

## IDENTIFICACIÓN DE LOS NIVELES DE ASIMILACIÓN DE VARIACIÓN CUADRÁTICA EN SECUNDARIA

Anairis de la Cruz Benito, Melby Cetina Vázquez, Miriam Ramos Hernández,  
Guadalupe Cabañas-Sánchez, Catalina Navarro Sandoval

Universidad Autónoma de Guerrero. (México)

iris1790@gmail.com, melby\_gcv@hotmail.com, miriam.rever99@gmail.com, gcabanas.sanchez@gmail.com,  
nasacamx@yahoo.com.mx

**Palabras clave:** variación, asimilación, identificar, realizar, aplicar

**Key words:** variation, assimilation, identify, carry out, apply

### RESUMEN

El artículo analiza el nivel de asimilación alcanzado por estudiantes de noveno grado (14-15 años) acerca del concepto de variación cuadrática. Se explora a través de dos situaciones, una articuladas a la interpretación y explicación de fenómenos de la biología y otra a la física. Desde el punto de vista teórico, el proceso de asimilación se analiza a través de tres acciones: *identificar, realizar y aplicar un concepto*. Los resultados evidencian que los estudiante lo que más hacen es identificar y aplicar el concepto objeto de estudio.

### ABSTRACT

The paper analyses the level of assimilation by ninth-graders (14-15 years) about the concept of quadratic variation. It explores through two situations, one of them articulated to the interpretation and explanation of phenomena of biology, the other to the physics. From the theoretical point of view, the process of assimilation is analyzed through three actions: *identify, carry out and apply a concept*. The results show that the student what they do most is to identify and apply the concept under study.

## ■ Introducción

Los conceptos son una categoría especial en la enseñanza de la matemática, en razón de que constituyen la forma fundamental con que opera el pensamiento matemático (Ballester, Santana, Hernández, Cruz, Arango, García, Álvarez, Rodríguez, Batista, Villegas, Almeida y Torres, 1992). En el ámbito escolar su estudio se presenta de manera gradual hasta arribar a su definición, sin que ello signifique que los estudiantes serán capaces de explicarlos, ejemplificarlos y/o analizar fenómenos sobre la base de su definición. Esto es, que hayan logrado asimilarlos. Un concepto fundamental en matemáticas y su enseñanza es el de variación cuadrática, objeto de estudio en noveno grado. Su enseñanza se da a nivel de representación tabular y algebraica, mediante la lectura y construcción de gráficas de funciones cuadráticas que modelan situaciones o fenómenos diversos. Asimismo, mediante el análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal o cuadrática que relaciona dos conjuntos de cantidades. Es en torno a este concepto matemático que se desarrolla la investigación reportada en este artículo. Se asocia a la interpretación y explicación de dos fenómenos, uno en el contexto de la biología y otro de la física. El interés radica en analizar niveles de asimilación alcanzados por estudiantes matriculados en noveno grado, para ello nos preguntamos *¿Cuál es el nivel de asimilación alcanzado por estudiantes de noveno grado sobre el concepto de variación cuadrática?* Se trata de un estudio exploratorio, que tomó como base los antecedentes académicos básicos necesarios de los estudiantes, para interactuar con una serie de actividades. El concepto de asimilación o fijación, se entiende en el sentido de Ballester y colaboradores (Ballester et al., 1992).

## ■ La variación cuadrática en la propuesta institucional

El concepto *variación cuadrática* está subordinado al concepto de *función*. En el programa de enseñanza de matemáticas de noveno grado (o tercero de secundaria), este concepto es parte de los contenidos temáticos del eje *Manejo de la Información* del bloque 1, particularmente al de funciones. Su estudio se plantea en el contexto de la representación tabular y algebraica de relaciones de variación cuadrática, identificadas en diferentes situaciones y fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas. Desde esta perspectiva, los antecedentes académicos básicos de los estudiantes para estar en condiciones de asimilar este concepto, consisten de lo siguiente: concepto de variación (lineal y cuadrática), de cambio, concepto de máximo, mínimo y su representación, así como puntos donde la variación es igual a cero ( $y = 0$ ).

## Fundamentos teóricos

### a) Variación cuadrática

La *variación cuadrática* se entiende como la relación entre dos cantidades de magnitud cuya razón de cambio varía linealmente (Villa, 2008).

### b) El concepto de asimilación

El concepto de *asimilación* o *fijación* se asume desde la perspectiva de la Metodología de la Enseñanza de la Matemática (Ballester et al., 1992) en la que se define como “el conjunto de acciones para los cuales el alumno recibió una base de orientación en la formación del concepto y que se forman por etapas” (Ballester et al., 1992, p. 304). Desde esta perspectiva, la asimilación de un concepto se logra si se realizan las tres acciones siguientes:

- *Identificar el concepto.* Consiste en la determinación de la pertenencia o no de objetos y relaciones a conceptos determinados; es decir, se deben mostrar objetos correspondientes. El estudiante por su parte, debe ser capaz de reconocer las características invariantes del objeto, aquello que lo distingue de entre otros.
- *Realizar el concepto.* Se deben crear objetos o n-uplos de objetos, o complementar o transformar los existentes o relacionarlos, de manera que se originen representantes de los conceptos tratados.
- *Aplicar el concepto.* Se realiza siempre en relación con otras situaciones de la enseñanza. Por ejemplo, cuando se definen nuevos conceptos, se utilizan conceptos ya conocidos, y eso condiciona a que se conozcan con exactitud su contenido y su extensión.

Con base en estos elementos, se diseñaron las situaciones de exploración y se analizaron las explicaciones y argumentaciones de los estudiantes a fin de dar respuesta a la pregunta de investigación.

### ■ Aspectos metodológicos

#### a) Participantes y contexto del estudio

Participaron 33 estudiantes matriculados en noveno grado (14-15 años de edad) de una escuela secundaria urbana ubicada en la región centro del estado de Guerrero, México. El estudio se sustenta de dos situaciones (S1 y S2) que consistieron de interpretar y explicar dos fenómenos, uno de la biología y otro de la física. Se plantearon en un ambiente de lápiz y papel y fueron resueltas en equipo (E) de tres integrantes durante dos sesiones de 1:15 horas cada una. Otros datos se recogieron mediante notas de campo.

#### b) Situaciones de exploración S1 y S2

Las situaciones de exploración se constituyeron de actividades, tres formaron parte de S1 y una, de S2. El proceso de solución de las actividades se articuló a las acciones *identificar*, *realizar* y *aplicar*.

S1: *Las bacterias en el laboratorio.* La situación ubica a los estudiantes a analizar con base en los datos de una tabla, el comportamiento de una población de bacterias (en millones) a la cual se mantuvo sin alimentos durante los cinco días que duró un experimento. Debían observar la variación de la cantidad de bacterias conforme transcurre el tiempo (en días), desde que inició el estudio, tal como se muestra en seguida.

Tiempo (en días)	1	1.5	2	2.3	2.5	2.7	3	3.2	3.5	3.7	4	4.5	5
Bacterias (en millones)	6	6.875	7.5	7.755	7.875	7.98	8	7.98	7.875	7.755	7.5	6.875	6

Con base en los datos de la tabla, los estudiantes debían *identificar* a los cuántos días, la población de bacterias alcanzó su nivel máximo crecimiento. Asimismo, *interpretar* cómo se comporta la variación del crecimiento de esa población. Esto es, como una lineal o bien, una cuadrática. En una segunda actividad, se les dio la ecuación:  $m(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 3t + \frac{7}{2}$ , donde  $t$  es el tiempo en días

la cual modela el comportamiento del crecimiento de la población de bacterias, a fin de que reconocieran por un lado, cuál era el tamaño de la población al inicio del estudio, y por otro, a los cuantos días alcanza su mínimo crecimiento, ello, al *realizar* las transformaciones correspondientes. La

tercera actividad los situó a *representar* gráficamente (o *realizar* la gráfica) en una región del plano cartesiano, la variación de la población de las bacterias, tomando como base los datos de las actividades precedentes.

S2: *El lanzamiento de un cohete*. Esta situación consistió en *analizar* la trayectoria del lanzamiento de un cohete, mediante su representación gráfica. Se esperaba que los estudiantes *aplicaran* el concepto de variación cuadrática, una vez que *reconocieran*: la altura a la que fue lanzado el cohete (dato inicial), la altura a la que explotó (variación máxima) y a los cuántos segundos después de su lanzamiento tocó el piso (dato final).

### ■ Resultados

El análisis se presenta por situación, y se sustenta de las producciones escritas de los participantes.

S1: *Las bacterias en el laboratorio*. Las producciones escritas de los estudiantes evidencian que una mayoría reconoció, con base en el análisis de los datos de la tabla, en qué días el crecimiento de las bacterias alcanzó su nivel máximo, en este caso en el tercer día, tiempo en el que hubo 8 millones (Véase imagen siguiente).

**Imagen 1.** Explicaciones de E2 sobre el comportamiento que muestra el crecimiento de las bacterias.

i) - Conforme transcurre el tiempo, ¿cómo se comporta la población de bacterias?  
 El primer día 1 al 2.7 día la población de bacterias fue creciendo hasta que el 3<sup>er</sup> día alcanzó su máxima capacidad pero a partir del 3.2 día al 5 día la población de bacterias fue disminuyendo hasta quedar en la cifra inicial.  
 ii) ¿A los cuántos días la población de bacterias alcanzó su máximo crecimiento?  
 al 3<sup>er</sup> día

También muestran que una mayoría de estudiantes interpretó, con base en el análisis de la simetría de los datos de la tabla respecto al máximo crecimiento, la variación del crecimiento de la población de las bacterias, en este caso cuadrática (Véase Imagen 2).

**Imagen 2.** E2 explica la variación del crecimiento que muestra la población bacterias.

iii) ¿Qué comportamiento presenta la variación de la población de las bacterias?  
 Subraya tu respuesta

a) Lineal      b) Cuadrática

Argumenta el porqué de tu elección:

Porque primero hay un aumento de cifras y a partir del 3<sup>er</sup> día una disminución.

Respecto del uso de la ecuación que modela el comportamiento del crecimiento de la población de bacterias, las producciones estudiantiles revelan que una mayoría no realizó las transformaciones correspondientes con la expresión para reconocer el tamaño de la población al inicio del estudio, y por otro, a los cuantos días alcanzó su mínimo crecimiento. Más bien, respondieron con base en los datos de la tabla de la actividad uno, tal como se evidencia en seguida.

**Imagen 3.** Respuestas de E3 sobre el tamaño de la población de bacterias al inicio del estudio y a los cuantos días la población de bacterias alcanzó su mínimo crecimiento.

La siguiente expresión modela el comportamiento de la población de bacterias descrita en la situación anterior:

$$m(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 3t + \frac{7}{2}, \text{ donde } t \text{ es el tiempo en días}$$

1.- Con base en la expresión dada, respondan y anoten el procedimiento que llevaron a cabo.

i) ¿Cuál era el tamaño de la población de bacterias al inicio del estudio?

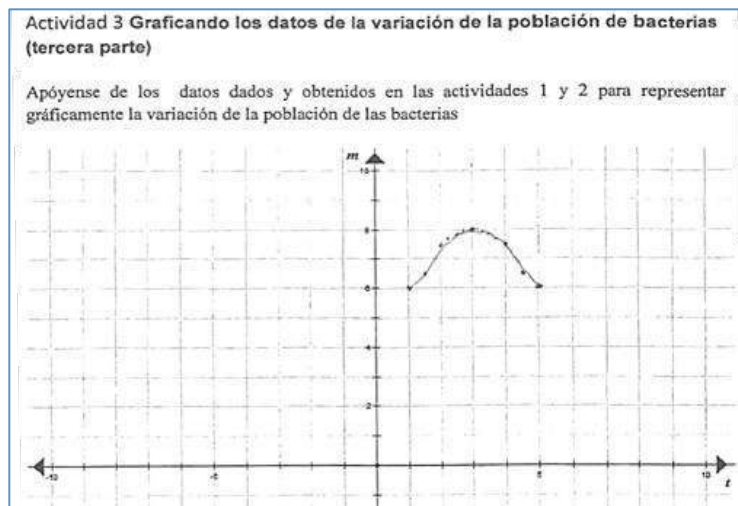
6 millones de bacterias

ii) ¿A los cuantos días la población de bacterias alcanzó su mínimo crecimiento?

- día 5 y 1

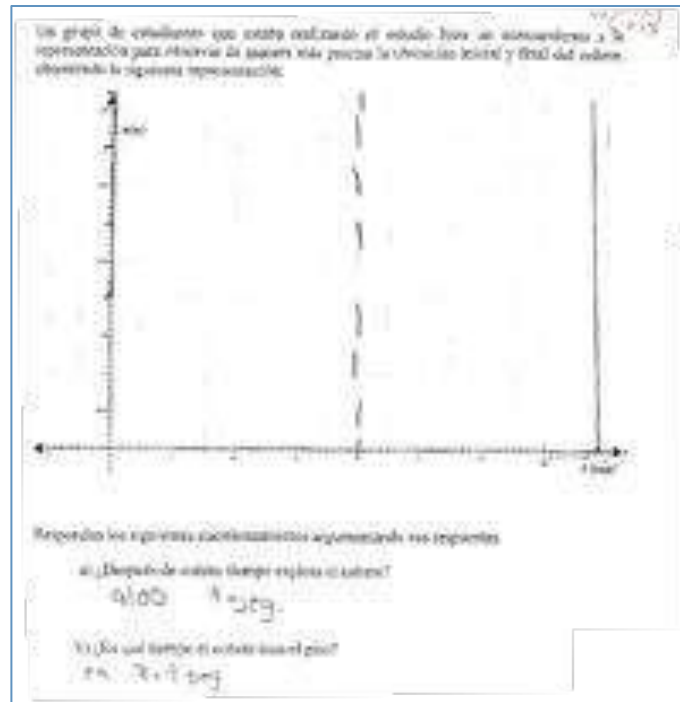
En la actividad donde se solicitó representar gráficamente la variación de la situación, poco más de la mitad de estudiantes lo hizo de modo correcto, haciendo uso de los datos de la tabla de la primera actividad. Véase imagen siguiente.

**Imagen 4.** Representación gráfica de E1, sobre la variación de la población de bacterias.



S2: *El lanzamiento de un cohete*. Se manifiesta, por las producciones escritas de los estudiantes, que una mayoría aplicó el concepto de variación cuadrática para el análisis de la representación gráfica de la trayectoria del lanzamiento de un cohete, dado que reconoció puntos clave de la misma, como la altura a la que fue lanzado el cohete (dato inicial), la altura a la que explotó (variación máxima) y a los cuántos segundos después de su lanzamiento tocó el piso (dato final). Véase la imagen siguiente:

Imagen 4. Explicaciones de E4 a partir de la interpretación gráfica de los datos del Lanzamiento del Cohete



### ■ Reflexiones finales

La exploración de las situaciones permite reconocer que las acciones para asimilar el concepto variación cuadrática se relacionan entre sí. Sin embargo, se determina que los *niveles de asimilación* que alcanzaron los estudiantes de noveno grado sobre el concepto, son *identificar* y *aplicar*, que se ve reflejado en su capacidad para interpretar, analizar y reconocer las características de la variación cuadrática a través de las representaciones tabular y gráfica.

Respecto del nivel *realizar*, se observa que los estudiantes presentan dificultades con las acciones pertenecientes, pues no se ve reflejado el uso de la expresión algebraica para realizar las transformaciones necesarias en la obtención de ciertos valores, los cuales se debían considerar para representar gráficamente la situación; aun así un poco más de la mitad logró realizarla empleando los datos de la tabla.

Los resultados obtenidos en el nivel de realizar, pueden haber sido influenciados por el orden de las actividades de las situaciones. El trabajo que resta es realizar entrevistas con los estudiantes sobre las actividades y sus respuestas, pues se reconoce como una limitante para profundizar en la comprensión de los niveles de asimilación, además de que servirán para la toma de decisiones sobre el rediseño de las situaciones y el orden de las actividades.

### ■ Referencias bibliográficas

- Ballester, S., Santana, H., Hernández, S., Cruz, I., Arango, C., García, M., Álvarez, A., Rodríguez, M., Batista, L., Villegas, E, Almeida, B. y Torres P. (1992). *Metodología de la Enseñanza de la Matemática Tomo I*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- SEP. *Programas de estudio 2011. Educación básica secundaria. Matemáticas*. México: Secretaría de Educación Pública.
- Villa, J. (2008). El concepto de función: una mirada desde las matemáticas escolares. En P. Lestón (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 21*, 245-254. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.