

ACERCA DEL CONOCIMIENTO Y SUS MEDIACIONES EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

LUIS MORENO

Los esfuerzos realizados durante las décadas pasadas en el campo de la educación matemática estuvieron orientados en gran medida al estudio de los errores en el desempeño de los estudiantes. Las concepciones realistas sobre el conocimiento constituyeron entonces parte considerable de la infraestructura de tales investigaciones. Posteriormente, un análisis más detenido de las respuestas de los estudiantes mostró que las interpretaciones basadas en un significado fijo de las proposiciones matemáticas era insostenible. Quedó de manifiesto que las relaciones entre la enseñanza y el aprendizaje eran más complejas que lo que se había supuesto, favoreciéndose con ello, la adopción de los paradigmas constructivistas en la educación matemática. La epistemología genética se erigió como un formidable sustento a las nuevas direcciones que tomó la investigación en la disciplina. Sin duda, el análisis sostenido de la evolución de estas posiciones paradigmáticas permitirá una comprensión justa de la complejidad de los problemas que suscita la educación matemática.

INTRODUCCIÓN

Gran parte de la actividad educativa en el campo de las ciencias ha estado inspirada en las concepciones que los educadores tienen sobre estas disciplinas. Generalmente, estas concepciones ejercen su influencia sin hacerse explícitas. Durante nuestro siglo las concepciones empiristas de la ciencia han tenido una enorme influencia. El campo de la educación no escapa a tal influencia. Por ello podemos entender por qué las ciencias han sido tratadas en la escuela como un cuerpo inalterable de conocimientos que van en camino de descubrir una estructura preexistente del mundo material; tales son las ideas centrales de las concepciones empiristas. Entonces, el papel del profesor y de quienes producen los planes de estudio se limita al diseño de estrategias curriculares y didácticas que faciliten a los estudiantes la asimilación de los conocimientos transmitidos. Otra suposición de fondo, se refiere a la existencia de una relación mecánica entre transmisión y asimilación del conocimiento. Se supone que existe, además, una relación directa entre transmisión y asimilación.

A mediados del presente siglo surgen, en el panorama internacional, los primeros encuentros que se proponen discutir resultados de la investigación educativa en el campo de las matemáticas. Inicialmente la investigación se orientó hacia los llamados *errores de comprensión*, interés que llevó a la decisión de diseñar estrategias que permitieran superar las deficiencias atribuidas a los métodos de enseñanza.

En este caso, el enfoque tiene como hipótesis de base una concepción del conocimiento (matemático) según la cual el significado de un enunciado es único, y en consecuencia lo importante es saberlo transmitir para que un estudiante lo comprenda. Sin embargo, sabemos que los estudiantes desarrollan formas de conocimiento que no coinciden con el conocimiento escolar oficial, lo cual está en abierto contraste con aquella supuesta *transparencia del conocimiento*. Pero, la enseñanza como un simple proceso de instrucción, plagado de supuestos sobre la capacidad del estudiante de absorber lo que se le dice *bien*, no es una concepción: es una ilusión.

El reconocimiento de que el problema no es de la enseñanza exclusivamente inclinó el interés investigativo hacia las construcciones del estudiante. El movimiento constructivista en la educación fue ganando terreno gradualmente al encontrar una base de sustentación formidable en las tesis epistemológicas constructivistas de la escuela piagetiana (Piaget, 1970). Estamos en presencia de un término que habrá que aclarar debido a su importancia y a los errores a que ha conducido una interpretación poco rigurosa del mismo: nos referimos al término *constructivismo*. El constructivismo ha sido una de las mayores influencias en la investigación sobre el aprendizaje. Para dar una idea de la importancia que ha tenido, mencionaremos que hacia 1993 se habían publicado más de 2500 artículos sobre el constructivismo en revistas de educación. Por ello, muchos lo han calificado como la “influencia más conspicua sobre el pensamiento curricular desde 1980”.

LA CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO: PRIMER ACERCAMIENTO

Desde una perspectiva constructivista conviene distinguir entre construcción personal y construcción social del conocimiento. Estos son términos que no todos aceptarán como disociables y probablemente tengan razón. Conviene por ello aclarar sus relaciones, lo que trataremos de hacer mediante la siguiente descripción.

El entorno social nos cobija desde el nacimiento. Si observamos a un niño pequeño explorando su habitación, tendremos un ejemplo de acción exhaustiva. Difícilmente podremos seguirlo en detalle. Más tarde, el niño se

da cuenta de que hay mucho más en su entorno material inmediato y muchos más fenómenos que no le son accesibles mediante esas excursiones locales (Papert, 1997). Esta certeza puede llegarle de innumerables formas: a través de las ilustraciones de animales que vienen en una enciclopedia o, más modestamente, a través de lo que observa por la ventanilla del autobús. Entonces se ve obligado a preguntar. Todos recordamos a ese niño que pregunta de todo en todo momento. La pregunta es su nuevo método de exploración. Más adelante, esta dependencia llega a su apogeo cuando los estudiantes ceden prácticamente el control del proceso de aprendizaje a la institución escolar. El problema es que el campo de exploración ya no es el propio. Ahora hay que explorar lo que la escuela propone. Se está, eventualmente, en posesión de los medios para la construcción y exploración de nuevos conocimientos. La forma de asociación con otras personas se transforma. Es una historia que podríamos abreviar así: exploración abierta, exploración abierta pero dependiente, y finalmente, instrucción y posesión de nuevos instrumentos de conocimiento. Hay una cierta recursividad en este proceso que hace recuperable, la dimensión exploratoria del aprendizaje. En cada una de estas etapas experimentamos cambios considerables en las formas de aprendizaje y en la manera de entender lo que aprendemos. Son cambios epistemológicos. Por ejemplo, en la primera etapa, la búsqueda de razones obedece a un esquema adaptativo: el aprendizaje está orientado a la acción y, la “corrección” de lo que se logra hacer no está supeditada a la guía del adulto sino, más bien, a la orientación que le suministra su entorno. En las etapas posteriores, ya hemos dicho, el niño cede gran parte del control al adulto. Una consecuencia indeseable, pero frecuente, de las prácticas educativas tradicionales es que el estudiante termina por convencerse de que sólo puede aprender lo que le enseñen. Esta conclusión toma cuerpo en la medida en que se “corrige” al estudiante con el propósito de darle la respuesta correcta a un problema planteado por el profesor.

LA ALTERNATIVA CONSTRUCTIVISTA EN EPISTEMOLOGÍA

El objetivo de la epistemología consiste en explicar la naturaleza del conocimiento (científico), su evolución (por ejemplo, problemas referentes a la continuidad, a la acumulación y rupturas dentro del conocimiento) y su normatividad, que desde luego, está estrechamente vinculada al papel de las estructuras lógicas, pues la lógica se concibe como el estudio de las condiciones formales de validez. Lo que distingue una teoría del conocimiento de una lógica, es que la teoría del conocimiento no se limita a des-

cribir la estructura que condiciona la producción formal de la verdad; sino que, además, busca evaluar las partes que corresponden al sujeto y al objeto en la constitución de un saber. A lo largo de su desarrollo, la epistemología se fue planteando cuestiones que se refieren a los orígenes del conocimiento, por ejemplo, si tales orígenes son empíricos, o si son de corte racional exclusivamente.

En su versión constructivista, la epistemología viene provista de una base experimental constituida por la historia de la ciencia y ciertos experimentos psicológicos, que quedan enmarcados en la llamada psicología genética. Es muy importante diferenciar con precisión esta doble naturaleza del soporte experimental (no empírico) propio de esta versión de la epistemología, que surgió, por razones históricas, con pretensiones de “sacar” a la epistemología del terreno de la especulación filosófica y reubicarla en el campo de la reflexión científica.

Esta epistemología está construida alrededor de categorías básicas de la ciencia: espacio, tiempo, causalidad, principio de conservación de la materia, el número, etc. Piaget realizó investigaciones decisivas sobre estas categorías, desde la perspectiva de la historia de las ideas, que lo llevaron a una explicación de la racionalidad científica con características identificables por lo menos en el pensamiento occidental.

Piaget siempre consideró necesario dar una mayor sustentación experimental a sus aseveraciones de orden epistemológico. Entonces, su “laboratorio epistemológico”, constituido por la historia de la ciencia se vio ampliado con sus investigaciones psicogenéticas. Así se hace psicólogo. En ese espacio entre la psicología y las ciencias surgen las nociones centrales de la teoría. En ella hay que diferenciar las características nomotéticas (es decir, las que están orientadas al establecimiento de leyes) de las características idiosincrásicas del sujeto cognoscente. Es decir, hay que distinguir los rasgos que dan lugar a esa noción de sujeto epistémico por oposición al sujeto (puramente) psicológico. Desde luego, es una separación de método no de sujetos. Como la que se hace entre geometría intuitiva y geometría axiomática.

Quizá una pequeña digresión convenga para apreciar mejor esta elección hecha, en el interior de la teoría, entre lo nomotético y lo idiosincrásico.

Una pequeña digresión histórica (despejando el camino piagetiano)

Como reacción al punto de vista empirista, Kant (1724-1804) postula en su *Crítica de la Razón Pura* que cuando el sujeto entra en contacto con su objeto de conocimiento recibe impresiones sensibles que somete a un proceso organizador, mediante sus estructuras cognitivas innatas. Lo que

resulta es el conocimiento. Así como el líquido adopta la forma del recipiente que lo contiene, así también las impresiones sensoriales adoptan las formas que les son impuestas por las estructuras cognitivas que las procesan; el resultado de este procesamiento es el conocimiento. De esta manera, Kant nos advierte sobre las condiciones de posibilidad del conocimiento objetivo: para alcanzarlo se requiere de ciertas formas innatas de sensibilidad como el espacio, el tiempo, la causalidad y la permanencia del objeto; también requiere de las experiencias que le sean posibles. Esto fija límites a la capacidad cognoscitiva del sujeto y se constituye en una respuesta al excesivo optimismo del racionalismo cartesiano.

En síntesis, hay dos consecuencias fundamentales del enfoque kantiano. La primera es que el conocimiento deja de ser concebido como representación de la realidad externa y, en su lugar, es visto como resultado de la interacción entre el sujeto (provisto de sus estructuras cognoscitivas) y sus “experiencias sensoriales”. La segunda es que el sujeto abandona su pasividad (propia de los enfoques empiristas) frente al objeto de su conocimiento; el sujeto estructura sus experiencias. A esta solución brillante le faltaba, empero, dar respuesta a un interrogante: ¿de dónde provenían los instrumentos cognoscitivos que servían para transformar las experiencias del sujeto? Como casi toda la epistemología clásica, la de Kant concebía al sujeto cognoscente como adulto. Dotado ya de un lenguaje desarrollado, con capacidad para la abstracción y la generalización.

En cierto sentido, la epistemología constructivista ha sido elaborada para dar respuesta a este problema. Hay una fórmula que nos parece exacta para expresarlo. Piaget, ya en 1937, expresó:

(...) el conocimiento del mundo exterior comienza por una utilización inmediata de las cosas (...) la inteligencia no comienza así ni por el conocimiento del yo ni por las cosas en cuanto tales sino por su interacción y orientándose simultáneamente hacia los dos polos de esa interacción, *la inteligencia organiza al mundo organizándose a sí misma* (Piaget, 1995, p. 324).

LA DIMENSIÓN SOCIOCULTURAL Y LA DIMENSIÓN EPISTÉMICA

Está dicho pues, que entendemos el saber como algo distinto a una simple reproducción de una realidad. El saber se impone como el producto de la elaboración de la experiencia a la que se confronta el sujeto. Uno se pregunta cómo se efectúa esta elaboración. Una tesis con alto grado de naturalidad y, a estas horas con bastante trabajo para respaldarla, indica que la

clave está en la interacción del individuo y su entorno. La clave está en cómo el individuo logra interiorizar el mundo externo. Para ello, debe desplegar una constante e intensa actividad que inevitablemente desemboca en la necesidad de simbolizar. Al tiempo que se produce esta simbolización el individuo construye los medios para lograrla. Es decir, son consustanciales el proceso de simbolización y el “espacio” donde “habitan” dichas simbolizaciones. Es un espacio sometido a una intensa dinámica transformacional. Por este camino uno llega a convencerse del hecho de que esta elaboración se organiza en los sistemas semióticos de representación, que no hay conocimiento sin la intervención de signos y que, en consecuencia, el mecanismo de producción de estos signos y representaciones es crucial para la comprensión del poder del ser humano para asimilar lo que está fuera de él —como objeto de conocimiento.

A este respecto enunciemos un principio que nos parece esencial respetar:

Toda acción cognitiva es una acción mediada por instrumentos materiales o simbólicos.

Puede tratarse de un lápiz, de una caña de pescar, de un texto o de un computador. En todos los casos, el conocimiento depende de los instrumentos de mediación que seamos capaces de poner en juego para su construcción, y del campo de significaciones que tales instrumentos reciben del entorno social. En el programa de la epistemología constructivista, esto ha quedado plasmado de la siguiente manera:

La acción no toma lugar solamente como resultado de los impulsos internos (...) En la experiencia del niño, las situaciones que encuentra están generadas por su entorno social, y los objetos aparecen situados en contextos que les otorgan su significado específico. El niño no asimila objetos puros (...) asimila las situaciones en que los objetos tienen roles específicos. En la medida en que su sistema de comunicación se hace más complejo (...) lo que podemos llamar experiencia directa de los objetos queda subordinada (...) al sistema de interpretaciones suministrado por el entorno social. (Piaget y García, 1982, cap. IX).

El conocimiento, en la escuela, está sitiado por las condiciones propias de la institución escolar.

A estas alturas está claro que el problema didáctico no puede reducirse, por ejemplo, a esa versión de la psicología cognitiva, interesada sobre todo en el individuo, casi aislado de su entorno. La investigación ha revelado que en los problemas propios de la matemática educativa hay que cruzar muchas

fronteras disciplinarias. Por ejemplo, esos problemas además de ser del orden epistémico también lo son del entorno sociocultural.

A partir del redescubrimiento de la obra de Vigotski¹, esta perspectiva sociocultural ha impactado los estudios educativos. Ahora, como lo ha expresado Wertsch (1993) “el funcionamiento mental se concibe como intrínsecamente vinculado a los entornos culturales, históricos e institucionales”.

Concebir al sujeto antes que su entorno sociocultural, o al contrario, al entorno sociocultural antes que al sujeto, son posiciones que inevitablemente llevan a callejones sin salida. De manera que los nuevos enfoques han llegado para ayudarnos a completar un cuadro al que le faltaba, digamos, perspectiva.

Una analogía: sería como tratar de ver disociados una célula y el organismo sólo porque entre ambos está la membrana. Apenas lo decimos nos damos cuenta de que la célula y el organismo, como entidades separadas, constituyen una estrategia cognitiva. Traslademos el ejemplo a las relaciones del individuo y su entorno. Dado el suministro actual de teorías que enfatizan uno u otro punto de vista, creemos que la posición prudente, por ahora al menos, es orientar la reflexión y el análisis hacia la producción de modelos locales de explicación. Los problemas educativos tienen una dinámica que nos orienta a veces hacia la dimensión epistemológica, a veces hacia la dimensión sociocultural, hacia la dimensión antropológica, hacia la semiótica, etc. Cada enfoque nos proporciona una interpretación puesto que nos suministra una teoría de los problemas educativos. Resulta sano abandonar los enfoques que aparentemente conducen a explicaciones universales.

ACERCA DEL CONOCIMIENTO ESCOLAR

Del profesor

Para ejercer de docente de matemáticas hay que saber matemáticas. Esto nadie lo duda. Pero lo que no ha sido dicho con suficiente fuerza expresiva, es que las formas del saber de quien enseña, de quien orienta el aprendizaje, no corresponden necesariamente con las formas de quien teje una red de significaciones para su propio entendimiento. El conocimiento tiene propósitos. Lo que ha de saber un profesor y lo que sabe un matemático profesional no son formas de conocimiento que coincidan completamente a pesar de una amplia intersección.

1. La primera traducción al inglés apareció hacia 1962 gracias a las gestiones de J. Brunner de la Universidad de Harvard.

Del alumno

Al llevar mecánicamente las tesis de la epistemología constructivista a la escuela se desemboca en afirmaciones del estilo: “el estudiante debe construir su conocimiento”, o más radical aunque igual de superficial: “cada estudiante genera su propia versión del conocimiento”. Ahora bien, si los estudiantes controlan la trayectoria de su aprendizaje, ¿cómo podemos explicar que sus construcciones sean compatibles con las de sus compañeros y con las exigencias y metas curriculares?

En condiciones normales de aprendizaje, los estudiantes de un curso de cálculo pueden discutir sobre un problema que involucre la noción de derivada. No parece que las versiones de cada uno sobre lo que es la derivada sean tan distintas que impidan la comunicación. Empero, existen diferencias naturales en cuanto a los niveles de comprensión revelados por un examen más profundo. Concluimos que todo conocimiento (matemático) refleja al tiempo una dimensión social y una dimensión personal. La escuela, desde luego, no es una excepción, sino más bien, donde se institucionaliza esa doble y única naturaleza. No podemos ignorar que la asimilación está condicionada por el sistema social de significaciones. Pero, para la epistemología, como lo hemos leído antes, no es suficiente constatar el hecho: hay que explicarlo para incorporarlo a la teoría.

UN CONOCIMIENTO COMPLEJO

La educación matemática tiene una estructura compleja. Debe tomar en cuenta los resultados de la psicología, de la epistemología, de la historia de las ideas y otras disciplinas. Pero ninguna de ellas, en particular, determina lo que hay de específico en los problemas de orden didáctico. Reiteremos: hay que cruzar fronteras disciplinarias.

Veamos un ejemplo de “extremismo didáctico” con propósitos exclusivamente ilustrativos: distinguidos autores, Sfard (1991) por ejemplo, han sostenido que hay una dualidad intrínseca de los objetos matemáticos, que consiste en que primero surgen como procesos y luego se tornan objetos. Una ilustración: las funciones surgen como procesos de modelación de relaciones entre variables físicas (distancia, velocidad, aceleración) y sólo después pensamos en las funciones como objetos susceptibles de aplicarles otro proceso (derivación, integración, etc.).

Ahora bien, con todo lo importante que resulta para el análisis histórico de la construcción del conocimiento matemático, la idea contenida en esta dialéctica proceso-objeto, parece insuficiente para teorizar sobre el conocimiento matemático escolar pues de acuerdo con Noss y Hoyles (1996, p. 24)

“parece haber un deslizamiento de las consideraciones epistemológicas a consideraciones eminentemente didácticas”.

Esto queda de manifiesto (cf. Sfard y Linchevski, 1994) cuando se habla de la “inclinación natural de los estudiantes por un enfoque operacional”. Aun más, estos autores sostienen que tal inclinación debe servir de fundamento a una pedagogía de las matemáticas. Desde luego, lo que resulta exagerado es la “excesiva extrapolación” desde la epistemología hacia la didáctica, que no toma en cuenta que lo que se (re)-construye en la escuela tiene una naturaleza distinta, como Chevallard (1991) se ha encargado de demostrar. El proceso de aprendizaje del estudiante, encajado en una temporalidad diferente, obedece, por ejemplo, a ritmos y condicionamientos de naturaleza institucional.

EL CONOCIMIENTO ESTRATIFICADO

Los niños y jóvenes inician su formación científica escolar con un acervo propio de explicaciones de los fenómenos naturales, elaborado con base en las experiencias con su mundo físico, social y cultural. Estas explicaciones son, a menudo, incompatibles con las explicaciones de la ciencia establecida y constituyen el factor aislado más importante que dificulta la enseñanza y el aprendizaje de los conceptos científicos.

Si adoptásemos una perspectiva lineal de la apropiación de una ciencia, en la cual el conocimiento “viejo” va siendo sustituido por un conocimiento “nuevo”, podríamos perder de vista que el sujeto puede tener (y de hecho los tiene) diversos enfoques sobre un mismo tema. Esos enfoques dependen de las circunstancias en las cuales se manifiesta el conocimiento, es decir, de su contexto. Por ejemplo, un físico profesional puede pedirle a una persona, en un contexto coloquial, que cierre la ventana de una habitación “para que no se meta el frío”.

Los individuos no piensan de una única manera sobre un tema: van adoptando perfiles conceptuales de acuerdo a los dominios específicos que son objeto de sus indagaciones.

Durante el aprendizaje de una ciencia, los estudiantes son introducidos a un nuevo mundo conceptual y simbólico. Este mundo no lo construye el estudiante solo: necesita la interacción con los compañeros y maestros. Entonces, al poner en juego sus concepciones previas y las que va construyendo, alcanza a vislumbrar las limitaciones de sus propias ideas.

Las investigaciones sobre la estratificación del conocimiento y la contextualización, han dado lugar a una literatura considerable sobre el tema. Hacia el final de este artículo retomaremos este problema.

Buena parte de las concepciones alternativas y las preconcepciones (ideas intuitivas) de los estudiantes, que se ponen en juego durante el aprendizaje de las ciencias, se basan en interpretaciones sustancialistas de los fenómenos naturales (cf. Thijs y Van der Berg, 1995, p. 337). Ambas, concepciones alternativas y preconcepciones, son construidas a partir de un conjunto de experiencias primitivas fenomenológicas que se movilizan en respuesta a situaciones específicas. Las interpretaciones sustancialistas permanecen en un plano más básico, más elemental y, en consecuencia, es más difícil hacerlas conscientes.

Los análisis sobre el desarrollo de la ciencia moderna, es decir, la ciencia occidental, nos muestran que en el núcleo de su fundamentación se encuentra justamente la sustitución del pensamiento sobre la sustancia por un pensamiento sobre las relaciones. Esto último es responsable, en gran medida, de la matematización (funcional) de los modelos de la nueva ciencia. Entonces, al pretender enseñar la ciencia como hoy la conocemos es inevitable que surjan conflictos cognitivos, pues los estudiantes tratarán de hallar el sentido de las preguntas científicas, referidas al *cómo funcional*, a través de sus preconcepciones y concepciones alternativas, que se refieren al *por qué* sustancialista. Estas tensiones entre lo funcional y lo sustancialista no se desvanecen bajo los efectos de la transposición. La fuerte resistencia al abandono de su conocimiento previo, quizá explique la permanencia de estratos conceptuales que el sujeto seguirá adaptando a los contextos de sus diversas experiencias escolares.

La oposición entre *conceptos espontáneos* y *conceptos científicos* nos muestra que la enseñanza de la ciencia no puede proceder, simplemente, mediante intentos de amplificación del sentido común de los estudiantes. El proceso es más complejo y probablemente haya sido Vigotski quien estableció con mayor claridad conceptual la tensión dialéctica entre estas formas de conocimiento. En su libro *Pensamiento y lenguaje* (1995, p.155) nos dice:

Como sabemos por las investigaciones del proceso de formación de conceptos, un concepto es más que la suma de ciertos vínculos asociativos formados por la memoria (...) es un auténtico y complejo acto de pensamiento que no puede enseñarse mediante la ejercitación y al que sólo se puede llegar cuando el desarrollo mental del niño ha alcanzado el nivel requerido (...) El desarrollo de los conceptos, o significados de las palabras, presupone el desarrollo de muchas funciones intelectuales (atención, memoria lógica, abstracción, capacidad para comparar y diferenciar).

También la experiencia demuestra que la enseñanza directa de los conceptos es imposible y estéril. Un maestro que intente hacer esto, normalmente no conseguirá nada sino un verbalismo hueco.

El conocimiento situado está vinculado a contextos particulares y presenta características más orientadas a la eficiencia de las tareas que a la conceptualización. Entonces en lugar de hablar, por ejemplo, de conocimiento universal se habla de conocimiento generalizable. El contexto en el que se localiza toda actividad humana es una red de relaciones que dan significado a la acción.

Esto involucra el estudio de las interacciones entre estudiantes, profesores, textos y demás elementos portadores de información que puedan ser empleados en el proceso. Con la necesidad de comunicar y discutir aparece la necesidad de demostrar y verificar; con la discusión aparece la capacidad de deducir y de razonar verbalmente. En suma, la socialización del pensamiento entraña un progreso lógico innegable. El niño se socializa en la medida en que co-ordina sus puntos de vista (lo que lo conduce al descentramiento cognitivo) y alcanza un nivel de co-operación con los demás. En su respuesta a Vigotski (1995, p. 194), Piaget afirma:

(...) Todo pensamiento lógico está socializado porque implica la posibilidad de comunicación entre individuos. Este intercambio interpersonal se realiza mediante correspondencias, fusiones, intersecciones y reciprocidades, es decir, mediante operaciones. Así pues, las operaciones realizadas dentro de los individuos se identifican con las operaciones realizadas entre los individuos que constituyen [así] la co-operación en el sentido propio y etimológico de la palabra.

El carácter específico de los conceptos científicos fue definido por Marx, continúa Vigotski, cuando dijo que si la apariencia y la esencia de las cosas coincidieran, toda ciencia estaría de más. El concepto científico se halla entonces en una relación distinta con el objeto, en contraste con la relación que guarda con el objeto un concepto empírico, que sólo refleja una organización de apariencias. Las relaciones entre conceptos espontáneos y conceptos científicos es entonces, un caso especial de un capítulo más amplio, a saber, la relación entre la instrucción escolar y el desarrollo cognoscitivo.

Vamos a abordar, en la siguiente sección, el estudio de algunos rasgos centrales de este problema, sin pretender agotarlo.

LA DESCONTEXTUALIZACIÓN: ¿ES POSIBLE?

Consideremos las dos tesis siguientes: primera, la cognición es intrínsecamente contextual; segunda, la matemática es abstracta, sus enunciados no se refieren a nada en particular. Estas tesis parecen irreconciliables. Ahora viene la pregunta clásica: ¿qué hacer? Es necesario afrontar el problema.

Ante la naturaleza contextual y situada del conocimiento, el problema del profesor consiste en ayudar a que el conocimiento contextualizado del alumno logre un nivel de articulación que le permita vincularlo, como instrumento de conocimiento, a otros contextos para generar nuevos conocimientos.

Una vez enunciado el propósito, es necesario diseñar el cómo. En esta empresa quedan comprometidas dos aspiraciones centrales de la educación:

- a. la elaboración del sentido y del significado matemáticos,
- b. el esclarecimiento del papel de los instrumentos de mediación en la acción cognitiva.

En su estudio de la historia de los signos (como instrumentos de mediación) Vigotski introdujo el principio de descontextualización de los instrumentos de mediación. Es decir, el principio que describe el proceso mediante el cual el significado de los signos se va haciendo independiente del contexto. Por ejemplo, en sus comienzos, el cálculo numérico parece depender de la percepción de los objetos materiales y, posteriormente, esta dependencia va diluyéndose a medida que uno se familiariza con el sistema numérico. El sistema numérico nos da la posibilidad de representar con independencia de la percepción.

Diversos investigadores han señalado las dificultades y las obstrucciones que tienen en general las personas para generar procesos de descontextualización. J. Lave, por ejemplo, sostiene que todo acto cognitivo debe verse como una respuesta específica a circunstancias específicas. Para las matemáticas, como han señalado Noss y Hoyles (1996, p. 35) esta afirmación plantea un reto formidable. Las matemáticas, como usualmente las entendemos, consideran inaceptable que sus enunciados propios queden anclados a referentes fijos, que queden dependientes de los accidentes del contexto. Entonces volvemos a preguntarnos: ¿cómo tratar simultáneamente con la naturaleza contextual de lo aprendido (en la escuela, por ejemplo) y con una concepción de las matemáticas que promueve la descontextualización?

Entre muchos otros, los estudios sobre las llamadas “matemáticas de la calle” encabezados en Brasil por el grupo de Teresinha Nunes, han explorado las diferentes estrategias que siguen los estudiantes en la escuela para resolver problemas aritméticos, y las que ponen en práctica los vendedores callejeros. Los hallazgos de este grupo de trabajo señalan que una de las mayores diferencias consiste en que la matemática escolar tiene como rasgo distintivo manipulaciones casi exclusivamente sintácticas mientras que las matemáticas de los oficios sacan partido del significado del contexto en que aparecen los problemas. Las manipulaciones sintácticas de la escuela hacen

viable, por su ausencia de contexto, el que pueda realizarse operaciones del tipo “el valor de un pescado multiplicado por el número de pescados”. Esta es una operación inadmisibles en las estrategias numéricas de los pescadores.

Finalmente, Nunes et al. (véase Noss y Hoyles, 1996, p. 38), llegan a una conclusión muy interesante: la representación de lo particular de una situación no implica que el sujeto quede restringido por ese contexto. Hay amplia evidencia sobre la generalizabilidad de los esquemas pragmáticos de las matemáticas de los oficios.

Entonces de manera general podrá usarse el conocimiento contextual de una persona como un soporte de expresión de relaciones más generales y desde allí, inducir una reflexión sobre su actividad (lo que se conoce en la teoría piagetiana como abstracción reflexiva).

Tanto las representaciones como los instrumentos de comunicación no son neutros durante un proceso de elaboración de significados. Como ha señalado Wertsch (1993) esto apunta a una posible deficiencia del esquema original vigotskiano que otorgaba a las matemáticas un lugar especial dentro de los sistemas de signos: el paradigma de la descontextualización. Un sistema de signos en el que sólo las relaciones internas del sistema son las responsables del significado (hay aquí una clara reminiscencia del pensamiento hilbertiano, como está expuesto, por ejemplo, en sus *Fundamentos de la Geometría* de 1899).

Sin duda el problema de la contextualización y descontextualización del conocimiento es un problema delicado. Lo dejaremos abierto. Terminaremos, en su lugar, con una insinuación: en los últimos tiempos hemos visto crecer el número de debates sobre el papel de las calculadoras y las computadoras en la educación. Nuestro trabajo ha mostrado las posibilidades de transformar dominios teóricos de las matemáticas en dominios experimentales. Tal es el caso de las representaciones mediante series de potencias y productos infinitos (los de Wallis y Vieta, por ejemplo), presentes en los cursos de cálculo. Estas transformaciones pueden ser interpretadas como síntomas de una redefinición de las fronteras dentro de la matemática escolar debida a la capacidad de los nuevos instrumentos de poner a nuestro alcance mayor poder expresivo de cara a las relaciones matemáticas.

REFERENCIAS

- Chevallard, Y. (1991). *La Transposition Didactique, du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée Sauvage, 2a edición.
- Noss, R. y Hoyles, C. (1996). *Windows on Mathematical Meaning*. Netherlands: Kluwer.

- Papert, S. (1997). *La familia conectada*. Buenos Aires: Emecé Editores.
- Piaget, J. (1995). *La construcción de lo real en el niño* (original francés publicado en 1937). México: Editorial Grijalbo.
- Piaget, J. (1970). *Genetic Epistemology*. New York: Columbia University Press.
- Piaget, J. y García, R. (1982). *Psicogénesis e historia de la ciencia*. México: Siglo XXI.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36.
- Sfard, A. y Linchevski, L. (1994). The gains and the pitfalls of reification —the case of algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36.
- Thijs, G. y Van der Berg, E. (1995). Cultural factors in the origin and remediation of alternative conceptions in physics. *Science and Education*, 4, 317-347.
- Vigotski, L. (1995). *Pensamiento y lenguaje* (traducción de la nueva edición a cargo de A. Kozulin). Barcelona: Paidós.
- Wertsch, J. (1993). *Voces de la mente*. Madrid: Visor Distribuciones.

Luis Moreno
Departamento de Matemática Educativa
CINVESTAV
Dakota 379, C.P. 03810, Col. Nápoles
México, D.F., México
E-mail: lmorenoa@mailera.data.net.mx