

LENGUAJE Y REGISTROS DE REPRESENTACIÓN DEL NÚMERO NATURAL Y SUS OPERACIONES EN EL AULA de PRIMARIA

Lorena Trejo Guerrero, Marta Elena Valdemoros Álvarez

Cinvestav-IPN. (México)

ltrejog@cinvestav.mx, mvaldemo@cinvestav.mx

Palabras claves: lenguaje, aritmética, representación, alumnos, profesores

Key words: language, arithmetic, representation, students, teachers

RESUMEN

El presente trabajo muestra el resultado obtenido al aplicar una situación de enseñanza en la cual se utilizaron las operaciones básicas en relación a la **construcción del número natural**, en la escuela primaria; pretendemos conducir a nuestros alumnos a situaciones reflexivas al relacionar las cuatro de manera simultánea. Considerando las características propias del conocimiento matemático que hace que no sea posible el acceso a éste sin el apoyo de una variedad de registros de representación, entre los cuales está la lengua materna. De ahí nuestro interés en el análisis del lenguaje y su relación con los registros de representación dado que las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas pueden ser originadas, en parte, por el desconocimiento que tienen los profesores sobre los fenómenos relativos a las complejas relaciones entre diversas representaciones relativas a los números naturales y su peso en la construcción de tales números.

ABSTRACT

The present work shows the results obtained by applying a learning situation in which the basic operations used in relation to the construction of natural number, were used in primary school, we intend to lead our students to reflective situations to connect four simultaneously. Considering the characteristics of mathematical knowledge that makes it not possible to access it without the support of a variety of records of representation, among which is the mother tongue. Hence, our interest in the analysis of language and its relationship with the records of representation given that difficulties in learning mathematics can be caused, in part, by the lack of knowledge of teachers about the phenomena related to the complex relationships between various representations relating to the natural numbers and weight in the construction of such numbers.

■ Introducción

La Reforma Integral de Educación Básica vigente desde 2011 en México, en la escuela primaria, en los Planes y Programas propone, que los alumnos adquieran conocimientos y habilidades en la resolución de problemas, comunicando información matemática. Nuestro proyecto de investigación deriva del Eje Temático Sentido Numérico y Pensamiento Algebraico, el cual pretende encontrar el sentido del lenguaje matemático oral o escrito.

Para fortalecer la enseñanza de la aritmética es necesario diseñar problemas dentro de la investigación experimental, en este caso presentamos un problema en donde se relacionan de manera simultánea las 4 operaciones (suma, resta, multiplicación y división), lo cual permitió a los profesores conducir a sus estudiantes hacia experiencias reflexivas que respaldan la construcción de su aprendizaje de manera autónoma. Mostramos entonces el resultado obtenido al plantear a los alumnos de 5° y 6° grados en la escuela primaria un cuestionario de 5 problemas aritméticos (presentamos el resultado de uno) en presencia del profesor del grupo, cuyas observaciones se retomaron en sesiones posteriores como ejes de discusión con sus colegas. Para lo anterior, es importante observar detenidamente la interacción de los alumnos con sus compañeros; al mismo tiempo, estas actividades nos permitieron acercarnos a las necesidades de los docentes.

■ Planteamiento del problema

Considerando la importancia de las habilidades que muestran los estudiantes de la primaria al resolver problemas que impliquen las relaciones entre las cuatro operaciones básicas y sus transformaciones (Vergnaud, 1991), nos proponemos analizar los registros de representación a través del lenguaje en el aula. Nuestras preguntas de investigación quedan planteadas de la siguiente manera: 1) ¿Cómo orientar al profesor para utilizar diversas situaciones didácticas para ayudar a sus estudiantes a representar su conocimiento? Y con respecto a los alumnos: 2) ¿Cómo elaboran registros de representación al estructurar y expresar sus argumentos lógico-matemáticos?

■ Marco teórico

Para la interpretación de los números naturales tomamos en cuenta a Duval (1999), quien menciona que el análisis del funcionamiento cognitivo del pensamiento, en particular la representación, la conceptualización, el razonamiento (argumentación, demostración, utilización de lenguajes formales) y la resolución de problemas y lo aborda desde una perspectiva funcional: no hay noesis (intelección) sin semiosis (producción de representaciones semióticas).

Con referencia a la construcción operacional del número, Piaget (2005) menciona que la suma $1 + 1 = 2$, se realiza a través de acciones materiales o simbólicas, con la intervención de objetos físicos, o de modo totalmente abstracto como es el presente caso, el hecho esencial es que el sujeto reúne dos unidades, es decir, que actúa: aun cuando esta acción sea exterior se encuentra determinada por un mecanismo interno propio de la actividad del sujeto.

En cuanto a la actividad de contar, Fuson y Hall (1983) mencionan que los diferentes contextos numéricos tratados como contextos de secuencia, de conteo, de cardinalidad, de medida, de ordinalidad y no numéricos; en este caso nos referiremos al contexto ordinal, la palabra numérica describe la

posición relativa de un ente dentro de un conjunto bien definido y totalmente ordenado, en el cual la relación de orden tiene un punto específico inicial. También menciona que los contextos cardinales pueden ser considerados aisladamente, en cuyo caso se involucra una numerosidad absoluta o se comparan dos contextos cardinales o numerosidades. El resultado de tal proceso de comparación se puede describir por una de tres relaciones: una relación de equivalencia (es igual a) o dos relaciones de orden (es más grande que, es menor que) y su uso puede darse en situaciones verbales o no verbales. Si consideramos que el conocimiento es uno de los modos de apropiación del mundo por el hombre, el lenguaje pasa a ser el medio más importante que permite la transmisión de este conocimiento.

Se entiende al análisis formal o discursivo como una empresa perfectamente legítima e indispensable, para la cual retomamos tres propuestas de análisis de (Thompson, 1993):

Análisis conversacional: el principio metodológico clave de este análisis es estudiar ejemplos de interacción lingüística en el ámbito real en que ocurren; y al poner una cuidadosa atención a las maneras en que se organizan, donde los participantes producen un orden por medio de la aplicación rutinaria y recurrente de las reglas y los dispositivos conversacionales.

Análisis sintáctico: se ocupa de la sintaxis operativa en el discurso cotidiano, es una manera informal utilizada por los profesores para acercar a los alumnos a la necesidad de usar un lenguaje convencional, al utilizar el lenguaje matemático con los significados que representa cada signo como tal.

Análisis argumentativo: nos permite reconstruir y hacer explícitos los patrones de inferencia que caracterizan al discurso, esto permite al analista separar el *corpus* discursivo en conjuntos de enunciados o aseveraciones organizadas en torno a ciertos asuntos o temas, y trazar después las relaciones existentes entre estos enunciados y asuntos en términos de ciertos operadores lógicos o cuasi lógicos (implicación, contradicción, presuposición, exclusión, etc.).

Para Bruner (2008), el habla es el elemento que permite simbolizar y significar el mundo, expresar lo que se es, lo que se sabe y lo que se siente, establecer comunicación con los otros, aprender de los demás y recordar para seguir aprendiendo de manera más amplia y compleja. Otra de las ideas que conviene destacar es la diferencia entre tener un dominio receptivo lingüístico que permita comprender textos procedentes de todo el dominio lingüístico, y ser capaces de utilizar este bagaje de forma activa, las aportaciones de Chomsky (2009) nos permiten observar en las interacciones lingüísticas que hablar y comprender son manifestaciones diferentes.

Vergnaud (1991), menciona que “[...] uno de los problemas más importantes de la didáctica, es conocer el orden en el cual las nociones pueden ser adquiridas por el niño, teniendo en cuenta que el orden de complejidad así determinado, no puede ser más que un orden parcial, que dará lugar eventualmente al aprendizaje simultáneo de nociones relativamente independientes”.

Dentro de las habilidades didácticas del profesor consideramos necesario explorar nuevas y efectivas maneras de utilizar el pizarrón para mejorar el pensamiento y la comprensión del estudiante, retomamos seis pasos propuestos por Makoto y Fernández (2004):

- 1) *Llevar un registro de la lección:* Es muy útil para el profesor cuando quiere hacer referencia a algo que ocurrió anteriormente en la lección.
- 2) *Permite a los estudiantes a recordar lo que tienen que hacer y pensar:* Los estudiantes pueden hacer referencia a lo que sí está en el pizarrón para ayudarse mutuamente.
- 3) *Ayuda a los estudiantes a ver la conexión entre diferentes partes de la lección y la progresión de la misma:* el flujo coherente permite a los estudiantes a ver las conexiones lógicas entre todas las partes de la lección.
- 4) *Contraste y discusión de las ideas presentadas por los estudiantes:* esto fomentará desarrollar nuevas ideas y corregir sus errores, los autores lo llaman “*colectivo de reflexión*” porque toda la discusión en la clase se basa en las ideas presentadas en el pizarrón.
- 5) *Colabora a organizar el pensamiento de los estudiantes y descubrir nuevas ideas.* Es fundamental para que los profesores puedan centrarse en los descubrimientos de los alumnos y encausarlos de acuerdo a los objetivos de la clase. 6) *Fomentar la organización de la actividad, presentando la información como un modelo,* para que los estudiantes puedan tomar notas durante la clase lo que les permitirá optimizar su aprendizaje.

■ Método

El estudio se realizó en una escuela primaria del sistema público en el Estado de Hidalgo, con 6 profesores en servicio de 5° y 6° grados y 14 más pertenecientes a la misma zona escolar, cuyas edades oscilan entre los 28 y 50 años de edad y sus alumnos, sus edades oscilan entre 10 y 12 años. El tipo de investigación que realizamos es de carácter cualitativo e interpretativo.

Los instrumentos metodológicos considerados fueron, la aplicación de un cuestionario a seis grupos de 5° y 6° grados en presencia del maestro con cinco problemas matemáticos a resolver (se presenta el análisis de uno), con la finalidad de que el profesor advierta las habilidades y conocimientos que sus alumnos utilizan al resolverlos, así como las dificultades que enfrentan.

Realizamos una sesión de trabajo colegiado adaptada del Estudio de Clases (Isoda, Arcavi y Mena, 2007), con asistencia de 20 profesores en servicio, (entre los cuales se encontraban los de los 6 grupos a quienes se aplicó el cuestionario), con la finalidad de aprender a mejorar la educación en el salón de clases (Stigler y Hiebert, 1999) se reflexionó sobre las posibilidades que se abren al trabajar con formas diferentes al abordar de manera simultánea las operaciones aritméticas con números naturales y atender las dificultades que enfrenta la enseñanza de las propiedades de las mismas (Vergnaud, 1991).

Analizamos las respuestas de los alumnos en donde se puso especial interés en las representaciones que realizaron al resolver los problemas, enfatizamos el uso del pizarrón y las participaciones de los alumnos, adaptando el análisis de discurso de Thompson. Finalmente recopilamos las opiniones escritas de maestros y alumnos para verificar la pertinencia de los problemas planteados y las dificultades reconocidas por ellos.

■ Cuestionario para alumnos de 5° y 6° grados

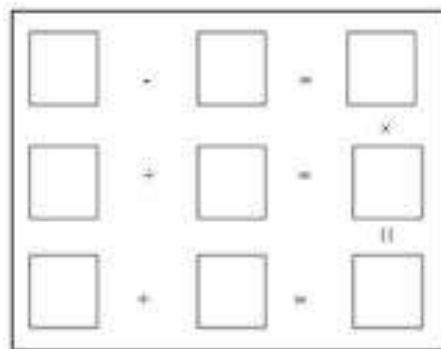
Aplicamos a los alumnos en presencia del maestro algunos problemas con números naturales, con la finalidad de que el profesor advierta las habilidades y conocimientos que sus alumnos utilizan al resolverlos, así como las dificultades. Presentamos aquí el problema 4.

Instrucciones: Resuelve el siguiente problema

4.- Tienes tarjetas con los números dígitos. Completa el cuadro según se indica, usando todas las tarjetas y sin repetirlas (Hosomizu, 2006):

En el problema presentado, podemos ver una reconstrucción semántica referida a que los alumnos sólo pueden usar los numerales del 1 al 9. Si los resultados rebasan el número 9, tendrán que reestructurar la respectiva operación, las habilidades de los estudiantes que resolvieron el problema pudo conducir al resto de sus compañeros a la reflexión de las propiedades numéricas bajo las operaciones aquí involucradas. En la figura 1 presentamos el problema.

Figura 1. El problema aplicado.



■ Validación de resultados

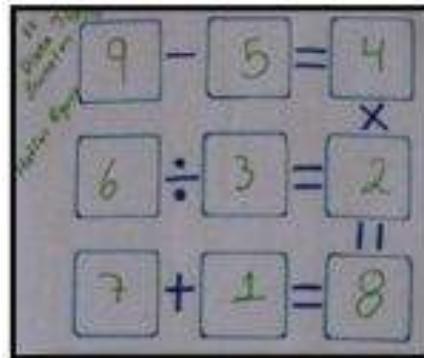
Para validar la investigación se realizaron los primeros “ensayos preliminares” de los instrumentos metodológicos, a fin de ratificar su funcionalidad. Durante la sesión de aplicación, la sesión de revisión (ambas en presencia del profesor de grupo) y la sesión de discusión en trabajo colegiado (el profesor de grupo y sus colegas), observamos que el diseño de las situaciones problemáticas planteadas nos proporciona los elementos para indagar sobre las dificultades que se enfrentan en la enseñanza-aprendizaje de las operaciones aritméticas básicas y sus propiedades en los consiguientes procesos de significación, con respecto al número natural.

■ Análisis de resultados

Analizamos los argumentos de maestros y alumnos durante la clase, empleados para el reconocimiento de modos particulares de asignación de sentido, lo que les permitirá construir significados (Bruner, 2008), ampliando su cuerpo de conocimientos así como las aplicaciones de estos últimos. Presentamos

los resultados obtenidos en dos momentos, primero la aplicación del cuestionario con los alumnos, con la presencia del profesor de grupo y después, el análisis del problema en sesión colegiada con los profesores. Presentamos el problema resuelto en la figura 2.

Figura 2. Solución del problema por parte de los niños de quinto y sexto grados.



Realizamos el análisis de los argumentos presentados por los alumnos: a) análisis conversacional, b) sintáctico y c) argumentativo, (Thompson, 2002). Además, con los registros de representación plasmados en el pizarrón y el papel (Makoto y Fernández, 2004), pudimos observar algunas maneras de aproximación a la solución del problema.

Los argumentos de los niños que resolvieron el problema fueron:

- Los números pares se colocan en los resultados.
- Me gustó, porque me ayuda a desarrollar mi mente.
- Se me hizo interesante y no tuve problemas al resolverlo.
- Me gusta el problema porque se trata de las cuatro operaciones al mismo tiempo.
- Muy comprensible.
- Se me hizo fácil.
- Al mismo tiempo, te invita a pensar y a reunir tres o más operaciones.

Los argumentos de quienes no lo resolvieron fueron:

- A mí se me dificultó mucho porque no encuentro el número adecuado.
- A mí se me complicó porque son muchas operaciones.
- Se me dificultó porque los resultados no debían rebasar el 9.
- Al multiplicar el resultado rebasa el 9.
- Tuve dificultad con la división.
- Tuve dificultad al sumar y restar.

Uno de los errores recurrentes fue la operación $6 \div 3 = 2$, varios alumnos escribieron $3 \div 6 = 2$. En el caso de los números naturales, para resolver éste conflicto retomamos a Fuson y Hall (1983), dado que a pesar de que son operaciones muy sencillas, la palabra numérica describe la posición relativa de un ente

dentro de un conjunto bien definido; en éste caso hubo una relación de orden al realizar la división de $6 \div 3$ u optar por $3 \div 6$, constataron su error al comparar la suma de $1 + 7 = 8$, aplicando la propiedad conmutativa de la misma, observando que no altera la suma si escriben $7 + 1$ ó $1 + 7$. Para explicar lo anterior, recurrimos a Piaget (2005) quien menciona que para resolver las operaciones el hecho esencial es que el sujeto, aun cuando esta acción sea exterior, se encuentra determinada por un mecanismo interno propio de la actividad del sujeto.

Las opiniones de los profesores que estuvieron presentes en las sesiones de aplicación del cuestionario a los alumnos, en referencia al problema que aquí presentamos son:

- El razonamiento lógico- matemático fue una de las habilidades utilizadas por los alumnos para obtener el resultado de éste problema.
- El reto al que se enfrentaron los alumnos fue tratar de buscar cuál número sería conveniente cambiar para obtener el resultado correcto, algunos alumnos son capaces de razonar y llegar pronto al resultado, pero otros sólo esperan a que los demás contesten.

Durante la sesión colegiada pudimos observar los conocimientos de los profesores con respecto a las propiedades de los números naturales:

- Los problemas aritméticos enfrentan a los niños a la interpretación y comprensión de lo que se está pidiendo en cada problema, para poder llegar a la solución.
- Esta experiencia nos invita a nosotros como maestros a reflexionar respecto a las diversas formas para solucionar problemas y cómo estos conocimientos debemos transmitirlos a los alumnos.
- La reflexión que se hace en los procedimientos utilizados no sólo permite saber cómo construyeron sus respuestas, sino también facilita a otros encontrar una mejor solución.
- Estos ejercicios favorecen el trabajo de análisis de las propiedades de los números, en cuanto a su comprensión, y me parecieron buena herramienta para trabajarlos con los alumnos.

Las principales dificultades que enfrentan sus estudiantes están relacionadas al lenguaje y la comprensión del problema como tal, que no es lo mismo sumar $5 + 4$, que multiplicar 5×4 , ya que el último resultado supera al 9. Aquí podemos observar la representación semiótica de los signos “+” y “x” lo cual podemos interpretar como la existencia de varias características típicas de la actividad cognitiva propia de los procedimientos matemáticos, las que marcan una diferencia con la actividad cognitiva para el aprendizaje de otras disciplinas, lo cual confluye con Duval (1999).

También presentamos los argumentos en referencia a los números dígitos recuperados en esta sesión, lo cual nos muestra los conocimientos ambiguos que los profesores tienen con respecto a los números naturales:

- En mi opinión, todos estuvieron claros; sólo me había quedado la duda de por qué el cero no es un dígito.
- En este problema faltó explicar cuáles son los dígitos, ya que hay que recordar que debemos ser más claros con ellos.

En la educación matemática, se trabaja con ideas, símbolos y representaciones abstractas; existe también la posibilidad de utilizar nuestro entorno como un modelo para hacer representaciones

mentales. Desde nuestra investigación, la necesidad de analizar los problemas aritméticos referentes a los números naturales, en la práctica, es muy importante que nos demos cuenta no sólo si son adecuados para los alumnos, sino también reconocer los conocimientos de los profesores, al observar que en el diagrama del problema tenemos 9 cuadros.

■ Conclusiones

Durante el estudio de las sesiones de aplicación y en la sesión de revisión, confirmamos que maestros y alumnos toman decisiones voluntarias o algunas que no dejan lugar a una elección, lo que les permite a partir de abstracciones muy simples llegar a un nivel descriptivo coincidiendo con Bresson (1974) lo que nos facilitará observar una representación mental del problema como tal, mediante el argumento (Thompson, 1993). La aplicación del cuestionario, así como la sesión de revisión del problema en el que se relacionan simultáneamente las cuatro operaciones básicas, nos permiten revisar la manera de otorgar significado al número natural.

La importancia de contrastar y *discutir las ideas presentadas por los estudiantes* en el pizarrón y la extensión del mismo a los muros del salón de clase, con el uso de papel, les permitió a maestros y alumnos desarrollar nuevas ideas y corregir sus errores porque toda la discusión en la clase se basa en las ideas presentadas en el pizarrón (Makoto y Fernández, 2004). Al respecto, los niños mostraron entusiasmo pudieron comprender las respuestas presentadas por sus compañeros.

■ Referencias bibliográficas

- Bresson, F. (1974). Las decisiones. En: Fraisse, P., Piaget, J. (Comps.), *Lenguaje, comunicación y decisión*. (pp. 269 – 371). Buenos Aires, Argentina: Paidós.
- Bruner, J. (2008). *Desarrollo cognitivo y educación*. Madrid, España: Editorial Morata.
- Chomsky, N. (2009). *Problemas actuales en teoría lingüística. Temas teóricos de gramática generativa*. Siglo XXI Editores.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano*. Cali, Colombia: Peter Lang Ediciones – Universidad del Valle.
- Fuson, K. C. y Hall, J. W. (1983). *The acquisition of early number word meanings: A conceptual analysis and review*. In: H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp.49-107). Orlando, FL: Academic Press.
- Hosomizu, Y. (2006). *Math brain quiz red*. In: Masami Isoda and Foo Chuan Eng. Tsukuba, Japan.
- Isoda, M., Arcavi, A. y Mena Lorca, A. (2007). *El Estudio de Clases Japonés en Matemáticas*. Valparaíso, Chile: Ediciones Universitarias de Valparaíso.
- Makoto, Y., Fernández, C. (2004). *A Japanese approach to improving mathematics teaching and learning*. New Jersey, USA. Research for better schools editions.
- Piaget, J. (2005). *Introducción a la epistemología genética*. México, México: Paidós.
- Secretaría de Educación Pública (2011). *Planes y programas de estudio*. México, D. F.
- Stigler, J. W. y Hiebert, J. (1999). *The teaching gap*. Best ideas from the world's teacher for improving education in the classroom. New York, USA: Free Press.
- Thompson, J. (1993). *Ideología y cultura moderna*. México, México: UAM.
- Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad*. México, México: Trillas.