

EL USO DE LAS GRÁFICAS Y EL FENÓMENO DE OPACIDAD. EL CASO DEL CONCEPTO DE DERIVADA EN LOS ESTUDIANTES DE PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICAS EN CHILE

Claudio Enrique Opazo Arellano; Francisco Cordero Osorio

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. (México)

opazoferrari_claudio@hotmail.com, fcordero@cinvestav.mx

Palabras clave: uso de las gráficas, fenómeno de opacidad, concepto de derivada

Key words: uses of graphs, phenomenon opacity, concept derivative

RESUMEN

Se problematiza el discurso Matemático Escolar (dME) asumiendo su imposición hegemónica de *significados, procedimientos y argumentaciones*, lo que deriva en la exclusión de la construcción social del conocimiento matemático en el sistema educativo. Tal situación provoca una opacidad de lo matemático, es decir; de ese conocimiento matemático desde el que aprende.

Así, esta investigación busca evidenciar esa opacidad en un contexto específico; en una comunidad de conocimiento, la cual corresponde a los estudiantes de pedagogía en matemáticas en un proceso de formación inicial de profesores en Chile. País que en la actualidad, enfrenta el desafío de lograr mejorar la calidad de la educación como parte de los nuevos requerimientos sociales de éste.

ABSTRACT

In this dissertation School Mathematics Discourse is problematizes assuming its imposition of hegemonic meanings, procedures, and argument, resulting in the exclusion of the social construction of mathematical knowledge in the educational system. This situation causes mathematics' opacity, that is to say; the mathematical knowledge of the learner.

Thus, this research focuses on making evident the opacity in a specific context; in a community of knowledge, which corresponds to the students of pedagogy in mathematics in a process of initial teacher training in Chile. A country that is currently facing a challenge of improving the quality of education as part of the new social requirements.

■ Introducción

El presente trabajo, aborda el complejo escenario que en la actualidad el dME ha generado en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Nos referimos al *fenómeno de opacidad* en la construcción social del conocimiento matemático (CSCM) en el cotidiano del ciudadano. Así identificamos, caracterizamos y ejemplificamos los *significados, procedimientos y argumentaciones* que son opacados por el discurso matemático escolar en la comunidad de estudiantes de pedagogía en matemáticas que son parte de las universidades de Chile. Ello en virtud de observar la trascendental responsabilidad que posee ésta comunidad al ejercer un rol preponderante en la sociedad, y en la educación Chilena.

En este contexto, relevante es indicar que la naturaleza del problema es de una alta complejidad, tal como lo aborda el trabajo de Soto (2010), ya que se está identificando, caracterizando y denunciando a un sistema de razón que se ha impuesto en el sistema educativo. Lo cual ha generado como consecuencia el olvido y la exclusión de la construcción social del conocimiento matemático.

En ese marco tiene sentido considerar la existencia de una epistemología del conocimiento matemático en el cotidiano no transparente en el dME. A esta idea se ha convenido en llamarle *fenómeno de opacidad* (Gómez, 2013). El cual desde nuestra perspectiva, está inmerso en el proceso de formación inicial de los estudiantes de pedagogía en matemáticas en Chile. Para evidenciar ello y reconocer además, cuáles eran los usos de las gráficas en las derivadas, se conformó una secuencia de actividades bajo una situación de transformación.

Así pues, para la conformación intencionada de las secuencias de actividades realizadas en el marco de nuestro trabajo, se consideró una epistemología de usos de las gráficas de las derivadas, a través de tres momentos: uso de las gráficas en el discurso matemático escolar, uso de las gráficas en las derivadas, uso de las curvas en las derivadas. Ahora bien, se articuló esta epistemología con los dos ejes centrales del *Modelo de Comunidad de Conocimiento Matemático* (MCCM): institucionalización e identidad. Y la caracterización disciplinar de la formación inicial de estos estudiantes. Esto con el objeto establecer una precisión mayor en torno a las producciones de los estudiantes de la comunidad en cuestión.

■ Marco teórico

Destacamos que nuestro trabajo se enmarcó en la Teoría Socioepistemológica (TS), la cual está inserta en la disciplina de la Matemática Educativa (ME), cuyo objetivo es brindar explicaciones sobre la construcción del conocimiento matemático y las formas en que éste se institucionaliza en el sistema escolar (Soto, 2010).

En este contexto, destacamos que la TS aborda la problemática de la confrontación entre la obra matemática y la matemática escolar, donde esta última debe reinterpretar y reorganizar la primera (Cordero, 2001). Ello con objeto de establecer un diálogo entre ambas epistemologías, las cuales son de distinta naturaleza.

Ahora bien, la TS implica considerar un conjunto de ideas como: la construcción social del conocimiento, los procesos de institucionalización, los usos del conocimiento, el lenguaje de herramientas, entre otros (Torres, 2013). De ahí que la TS, considera sistémicamente la dimensión: epistemológica, cognitiva,

didáctica y sociocultural. Lo cual ha permitido tener un panorama amplio, ya que ha colaborado en el reconocimiento del por qué un grupo humano se organiza para construir un determinado conocimiento, tal como se indica en el trabajo de Gómez (2009).

Así pues, creemos que nuestro trabajo de investigación al abrazar la TS, hace eco en torno al *rediseño del discurso matemático escolar* (RdME). Ello con objeto de incorporar las epistemologías que en su mayoría no son consideradas en las prácticas educativas que se dan de manera permanente en el sistema educativo. De ahí la necesidad de incorporar la funcionalidad del conocimiento matemático, los usos, los funcionamientos y las formas, en diferentes escenarios, por ejemplo: la escuela, el trabajo y la ciudad (Torres, 2013). De esta manera, se promoverá la descentralización de los objetos matemáticos; situación importante, ya que éstos tienen una relevante participación en el proceso de enseñanza y aprendizaje, ello en virtud de las influencias que han tenido en el tiempo al transformarse en la estructura sobre la cual se han impartido tales procesos. Lo cual permite evidenciar, cómo la actividad humana está puesta al servicio de la matemática, y no la disciplina al servicio de la actividad humana, tal como se aborda en el trabajo de Soto (2010).

De lo anterior, surge entonces la necesidad de observar a las distintas comunidades de conocimientos, por ejemplo: la de Sordos, la Otomí, la Ñu Savi y la de Estudiantes de pedagogía en matemáticas entre otras. Ya que de esta manera se propicia reconocer los usos del conocimiento, cuando sus integrantes se enfrentan a una situación específica, por ejemplo: la de transformación. Logrando identificar de esta manera, aspectos singulares de una comunidad de conocimiento matemático, por ejemplo, su identidad o bien, su tradición en términos del conocimiento que persiste aun al paso del tiempo.

Lo relevante por tanto desde nuestro punto de vista es, reconocer los usos del conocimiento que son particulares de esa comunidad, ya que de esa manera se evidencia la pluralidad epistemológica que existe en las distintas comunidades, fruto de las diversas formas de poner en uso el conocimiento. De ahí la relevancia de pensar y proponer al MCCM para realizar tal labor.

■ Método

Para evidenciar los usos de las gráficas de las derivadas, se utilizó una secuencia de actividades. Destacamos que éstas se conformaron a partir de una epistemología de usos de las gráficas en las derivadas, a través de tres momentos. Los cuales transitan a nuestro entender, por los diferentes procesos de construcción del conocimiento que debieran desarrollar los estudiantes de la comunidad estudiada.

Así la primera actividad, buscó conocer cómo vive el dME en los estudiantes de pedagogía en matemáticas; para ello discute el uso del argumento de la primera y segunda derivada. En el segundo momento, se consideró trastocar el uso de la gráfica en este tipo de escenario; para ello se presentó una situación de transformación de funciones de tal manera de reconocer los patrones gráficos y analíticos, cuando se varían los parámetros de las funciones dadas. Finalmente en el tercer momento, se discutieron los aspectos globales del análisis de las curvas, por ello se analizó este tipo de comportamientos a partir de transformaciones de curvas y análisis de las derivadas de éstas.

Nuestra población es, la comunidad de conocimiento de estudiantes de pedagogía en matemáticas de las universidades de Chile. Ahora bien, del total del padrón de universidades que son parte de éste, sólo se consideraron dos instituciones, las cuales se caracterizan por poseer una tradición en la formación inicial de profesores, nos referimos a: la Universidad Santiago de Chile y la Universidad Católica Silva Henríquez. En este contexto, indicamos la consideración de un grupo de estudiantes por cada una de las instituciones, así para el caso de la primera, se contó con el apoyo de un grupo de seis estudiantes del tercer año de universidad y en el caso de la segunda universidad, participaron cuatro estudiantes pertenecientes al quinto año de estudio. Destacamos finalmente, que ambos grupos fueron controlados en un escenario de tres sesiones de trabajo. Ahí los estudiantes lograron debatir y reflexionar las ideas que fueron surgiendo en torno a cada una de las actividades.

■ Resultados

A continuación, abordamos dos ejemplos que son parte de las producciones que se lograron en la puesta en escena. Para ello se presentará una sección de la primera actividad y los resultados que observamos a la luz de nuestra articulación de la epistemología, la caracterización disciplinar y los dos ejes del MCCM.

Actividad I.2:

A continuación, considere las figuras 1 y 2 para resolver la siguiente actividad. Solicitamos describir y justificar las estrategias y procedimientos utilizados.

a) Bosqueje para cada una de las figuras, la gráfica de f' .

Figura 1

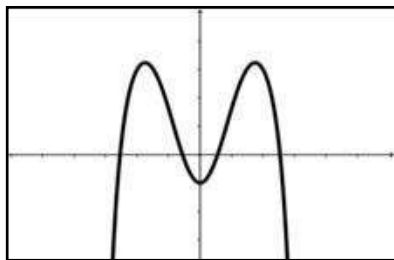
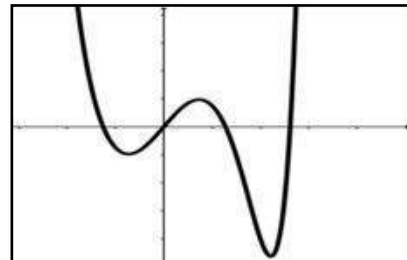
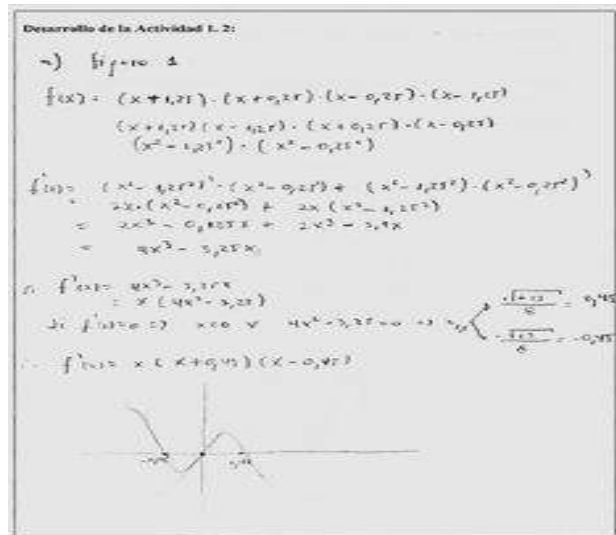


Figura 2



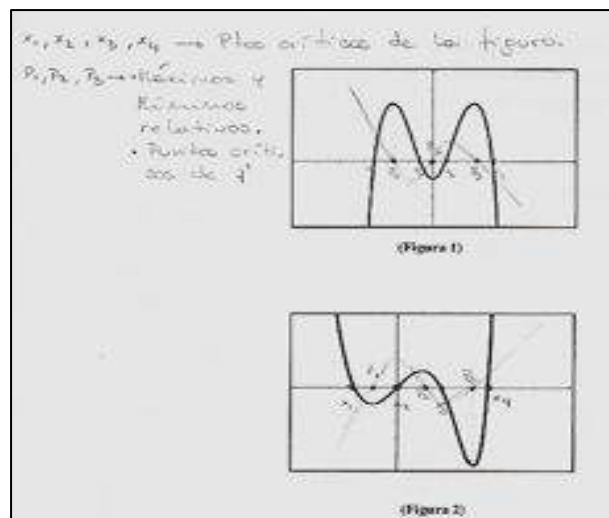
Destacamos que en esta parte de la actividad se discute el uso del argumento de la primera y segunda derivada desde los aspectos gráficos. Sin embargo, observamos cómo el estudiante que presentamos, aun cuando se ve enfrentado a un escenario gráfico, éste más bien formula la búsqueda de un polinomio conocido, con objeto de aplicar la regla de la derivada en una expresión algebraica.

Figura 3: Estudiante n°1: Universidad Católica Silva Henríquez



La figura 4, corresponde al desarrollo de la sección 1.2 de nuestras actividades. Destacamos de ella, el desarrollo que se logró en términos de los argumentos que se evidenciaron en torno a ésta. De ahí que lo relevante, es el uso de los máximos y mínimos para el análisis local de los comportamientos que los estudiantes realizan, cuando se solicita el bosquejo de la primera derivada de ambas gráficas.

Figura 4: Estudiante n°4: Universidad Católica Silva Henríquez



De esta manera, evidenciamos aquello que se hace opaco en torno al análisis gráfico que realizan los estudiantes de pedagogía en matemáticas, es decir, el uso de los máximos y mínimos como un factor relevante en este contexto. Ello en virtud de ser estos puntos, los cuales permiten construir una tendencia en términos gráficos, a partir del análisis que se realiza en los intervalos en que ellos demarcan los máximos y mínimos, logrando así discutir la gráfica desde la misma gráfica en términos de una que guía comportamientos. De lo anterior, se logra apreciar un análisis gráfico desde los comportamientos locales, aspecto relevante ya que desde nuestra perspectiva, una formación integral, debiera considerar tanto los comportamientos locales como globales de la gráfica.

Por otra parte, evidenciamos cómo en el dME se aprecia una centración en los objetos matemáticos, lo cual logra entendimiento, cuando se consideran articuladamente: los programas de estudios, los perfiles profesionales y las disciplinas que sustentan la formación inicial de los estudiantes de pedagogía en matemáticas. Ya que de esta articulación surgen elementos relevantes, por ejemplo: El tipo de argumentación que espera evaluar el formador de estos estudiantes. Así se reconoce la hegemonía existente en el proceso de formación inicial, ello a partir de la centración en los *significados procedimientos y argumentaciones* que provee el dME en este proceso, aun cuando se evidencian otras disciplinas en éste.

■ Conclusiones

El trabajo abordó la problemática del dME, el cual hoy centra la atención en los objetos matemáticos como fuente de exclusión en términos de la construcción del conocimiento matemático. De ahí surge la necesidad de reconocer las influencias actuales del dME en el sistema educativo, y particularmente en la comunidad de conocimiento de estudiantes de pedagogía en matemáticas de Chile.

Por lo anterior, se reconoció el *fenómeno de opacidad* (Gómez, 2013), en el uso de las gráficas de las derivadas, en los estudiantes de pedagogía en matemáticas. Para tal cometido, se confeccionaron una secuencia de actividades que permitieron conocer los usos del conocimiento matemático que surgen a la luz de una situación específica.

Así pues, el trabajo se desarrolló bajo el marco Teórico de la Socioepistemología. Esto con objeto de dar valor de uso al conocimiento que las comunidades van construyendo al paso del tiempo, las mismas que en la actualidad son olvidadas por el sistema educativo, al soslayar la pluralidad epistemológica en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Generando, una desvinculación de la *construcción social del conocimiento matemático* (CSCM), tal como lo logra evidenciar en el desarrollo de éste trabajo.

Por ello se estableció la articulación de tres elementos, con objeto de abordar con mayor precisión el entendimiento de las producciones de los estudiantes, esto a partir de: una caracterización disciplinar de la comunidad de estudiantes de pedagogía en matemáticas, una epistemología del uso de las gráficas en las derivadas, lo cual permitió conformar las actividades y analizar las producciones de los estudiantes. Y finalmente, los dos ejes del MCCM: institucionalización e identidad.

Así, mediante la caracterización disciplinar, logramos identificar la presencia de tres disciplinas en torno al proceso de formación inicial. Siendo la matemática y la pedagogía, las disciplinas que permean

fuertemente a éste proceso, ya que ambas, han provisto de manera independiente por muchos años, ciertos elementos cognitivos en torno a una formación homogénea de profesores. Lo cual ha contribuido al fortalecimiento del dME en la formación inicial.

De esta manera, reconocer las disciplinas que están sustentando la formación inicial de la comunidad que aborda nuestro trabajo, nos permite identificar con mayor precisión cómo vive el dME en tal proceso. Ello en la medida de cuantificar cuanto ha pesado la disciplina de la matemática en las escuelas de pedagogía; ya que si observamos los perfiles profesionales de los formadores de los estudiantes que son parte de nuestra investigación, logramos evidenciar cómo ellos proveen de argumentos preferentemente matemáticos a los estudiante que son parte del proceso de formación inicial en términos del conocimiento que construyen. Soslayando de esta manera, las construcciones particulares de los estudiantes de pedagogía en matemáticas, lo cual favorece el desarrollo y permanencia del dME a partir de la centración en los objetos matemáticos.

Por lo anterior, establecemos que la construcción del conocimiento matemático de esta comunidad, está limitado de entrada por dos fuertes disciplinas de las cuales incluso, se aprecia cómo una está por sobre la otra. Lo cual ha generado una hegemonía a partir de las imposiciones de *significados, procedimientos y argumentaciones* (Soto 2010). Esto se aprecia en el primer ejemplo que ofrecemos en los resultados, instancia donde se observa justamente la centración en los objetos matemáticos a partir del análisis local de los comportamientos de la gráfica mediante el uso del argumento de la primera y segunda derivada, por sobre el desarrollo de un análisis global de los comportamientos que se dan en la gráfica mediante la simultaneidad de las derivadas.

Es decir, a la luz de nuestro trabajo, creemos en la necesidad de promover la noción de la simultaneidad de las derivadas, ya que permitiría valorar una concepción distinta de la derivada y por tanto de su gráfica. Eso en términos de observar a la derivada, como una que solo tiene sentido, cuando se logra apreciar de manera simultánea las distintas variaciones, tal como lo aborda Cantoral y Farfán (1998), González (1999) y Montiel (2005). De esta forma, se abordaría la simultaneidad de las derivadas, tal como lo desarrolla el trabajo de Morales y Cordero (s.f). El cual permite evidenciar los aspectos que la simultaneidad nos provee en términos de concebir a la Serie de Taylor desde un estatus muy distinto al que se propone en el dME.

Finalmente, damos cuenta del *Fenómeno de opacidad* en términos de que aquellas construcciones de conocimiento que son opacadas en esta comunidad, fruto de las imposiciones del dME. Es decir, se opaca el análisis gráfico que los estudiantes desarrollan en términos del uso de los máximos y mínimos, los cuales les permiten concebir, comportamientos tendenciales en torno a esos puntos.

■ Referencias bibliográficas

- Cantoral, R. y Farfán, R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Épsilon*, 42, 353-369
- Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 4(2), 103-128.

- González, R. (1999). *La derivada como una organización de las derivadas sucesivas: Estudio de la puesta en funcionamiento de una ingeniería didáctica de resignificación*. Tesis de maestría no publicada, Centro de investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. México.
- Gómez, K. (2009). *Los procesos de difusión del conocimiento matemático en el cotidiano. Un estudio Socioepistemológico*. Tesis de Maestría no publicada, Centro de investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. México.
- Gómez, K. (2013). *La Socialización de la Función del Conocimiento Matemático: Pluralidad Epistemológica y Opacidad del Cotidiano*. Memoria Pre-Doctoral no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. México.
- Montiel, G. (2005). Interacciones en un escenario en línea. El papel de la Socioepistemología en la resignificación del concepto de derivada. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 8(2), 219-325.
- Morales, A. & Cordero, F. (s.f.). La graficación- modelación y la serie de Taylor. Una Socioepistemología del cálculo. Artículo aceptado en la *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, en proceso de publicación.
- Soto, D. (2010). *El discurso matemático escolar y la exclusión. Una visión Socioepistemológica*. Tesis de maestría no publicada, Centro de investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. México.
- Torres, L. (2013). *Usos del conocimiento matemático. La simultaneidad y estabilidad en una comunidad de conocimiento de ingeniería en un escenario de trabajo*. Tesis de Maestría no publicada, Centro de investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. México.