y nombrando adecuadamente sus partes. Esta es una propiedad de estudiantes ubicados en el nivel 1 de Reconocimiento, según Hoffer (1990). En los grupos 2 y 3 en la prueba final, desarrollan adecuadamente los ítems del nivel de Reconocimiento y Análisis. Dibujan con propiedad una figura, a partir de sus características, esta habilidad también, se refleja durante el proceso de las unidades didácticas 2, 3 y 4. Según Hoffer (1990), esta es una habilidad propia de estudiantes ubicados en el nivel 2 de Análisis, según la teoría de Van Hiele.

■ Categoría Lógica

Al reconocer las dificultades tan marcadas en esta categoría, se planteó acercar a los estudiantes de los diferentes grupos a la Geometría, a través de juegos para intentar despertar en ellos la motivación, así como el desarrollo de habilidades cognitivas y de esta manera generar acciones relacionadas a las habilidades lógicas. Por su desempeño durante el desarrollo de las unidades didácticas, se observa que debido a las actividades lúdicas, los estudiantes se motivan a participar. Aunque existe la necesidad de explicar las actividades de manera recurrente, las realizan motivados y mostrando un mejor desempeño. Lo que coincide con lo que afirman (Chamoso et. al, 2004), que el juego contribuye en el desarrollo de habilidades geométricas y de desarrollo del pensamiento matemático.

Buscan estrategias de trabajo, para que este sea efectivo. Inventan estrategias para diseñar figuras geométricas en el Geoplano, utilizan el programa Geogebra para construir figuras de acuerdo a las instrucciones, en la entrevista mencionan aplicaciones de los cuadriláteros en su contexto. En el grupo 1 se evidencia la adquisición al nivel 1 de Reconocimiento, mientras que en los grupos 2 y 3, se analiza que además de superar el nivel 1, en esta categoría se empiezan a utilizar algunas propiedades Matemáticas para hacer categorizaciones en las figuras, lo que indica el alcance y superación del nivel de Análisis, según Gutiérrez (1990).

■ Categoría Aplicada

En esta categoría manifestó un avance positivo, para los grupos 2 y 3, por lo que 4 de 6 estudiantes, en la prueba final lograron desarrollar correctamente los ítems relacionados para esta categoría. De igual manera, en la unidad didáctica 2, “Clasificación de Cuadriláteros”, se observa que los estudiantes reconocen propiedades geométricas de los Cuadriláteros, hacen comparaciones entre ellos y logran clasificarlos en Paralelogramos, Trapecios y Trapezoides. A su vez organizan el conjunto de los paralelogramos en Cuadrados, Rectángulos y Rombo con el nivel de Análisis, lo que muestra la superación del nivel de Análisis, según Gutiérrez (1990). Por su parte los estudiantes del grupo 1, aunque en la prueba clasificatoria mantienen la dificultad en el desarrollo de los ítems para esta categoría, en la entrevista, se constata que encuentra la aplicabilidad de los temas vistos en su propio contexto. Esta habilidad también se evidencia en el desarrollo de la fase 4, de la primera unidad didáctica desarrollada por los estudiantes, clasificándose de esta manera en el nivel 1 de Reconocimiento en esta categoría, según la teoría de Van Hiele.

■ Conclusiones

El trabajo realizado apoyado en la teoría de Van Hiele, muestra resultados satisfactorios en cuanto a que se logró analizar y determinar el nivel de razonamiento que alcanzan un grupo de nueve estudiantes de primer nivel de secundaria, cuando se aplican actividades lúdicas. Así, tres de ellos en el nivel 1 de Reconocimiento y seis en el nivel 2, de Análisis. Al determinar el impacto de las actividades lúdicas en el aprendizaje de la Geometría, se observó por parte de los estudiantes el interés generalizado por su realización, mostrando un mejor desempeño actitudinal, tanto en la comunicación, como en el control de la impulsividad y la organización del trabajo, (Ferrero, 1991,13) lo confirma, “El juego es el mejor punto de partida para el aprendizaje por medio de la motivación, pues admite un acercamiento hacia la materia que algunos consideran difícil”.

Se pudo establecer que el nivel de razonamiento se incrementa, con la aplicación de estrategias lúdicas asociadas al modelo de Van Hiele, al analizar que los estudiantes en un inicio se clasificaron en un nivel y después de la intervención, se ubicaron en el nivel inmediatamente siguiente del que se encontraban. Las actividades lúdicas diseñadas, teniendo como referencia las fases del aprendizaje del modelo de Van Hiele, permitieron que el estudiante mejorara gradualmente su vocabulario y se exprese cada vez con un mejor dominio de los conceptos geométricos, a medida que se le presentan los contenidos de forma gradual. A su vez, en el desarrollo de la experiencia se han obtenido las siguientes conclusiones:

Es indispensable investigar con anticipación, el nivel de razonamiento geométrico en el que se encuentra cada estudiante tomando las medidas necesarias si no se encuentra en el nivel indicado.

A partir de los resultados considerar que los estudiantes no siempre se encuentran a dos niveles de razonamiento simultáneamente. Entrevistar a los alumnos permitió ubicar con mayor precisión y claridad el estado en las habilidades con respecto a los cuadriláteros, el grado de comprensión, el manejo conceptual y concreto de vocabulario; al igual que sus aciertos y limitaciones, por lo que se propone tener acercamientos más frecuentes con los alumnos.

Al aplicar y analizar las diferentes actividades presentadas en la prueba clasificatoria, se pudo analizar que los estudiantes, ingresan a la secundaria con vacíos en aspectos fundamentales de la Geometría, como lo son: ángulo, vértice, paralelismo, perpendicularidad, entre otros.

Se pudo observar que el nivel de razonamiento geométrico con que ingresan los estudiantes a la secundaria no está de acuerdo con el nivel educativo en el que se encuentran y que es necesario que el profesor diseñe estrategias de aprendizaje que permitan homogenizar, en la medida de lo posible, al grupo.

Sin duda, el aprendizaje lúdico ha resultado una estrategia que favorece el aprendizaje y la teoría de Van Hiele es un buen parámetro que permite dar seguimiento al desempeño de los estudiantes de manera estructurada.

■ Referencias

- Angarita, K. y Dankur, E. (2002). *Niveles de razonamiento geométrico según Van Hiele en estudiantes de grado octavo*, Sincelejo, Colombia: Universidad de Sucre.
- Chamoso, J., Durán, J., García, J., Martín, J. y Rodríguez, M. (2004). Análisis y experimentación de juegos como instrumentos para enseñar Matemáticas. *Suma*, 47(3), 47-58. Recuperado de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/47/047-058.pdf>
- Ferrero, L. (1991). *El juego y la matemática*. Madrid: La Muralla.
- Gardner, M. (1987). *Carnaval matemático*. Madrid: Alianza Editorial.
- Gutiérrez, A. (1990). Investigaciones actuales sobre el aprendizaje de la Geometría. *Cuadernos de Investigación* 14. Recuperado de: http://www.altascapacidades.org/uploads/6/3/7/5/6375624/ensenanza_aprendizaje_geometria.pdf

- Hoffer, A. (1990). *La Geometría es más que demostración*. En notas Matemáticas. Estados Unidos: Universidad de Oregón.
- Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1991). El modelo de razonamiento de van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la Geometría. Un ejemplo: los giros. *Educación Matemática*, 3, 49-65. Recuperado de <http://www.uv.es/angel.gutierrez/archivos1/textospdf/GutJai86.pdf>
- Gutierrez, A., Jaime, D., y Fortuny, J. M. (1991). An alternative paradigm to evaluate the acquisition of the van Hiele levels. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), 237-251. Recuperado de <http://edumat.uab.cat/GutJaiFor91.pdf>
- Martínez, L., Rincón, E. y Domínguez, A. (2011). El juego y el aprendizaje cooperativo en la enseñanza de las ecuaciones de primer grado. En P. Lestón (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 24 (pp. 397-405). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Ministerio de Educación Nacional (1998). Lineamientos curriculares matemáticas. *Revista Revolución educativa Colombia aprende*. Recuperado de:
http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. *Revista Revolución educativa Colombia aprende*. Recuperado de: http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf.pdf
- Sánchez, G. (2010). Las estrategias de aprendizaje a través del componente lúdico. Universidad de Alcalá. *Revista didáctica español como lengua extranjera*. (11), Recuperado de:
<http://marcoele.com/descargas/11/sanchez-estrategias-ludico.pdf>
- Van Hiele, P.M. (1957). *El problema de la comprensión*. En conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la Geometría. (Disertación doctoral). De la base de datos. Universidad Real de Utrecht: Utrecht, Holanda. Recuperado de
<http://www.uv.es/apregeom/archivos2/VanHiele57.pdf>.
- Van Hiele, P.M. (1999). *Developing geometric thinking through activities that begin with play*. *Teaching Children Mathematics* (pp. 310-316). Recuperado de:
<http://print.nycenet.edu/NR/rdonlyres/0EFD73D4-340A-42E2-8EB4-3BC2A6B05603/38319/30vanHielePlay.pdf>.