MODELIZACIÓN DE SITUACIONES PARA EL ESTUDIO DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA AL INTEGRAR TIC: EL CASO DE LA PLATAFORMA PhET

ELKIN MAURICIO INSUASTI PORTILLA

0533903

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
SANTIAGO DE CALI
2014

MODELIZACIÓN DE SITUACIONES PARA EL ESTUDIO DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA AL INTEGRAR TIC: EL CASO DE LA PLATAFORMA PhET

ELKIN MAURICIO INSUASTI PORTILLA

0533903

LÍNEA DE FORMACIÓN:

Tecnologías de la Información y la Comunicación en Educación Matemática

Trabajo de grado para optar al título de
LICENCIADO EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

TUTORA
Magister MARITZA PEDREROS PUENTE

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
SANTIAGO DE CALI
2014

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios por haberme acompañado y guiado a lo largo de la carrera, por ser mi fortaleza en los momentos de debilidad y por brindarme una vida llena de aprendizajes, experiencias y sobre todo de felicidad.

Le doy gracias a mis padres Mario y Mercedes por apoyarme en todo momento, por los valores que me han inculcado, y por haberme dado la oportunidad de tener una excelente educación en el transcurso de mi vida. Sobre todo por ser un excelente ejemplo a seguir.

A mis hermanos Katerine, Duvan y Maritza por ser parte de mi vida y representar la unidad familiar. A Ximena por haber llenado mi vida de alegrías y amor cuando más lo necesitaba.

A mi directora de tesis Maritza Pedreros Puente por haber confiado en mí, por sus valiosas orientaciones, tiempo y dedicación para que este trabajo se culminara satisfactoriamente y por hacer de su familia una familia para mí.

A mis amigos Gerardo y Johan por haberme acompañado en el transcurso de mi carrera, por sus consejos y aportes académicos que me permitieron culminar mis estudios.

A los evaluadores del trabajo Marisol y Wilder por las correcciones y aportes los cuales fueron de gran utilidad para terminar y mejorar el texto.

Finalmente agradezco a todas aquellas personas que aportaron un granito de arena para realizar este trabajo.

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DEFIGURAS

LISTA DE TABLAS

RESUMEN

El presente trabajo de grado combina fundamentalmente dos referentes teóricos. La *Teoría Antropológica de lo Didáctico* (TAD) a partir de la cual se fundamenta el estudio de la función cuadrática como instrumento de modelización y el *Enfoque Instrumental* para comprender la integración de TIC y los *recursos pedagógicos* que hay a disposición de los profesorespara la representación, manipulación y estudio de las funciones cuadráticas, en la plataforma *PhET* de la Universidad de Colorado, para ello se selecciona y se adapta una secuencia de tareasdesde un estudio de caso como referente metodológico.

Palabras clave: Teoría Antropológica de lo Didáctico, Orquestación Instrumental, Recurso Pedagógico, Modelización Matemática, PhETSimulation, función cuadrática.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de grado se enmarca en la *Línea* de *Tecnologías de la Información y la Comunicación y Educación Matemática* (TICEM) para optar al título de Licenciado en Matemáticas y Física, del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle.

Teniendo en cuenta que las investigaciones hechas en el campo de la didáctica han mostrado que para definir el concepto de función en la educación media es más conveniente empezar a hacerlo en términos de variable (Hitt, 2002) para luego complementarla con la definición conjuntista en la escuela o en la universidad, y que para retomar ese sentido es conveniente trabajar con situaciones que se relacionen con el entorno de los estudiantes. Para ello en este trabajo se tendrá en cuenta el marco general de la TAD, en el que pueden considerarse las matemáticas como producto de la actividad humana, que depende directamente de los contextos sociales y culturales donde se desarrolla dicha actividad matemática, el saber que de ella emerge puede describirse en términos de *organizaciones o praxeologías.*

Por otro lado, se considera la orquestación instrumental (Trouche, 2005)para dar cuenta del desarrollo del plan de acción donde se resaltará la gestión didáctica del profesor para la utilización del recurso pedagógico, en este caso la plataforma PhET del Portal de la Universidad de Colorado. Específicamente las simulaciones de: lanzamiento de proyectiles y ecuación de la gráfica, con el fin de adaptarlas y presentarlas en una secuencia de tareas que permita el estudio de dicha situación matemática y a través de su modelización posiblemente se logre movilizar la noción de función cuadrática.

Desde el enfoque instrumental (Guin&Trouche, 2007),se puede considerar el simulador como un artefacto que potencialmente pueda devenir en el desarrollo de un instrumento para la actividad matemática de los estudiantes, y la modelización matemática que permitirá dar cuenta de los dispositivos didácticos escolares actuales y algunas de sus consecuencias al ser implementados en las clases de matemáticas, y dar cuenta de la obra matemática en términos del tipo de tareas, técnicas y tecnologías que se pueden desarrollar en la secuencia.

El presente trabajo de grado se estructura en cuatro capítulos así:

En el capítulo I llamado **Aspectos Generales** se plantea la pregunta que guía el presente trabajo y su justificación,a partir de diferentes investigaciones que se han hecho en el campo de la didáctica de las matemáticas, entorno a las dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de la función cuadrática. Además se presentan las dos hipótesis que se pretenden validar y que guían el problema de investigación.

En el capítulo II **Marco Teórico** se presentan tres dimensiones:

La dimensión didáctica la cual se fundamenta en los principales referentes de la TAD, tales como las praxeologías matemáticas que hacen referencia al saber-hacer teniendo en cuenta el tipo de tareas, el tipo técnicas, la tecnología que justifica la técnica utilizada y la teoría como discurso matemático.

La dimensión instrumental en la que se describen sus principales referentes y se da cuenta la *orquestación instrumental* y lo que se entiende por *recurso pedagógico*.

La dimensión histórica – epistemológica, en el que se hace el recorrido de la noción de la función a través de la historia; además se muestra la parte matemática de la función cuadrática.

En el capítulo III **Referentes Metodológicos** se presentan las características básicas del estudio de caso y las fases a seguir para el desarrollo del trabajo de Grado a partir de la metodología seleccionada.

En el capítulo IV **Análisis y resultados**se desarrolla la fase pos-activa en la cual se realiza un análisis de la implementación de la secuencia considerando las categorías teóricas seleccionadas para ello desde la TAD y el enfoque instrumental.

Finalmente se presentan las conclusiones, la bibliografía utilizada y los anexos.

CAPÍTULO I ASPECTOS GENERALES

En este capítulo se presenta los antecedentes, una contextualización del problema a partir de la evolución histórica del concepto de función para dar cuenta de las dificultades de enseñanza, se plantea la pregunta de investigación y su justificación, además se presenta el objetivo general y los objetivos específicos que guían el presente trabajo.

1.1. ANTECEDENTES

Son varios los trabajos realizados alrededor de la enseñanza de la función cuadrática y la incorporación de tecnología en el aula de la clase, sin embargo pocos de ellos se han realizado alrededor de la TAD y el enfoque instrumental.

A nivel local, se referencian algunos de esos trabajos realizados en el Instituto de Educación y Pedagogía (IEP), los cuales se presentan a continuación:

- Dificultades de estudiantes de educación media en relación con la familia de funciones cuadráticas (Insuastyemilse 2004).
- Una secuencia didáctica desde la perspectiva de la orquestación instrumental: la función cuadrática en grado noveno de educación secundaria (Ruiz Jaiver 2011).
- Modelización de situaciones de movimiento en un sistema algebraico computacional: una aproximación desde la teoría antropológica de lo didáctico y el enfoque instrumental. (Pedreros Maritza 2012).

El trabajo de Insuasty (2004) permitirá informarse sobre las dificultades que se presentan alrededor de la enseñanza de la función cuadrática, lo cual dará un punto de partida para la problemática del presente trabajo de grado.

En el trabajo de Ruiz (2011) se propone un problema de indagación alrededor de la concepción, diseño, implementación y evaluación de una secuencia didáctica en grado noveno de educación secundaria, en torno a la noción de función cuadrática. La secuencia didáctica propuesta, tomó en consideración la perspectiva de la orquestación instrumental como referente central para una reflexión didáctica centrada en la mediación de instrumentos en el aprendizaje de las matemáticas y por otro lado la teoría de situaciones didácticas, como propuesta teórica fundamental en el diseño mismo de la secuencia para la cual utilizo algunos elementos de micro ingeniería didáctica.

Puesto que uno de los intereses del presente trabajo de grado es intentar integrar dos marcos teóricos que puedan ser complementarios para dar cuenta de las prácticas en el aula de clase cuando se incorpora TIC, este trabajo podrá dar un aporte para ir en esa vía.

El trabajo de Pedreros (2012) combina fundamentalmente dos referentes teóricos. De una parte, la *Teoría Antropológica de lo Didáctico* (TAD) a partir de la cual se fundamenta la enseñanza del álgebra escolar como instrumento de modelización y por otro lado el *Enfoque Instrumental* desde el que se fundamenta la integración de un Sistema Algebraico Computacional (CAS) en tanto *instrumento* central para la creación, representación y manipulación de funciones. Se desarrolla tomando como referentes elementos de la Micro-*Ingeniería Didáctica, Ingeniería Didáctica Exploratoria y la Ingeniería Didáctica de Formación al Integrar TIC en Didáctica de las Matemáticas*, en el contexto de un proceso de formación inicial de profesores de matemáticas en la Universidad del Valle, pretende aportar desde lo teórico y lo metodológico una visión fundamentada de la concepción del álgebra en la educación secundaria y la posibilidad de integración de un CAS.

Al igual que Pedreros (2012) este trabajo intenta articular los marcos teóricos del Enfoque Instrumental y la Teoría Antropológica de lo Didáctico, por lo que será el texto referente para el desarrollo del presenta trabajo de grado.

1.2. CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA

La noción de función ha tenido un papel histórico en el desarrollo de las matemáticas, es tal su importancia que se ha mantenido hasta el presente, de tal manera que es muy relevante en la enseñanza media y superior. Diferentes investigaciones dan cuenta de la variedad de dificultades que se presentan en la enseñanza y el aprendizaje del concepto de función y particularmente de la función cuadrática, por tal motivo este concepto ha sido de gran importancia en didáctica y de gran interés para diferentes investigaciones.

Históricamente se puede apreciar que en el progreso del concepto de función se han presentado dificultades en sus diferentes etapas de desarrollo, como lo menciona (Ruiz, 1998):

- *Apreciar los entes matemáticos como algo estático, al considerar la variabilidad como algo externo a las matemáticas.*
- *Considerar que las únicas relaciones dignas de estudio eran aquellas que podían ser descritas mediante expresiones algebraicas y ecuaciones.*
- *Considerar las curvas como una trayectoria de una partícula y no como una representación de la relación funcional* (p. 141-143).

Aunque estas dificultades se fueron superando a medida que el concepto de función se iba perfeccionando, (Ruiz, 1998) afirma en su estudio que en la enseñanza y aprendizaje del concepto de función se siguen presentando tales dificultades.

Así mismo (Insuasty, 2004) destaca que en el aprendizaje del concepto de función cuadrática se presentan dificultades tales como la carencia de significado del concepto de función, que está relacionado entre otras cosas con el trabajo en un solo sistema de representación.

Igualmente esta autora señala la dificultad que tienen los estudiantes con el trabajo en contexto lo que les impide definir el dominio de las variables que intervienen en una expresión algebraica, por ejemplo: Hallar el domino y rango asociado a la variación del volumen de un tanque en función del tiempo, en este caso los estudiantes en ocasiones no tienen en cuenta que el tiempo no puede tomar valores negativos.

De igual manera(Insuasty, 2004) resalta en su trabajo la importancia de tener en cuenta para la enseñanza de la función cuadrática los efectos producidos por la variación de los parámetros, debido a que brinda un acercamiento estructural de la noción de función y permite a los estudiantes acceder con más facilidad a la noción de familias de funciones cuadráticas.

Por otro lado, a lo largo de la historia la definición del concepto de función ha tenido diferentes transformaciones, en la actualidad podemos encontrar las definiciones más comunes que se han presentado en los libros de texto a lo largo del siglo XX, de las cuales se resaltan: la definición de función en términos de variable, como parejas ordenadas, o como regla de correspondencia.

Algunas investigaciones hechas en educación matemática, específicamente sobre el concepto de función, han mostrado que las definiciones utilizadas para este concepto, no son equivalentes al aprendizaje del mismo, por el contrario han mostrado que las definiciones más apropiadas para la introducción de este concepto en la educación media es la que explícitamente se refiere a la variable (Hitt, 2002).

Por tal motivo las personas interesadas en la enseñanza de las matemáticas deben buscar estrategias que permitan a los estudiantes darle sentido a los conocimientos aprendidos y alcanzar la comprensión de los conceptos matemáticos.

> *La construcción del conocimiento matemático en el aula de clase debe permitir a los estudiantes usar en situaciones de la "vida real" lo aprendido en el aula de clases y, desarrollar habilidades para aplicar sus conocimientos en contextos distintos al escolar. De acuerdo a algunos investigadores los escenarios de la "vida real" son de alguna manera el pretexto inicial que motiva la introducción de una familia entera de funciones*

(lineal, cuadrática, exponencial, etc.) y el estudio de sus propiedades (Bednarz, Kieran, & Lee, 1996, cit. por Pedreros 2012, p. 21).

Sin embargo, se debe tener en cuenta que el contexto cotidiano puede ser paradójicamente limitado y complejo, porque para el estudio de una situación real existen muchos factores que intervienen, los cuales se deben delimitar e idealizar para poder ser estudiados.

Investigaciones recientes en didáctica de las matemáticas evidencian un renovado interés por el estudio de la *modelización matemática* y el análisis de datos, desde diferentes perspectivas teóricas, debido a que ofrece a los estudiantes oportunidades "realistas" de conectarlas matemáticas a problemas sociales y medio-ambientales significativos.

Toda actividad de estudio e investigación (AEI) parte de una cuestión generatriz Q, que permite hacer emerger un tipo de problemas y una técnica de resolución de dichos problemas, así como una tecnología apropiada para justificar y comprender mejor la actividad matemática que se ha llevado a cabo (Chevallard, 1999, cit. Por García, Bosch, Gascón & Ruiz, 2006, p. 9).

Lo expuesto anteriormente centrado desde la **Teoría Antropológico de lo Didáctico,** en adelante (TAD), da cuenta de la manera en que se puede estructurar la actividad matemática de los estudiantes y reconocer los momentos de estudio así como su legitimidad institucional sin dejar de lado lo didáctico ni lo matemático que serán procesos indisolubles.

Por otro lado, la integración de las TIC modifican el estatus epistémico de los objetos matemáticos, es decir, a las matemáticas en sí mismas, al incluir la *experimentación*, esto es, la capacidad de explorar las estructuras matemáticas, de examinar conjeturas y sugerir generalizaciones (Bailey &Borwein 2001, cit. por Pedreros, 2012).

De la misma manera*(Vérillon&Rabardel, 1995, p.19,* cit. por Pedreros, 2012*)* afirman que:

> *En la investigación reciente en didáctica de las matemáticas, el estudio de las calculadoras simbólicas u otros artefactos informáticos "importados" al mundo de la enseñanza de las matemáticas, ha propiciado la aparición de enfoques teóricos novedosos, como el enfoque instrumental (Trouche, 2005a) que da cuenta de los procesos de génesis instrumental, es decir, de la construcción de instrumentos que entran en consonancia con la ergonomía cognitiva.*

Esta teoría en la que se reconoce que todo aprendizaje de una noción matemática se encuentra mediada por los instrumentos que se tienen a disposición y que dicha mediación influye en la transposición del saber matemático, del mismo modo cambia el rol del profesor, la actividad matemática de los estudiantes, la construcción del conocimiento y la organización de la clase, todos estos elementos deben hacer parte del plan de acción de una institución para guiar al estudiante en la construcción de instrumentos, a dicho plan se le denomina orquestación instrumental.

El análisis de la orquestación instrumental puede hacerse desde distintos niveles: artefactual, alrededor del estudiante sherpa y una observación retrospectiva de las prácticas. En este caso se centrará en el análisis artefactual, para identificar las posibilidades y restricciones del artefacto.

Otro punto crucial en la integración de TIC, es la cantidad de recursos que tienen a disposición los profesores para implementar en sus clases, de ahí la importancia de analizar su elección y adaptación de acuerdo a las necesidades de los estudiantes, su entorno y del tipo de conocimiento matemático que se quiere movilizar en el aula de clase.

Para dar cuenta del tipo de conocimiento matemático el enfoque instrumental se puede complementar con algunos elementos de la *TAD* que dan cuenta de la manera en que se puede estructurar la actividad matemática de los estudiantes y reconocer los momentos de estudio de la obra matemática.

Por las consideraciones expuestas anteriormente la pregunta planteada es la siguiente:

¿Cómo organizar y gestionaralgunas tareas disponibles en la plataforma PhET de la Universidad de Colorado para el estudio de la función cuadrática en grado noveno?

Las hipótesis de este trabajo son:

- La plataforma PhET de la Universidad de Colorado puede ser considerada como un recurso pedagógico.
- El diseño y adaptación de algunas tareas de la plataforma PhET permitirá el estudio de la función cuadrática en términos del tipo de tareas, técnicas, tecnología y teoría, las cuales contribuirán al manejo de los diferentes sistemas de representación.
- La construcción del conocimiento matemático por parte de los estudiantes al utilizar TIC estará mediada por la gestión didáctica del profesor en el marco de la orquestación instrumental.

1.3. JUSTIFICACIÓN

A través de la historia encontramos diferentes dificultades asociadas a la evolución de la noción de función, como lo pone de manifiesto (Ruiz,1998) en su trabajo de investigación, en él se puede apreciar como desde principios de la construcción del concepto de función se vienen presentando dificultades como se expuso en la problemática del presente trabajo, estas y otras dificultades se mantienen hasta el presente.

De la misma manera, algunas limitaciones presentadas por los estudiantes en el aprendizaje del concepto de función cuadrática muchas veces están relacionadas con el uso exclusivo del registro algebraico, la falta de articulación entre registros, poco trabajo con la variabilidad y dependencia y el trabajo descontextualizado, dejando de lado otras alternativas.

> *Por otro lado en el comienzo de la actividad en cualquier campo de las matemáticas, la cuestión fundamental que conviene plantearse son las razones de ser que han motivado la creación y desarrollo de este campo, y que motivan también su presencia en los programas de estudio. En el caso de las "funciones", si bien no es posible formular con demasiada precisión una cuestión generatriz única, es evidente que el origen de las posibles formulaciones se encuentran en el estudio de la variación, esto es, en el estudio de situaciones en las que dos o más magnitudes varían, dependiendo unas de las otras, y entorno a las que nos preguntamos cómo podemos describir y caracterizar esta variación* (Bosch,García, Gascón y Ruiz, 2007p. 9).

Algunos autores (Pedreros y Ordoñez, 2002) han mostrado que la concepción, diseño y puesta en escena de secuencias didácticas, que contemplan la mediación de un AGD como el Cabri o un Sistema Algebraico Computarizado (CAS), pueden colaborar a interpretar nociones relacionadas como la función, debido a que éstos permiten modelar fenómenos de variación y cambio.

De ahí la pertinencia de implementar *TIC* para la enseñanza de nociones matemáticas, en este caso, es importante tomar en consideración teorías como el enfoque instrumental que da cuenta de los procesos de génesis instrumental y de orquestación instrumental, en esta última se destaca la gestión del profesor al determinar los tiempos, modos de organización de la clase, la participación de los estudiantes, entre otras, así como también la elección de los recursos pedagógicos que tiene a disposición de manera virtual y su aprovechamiento didáctico para asegurar la coordinación e integración entre el artefacto y las tareas propuestas al implementarlas en las clases de matemáticas.

> *En lo que se refiere a modelización se señala que en las últimas dos décadas, las organizaciones de matemáticos y educadores matemáticos han subrayado la importancia de aumentar el énfasis en la enseñanza de las técnicas de modelación matemática. Sin embargo, en el ICMI Study 14 (International CommissiononMathematicalInstruction, 2004) se señala que*

pese a este tipo de recomendaciones ha habido poco progreso en la integración del proceso de modelación matemática en los distintos niveles de escolaridad (Pedreros, 2012, p. 24).

Así mismo, (Blomhoj, 2004) ponen de manifiesto que la modelización es una de las áreas que permite que emerjan teorías desde el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática y por lo tanto es muy relevante para su enseñanza.

Por lo tanto una manera de organizar actividades que permitan a los estudiantes apropiarse del concepto de función cuadrática y todo lo que envuelve esta noción, debe primero dejar de un lado la definición conjuntista e introducir este concepto en la educación media con la definición que explícitamente se refiere a la variable, integrar ambientes informáticos debido a que permiten introducir nociones matemáticas aun cuando no se han formalizado y por último organizar el conocimiento por medio de praxeologías matemáticas.

Otro aspecto importante a resaltar es el estudio de los recursos pedagógicos como aspecto fundamental en la formación de profesores, puesto que dicho estudio permite dar cuenta de las selecciones y elecciones que realizan los profesores de los diferentes recursos que tienen a disposición, la intencionalidad con la que son llevados a clase y la forma de gestionarlos, lo anterior brinda elementos que permiten caracterizar las prácticas profesionales de los profesores y se ha convertido en un campo de investigación.

1.4. OBJETIVOS

1.4.1 OBJETIVO GENERAL

- Describir la praxeología matemática propuesta que permite la organización y gestión de algunas de las tareas disponibles en la plataforma PhET de la Universidad de Colorado para el estudio de la función cuadrática con estudiantes de grado noveno.

1.4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Describir los elementos que configuran la plataforma PhET de Colorado como un recurso pedagógico para el estudio de la función cuadrática.
- Fundamentar desde la TAD y el Enfoque Instrumental la adaptacióne implementacióndе algunas de lastareas disponibles en el portal de la Universidad de Colorado para el estudio de la función cuadrática con estudiantes de grado noveno.
- Establecer las posibilidades y restricciones, que aportan la plataforma PhET de la Universidad de Coloradopara la enseñanza y aprendizaje del concepto de función cuadrática.

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presentan los referentes teóricos que sustentan el trabajo de grado, como marco general se consideran los elementos básicos de la TAD que describen la actividad matemática que se genera; por otro lado, se presenta el enfoque instrumental para dar cuenta de los procesos de génesis instrumental, la orquestación instrumental y la utilización del concepto de recurso pedagógico para el estudio de la función cuadráticaal integrar TIC, finalmente se presenta el desarrollo histórico-epistemológico del concepto de función y la teoría matemática del concepto a estudiar.

2.1 TEORÍA ANTROPOLÓGICA DE LO DIDÁCTICO

Dado que la presente propuesta tiene como base fundamental la utilización de la modelización para el diseño y/o adaptación de actividades, se hará una caracterización de la perspectiva de modelización desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD).

Son muchos los trabajos realizados frente al concepto de modelización, nosotros tomaremos como base para la caracterización de éste concepto el documento de Bosch, García, Gascón y Ruíz (2006), quienes introducen conceptos fundamentales de la TAD para explicitar lo que se entiende por *modelización*.

La teoría TAD nace de dos problemas básicos:

1. La necesidad de liberarse de los modelos presentes durante tiempos en las instituciones educativas sobre conocimiento matemático y actividad matemática.
2. El estudio de las dificultades que se presentan en el proceso de enseñanza-aprendizaje de un concepto matemático.

La TAD, propone que toda actividad matemática puede ser modelada mediante praxeologías (praxis+logos), esta noción primitiva constituye su herramienta fundamental para modelar la actividad matemática, entendida como una actividad matemática más. Concisamente, en toda actividad humana es posible distinguir entre:

- El nivel de la *praxis* o del "saber hacer" que engloba un cierto tipo de problemas y cuestiones que se estudian, así como las técnicas para resolverlos.
- El nivel del *logos* o del "saber" en el que se sitúan los discursos que describen, explican y justifican las técnicas que se utilizan, y que recibe el nombre de tecnología. Dentro del "saber" se postula un segundo nivelde descripción-explicación-justificación, esto es, el nivel de la tecnología, que se denomina teoría (p.3).

De lo anterior podemos concluir que lo que se enseña y se aprende en una institución educativa se puede organizar en términos de praxeologías matemáticas, aunque no podemos dejar de lado que estas praxeologías no aparecen de forma instantánea en las instituciones, ni aparecen acabadas de forma definitiva, son un proceso largo y complejo donde se presentan invariantes que se pueden modelizar.

Las praxeologías matemáticas son el resultado del proceso de estudio de una construcción matemática, ante una problemática los matemáticos usan matemáticas y construyen matemáticas haciendo el proceso de estudio y la construcción matemática a la vez, por lo tanto: en todo proceso de construcción matemática por más diversificados que estos sean, podemos identificar características que van a estar presentes en todos éstos, los cuales son llamados **momentos didácticos.**

Estos momentos didácticos llevan consigo un *análisis didáctico*, la TAD propone, un modelo que describe la dinámica del estudio de las *organizaciones matemáticas* en términos de *momentos didácticos*. Se trata de un modelo funcional que estructura el proceso de estudio según seis dimensiones: los momentos del estudio según (Bosch, García,Gascón& Ruiz, 2006), son:

1. *Momento del primer encuentro: es cuando el estudiante se encuentra por primera vez con determinado tipo de tareas.*
2. *Momento exploratorio: se da cuando se explora el tipo de problemas al intentar construir una técnica adecuada para abordarlos.*
3. *Momento de construcción de un entorno tecnológico-teórico que explique y justifique las técnicas puestas en funcionamiento, así como que permita la construcción de nuevas técnicas.*
4. *Momento de trabajo con la técnica que provoca la evolución de las técnicas ya existentes y la construcción de nuevas técnicas.*
5. *Momento de la institucionalización que delimita y precisa aquellos elementos constituyentes de la organización matemática construida.*
6. *El momento de la evaluación de la praxeología construida: se trata del período en el que se pone a prueba el dominio de la obra matemática en su conjunto, por ello debe poder responder a preguntas como, conozco sus razones de ser o sé para qué sirve y sé utilizarla.*

De otro lado encontramos que en el marco de la TAD lo que es relevante no es la tarea concreta para ser resuelta si no lo que se podrá hacer luego de la solución obtenida. Así, los problemas importantes son aquellos que pueden producirse y desarrollarse en problemas más amplios y complejos. El estudio de estas cuestiones fértiles provoca la necesidad de construir nuevas técnicas y nuevas tecnologías que justifiquen y expliquen estas técnicas. (Bosch, Gascón, 2005, cit. por Bosch, García, Gascón & Ruíz, 2006, p. 14).

Por otro lado a diferencia de otras perspectivas de modelización, en el enfoque de la TAD se le da menos importancia al aspecto real de los ejemplos con los que se trabaja, mas bien prima aquellas tareas que ofrezcan la posibilidad de crear un complejo articulado e integrado de actividades matemáticas que permita el desarrollo de una actividad matemática amplia en una determinada institución escolar.

Desde esta nueva perspectiva Bosch, García, Gascón y Ruíz (2006) afirman que:

- *Las nociones de modelo y sistema se amplían para ser consideradas como praxeologías.*
- *Los procesos de modelización dejaran de describirse solo en términos del par sistema-modelo a partir del ciclo de modelización, para ser caracterizados en términos de praxeologías y de vínculos entre praxeologías.*
- *No tiene sentido considerar los procesos de modelización independientemente del resto de las actividades matemáticas, ni como objetos en si mismos (para ser enseñados), ni como medios para la enseñanza y aprendizaje de determinados conocimientos matemáticos. (P.15).*

Desde esta nueva perspectiva que nace de dos hipótesis: todo fenómeno didáctico tiene un componente matemático esencial y, recíprocamente, todo fenómeno matemático tiene un componente didáctico esencial (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997 cit. por Bosch, García, Gascón & Ruíz 2006, p.48), donde los hechos matemáticos son indisolubles, supone una ruptura entre lo tradicional "Modelización y Aplicaciones", complementándolo, para tener una nueva herramienta que me permitirá proponer nuevos problemas didácticos y pautas para cómo abordarlos.

2.2 ENFOQUE INSTRUMENTAL

Actualmente nos vemos en la necesidad de evocar manejos didácticos de instrumentos para la actividad matemática. Rabardel (2001) precisa que los instrumentos y los sistemas de instrumentos, tienen una fuerte dimensión social y colectiva, pues se movilizan y son instruidos en comunidades, alrededor de una actividad particular, en este caso, lo relativo a la actividad matemática.

2.2.1 GÉNESIS INSTRUMENTAL

Es importante reconocer que la mediación instrumental es uno de los conceptos centrales para pensar y analizar las formas en que los instrumentos influyen en la construcción del conocimiento. Pues la mediación instrumental comienza desde el momento en que podemos re-definir los objetos matemáticos en términos de representaciones o construcciones ejecutables como las que se hacen con simuladores, por ejemplo.

Por su complejidad, las actividades instrumentadas son objeto de especial atención en la investigación sobre la integración de las tecnologías informáticas y computacionales en el ámbito educativo.

Vérillon y Rabardel (1995) distinguen entre una *herramienta*, como objeto material y simbólico en que está basado y al cual se llamará *artefacto* y un *instrumento* como el resultado de un proceso de construcción (*la génesis instrumental*) para el sujeto en el curso de su actividad, a partir de un artefacto dado.

Un instrumento es de hecho una entidad mixta, distinta del artefacto, que no es dada, pero que es construida por el sujeto: esta entidad está compuesta de una parte del *artefacto* (componente material) y de los *esquemas cognitivos* (componente psicológico), en la práctica para realizar un tipo de actividad. De acuerdo a lo anterior se parte del hecho que el instrumento no existe en sí mismo, se vuelve instrumento cuando el sujeto se ha apropiado de éste y lo ha integrado a su actividad (Vérillon&Rabardel, 1995).

En este sentido el instrumento no es "dado", sino que debe ser desarrollado por el sujeto durante un proceso de génesis instrumental, el cual se construye a partir de un proceso doble, de instrumentación e instrumentalización.

- Proceso de instrumentación centrado en el sujeto.
- Proceso de instrumentalización dirigido al artefacto.

La *Instrumentalización* carga al artefacto de potencialidades y lo transforma para usos específicos, se da a través de diferentes fases:

1. Descubrimiento y selecciones de funciones pertinentes.
2. Personalización, donde el usuario escoge el artefacto que esté más a la mano o se ajuste mejor a sus necesidades.
3. Transformación del *artefacto*, modificación de la barra de tareas, creación de atajos del teclado, macros etc., en ocasiones se puede presentar que esta transformación no haya sido planeada por el diseñador.

La *Instrumentación* está relacionada con el sujeto y lleva al desarrollo o apropiación de *esquemas de acción instrumentadas*, que son técnicas que permiten dar respuesta a una tarea dada (artefacto-usuario).

De manera análoga los *esquemas de utilización* son definidos como una organización mental estable que incluye habilidades técnicas y conceptuales como una forma de usar el *artefacto* en una clase de actividades dadas.

Para contribuir a los procesos de génesis instrumental, es fundamental la gestión didáctica del profesor al generar un plan de acción para el diseño y puesta en escena de secuencias que permitan la construcción de instrumentos o un sistema de instrumentos, de ahí la importancia de considerar la orquestación instrumental, como herramienta teórica que permite estudiar la diversidad de génesis instrumentales en el aula y permite organizar el ambiente de la clase para acompañar las génisis instrumentales de los estudiantes.

2.2.2 ORQUESTACIÓN INSTRUMENTAL

Dentro de la enseñanza de las matemáticas hay que resaltar la importancia que tienen los cambios y las actividades promovidas por profesores para construirherramientas de aprendizaje efectivo (Dreyfus, 1993, cit. por Trouche, 2005b). Dentro de esos cambios encontramos la *orquestación instrumental.* Trouche (2005b) la define como:

> *"un plan de acción, que participa en un sistema de aprovechamiento didáctico el cual una institución (la institución escolar en este caso) organiza con la visión de guiar a los estudiantes en acciones instrumentadas".*

Este sistema de aprovechamiento didáctico implica la selección de los artefactos a integrar en la secuencia de tareas, con los cuales a través de procesos de génesis instrumental se construirá el instrumento para el diseño de las tareas y los modos de poner en escena, o movilizar la secuencia.

Este autor define la orquestación instrumental como un tipo de configuración experimental, un dispositivo, con cuatro componentes fundamentales:

- *Un conjunto de individuos*
- *Un conjunto de objetivos (relacionados con el comportamiento del tipo de tareas o el acomodamiento de un trabajo- en el ambiente)*
- *Una configuración didáctica (es decir una estructura general o el plan de acción)*
- *Un conjunto de aprovechamiento de esta configuración*

Es decir la orquestación instrumental constituye un dispositivo experimental, propio de ambientes informáticos de aprendizaje, en el cual el diseño de las tareas, su puesta en escena, o gestión, son aspectos fundamentales.

En este sentido los individuos son todos los estudiantes que participan en el aprovechamiento o desarrollo de la secuencia de tareas que el profesor ya ha planificado con anterioridad, a través de una configuración didáctica con el fin de lograr el aprendizaje de la noción.

La orquestación instrumental puede actuar en varios niveles.

- El nivel de artefacto
- El nivel de instrumento o conjunto de instrumentos
- El nivel de la relación de un sujeto con un instrumento o conjunto de instrumentos

Como ya se mencionó, este trabajo se centrara en el análisis artefactual a continuación se presentan tres niveles que corresponden a los diferentes niveles del artefacto:

- Correspondiente al concepto de las herramientas como ésta es ordinariamente utilizada
- Correspondiente a ambas representaciones y modos de acción utilizadas en los primeros niveles del artefacto
- Correspondiente al entrenamiento de personas, que alude a lo social y cognitivo, para asimilar situaciones y reflejar métodos de actividades análisis-uniforme, ambos individual y colectivo (Wartofky 1983, cit. por Guin y Trouche (2005b))

Por lo tanto podríamos decir que la *orquestación instrumental* conlleva a la coordinación de los *instrumentos* de todos los estudiantes en una clase con el fin de favorecer a cada individuo en la utilización de *instrumentos* diferentes necesarios para desarrollar su actividad matemática.

Otra categoría importante que deviene de la perspectiva instrumental para la concepción y diseño de la secuencia de tareas son los recursos pedagógicos, esta categoría teórica estudia la documentación de las posibles orquestaciones instrumentales que pueden llegar a coexistir en el aula, así como de los recursos pedagógicos que tienen a disposición los profesores para el desarrollo de su plan de acción, los cuales se deben adaptar y/o transformar según sus necesidades.

2.2.3 RECURSO PEDAGÓGICO

Se entenderán por *recurso pedagógico* según la aproximación multidimensional de (Guin&Trouche 2007) como un *conjunto de documentos* concebidos por un profesor (o grupo de profesores), que permite disponer de una situación matemática y de elementos para la utilización en las clases; se entenderá por *documento* todo tipo de soporte resultado de una actividad impreso o virtual que se puede ver materializado en este caso en las fichas de trabajo para los estudiantes y profesores, manuales, guías de laboratorio, entre otros . En este caso el recurso pedagógico está conformado por todos los elementos que hacen parte de la plataforma PhET de la universidad de Colorado, las cuales han sido el producto de diferentes investigaciones de un grupo de profesores interdisciplinarios, estas tareas ya han sido aplicadas y evaluadas por sus diseñadores.

De la misma manera es importante destacar que una misma tarea puede de otro lado ser aprovechada en diferentes contextos (lápiz/papel o en ambientes informáticos de aprendizaje), de este modo un *recurso pedagógico* puede dar cuenta de los elementos que precisan su aprovechamiento didáctico en los diferentes contextos de uso. En la plataforma PhETse presentan algunas ideas de enseñanza para cada uno de los simuladores disponibles, en las que se explicitan las preguntas que se realizan al estudiante, así como la posibilidad de evaluar la tarea presentada, así mismo un instructivo de como ejecutar o descargar las simulaciones disponibles, entre otros.

En lo que hace referencia a los contextos de uso, la noción de *escenario de aprendizaje* es mucho más amplia que la de recurso pedagógico. Por esta condición, los *escenarios de aprendizaje* no se destinan forzosamente a un profesor y el formalismo que ellos sugieren se vincula a un trabajo global efectuado sobre los lenguajes de *modelización pedagógica*. (Pernin, cit. por Guin y Trouche 2007).

En este *contexto de uso*, siempre hay una distancia entre lo que es un *recurso pedagógico propuesto* para la intervención de los profesores y la acción real de estos en sus clases, un profesor puede apropiarse de un recurso, pero este mismo recurso puede ser utilizado de otra manera por otro profesor e incluso puede ser descartado. Por ser un recurso construido en un contexto diferente al de

Colombia, es importante dar cuenta de su adaptación y gestión de este recurso para ser implementado con estudiantes de grado noveno de la institución educativa Liceo Carlos Castro Saavedra.

Desde el *enfoque instrumental,* un recurso pedagógico puede ser considerado un artefacto que se encuentra a disposición de un profesor y que es susceptible de evolución en la medida en que el profesor se apropie de él y lo ponga en práctica. Se debe tener en cuenta que el profesor va a poner en práctica este recurso un número limitado de veces, por lo que la concepción de recurso pedagógico es una tarea muy compleja y no se remite únicamente a un solo profesor. Por tanto uno de los objetivos esenciales del *recurso pedagógico* es su *reutilización*, de acuerdo con una comunidad de práctica con objetivos específicos (Crozat, cit. por Guin y Trouche 2007).

La plataforma PhET de la Universidad de Colorado es considerada un recurso pedagógico debido a que:

- En ella se presentan un grupo de simulaciones que pueden ser llevadas a clase para desarrollar actividades matemáticas.
- El resultado de las investigaciones realizadas se ven materializadas en fichas de trabajo para los estudiantes.
- Las fichas de trabajo pueden ser modificadas para ser adaptadas a diferentes contextos de uso.
- Las simulaciones presentadas pueden ser evaluadas por los usuarios, lo cual permite la retroalimentación de los diseños.
- Permite el trabajo colaborativo de los profesores, al compartir diseños en la plataforma.

A continuación se presentan algunas características del recurso pedagógico utilizado:

- **PLATAFORMA PhET DE LA UNIVERSIDAD DE COLORADO**

Para la descripción de la plataforma se toma como referente lo presentado en la página oficial[1]:

> *PhET es una plataforma de la Universidad de Colorado que ofrece divertidas e interactivas simulaciones de fenómenos físicos de forma gratuita. Las actividades allí presentes han sido evaluadas con el fin de permitirles a los estudiantes hacer conexiones entre los fenómenos de la vida real y la ciencia subyacente, profundizando en su comprensión y apreciación del mundo físico.*
>
> *Para ayudar a los estudiantes a comprender visualmente conceptos las simulaciones presentes en la plataforma animan lo que es invisible al ojo mediante el uso de gráficos y controles intuitivos, tales como la manipulación con clic, dando opciones de arrastrar, deslizar, etc. con el fin de fomentar aún más la exploración cuantitativa, las simulaciones también ofrecen instrumentos de medición, incluyendo reglas, cronómetros, voltímetros y termómetros. A medida que el usuario manipula estas herramientas interactivas, las respuestas son inmediatamente animadas, así efectivamente ilustran las relaciones de causa y efecto, así como múltiples representaciones vinculadas (movimiento de los objetos, gráficos, lecturas numéricas, etc.).*
>
> *Para asegurar la eficacia en la educación y uso, todas las simulaciones son ampliamente probadas y evaluadas. Estas pruebas incluyen entrevistas con los estudiantes, además de la utilización real de las simulaciones en una variedad de entornos, incluyendo conferencias, trabajos en grupo, tareas y trabajos de laboratorio. Cuenta con un sistema de clasificación que indica cuál es el nivel alcanzado por la prueba en cada simulación.*

---

[1] *www.phet.colorado.edu*

> *Todas las simulaciones PhET están disponibles gratuitamente desde elsitio web de PhETwww.phet.colorado.edu y son fáciles de usar e incorporar en el aula. Están escritas en Java y Flash, y se puede ejecutar mediante un navegador web estándar, siempre y cuando Flash y Java están instalados.*

De acuerdo a lo presentado en la descripción anterior, la adaptación realizada a las simulaciones seleccionadas permiten relacionar la función cuadrática con el mundo físico de manera interactiva, aunque ello no garantiza la profundización en la comprensión de dicho concepto, puesto que las relaciones de causa y efecto debe estar guiadas con preguntas realizadas por el profesor que permitan hacer explicitas esas relaciones.

De igual manera esto refleja que para poder darle un buen uso a los simuladores el profesor debe diseñar un plan de acción para gestionar las simulaciones en el aula de clase, esto implica un trabajo previo a su incorporación de análisis de las tareas debido a que su manipulación y uso aunque se logre de manera intuitiva el conocimiento no se construye de manera natural.

Las razones por las cuales se seleccionaron estas simulaciones es por el uso de un software libre, esto significa que respeta la libertad de los usuarios y de la comunidad, así los usuarios tienen la libertad para ejecutar, copiar, distribuir, estudiar, modificar y mejorar el software

Para el presente trabajo se tendrán en cuenta dos de las simulaciones disponibles en la plataforma, la primera llamada "*Propuesta de proyectil*", en la que se relaciona el lanzamiento de proyectiles con la función cuadrática y la segunda denominada "Ecuación de la gráfica" con la cual se estudiaran los efectos producidos en la representación gráfica al variar los parámetros en la representación algebraica de la función cuadrática.

A continuación se presenta una figura en la que se muestra la articulación de las categorías teóricas utilizadas.

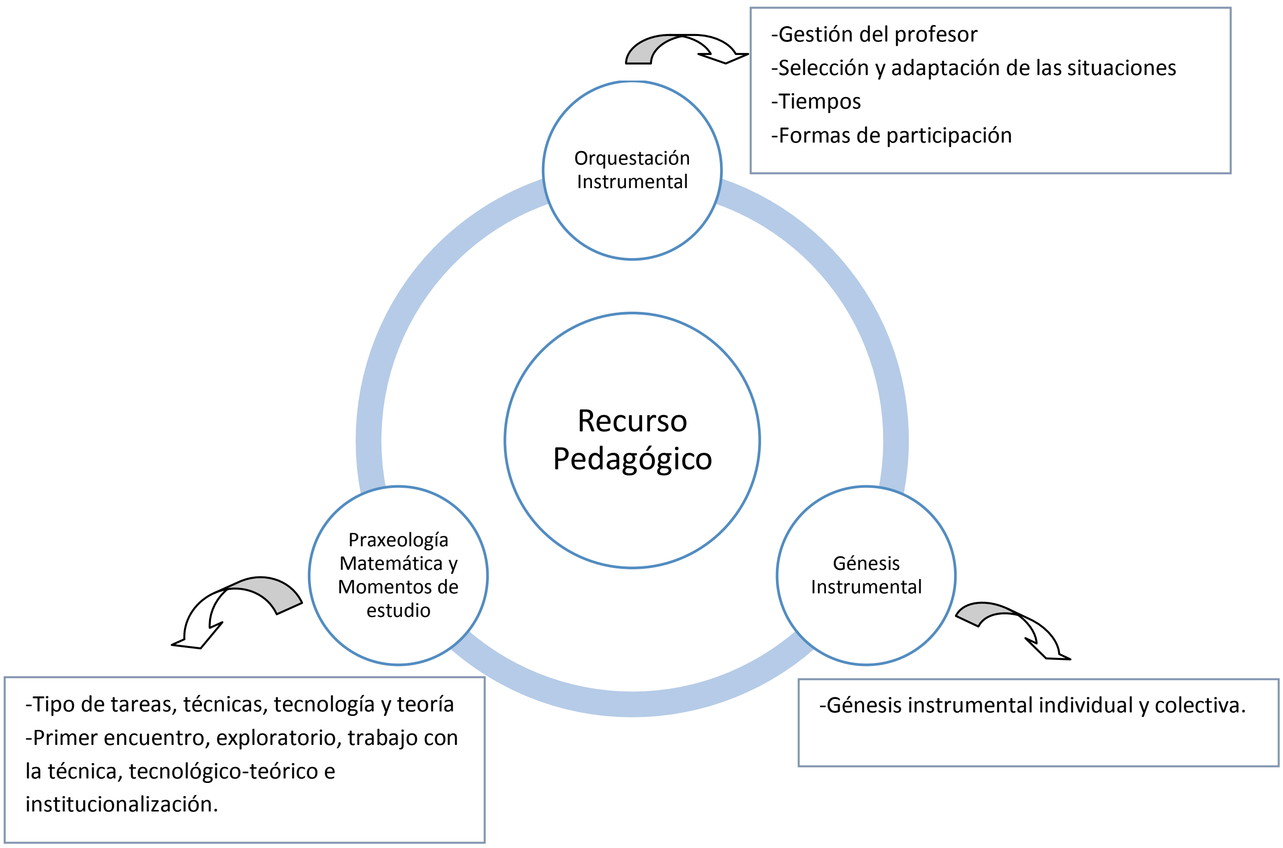


Figura 1. Articulación del marco teórico.

2.3 ANÁLISIS HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICO

Diversos trabajos han mostrado que el concepto de función ha estado presente en el desarrollo histórico de las matemáticas, partiendo de la frase:
“hay que comprender el pasado para conocer el presente”
Se va a retomar el desarrollo histórico del concepto de función y algunos problemas que dieron origen a su evolución, realizado por Ruiz (1998) quien organiza el análisis histórico de la función e identifica las concepciones predominantes en distintos períodos de la evolución de la siguiente manera: Edad antigua y media, Siglos XVII, XVIII y XIX.

A continuación se presentan brevemente algunos elementos de interés para esta propuesta en cada período según lo expuesto por Ruiz (1998).

- **EDAD ANTIGUA:** en esta era nos encontramos dos grandes exponentes de las matemáticas:

Por un lado los **matemáticos babilónicos**, que estaban principalmente interesados en los cálculos astronómicos, utilizaban tablas de dos columnas para realizar sus apuntes, pero éstas eran para casos concretos y no se puede asegurar que querían expresar sus resultados de forma general.

Aunque los babilónicos utilizaron métodos de interpolaciones y extrapolaciones para buscar regularidades en sus tabulaciones, que es una de sus grandes características, estaban muy lejos de lo que era el concepto de función o relación funcional.

Por otro lado, los **matemáticos griegos** tenían idea sobre lo que se consideraba como cambio o cantidad variable asociadas a magnitudes físicas (el calor, la luz, la distancia, la velocidad, etc.), por lo tanto se puede decir que los matemáticos griegos tenían una idea intuitiva del concepto de función, aunque los filósofos griegos consideraban el cambio y el movimiento como algo externo a las matemáticas. Algunos de los grandes exponentes de estos pensamientos eran Aristóteles y Euclides. También establecieron relaciones sistemáticas entre las variaciones de las causas y los efectos. Primero empezaron a ser cualitativas, para pasar más tarde a ser cuantitativas.

También encontramos en los matemáticos griegos una búsqueda de proporcionalidad que era una relación privilegiada entre magnitudes variables, es decir, la variabilidad atada a las magnitudes físicas, las cuales se consideraban diferentes a las matemáticas.

Dado el significado geométrico que tenían para los griegos, las magnitudes variables sólo establecían en forma homogénea sus proporciones es decir comparaban longitudes con longitudes, áreas con áreas, volúmenes con volúmenes.

- **EDAD MEDIA**

Esta época estuvo marcada por el estudio del mundo real, donde unos de sus principales objetivos fue analizar los fenómenos sujetos al cambio y al movimiento, las matemáticas tienden a ocupar un papel cada vez más importantes en las ciencias de la naturaleza y se va dejando de lado la demarcación expuesta por Aristóteles entre matemáticas y física. Los nuevos métodos de la física-matemática fueron desarrollándose en conexión con la idea de relación funcional.

En este periodo se desarrollaron dos métodos muy importantes para expresar relaciones funcionales, el primero de ellos "**el álgebra de palabras"** y el segundo el "**método geométrico por medio de gráficas"**. El segundo uno de los más importantes tuvo sus comienzos en las escuelas del Oxford y París y fue expuesto por Nicolás Oresme, que utilizaba el grafismo para comparar y describir fenómenos sujetos al cambio y variabilidad. Para ello utilizaba la continuidad de los segmentos pues carecía del continuo numérico para representar el movimiento. Oresme traza un segmento horizontal cuyos puntos representan los sucesivos instantes y para cada instante traza un segmento perpendicular cuya longitud representa la velocidad en ese instante. La dependencia se representaba globalmente por toda la figura, predominando entonces la concepción de función como gráfica. Este tipo de representaciones aludían más a lo cualitativo que a lo cuantitativo y no necesitaban representar fielmente las cantidades variables.

- **SIGLO XVII**

En esta época comienzan a surgir nuevas concepciones de las leyes cuantitativas de la naturaleza y esto traerá consigo una notable evolución en el concepto de función, se fundamenta la geometría analítica utilizando esencialmente el método de coordenadas.

Así mismo Diudonné (1989, cit. por Ruiz 1998) anota que:

> *“El método de las coordenadas constituye también el fundamento de los otros dos grandes progresos realizados en el siglo XVII: la introducción de la noción de función y el calculo infinitesimal” (p.119).*

Según Youschevitch (1976 cit. por Ruiz 1998), es aquí donde por primera vez, se sostiene la idea de que una ecuación en *x* y *y*es un medio para introducir una dependencia entre dos cantidades, de manera que permite el cálculo de los valores de una de ellas correspondientes a los valores dados de la otra.

El surgimiento en las matemáticas de la geometría analítica aligeró la formación del análisis infinitesimal y trajo consigo las primeras posibilidades para la creación del análisis de variables. También Leibniz expresó de manera general la idea de dependencia general y aparece por primera vez el término función, pero en el mismo sentido que se le da a la función de un órgano en un organismo, o en una máquina. Es más tarde cuando la noción de función se relacionará con longitudes tales como abscisas, ordenadas, tangentes, normales, etc. como lo conciben los matemáticos actualmente.

Aunque las funciones consideradas por Descartes en su geometría eran sobre todo funciones algebraicas definidas por curvas geométricas simples, estos y otros aportes hechos por matemáticos de la época fueron fundamentales para el surgimiento del número real y en consecuencia para la elaboración de la teoría de funciones.

- **SIGLO XVIII**

Para este siglo el concepto de función se considera central en las matemáticas, tanto así que aparece la primera definición de función dada por Jean Bernoulli en 1718: *“llamamos función de una magnitud variable a una cantidad compuesta de cualquier manera que sea de esta magnitud variable y de constantes”.*

Aunque en esta definición no se explicite el modo de constituirse las funciones, la mayoría de los historiadores afirman que en la época se pensaba en las funciones como expresiones analíticas. Posterior a esta definición de función el desarrollo de este concepto se debe a Euler quien sigue la definición dada por su maestro Jean Bernoulli pero sustituyendo el termino cantidad por el de expresión analítica, luego Euler realiza una clasificación de las funciones llevando así a una nueva evolución del concepto de función aunque restringe la consideración de función solo a expresiones analíticas, además es el primero en utilizar la notación **f(x)**, tan familiar para nosotros hoy en día.

Por otro lado para Euler la noción de función estaba ligada a la noción de curva, y da la definición de dos tipos de curva “continuas” y “discontinuas o mixtas” donde continuidad significa inmutabilidad y discontinuidad hace referencia a cambio de ley.

El posterior desarrollo del concepto de función se ve enmarcado por los trabajos de Euler de física-matemática, dentro del más significativo se encuentra el problema de las vibraciones infinitamente pequeña de una cuerda finita, homogénea y fijada a sus dos extremidades, quien lo llevo a considerar funciones mucho más generales y dar una nueva definición de función.

- **SIGLO XIX**

Para esta época el concepto de función se considera como la idea principal del análisis y se fueron creando las bases para el tratamiento de las funciones como correspondencia de tipo muy general.

Cauchy (1827, cit. por Ruiz, 1998):

> *Cuando unas cantidades variables están ligadas entre ellas de tal manera que, dando el valor de una de ellas, se puede deducir el valor de las otras, concebimos de ordinario estas diversas cantidades expresadas por medio de una que toma el nombre de variable independiente y las otras cantidades expresadas por medio de la variable independiente son las que llamamos funciones de esta variable. (p. 131).*

La relación de dependencia entre estas variables facilita la relación en el plano cartesiano por medio de la expresión analítica (ecuación), y según Euler toda función es una expresión analítica.

2.3.1 LA NOCIÓN DE FUNCIÓN Y DE FUNCIÓN CUADRÁTICA

En este apartado se hará una presentación de orden matemático, para explicitar lo que se entenderá por función y función cuadrática. Para ello se toma como base el libro de Hitt 2002 "funciones en contexto".

Las investigaciones hechas en educación matemática, específicamente sobre el concepto de función, han mostrado que las definiciones utilizadas para este concepto, no son equivalentes al aprendizaje del mismo, por el contrario han mostrado que las definiciones más apropiadas para la introducción de este concepto en la educación media es la que explícitamente se refiere a la variable.

Hitt (2002, p.75), resume las cuatro definiciones más comunes que se han presentado en los libros de texto a lo largo del siglo XX, aunque para este trabajo solo se resaltaran tres:

Función en términos de variable: Una función relaciona una variable independiente con otra dependiente, de tal forma que a cada valor de la primera le corresponde un y sólo un valor de la segunda.

Función en términos de conjunto de parejas ordenadas: Una *función* es un conjunto de parejas ordenadas en la cual dos parejas ordenadas diferentes no tienen la misma coordenada en *x*. Una ecuación que produce tal conjunto de parejas ordenadas define una función.

Función en términos de regla de correspondencia: Una función real *f* definida en un conjunto *D* de números reales es una regla que asigna a cada número *x* en *D* exactamente un número real, denotado con *f(x).*

El conjunto *D* de todo los números reales para los que *f(x)* está definida es el dominio de la función. El dominio *D* es el conjunto de todos los números reales x para los la expresión *f(x)* produce un número real. El numero *f(x)* que se lee "*f* de *x*", es el valor de f en el número (o punto) x. El conjunto de los valores y=f(x) es el rango de *f*.

Cuando describimos la función *f* con la fórmula *y = f(x)*, llamamos a *x* la variable independiente y a *y* la variable dependiente pues el valor de *y* depende de la elección de *x.* Se dice entonces que la variable dependiente es una función de la variable independiente

Función Cuadrática

La función cuadrática (polinomio de segundo grado) esta caracterizada por la siguiente expresión algebraica: $f(x)= ax^2 + bx + c$, *con* $a\neq 0$, *a, b, y c* números reales.

Las funciones cuadráticas, a diferencia de las funciones lineales, son funciones en las que aparece la variable independiente (x) elevada al cuadrado, de ahí el calificativo cuadrática.

Una función cuadrática puede escribirse de la forma $f(x)= a(x-h)^2 + k$, donde (h,k) corresponde las coordenadas del vértice y $a\neq 0$. La gráfica de una función cuadrática recibe el nombre de *parábola*[2].

A continuación se demostrará que la gráfica de una función cuadrática es una parábola coneje de simetría paralelo al eje OY.

Para ello utilizamos el método para completar cuadrado, en el cual dice que para x, r, dos reales cualesquiera se tiene que:

$$(x+r)^2 = x^2 + 2(x)r + r^2$$

[2] La parábola es un lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que su distancia de una recta fija, situada en el plano, es siempre igual a su distancia de un punto fijo del plano que no pertenece a la recta.

Si se observa el segundo miembro de esta igualdad, se puede afirmar: el elemento que en el tercer sumando se eleva al cuadrado, es la mitad del coeficiente de la x en el segundo sumando. Por tanto, si encontramos la expresión de la forma$x^2 + px$ y queremos obtener de ella un binomio al cuadrado, debemos agregar a la expresión un sumando igual a la mitad del coeficiente de x elevado al cuadrado, luego restarlo para no alterar la expresión.

$$x^2 + px = \left[x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2\right] - \left(\frac{p}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2$$

Ahora consideremos la expresión que define la función cuadrática:

$$y = ax^2 + bx + c$$

Como se ha supuesto que *a* ≠ 0, esta la podemos escribir de la forma:

$$y = a\left(x^{2+}\frac{bx}{a} + \frac{c}{a}\right)$$

y completando el cuadrado con los dos primeros sumandos del segundo miembro de la última igualdad.

$$y = a\left[x^2 + \frac{bx}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}\right]$$

$$= a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right]$$

y esta última igualdad se puede escribir de la forma:

$$y + \frac{b^2 - 4ac}{4a} = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$$

Y haciendo:

$$k = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \ y \ h = -\frac{b}{2a}$$

Se transforma en: $y - k = a(x - h)^2$

Por tanto se llega a la conclusión que *la gráfica de la función cuadrática* es una parábola con el eje de simetría paralelo al eje OY vértice en el punto$\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$.

El vértice de la parábola cuya ecuación es *f(x)*= $ax^2 + bx + c$ se encuentra ubicado en el punto $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$ (ver figura 2).

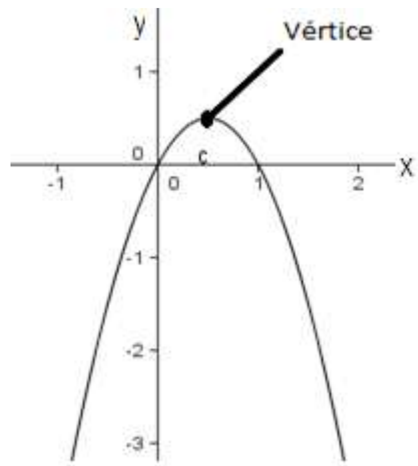


Figura 2. Vértice de la Parábola

La parábola tiene un *intercepto con el eje y* en el punto (0, c), este valor se halla sustituyendo x por cero en la función *f(x)*= $ax^2 + bx + c$, mientras que los *cortes con el eje x*, se hallan al reemplazar *y* por cero en la expresión algebraica de la función cuadrática. (Ver figura 3)

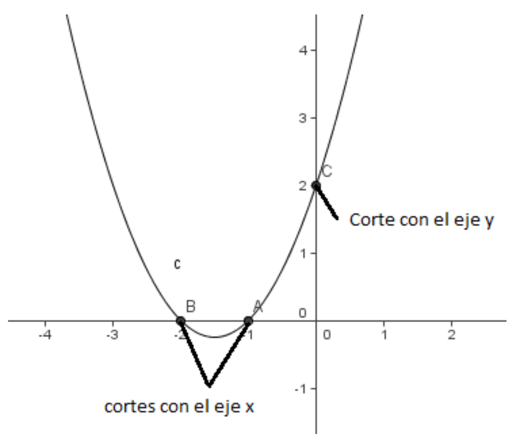


Figura Nº 3. Cortes con los Ejes

El sentido hacia donde abre la parábola está determinado por el signo de a, esto es: si a>0 la parábola abre hacia arriba y si a<0 la parábola abre hacia abajo. Si la gráfica abre hacia arriba la parábola tiene un punto mínimo, si abre hacia abajo la parábola tiene un punto máximo, y estos puntos tienen las mismas coordenadas del vértice de la parábola.(Ver figura 4 y 5).

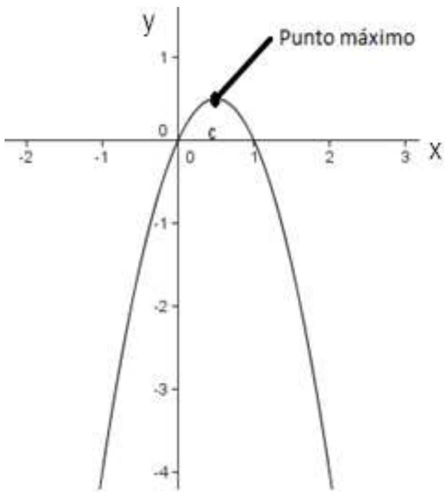


Figura Nº4 Punto Máximo

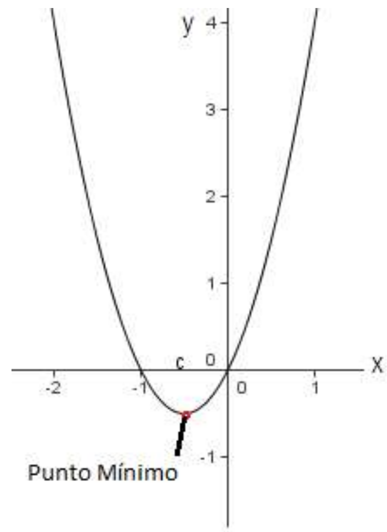


Figura Nº5. Punto Mínimo

Consideremos la función cuadrática *f,* definida por:

$f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$

Caso 1. a> 0

Llamemos (h, k) las coordenadas del vértice de la parábola. Como por hipótesis a > 0, la parábola abre hacía arriba y de acuerdo a la situación del vértice podemos observar los tres casos siguientes:

I. si $k< 0$, el vértice está situado debajo del eje OX y la parábola que se abre hacia arriba, debe cortar el eje OX en dos puntos.

II. Si *k=0,* el vértice está situado sobre el eje OX y la parábola corta en un solo punto del eje OX.

III. Si *k>0*, le vértice está situado arriba del eje OX y la parábola que se abre hacia arriba, no corta el eje OX

Como podemos ver, el signo de la segunda coordenada del vértice, k, nos permite conocer si la función f tiene o no puntos de corte con el eje OX, es decir, si f tiene o no ceros y así llegamos a los siguientes tres casos.

I. Si *k< 0*, la función f tiene dos ceros reales.

II. Si *k=0,* la función tiene un cero real.

III. Si *k>0*, la función no tiene cero reales.

Caso 2. a< 0

En este caso la parábola abre hacia abajo y podemos observar los siguientes casos:

I. si k > 0, entonces la función tiene dos ceros reales

II. si k=0, no hay ceros reales

III. si k< 0, no hay cero reales, pero hay dos cero complejos.

A continuación presentaremos características tanto algebraicas como gráficas de algunas funciones cuadráticas.

¿Qué efecto producen los parámetros *a, b y c* en la representación gráfica?

En la primera tabla se encuentran las parábolas cuya principal característica es tener un punto mínimo, así como algunas variaciones que presentan al modificar los parámetros a, b y c.

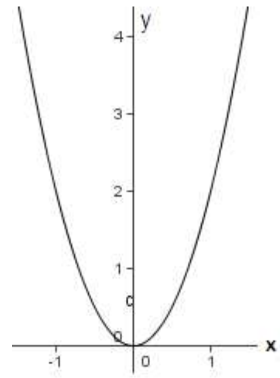
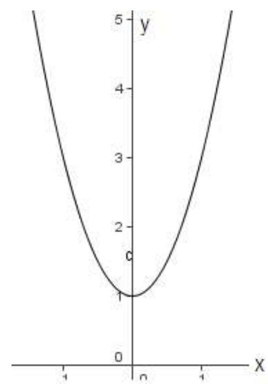
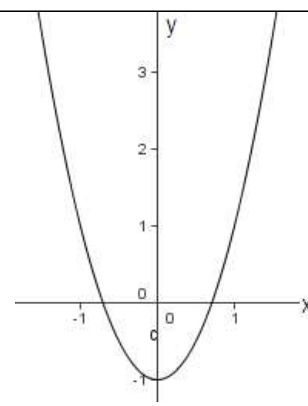
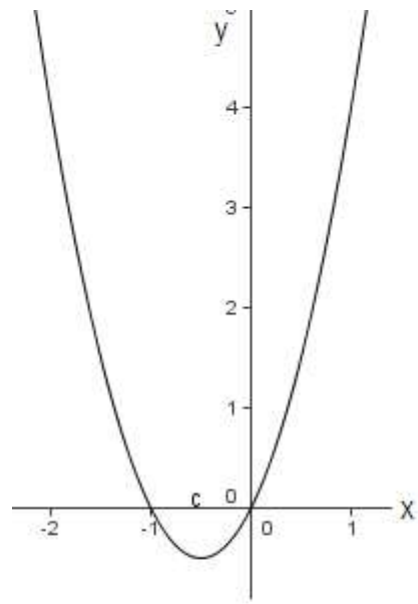
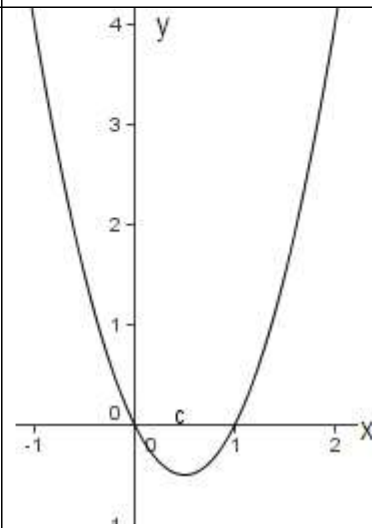
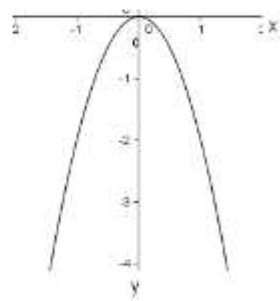
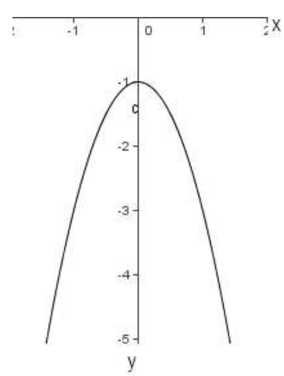
Forma general	Valor de *a*	Valor de *b*	Valor de *c*	Ejemplo de representación algebraica	Representación gráfica del ejemplo
$f(x)= ax^2 + bx + c$	$a>0$	$b=0$	c=0	$f(x)= 2x^2$	
$f(x)= ax^2 + bx + c$	$a>0$	$b=0$	c>0	$f(x)= 2x^2 + 1$	
$f(x)= ax^2 + bx + c$	$a>0$	$b=0$	c<0	$f(x)= 2x^2 – 1$	

Tabla 1. Parábolas cóncavas hacia arriba

$f(x)= ax^2 + bx + c$	$a>0$	$b>0$	c=0	$f(x)= 2x^2 + 2x$	
$f(x)= ax^2 + bx + c$	$a>0$	$b<0$	c=0	$f(x)= 2x^2 - 2x$	
Tabla 1. Parábolas cóncavas hacia arriba (continuación)					

En la siguiente tabla se encuentran funciones cuadráticas, las cuales en su representación gráfica poseen un punto máximo, así como algunos efectos que se producen al variar los parámetros a, b y c.

Forma general	Valor de *a*	Valor de *b*	Valor de *c*	Ejemplo de representación algebraica	Representación gráfica del ejemplo
$f(x)= ax^2 + bx + c$	$a<0$	$b=0$	$c=0$	$f(x)= -2x^2$	
$f(x)= ax^2 + bx + c$	$a<0$	$b=0$	$c<0$	$f(x)= -2x^2–1$	
Tabla 2. Parábolas cóncavas hacia abajo					

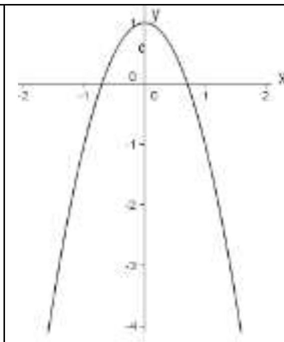
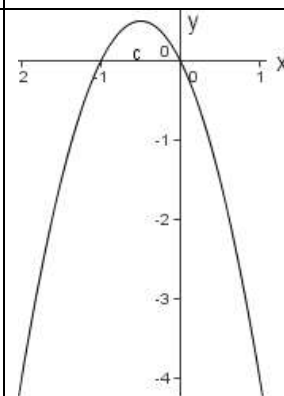
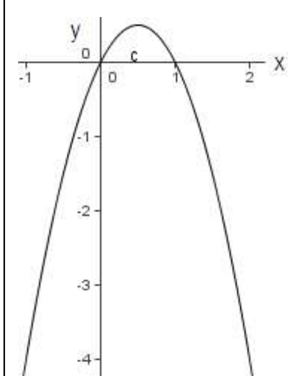
f(x)= ax^2 + bx + c	*a<0*	*b=0*	c>0	*f(x)= -2x^2 + 1*	
f(x)= ax^2 + bx + c	*a<0*	*b>0*	c=0	*f(x)= -2x^2 + 2x*	
f(x)= ax^2 + bx + c	*a<0*	*b<0*	c=0	*f(x)= -2x^2 - 2x*	

Tabla 2. Parábolas cóncavas hacia abajo (continuación)

Es importante resaltar que el estudio de la función cuadrática a partir de la variación de los parámetros, es una forma muy potente, con la cual es posible favorecer un aprendizaje del concepto de función más significativo, como otra manera de llevar el estudio matemático de la variación y usar la función como herramienta imprescindible que permite desarrollar el pensamiento variacional, por tanto desarrollar un tipo de razonamiento dinámico , es decir asumir las variables y los parámetros como cambios de un dominio especifico.

Un ejemplo clásico de función cuadrática en la física viene dado por la trayectoria que sigue un proyectil lanzado desde un cañón situado a ras de tierra hasta que alcanza un objetivo situado aproximadamente a la misma altitud. En condiciones ideales de ausencia de rozamiento por el aire y otros factores perturbadores, la bala de cañón describiría una parábola perfecta del cañón al objetivo.

CAPÍTULO III REFERENTES METODOLÓGICOS

En el campo de la educación, una de las metodologías más utilizadas en las investigaciones son los estudios de casos, según (Álvarez & San Fabián, 2012) este tipo de investigación tiene una serie de características básicas a continuación se mencionan dichas características y cómo ellas se ven reflejadas en el desarrollo de este trabajo:

- *Realizar una descripción contextualizada del objeto de estudio*: en este caso el objeto de estudio es un conocimiento matemático, particularmente el de función cuadrática, éste es contextualizado a partir del lanzamiento de un proyectil. Se parte del estudio de un fenómeno real presentado en un simulador, con el objetivo de realizar predicciones y encontrar su relación con los diferentes sistemas de representación matemática, también interesa dar cuenta del efecto de los parámetros en la representación gráfica, así mismo es importante dar cuenta de su puesta en escena en una institución en particular con estudiantes de grado noveno.

- *El investigador ha de tratar de observar la realidad con una visión profunda y, asimismo, ha de tratar de ofrecer una visión total del fenómeno objeto de estudio, reflejando la complejidad del mismo:* Por la complejidad que se presenta al integrar TIC´s al aula de clase para la enseñanza de las matemáticas, se hace necesario la observación de la puesta en escena de las tareas en acto y realizar un análisis de los momentos didácticos presentes, así como dar cuenta de la manera de la gestión didáctica del profesor al implementar las tareas para identificar las dificultades y aportes de este tipo de recursos en la construcción del conocimiento matemático por parte de los estudiantes.

- *Reflejan la peculiaridad y la particularidad de cada realidad/situación a través de una descripción densa y fiel del fenómeno investigado*: Se quiere hacer explícito la realidad presente en el aula de clase en el desarrollo de cada tarea, para ello se utilizan los protocolos de observación a partir de las filmaciones y guías de trabajo.

- *Los estudios de caso tratan de iluminar la comprensión del lector sobre el fenómeno social objeto de estudio*: Este estudio de caso pretende reflejar la importancia del cambio del rol del profesor y la actividad matemática del estudiante, en el aula de clase, esto es, pasar de una enseñanza tradicional, en la cual se parten de definiciones, ejemplos que son presentados por el profesor y la propuesta de ejercicios para ser resueltos por los estudiantes, a una metodología en la que el estudiante se haga responsable de la construcción de su conocimiento y el profesor sea un orientador de este proceso, así mismo interesa dar cuenta de la incidencia de las TIC´s en este cambio, al analizar en el tipo de tareas que se proponen y la manera de gestionarlas en clase.

- *Se observa, se sacan conclusiones y se informa de ellas*: Aunque las conclusiones de este estudio de caso se sacan de lo observado en una clase particular, es importante aclarar que en la fase pre-activa se definen la teoría que se va a utilizar, y a partir de ella se definen las unidades de análisis que se utilizan en la elaboración de los análisis a priori, de tal manera que ellos permitan guiar la observación y dar cuenta de la complejidad de lo que sucede en el aula de clase al integrar TIC´s.

- *Se centran en las relaciones y las interacciones y, por tanto, exigen la participación del investigador en el devenir del caso*: Para este caso interesa la interacción que se presenta entre los elementos del sistema didáctico al considerar la integración de TIC´s (profesor-estudiantes, estudiantes-conocimiento, profesor-conocimiento, estudiante-simulador, profesor-simulador), se debe tener en cuenta que el profesor también tiene el rol de investigador y por tanto su participación se da en las diferentes fases empleadas en esta metodología y no solamente en la fase activa.

- *Se dan procesos de negociación entre el investigador y los participantes de forma permanente*: Los procesos de negociación se pueden ver claramente identificados en los momentos de institucionalización que se presentan en la puesta en escena, así como en la manera en que el profesor gestiona las tareas, dando un rol protagónico a los estudiantes y permitiendo que ellos exploren, conjeturen y validen a partir de los resultados generados por los simuladores.

- *Los estudios de caso incorporan múltiples fuentes de datos y el análisis de los mismos se ha de realizar de modo global e interrelacionado*: Las fuentes utilizadas son las filmaciones de las clases en las cuales se desarrollaron las tareas, las guías resueltas a lápiz y papel y el conocimiento previo del investigador de las características de la institución y sus estudiantes.

- *Las premisas y la expansión de los resultados a otros casos surgen fundamentalmente del trabajo de campo, lo que exige una descripción minuciosa del proceso investigador seguido*: Al considerar el trabajo en la plataforma PhET de la Universidad de Colorado, se trata de una reutilización de algunos de los simuladores y tareas propuestas y de su adaptación al contexto colombiano, de ahí, que los resultados encontrados hagan parte de la expansión a la que se desea llegar con este tipo de propuestas de diferentes grupos de investigación a nivel internacional y que a nivel local se inicie la incursión en la adaptación de recursos con software libre.

Por otro lado, la elección de un estudio de casos puede apoyarse en las tres razones dadas por (Rodríguez y otros1996: 95, cit. por Álvarez & San Fabián, 2012):

1. Su carácter crítico, es decir, en la medida en que el caso permite confirmar, cambiar, modificar o ampliar el conocimiento sobre el objeto de estudio.

2. Su carácter extremo o unicidad, pues parte de una situación que tiene un carácter específico y peculiar. Como señala Stake, “estudiamos un caso cuando tiene un interés muy especial en sí mismo” (Stake 2005: 11cit. por Álvarez & San Fabián, 2012):
3. Finalmente, el carácter revelador del caso permite observar y analizar un fenómeno o hecho particular relativamente desconocido en la investigación educativa y sobre el cualpueden realizarse aportaciones de enorme relevancia.

Por otra parte, por ser un estudio de tipo cualitativo, interesa caracterizar la manera en que los estudiantes, de grado noveno del Liceo Carlos Castro Saavedra, interactúan con algunos simuladores disponibles en la plataforma PhET de la Universidad de Colorado para la construcción de su conocimiento matemático.

Como ya se mencionó la metodología de estudio de casos es apropiada en este trabajo, por la complejidad que se presenta al analizar la integración de tecnología en el aula de clase para el estudio de la función cuadrática, al considerar la relación que se presenta entre los diferentes elementos del sistema didáctico y poder describir la gestión del profesor.

La teoría en la que se fundamenta éste estudio de caso es la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), puesto que ella permite dar cuenta de la organización del conocimiento matemático en términos de praxeologías matemáticas y didácticas, así mismo, por las características de los simuladores utilizados en este estudio de casos, interesa dar cuenta del enfoque instrumental en términos de lo que se entiende por recurso pedagógico, la orquestación instrumental y el proceso de génesis instrumental que se pueda llegar a dar.

Se decidió adaptar algunas de las tareas presentes en los documentos disponibles en la plataforma PhET, una de las razonas es la utilización de software libre, lo cual le permite a los usuarios interactuar con los diseños y tener acceso a manuales y evolución de los diseños, así mismo porque los diseños hacen parte de investigaciones realizadas por la Universidad de Colorado, los cuales han sido probados y evaluados, por el grupo de investigación. Como hipótesis se tiene que éstos diseños contribuirán al manejo de los diferentes sistemas de representación de la función cuadrática y la importancia de la gestión del profesor para la construcción del conocimiento matemático con la ayuda del simulador.

Por lo anterior, este trabajo centra su interés en caracterizar el estudio de las funciones cuadráticas, en términos del tipo de tareas, técnicas y tecnologías utilizadas por los estudiantes de grado noveno, e identificar los momentos de estudio que se presentan en el desarrollo de una clase, cuando se decide implementar tareas propuestas en los simuladores seleccionados, así como dar cuenta de la gestión del profesor. Para dar cuenta de ello se describirán algunos episodios de las clases realizadas y se retoman algunas de las respuestas dadas a lápiz y papel; la información es recolectada a partir de filmaciones de las clases y de las guías resueltas por los estudiantes.

Las tareas se implementaran con estudiantes de grado noveno del Liceo Carlos Castro Saavedra, esta institución ofrece servicios de educación preescolar, básica primaria y básica secundaria y educación media, complementados con técnicas de oficina, contabilidad, arte, música y danza, dirigido a estudiantes de estrato 3 y 4, cuenta con 123 estudiantes, de los cuales 8 pertenecen al grado noveno, cuyas edades oscilan entre 14 y 15 años.

La planta física pertenece a los dueños del colegio y consta de 8 aulas, una sala de sistemas, laboratorio, enfermería y biblioteca.¨

Figura Nº 6. El colegio

3.1 Fases de la investigación

La investigación mediante estudios de casos sigue unas fases generales ampliamente aceptadas.Tomando la clasificación de (Pérez Serrano 1994 y Martínez Bonafé 1990cit. por Álvarez & San Fabián, 2012) podemos distinguir entre:

3.1.1. Fase preactiva. En ella se tienen en cuenta los fundamentos epistemológicos que enmarcan el problema o caso, los objetivos pretendidos, la información de que se dispone, los criterios de selección de los casos, las influencias del contexto donde se han desarrollado los estudios, los recursos y las técnicas que se han de necesitar y una temporalización aproximada. La pregunta de investigación sirve para definir la unidad o unidades de análisis a considerar. De esta forma, se establece una relación entre constructos teóricos y unidades empíricas, categorías generales y específicas (Ragin y Becker 1992), estableciendo una “cadena de evidencias” (Yin 1989cit. por Álvarez & San Fabián, 2012).

Una de las tareas más difíciles es esclarecer empíricamente el tamaño y los límites de un determinadocaso. También lo es establecer el número de eventos o situaciones que permitan atribuir a una muestrade registros la representatividad del conjunto (Carbaugh 2007cit. por Álvarez & San Fabián, 2012). Desde la investigación cualitativa, losinvestigadores plantean que en esta fase tienen que enfrentarse a problemas prácticos tales como:

- Desconocer el ámbito de estudio concreto en el que se desarrollará la investigación (elcontexto institucional y social del ámbito educativo seleccionado, por ejemplo).
– Plantearse a priori todo el proceso de investigación (cronología, estrategias de recogida dedatos, etc.).

En el presente trabajo, esta fase se encuentra desarrollada en el capítulo I el cual se presentan los aspectos generales del problema de investigación y los objetivos de la investigación; en el capítulo II se presenta el marco teórico que permitirá definir las unidades de análisis, las cuales se utilizan para la elaboración de los análisis a priori que se desarrollan a continuación:

La actividad matemática de este trabajo de grado, es una propuesta experimental que pretende abordar el estudio de la función cuadrática a partir de la simulación del lanzamiento de un proyectil y ecuación de la gráfica, éstos simuladores que se encuentran entre los recursos que ofrecela plataforma PhET de la Universidad de Colorado. Para ello se tendrá en cuenta una aproximación desde la TAD que dará una idea de cómo organizar el conocimiento, al analizar el tipo de tareas pertinentes para poder lograr en los estudiantes la construcción de un tipo de técnicas y unas justificaciones de las mismas y asípoder dar cuenta de algunos elementos de la teoría matemática.

Por otro lado la Orquestación Instrumental dará cuenta de la gestión didáctica del profesor para darle uso al recurso pedagógico, para este caso la plataforma PhET de la Portal de la Universidad de Colorado.
A continuación se presenta de manera detallada, el análisis a priori de cada una de las tareas que se implementaran:

Análisis de las tareas

La secuencia de tareas de este trabajo de grado, es una propuesta de tipo experimental que pretende abordar el estudio de la función cuadrática a partir de la manipulación de simuladores.

La característica fundamental de esta secuencia, consiste en la modelización de actividades como el lanzamiento de un proyectil y la gráfica de la ecuación, las cuales permitirán identificar las características de la función cuadrática, para ello se tendrá en cuenta el diseño de las tareas propuestas por el profesor con el fin de desarrollar un tipo de técnicas y sus respectivas justificaciones matemáticas (tecnología).

Para el diseño de las tareas se tuvo en consideración algunas de las ideas de enseñanza disponibles en cada simulador, las cuales fueron adaptadas según los propósitos que se quieren conseguir.

Se espera que el trabajo con éste tipo de tareas logren motivar al estudiante para el estudio de función cuadrática al poder conectar las matemáticas con otras áreas del conocimiento y con un contexto cercano o familiar para ellos. De esta manera se puede afirmar que los simuladores se convierten en mediadores de la actividad matemática porque le permite al estudiante explorar, formular y validar sus hipótesis.

La secuencia de tareas estará conformada por tres tareas y sus respectivos análisis, estas tareas servirán para que el estudiante descubra propiedades de la noción en juego y al mismo tiempo los análisis permitirán al profesor hacer un seguimiento a la actividad matemática del estudiante en cada tarea, según la siguiente rejilla:

APROXIMACIÓN ANTROPOLÓGICA DE LO DIDÁCTICO		**ORQUESTACIÓN INSTRUMENTAL**	
Praxeología Matemática	**Tipo de tareas** **Técnicas** **Tecnología** **Teoría**	**Recurso Pedagógico**	**Posibilidades** **Restricciones**
Momentos de Estudio	**Primer encuentro** **Exploratorio** **Trabajo con la técnica** **Tecnológico-Teórico** **Institucionalización**	**Gestión del Profesor**	**Tiempos** **Formas de participación**

Tabla 3. Rejilla de análisis de las tareas

Los cuales se presentan a continuación:

Análisis de la Tarea 1: El Hombre Bala

Figura Nº7. El hombre bala

En la primera parte de ésta tarea [ver Anexo 1] , se plantea una lectura con el fin de contextualizar y motivar el estudio de las características de la función cuadrática a partir de una situación real, en esta tarea los estudiantes pueden identificar las variables que intervienen en el lanzamiento de un hombre bala de acuerdo a sus conocimientos previos, así mismo deben seleccionar TODAS las variables que consideren pertinentes, y finalmente deben justificar cómo cada variable afecta la distancia, la altura alcanzada y tiempo de vuelo del hombre bala.

No obstante, las posibles dificultades que se pueden presentar en la identificación de las variables están en considerar un movimiento no idealizado, en el cual no interviene el viento, la lluvia, la temperatura y el peso del objeto.

En la segunda parte, los estudiantes corroboran las predicciones realizadas con ayuda del simulador explorando específicamente la incidencia en la altura, la distancia alcanzada y el tiempo de vuelo según el ángulo de elevación del cañón y la velocidad inicial del hombre bala.

En esta parte de la tarea los estudiantes podrán encontrarse dificultades como creer que si el ángulo aumenta, la distancia alcanzada también aumenta, sin tener en cuenta que ésto solo ocurre cuando el ángulo está entre 0^o y 45^o, a partir de 46^o la distancia alcanzada disminuye. Por otro lado, la altura disminuye cuando el ángulo varía entre 0^o y 45^o y aumenta a partir de 46^o.

Praxeología Matemática

La estructura de la praxeología matemática que se estudió en la tarea 1 se puede describir asi:

Se privilegiaron las tareas que permiten el estudio de la variación en un contexto físico de movimiento y su representación gráfica, al identificar las variables que intervienen en el lanzamiento de un hombre bala y establecer su incidencia en este movimiento.

En cuanto a las técnicas se favoreció la formulación, exploración y validación de algunas conjeturas frente a los efectos que producen las variables que intervienen en el lanzamiento de un hombre bala al experimentar con el simulador. Así como la lectura, comparación e interpretación de gráficos, para la identificación de los puntos máximos y mínimos, distancia alcanzada y tiempo de vuelo.

Las justificaciones se darán a partir de los conocimientos previos de los estudiantes por ser un contexto familiar para ellos de tal manera que puedan identificar la velocidad inicial y el ángulo con respecto a la horizontal como las variables que influyen directamente en el lanzamiento del hombre bala en condiciones ideales.

La exploración y validación de las conjeturas se realiza a partir de la manipulación y observación de lo presentado en el simulador, se espera que los estudiantes puedan identificar que el hombre bala alcanza su máxima altura con un ángulo de 90^o, la altura disminuye cuando el ángulo varía en el intervalo $[0^o, 45^o)$ y aumenta a partir del intervalo $(45^o, 90^o]$ por otro lado cuando el ángulo está en el intervalo $[0^o, 45^o)$, la distancia alcanzada aumenta, y a partir del intervalo $(45^o, 90^o]$ la distancia alcanzada disminuye. Así mismo a mayor velocidad, mayor será la altura alcanzada, la distancia y el tiempo de vuelo. Esto significa que las magnitudes se encuentran directamente correlacionadas.

La teoría general que fundamenta el estudio de la función cuadrática se enmarca en la teoría de funciones con variable real.

Momentos didácticos para el estudio de la función cuadrática.

A continuación se describen los diferentes momentos de estudio que se esperan ver en la implementación de las tareas:

Primer encuentro

En este momento se acerca a los estudiantes en el análisis de una situación de "*lanzamiento de un hombre bala"* a partir de una lectura, la cual se realiza de manera individual, es discutida en parejas y cada uno escribe su respuesta en la guía de trabajo entregada.

Momento exploratorio

Se da cuando los estudiantes ingresan a la página web de la universidad de Colorado y se familiarizan con los controles del simulador "*ProjectileMotion*", en esta exploración identifican que pueden seleccionar el objeto para ser lanzado, y se pueden cambiar las condiciones iniciales del lanzamiento tales como: el ángulo, la velocidad inicial, el diámetro y la masa. Igualmente pueden cambiar la posición de la diana y la altura del cañón.

Después de realizar una exploración libre de aproximadamente 15 minutos, los estudiantes exploran la aplicación de acuerdo a las preguntas formuladas en la guía de trabajo, y centra su atención en el cambio del ángulo y la velocidad inicial al seleccionar el humano adulto, que simula el lanzamiento del hombre bala.

Momento del trabajo de la técnica

Una vez identificadas las variables que se encuentran en el simulador y determinar las variables a tener en cuenta, los estudiantes realizan el experimento con el fin de explorar y validar las conjeturas iniciales y llegar a las conclusiones esperadas. De esta manera la técnica a desarrollar consiste en el cambio de los valores de una sola condición, en este caso el ángulo y la velocidad, y realizar la comparación entre las gráficas generadas.

Momento tecnológico - teórico

Los estudiantes deben justificar las gráficas generadas en el simulador, a partir de la distancia alcanzada de manera horizontal y vertical al variar el ángulo y la velocidad, así mismo, deben identificar las magnitudes que varían y las que permanecen constantes.

Momento de Institucionalización

En este momento el profesor dirige la socialización de las respuestas dadas por los estudiantes, las cuales se someten a discusión y se realizan acuerdos sobre las nociones matemáticas centrales.

De otra parte, se pretenden desarrollar génesis instrumentales de manera colectiva, al socializar las dificultades y maneras de utilización del simulador para desarrollar las tareas propuestas.

Análisis de la Tarea 2: Hombre al blanco

En la segunda tarea los estudiantes deben utilizar la gráfica generada correctamente para dar en la *diana* según las condiciones presentada en la tabla para cada lanzamiento y luego completar otra tabla con las alturas respectivas a los tiempos dados. [Ver Anexo 2]

En el literal (a) el estudiante debe tener en cuenta que las alturas, las debe medir a partir del eje x, del sistemas de coordenadas rectangulares dado por el simulador y no a partir del suelo, formando un ángulo de noventa grados, de esta manera los estudiantes deben ubicar el metro cumpliendo con esta condición sobre el eje horizontal. De no ser así se puede presentar como una dificultad para encontrar la representación algebraica esperada en el siguiente punto de la tarea.

Para los literales (b y c) los estudiantes deben identificar cuál es la variable independiente y cuál es la dependiente de la tabla del literal (a), de esta manera se espera que los estudiantes identifique como variable independiente el tiempo y como variable dependiente la altura, con el fin de encontrar la representación general de la función cuadrática a partir del planteamiento de un sistema de ecuaciones lineales para hallar los valores de los parámetros a, b y c que describen la trayectoria del hombre bala. Este mismo procedimiento se realiza para los literales (d y e).

En esta parte de la tarea los estudiantes pueden encontrarse con dificultades como: No saber cómo plantear y/o resolver el sistema de ecuaciones lineales 2x2 y por lo tanto no encontrar la ecuación correspondiente al lanzamiento, además encontrar dos valores del ángulo, con el cual podrán hacer que el hombre bala caiga en la *diana,* sin tener en cuenta que la tarea le pide hallar el ángulo con el cual alcanza una altura máxima.

Después de haber encontrado la función de cada lanzamiento en el literal (f), se indaga por lo que pueden representar los parámetros a, b y c, la expectativa es que los estudiantes respondan que el parámetro "*a"* es constante con un valor aproximado de 4.9 y que el parámetro "*c"* representa la altura inicial desde donde se dispara el hombre bala, el parámetro "*b*" establece la relación entre la velocidad inicial y el seno del ángulo con respecto a la horizontal, sin embargo esta última relación es poco probable que sea identificada por los estudiantes.

En el punto 2 de la tarea 2, los estudiantes deben encontrar la representación canónica de la función cuadrática, se espera que a partir del gráfico identifiquen la altura máxima alcanzada por el hombre bala y su tiempo correspondiente, una de las dificultades es que los estudiantes relacionan h con la altura y no con el tiempo, otra dificultad es no considerar que el tiempo en subir no es el mismo al tiempo en bajar por que la distancia recorrida no es la misma. Una de las posibles estrategias para hallar el tiempo es despejándolo en la función canónica y hallar su valor al considerar una coordenada del gráfico y el valor de k.

Praxeología Matemática

La estructura de la praxeología matemática que se estudió en la tarea 2 es:

Se privilegiaron aquellas tareas que permiten el estudio de la variación en un contexto físico de movimiento y su representación gráfica. Algunas de ellas son:

- Realizar lectura de puntos en el gráfico generado por el lanzamiento del hombre bala según las condiciones dadas.
- Encontrar los valores de los parámetros para la expresión general de la función cuadrática.
- Reconocer lo que representa los parámetros en la expresión general de la función cuadrática en un contexto físico.
- Hallar la representación canónica de la función cuadrática.

En cuanto a las técnicas se favoreció la lectura de los puntos marcados en la gráfica generada por el simulador en los dos lanzamientos e identificar la variable independiente y dependiente, plantear y resolver un sistema de ecuaciones lineales para hallar la expresión algebraica que representa el lanzamiento del hombre bala y encontrar regularidades en el valor de los parámetros hallados.

Las justificaciones de darán a partir de:

- El concepto de función, se establece como variable independiente "*x*" y como variable dependiente "*y*", se debe relacionar "*x*" con el tiempo y "*y*" con la altura alcanzada.
- La definición de la altura utilizando una medida estandarizada.
- Las condiciones para resolver un sistema de ecuaciones lineales.
- La utilización de diferentes métodos de solución de un sistema de ecuaciones lineales.

- La identificación de que el parámetro “a” equivale a un medio de la gravedad y que representa un valor constante.
- La relación del parámetro “b” con la velocidad inicial y el seno del ángulo con respecto a la horizontal.
- La relación del parámetro “c” con la altura.
- Reemplazar los parámetros a, b y c en la expresión general de la función cuadrática.
- El valor de h corresponde al tiempo.
- El valor de k representa la altura.
- Reemplazar los parámetros h y k en la expresión canónica de la función cuadrática.

Momentos didácticos para el estudio de la función cuadrática.

A continuación se describen los diferentes momentos de estudio que se esperan ver en la implementación de las tareas:

Momento exploratorio

Se presenta cuando los estudiantes exploran en el simulador para encontrar el valor del ángulo en el primer lanzamiento según las condiciones dadas, y cuando debe hallar el valor de la velocidad inicial en el segundo lanzamiento del hombre bala.

Momento del trabajo de la técnica

Inicialmente se da el trabajo de la técnica cuando los estudiantes deben medir la altura para los tiempos marcados en la gráfica generada por el simulador en los dos lanzamientos.

La segunda técnica que se presenta es identificar la variable dependiente e independiente entre tiempo y altura.

Luego, desarrollan la técnica de plantear y resolver un sistema de ecuaciones al utilizar cada coordenada hallada para los dos lanzamientos del hombre bala propuestos.

La última técnica la desarrolla al encontrar que representan los parámetros *a, b* y *c* en la pregunta (f)

Momento tecnológico - teórico

Los estudiantes deben justificar las técnicas utilizadas a partir del concepto de función, las condiciones para plantear y resolver un sistema de ecuaciones, además de la relación de la función cuadrática con el movimiento parabólico.

Momento de Institucionalización

En este momento el profesor dirige la socialización de las respuestas dadas por los estudiantes, las cuales se someten a discusión y se realizan acuerdos sobre las nociones matemáticas centrales.

De otra parte, se pretenden desarrollar génesis instrumentales de manera colectiva, al socializar las dificultades y maneras de utilización del simulador para desarrollar las tareas propuestas.

Análisis de la Tarea 3: Explorando Parámetros

En la tercera tarea [ver Anexo] 3 los estudiantes deben identificar las variaciones que se generan en la representación gráfica de la función cuadrática al variar los parámetros *a*, *b* y *c* en el simulador "*ecuación de la gráfica"*. En la primera pregunta se presentan algunos valores de los parámetros con el fin de guiar la exploración.

En el literal (a) se espera que los estudiantes identifiquen que si el valor de *a* es positivo la gráfica es cóncava hacia arriba, y si *a*es negativa es cóncava hacia abajo.

En el literal (b) los estudiantes deben identificar que cuándo el parámetro *a* es igual a cero la gráfica que se genera es la de una función lineal o afín.

Para el literal (a) de la segunda pregunta posiblemente los estudiantes identifiquen que cuando los valores de *b* y *c* son cero, la gráfica tiene el vértice en el origen de coordenadas.
En el literal (b) se espera que los estudiantes concluyan que si *b*=0 y *c* es positivo la gráfica de $y=x^2$ se desplaza *c* unidades hacia arriba, por otro lado si b=0 y *c* es negativo la gráfica se desplaza *c* unidades hacia abajo.

En el literal (c) los estudiantes deben identificar que la gráfica siempre pasa por el origen de coordenadas y el vértice no se encuentra en el origen ni sobre el eje y.

En el literal (d) se espera que los estudiantes identifiquen que el valor de *c* es el corte con el eje y.

Praxeología Matemática

La estructura de la praxeología matemática que se estudió en la tarea 3 es:

Se privilegiaron aquellas tareas que permiten el estudio de la variación en un contexto físico de movimiento y su representación gráfica, algunas de ellas son:

- Realizar lectura de puntos en el gráfico generado al variar los parámetros.
- Variar los valores de los parámetros de la expresión general de la función cuadrática para observar lo que sucede con la representación gráfica.
- Reconocer lo que representa los parámetros en la expresión general de la función cuadrática.

Las estrategias que los estudiantes pueden llegar a implementar para dar solución a las tareas propuestas son:

- La lectura de puntos para identificar la posición del vértice en el plano cartesiano y corte con el eje y.

- La exploración de los diferentes valores para identificar el patrón de variación en la gráfica.
- La identificación de los valores de los parámetros *a*, *b* y *c* dada una expresión algebraica.
- Analizar algunas características y elementos de la representación gráfica.

Dentro de las justificaciones que los estudiantes le den a las estrategias utilizadas se podrán encontrar:

- El parámetro "*a*" representa la concavidad de la parábola.
- El parámetro "b" relaciona el desplazamiento de la gráfica hacia la derecha o izquierda con respecto al eje y.
- El parámetro "*c*" representa el corte con el eje y, además del desplazamiento sobre el eje y cuando la expresión tiene la forma $y=ax^2+c$.

Momentos didácticos para el estudio de la función cuadrática.

A continuación se describen los diferentes momentos de estudio que se esperan ver en la implementación de las tareas:

Primer encuentro

En este momento se presenta a los estudiantes otro de los simuladores disponibles en la plataforma PhET, para que realicen una exploración libre del mismo.

Momento exploratorio

Se presenta cuando los estudiantes exploran en el simulador con los parámetros asignados en la primera pregunta, para encontrar lo que representa cada uno.

Momento del trabajo de la técnica

Inicialmente se da el trabajo de la técnica cuando los estudiantes asignan valores positivos, negativos o iguales a cero para todos los parámetros y observar la variación de la gráfica. Así como, dada una expresión algebraica identificar el valor de los parámetros.

La última técnica la desarrolla al encontrar qué representan los parámetros *a, b* y *c* en la representación gráfica.

Momento tecnológico - teórico

Los estudiantes deben justificar las técnicas utilizadas a partir de la ubicación y desplazamiento de la gráfica en el plano cartesiano, a partir de algunos elementos de la parábola tales como vértice, concavidad y corte con el eje *y*.

Momento de Institucionalización

En este momento el profesor dirige la socialización de las respuestas dadas por los estudiantes, las cuales se someten a discusión y se realizan acuerdos sobre las nociones matemáticas centrales.

De otra parte, se pretenden desarrollar génesis instrumentales de manera colectiva, al socializar las dificultades y maneras de utilización del simulador para desarrollar las tareas propuestas.

Gestión didáctica del profesor

Es claro que toda actividad matemática debe presentar una estructura centrada en los participantes que intervienen en dicha actividad, de ahí la importancia de la gestión del profesor.

Al respecto, una de las actividades centrales del profesor se situará con relación a los momentos didácticos de estudio que se pueden evidenciar en esta secuencia, así como también en lo relacionado con las responsabilidades, roles y acciones de los participantes, así el rol del profesor está más relacionado con escuchar, preguntar y gestionar el desarrollo de las tareas.

Los momentos didácticos que describen una dinámica para el estudio de las praxeologías matemáticas están conformados por seis dimensiones, de la cuales se tomarán en cuenta sólo cinco, en ellas el rol del profesor está presente.

Por ser una actividad experimental de tipo exploratorio, interesa describir lo que sucede en el desarrollo de las tareas propuestas, y no se da un momento diferente en el que los estudiantes utilicen el conocimiento construido en otro contexto.

En los tres primeros momentos (momento del primer encuentro, exploratorio, trabajo con la técnica, tecnológico-teórico) aunque parezca que el profesor no está presente se debe tener en cuenta que el papel de éste es el de proponer, seguir y valorar el trabajo hecho por los estudiantes, además también se puede ver su papel con el tipo de preguntas y la manera en que orienta la actividad matemática del estudiante.

Igualmente recae sobre el profesor la gestión de los momentos de institucionalización, entendida como un acto colectivo de la puesta en común de los conocimientos matemáticos centrales en este caso *función cuadrática*.

Desde este punto de vista, a continuación se explicitan los criterios que pueden llegar a dar cuenta de la gestión del profesor en cada uno de los momentos anteriormente señalados, esto es importante considerarlo en los análisis a priori pues servirá de referencia para realizar el análisis de la fase post-activa de dicha gestión.

- *Organización de los tiempos y propósitos* de cada una de las tareas propuestas:

Tarea	Nombre	Propósito	Tiempo	artefacto
1	El hombre bala	Identificar las variables que intervienen en el lanzamiento de un hombre bala	90 minutos	• Propuesta de proyectil • Guía de aplicación
2	Hombre al blanco	Establecer la relación entre el registro de representación gráfico y el algebraico	120 minutos	
3	Explorando parámetros	Identificar la variación que presenta en la representación gráfica de una función cuadrática de la forma ax^2+bx+c al variar los parámetros a, b y c.	60 minutos	• Ecuación de la gráfica • Guía deaplicación

Tabla 4. Organización de tiempos y propósitos de cada tarea.

- *Mecanismos de participación* las tareas se realizan de manera individual, se entrega una guía de trabajo impresa y los estudiantes disponen de un computador para la experimentación en el simulador. Sin embargo está abierta la posibilidad de intercambiar ideas con el compañero asignado, finalmente se socializan las respuestas de cada tarea, en un tiempo adicional de aproximadamente 15 minutos.

- *Consignas, condiciones y restricciones de las tareas,* se presentan en función de los esquemas de uso a desarrollar en el manejo del simulador.

- *Conocimientos previos*, los conocimientos necesarios que el estudiante debe tener en cuenta para razonar a las preguntas y poder encontrar una respuesta y desarrollar las técnicas son: tener claridad sobre concepto de dependencia e independencia, poder ubicar en el plano cartesiano diferentes valores, saber resolver sistemas de ecuaciones lineales y tener una buena lectura de gráficos.

- *Orquestación*, la actividad se desarrollará en el salón de clase, cada estudiante lleva su computador portátil y se dispone del WiFi del Liceo Carlos Castro Saavedra, se le hace entrega de una guía impresa, además se cuenta con un video beam, tablero y marcador. Los contenidos matemáticos se organizan partiendo del estudio de un fenómeno real, para el manejo de los diferentes sistemas de representación matemáticos, tales como el gráfico, tabular y algebraico, en éste último se realizó el estudio de los parámetros y su relación con el gráfico.

- *Rol del estudiante*, participar de manera activa en el desarrollo de las tareas propuestas por el profesor, responsabilizándose de las respuestas que dé para la construcción del conocimiento, esto es, no debe esperar la validación por parte del profesor sino que el debe estar convencido de la veracidad por los elementos tecnológicos empleados para justificar las técnicas utilizadas.

3.1.2 Fase interactiva. Corresponde al trabajo de campo y a los procedimientos y desarrollo del estudio, utilizando diferentes técnicas cualitativas: toma de contacto y negociación que sirven para delimitar las perspectivas iniciales del investigador, las entrevistas, la observación y las evidencias documentales. En esta fase es fundamental el procedimiento de la triangulación para que pueda ser contrastada la información desde fuentes diferentes.

En la fase interactiva la principal preocupación suele ser recoger, reducir y relacionar la informaciónrecogida a través de diferentes técnicas: observación participante, entrevista, foros de debate y análisisdocumental.

En ocasiones esta fase se vuelve problemática porque:
- El investigador puede tender a implicarse en exceso en las cuestiones que investiga o bientener dificultades para empatizar con el grupo.
– Pueden surgir problemas de tiempo, como disponer de poco tiempo para realizar el trabajode campo, tener que adaptarse a un horario poco conveniente, etc.
– El investigador juega un papel “temporal” en el contexto a investigar (mientras dure lainvestigación).
– El volumen de datos recogidos suele ser muy amplio y difícil de reducir.

– No es fácil lograr el equilibrio entre la visión microscópica y la macroscópica.

En este caso, se ha utilizado una combinación del modo teórico y descriptivo, puesto que se encuentran claramente definidos los elementos teóricos que permiten explicar lo observado en las clases, a partir del registro fílmico y del trabajo a lápiz y papel.

En esta fase interactiva se pondrá en escena la secuencia didáctica que se adaptó a partir de los análisis hechos anteriormente y los objetivos que se quieren alcanzar con actividades estrictamente planificadas.

3.1.3 Fase post-activa. Se refiere a la elaboración del informe del estudio final en que se detallan las reflexiones críticas sobre el problema o caso estudiado. Algunos problemas prácticos propios de esta fase son:

- Dificultades respecto a la confidencialidad de los datos, pues debe salvaguardarse laidentidad de aquellos sujetos que se investigan, salvo que en el estudio se acuerde que esimportante desvelar algunos datos identificativos.

- Escasez de tiempo por tener que efectuar una redacción y entrega de informes ágil.

- Problemas a la hora de difundir los resultados en la comunidad de profesionales y en lacomunidad científica, también en los medios de comunicación social.

En esta fase post-activa se hará una evaluación del trabajo realizado teniendo en cuenta los objetivos planteados al inicio del trabajo y los datos recogidos a lo largo de la fase interactiva, esta fase se desarrolla en el capítulo IV en el cual se presentan los análisis y resultados.

CAPÍTULO IV ANÁLISIS Y RESULTADOS

En este capítulo se reporta el análisis de la implementación de las tareas para el estudio de la función cuadrática en un contexto físico, según la Tabla 3. Rejilla de análisis realizada en la fase preactiva del capítulo 3.

4.1 FASE POST-ACTIVA

4.1.1 Momentos didácticos para el estudio de la función cuadrática.

En este análisis se describieron los diferentes momentos didácticos llevados a cabo durante la implementación a partir del registro audiovisual, aunque los momentos propuestos por Bosch, Gascón y Ruiz (2006) no se presentan necesariamente en este orden, por la manera como fue organizada la guía de aplicación se encuentran preconcebidos los diferentes momentos que se presentaron.

Tarea 1: El Hombre Bala

Momento del primer encuentro

Como se tenía previsto en los análisis a priori, inicialmente se entregó a cada estudiante una guía con la primera tarea, en ella los estudiantes debían leer la reseña presentada sobre “El hombre bala” de manera individual y luego de dialogar con su compañero sobre la misma, dieron respuesta al ítem 1(a) y 1(b) de manera individual.

Momento de institucionalización

En este momento el profesor vio la necesidad de realizar la socialización de las respuestas dadas por los estudiantesantes de utilizar el simulador para poder hacer un análisis de lo que pensaban los estudiantes antes y después de su utilización, en el siguiente diálogo se observa cómo se dio la misma:

P: bueno muchachos vamos a compartir cada una de las respuestas dadas por ustedes las tareas. A la pregunta 1 literal (a).

J: el modelo del cañón, porque entre más fuerte lance es mejor.

P: y ese mas fuerte lance, que trae implícito.

J: la velocidad.

P: entonces lo que en realidad está influyendo en el lanzamiento del hombre bala, no es el modelo del cañón, si no la velocidad inicial con que salga el hombre bala.

H: yo escogí la velocidad inicial, porque entre mayor velocidad inicial tenga al ser expulsado mayor distancia va a recorrer,

P: muy bien, entonces hay una relación entre la velocidad y la distancia recorrida.

V: el peso del objeto, porque entre más ligero sea hay más posibilidad de que recorra más distancia.

S: el ángulo con respecto a la horizontal, porque..pues depende del ángulo con respecto a la horizontal la caída del objeto y de la velocidad inicial.

D: el estado del tiempo, pues depende de cómo esté el tiempo, es decir si está haciendo mucho viento y éste es contrario hacia donde va el hombre bala, puede hacer que este pierda potencia o velocidad.

M: la distancia de la maya de protección, pues porque si la malla está a una distancia más corta, el ángulo debe ser mayor y si está más lejos el ángulo debe disminuir.

P: muchachos en este tipo de movimientos, en este caso “lanzamiento de proyectiles” son movimientos idealizados, es decir se deben omitir algunas de las variables que influyen en ellos para poder llegar a lo esperado como es el caso del estado del tiempo, por lo tanto las variables que se van a tener en cuenta son velocidad inicial y ángulo con respecto a la horizontal.

En el diálogo anterior se puede apreciar que los estudiantes consideraron que todas las variables que estaban en la guía influían en el lanzamiento del hombre bala, pero en la socialización el profesor explicó que por ser un movimiento idealizado no se tendrán en cuenta todas las variables presentes y el análisis se centrará en la velocidad inicial y el ángulo con respecto a la horizontal.

En las respuestas dadas por los estudiantes en la guía se puede observar que la mayoría de estudiantes señalaron casi todas las opciones como lo hizo la estudiante M:

- Velocidad inicial
- Angulo con respecto a la horizontal
- Estado del tiempo
- Modelo del cañón
- Peso del objeto
- Distancia de la malla de protección

Así mismo los estudiantes identificaron la estrecha relación de las diferentes variables y la justificación de ellas en términos de la velocidad inicial y el ángulo con respecto a la horizontal, un ejemplo de ello se encuentra en la respuesta dada por la misma estudiante:

• Velocidad inicial – Porque dependiendo a que velocidad comenzo o la fuerza lo llevara a más velocidad, más impulso
• Ángulo con respecto a lo horizontal – Dependiendo a que ángulo este, depende la altura, si el ángulo disminuye la altura sera muy poca & si el angulo aumenta la altura sera mucho mayor
• Peso del objeto – Entre más ligero sea el objeto más velocidad alcanzara, mientras que si el objeto es pesado la velocidad sera menor & la distancia recorrida sera muy poca
• Distancia de la malla de Protección – dependiendo del ángulo en que este, la malla sera ubicada. si la malla de seguridad esta a poca distancia del cañon significa que el ángulo del cañon aumentara, mientras que si la malla esta más alejada significa que el ángulo De el cañon mermara Eso tendria que ver con el ángulo respecto a lo horizontal.

El profesor les aclaro que algunas de estas variables que ellos habían escogido y dado justificación no se debían tener en cuenta por que el movimiento era idealizado.

Momento exploratorio

Gestión del profesor: El profesor indica con ayuda de un video beam, cómo ingresar a la página de la Universidad de Colorado a través del buscador google y encontrar el simulador de "lanzamiento de un proyectil" como se muestra en el siguiente diálogo:

P: ingresen a internet, abran el buscador google y digiten Phet simulaciones, así les aparece: [ver Figura Nº 8]
S: A mí me aparece en inglés
J: Dele traducir, en la parte superior
P: En la página de inicio [ver figura Nº 9] de click donde dice física, ahora busque donde aparece lanzamiento de un proyectil o propuesta de un proyectil [ver figura Nº 10].
S: ¿La descargo?
P: No, dele click en iniciar ahora.
V: No me apareció
J: Búsquelo bien que está entre los últimos
P: Empiecen a realizar la actividad.
M: Iniciamos desde la pregunta ¿Cómo influye el ángulo en el alcance horizontal?
P: No, lean la primer parte que dice "Dedica unos minutos a familiarizarte con los controles".

Figura Nº 8 Búsqueda del simulador en google

Figura Nº 9 Página de inicio de la plataforma PhET.

Figura Nº 10 Simuladores de física.

En esta gestión se pueden observar algunas de las restricciones de la plataforma al ingresar tales como el idioma y la ubicación de los simuladores, pero esteinconveniente no genero dificultad con lo estipulado en los análisis apriori. De igual forma muestra la interacción que se presenta entre el profesor-estudiantes y entre estudiante - estudiante para ingresar al simulador que se requiere para el desarrollo de la actividad.

A continuación se presentan algunas preguntas y conclusiones a las que llegaron los estudiantes a partir de la exploración libre que se hicieron en el simulador:

V: ¿Profesor uno no puede borrar los que ya hizo? M: Si V: ¿Cómo? M: Hay una tecla que dice borrar M: ¿Profesor por qué dice diana? P: La idea es que usted explore y concluya que es J: ¿Eso amarillito que es profe?, ¿lo amarillito es la malla? P: ¿A qué se le parece? ¿Mira para qué lo puedes utilizar? M: Es un metro V: ¿Para qué es esta tabla? P: Cambia los valores y mira ¿qué pasa con el cañón? V: Ahh! se mueve J: ¿Profesor qué es esto? P: ¿Qué estás variando ahí? J: El ángulo P: ¿Sólo se varía desde ahí? <<Desde el cañón>> J: No, también desde la tabla J: maestro, y esas crucecitas ¿para qué son? P: muy bien, eso lo vamos a utilizar en la próxima tarea, representan cada segundo que tarda el recorrido del hombre bala. P: Listo muchachos, ahora sí empiecen a resolver las preguntas.

Se observa un interés de los estudiantes por descubrir el funcionamiento y utilidad de cada uno de los elementos que aparecen en el simulador. Los estudiantes logran identificar:

- ¿Cómo variar el ángulo del cañón?
- La existencia de un metro
- la utilidad de la tabla y que pueden variar los valores presentados en ella.
- El significado de las cruces presentes en la trayectoria del hombre bala.

Se puede resaltar que con la interacción que se presentó, los estudiantes lograron explorar otras variables de manera independiente tales como: velocidad inicial, masa del objeto, tipo de objetos que se pueden lanzar sin mayor dificultad como se tenía previsto para este momento.

La participación de los estudiantes se da de manera espontánea, esto se observa cuando algunos estudiantes realizan preguntas dirigidas al profesor y es otro estudiante quien le brinda la respuesta, de esta manera se evidencia un cambio en el rol del profesor y del estudiante, el profesor no es el que siempre aclara las dudas y da la respuesta si no que el estudiante se convierte en protagonista de la construcción de su conocimiento a partir de la exploración e interacción con sus compañeros.

Momento de trabajo con la técnica

En este momento la técnica a desarrollar consiste en el cambio de los valores del ángulo y observar su incidencia en la distancia horizontal alcanzada (Pregunta 2 literal a) y en la altura máxima (literal b). En el siguiente diálogo se observa como los estudiantes tienen dificultad para definir cuáles son las variables que se deben cambiar, puesto que modificaban el ángulo y la velocidad de manera simultánea lo cual no les permitía hacer la comparación entre los gráficos generados y sacar conclusiones.

D: profesor pero como sé que es lo que tengo que cambiar, el ángulo o la velocidad
P: ¿Cuál es la pregunta?
D: ¿Cómo influye el ángulo en el alcance horizontal?
P: el ángulo es el que debes cambiar
D: ¿y la velocidad inicial la dejo quieta?
P: si
M: profe y si con dos valores me da
P: ¿Cuál pregunta estas resolviendo?
M: ¿Cómo influye el ángulo en el alcance horizontal?
P: ¿cómo así que con dos valores te da?
M: pues si el ángulo es de 40^o la distancia alcanzada va aumentando pero si ya le es de 50^0 empieza a disminuir.
P: escribe tu apreciación, sigue explorando y trata de buscar el punto exacto.
J: ¿profesor como hago para saber cuál es la altura máxima?
P: comparando
J: ¿cómo?
D: pues no borre las graficas

En el diálogo anterior también se puede evidenciar que los estudiantes comienzan a generar conjeturas acerca de la distancia horizontal alcanzada según los valores dados al ángulo y la apropiación por parte de algunos estudiantes de la técnica de comparación de gráficas, la cual le permitió a algunos estudiantes llegar a las conclusiones esperadas.

En el literal (c y d) los estudiantes modificaron sin inconveniente los valores de la velocidad y determinaron que a mayor velocidad se obtiene una mayor distancia horizontal y altura alcanzada, así como el tiempo de vuelo, son magnitudes directamente correlacionadas.

De lo anterior también podemos concluir que todo lo evidenciado es acorde a lo escrito en los análisis a priori para este momento.

Momento tecnológico-teórico

En este momento los estudiantes debieron argumentar las conclusiones a las que llegaron, se puede apreciar que las justificaciones dadas por ellos se dan a partir gráficos generados en el simulador, comparando los mismos al observar las distancias alcanzadas, tanto horizontal [ver figura Nº11] como vertical [ver figura Nº12]:

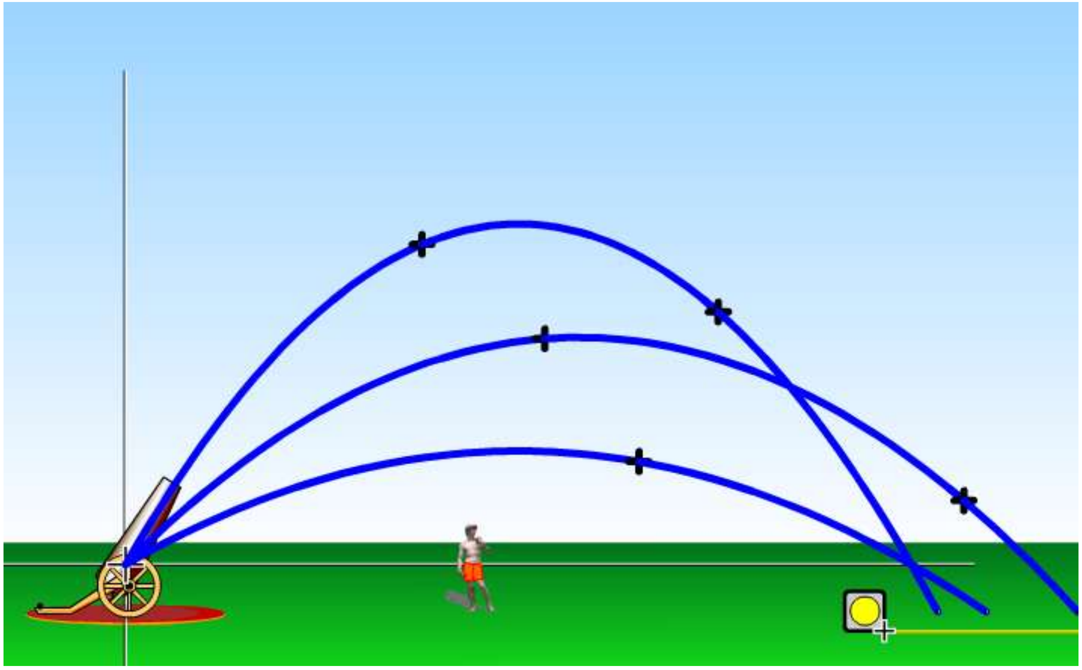
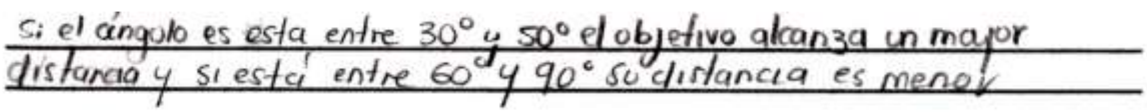


Figura Nº 11 Comparación de gráficos generados para responder pregunta 2 literal (a).

En la imagen se muestra como los estudiantes variaban el ángulo con respecto a la horizontal para saber cuándo su alcance horizontal era mayor una de las conclusiones encontradas por dos estudiantes fue que el alcance horizontal aumenta hasta cierto ángulo y a partir de este el alcance horizontal empieza a disminuir, como se observa en la siguiente respuesta dada por el estudiante D:


Si el ángulo es esta entre 30° y 50° el objetivo alcanza un mayor distancia y si está entre 60° y 90° su distancia es menor

Para la pregunta 2 literal (b) el estudiante J tuvo dificultad para determinar el ángulo con el que se alcanza la altura máxima, la técnica sugerida por su compañero fue comparación de gráficos como se muestra en el siguiente diálogo:

J: ¿profesor como hago para saber cuál es la altura máxima?
P: comparando
J: ¿cómo?
D: pues no borre las gráficas
P: muy bien, así puedes saber cual tiene mayor altura y con qué ángulo.

Al aplicar la técnica sugerida por el estudiante D, se generaron gráficas como la que aparece a continuación.

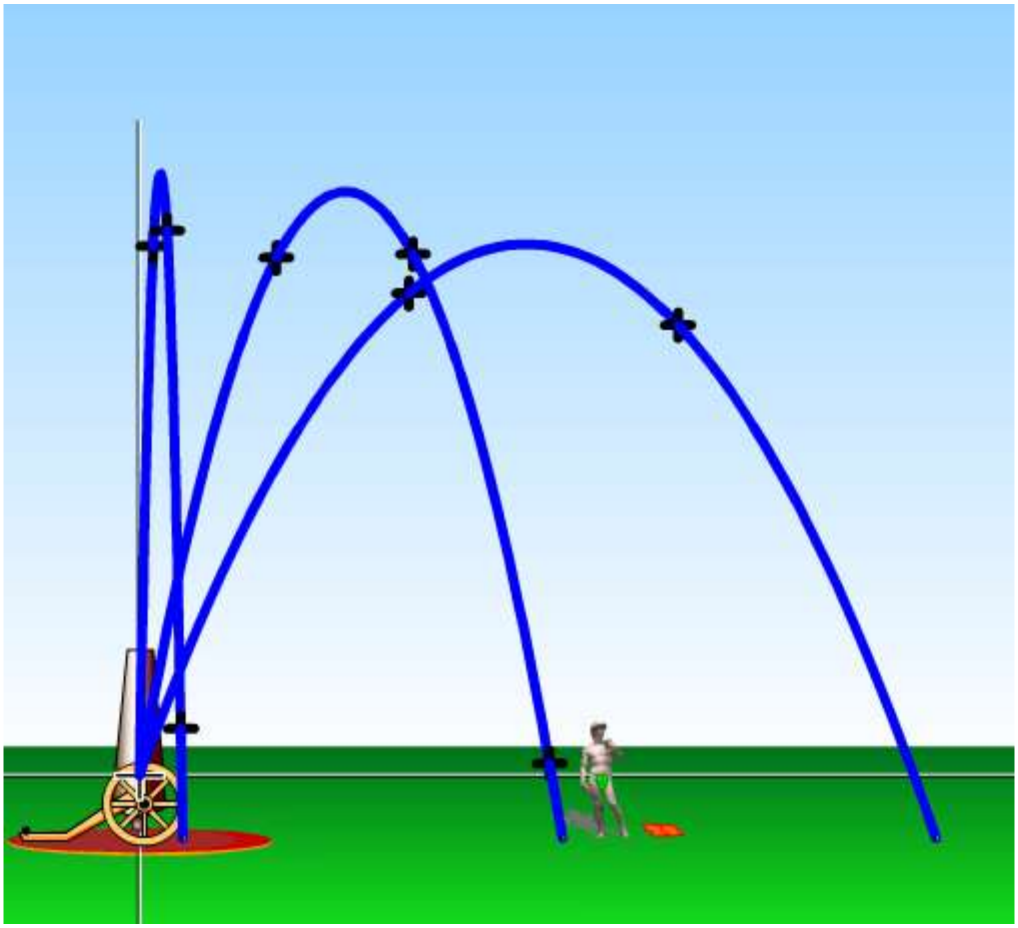


Figura Nº 12 Comparación de gráficos para responder la pregunta 2 literal (b)

Es importante destacar todas las justificaciones utilizadas y el momento en que se dieron estaban estipuladas en los análisis a priori.

Momento de institucionalización

En este momento el profesor dirigió la socialización de las respuestas dadas por los estudiantescomo lo tenía previsto, en el siguiente diálogo se observa cómo se dio la misma:

P: bueno vamos a discutir sobre la tarea, cada uno me va a responder una pregunta y si alguien quiere agregar algo más a la respuesta dada por el compañero lo puede hacer. J qué respondiste a la primera pregunta.

J: entre más inclinado este, más se va a demorar en caer y por lo tanto va a recorrer más distancia.

M: yo respondí algo distinto pero es que no sé cómo explicarlo.

P: bueno M me estaba comentando ahora que si el ángulo va hasta 44º, la distancia aumenta pero la altura disminuye y cuando pasa hasta 46º la distancia empieza a disminuir y la altura a aumentar y efectivamente así es, pero el ángulo exacto es 45º. (El profesor lo muestra con ayuda del video beam). La otra pregunta.

H: la altura máxima la alcanza con un ángulo de 90º

P: muy bien, D que respondió a la otra pregunta.

D: pues a mayor velocidad inicial más altura y mayor distancia va a recorrer.

P: muy bien. V que respondiste a la otra pregunta.

V: a mayor velocidad inicial más tiempo de vuelo va a tener, y entre menos velocidad, menor tiempo de vuelo.

P:¿alguien tiene algo más que agregar? bueno entonces discutamos otras cosas:

-¿han visto el rastro que deja un jet?

J: si

P: ¿cuál sería la trayectoria que deja el hombre bala?

D: esa curvita azul

P: muy bien, ahora ¿será que esa curva puede ser diferente?

J: no, siempre es la misma

V: puede ser más ancha o más angosta.

P: excelente, puede ser más ancha o más angosta pero siempre con la misma forma, eso es lo que debemos rescatar. ¿Pero de qué depende esto?

V: de los valores del ángulo y de la velocidad.

Del diálogo anterior podemos concluir que las respuestas de los estudiantes fueron acorde a lo esperado, en términos de la influencia del ángulo y del alcance horizontal, de igual manera cabe resaltar que cuando alguno de los estudiantes daba una respuesta no acertada, alguno de sus compañeros intervenía explicándole el porqué de su error, lo que sigue demostrando que los estudiantes tienen un rol diferente al que tradicionalmente se da, donde el profesor es quien aclara las dudas, de esta manera se fomenta la responsabilidad de los estudiantes frente a la construcción de su conocimiento matemático.

En esta parte de la tarea se hace énfasis en la trayectoria del hombre bala, por ser ésta una de las dificultades identificada a través de la historia, el considerar la curva como una trayectoria de una partícula, posteriormente se identificará la dependencia entre las variables y se construirá su representación algebraica.

Igualmente se observan respuestas más acordes a las esperadas, a continuación se resaltan algunas de ellas a cada uno de los literales:

a. ¿Cómo influye en ángulo en el alcance horizontal?

varia, ya que no necesariamente si el ángulo disminuye la distancia disminuira & si el angulo aumento no necesariamento la distancia aumentara

b. ¿Con qué ángulo alcanza su altura máxima?

Todos los estudiantes pudieron identificar que la altura máxima se alcanza con un ángulo de 90º, como se evidencia en las siguientes respuestas dadas por los estudiantes S, V y J respectivamente:

con el ángulo de 90°

CON EL ÁNGULO 90°, ENTRE MÁS RECTO MÁS VELOCIDAD ALCANZA

Con el ángulo 90° (noventa Grados)

c. ¿Cómo afecta la velocidad inicial la altura y la distancia alcanzada?

El 100% de los estudiantes dio con la respuesta esperada; como se evidencia a continuación con el alumno S:

que entre mayor sea la velocidad mas alta
sera la distancia alcanzada

d. ¿Cómo influye la velocidad inicial en el tiempo de vuelo?

Para esta pregunta 5 de los 6 estudiantes llegaron a la respuesta considerada en los análisis a priori, como se evidencia en las respuestas de J Y H respectivamente:

Entre mayor velocidad inicial tenga será más tiempo
porq" demoraría más en caer.

ENTRE MAYOR VELOCIDAD INICIAL MAS DEMORARA EN
CAER POR QUE TENDRA UNA MAYOR DISTANCIA QUE
RECORRER

Aunque el sexto estudiante (D) tenía la idea de la respuesta, combino la velocidad inicial con el ángulo de elevación,

Mucho por que gracias a ella si la velocidad es mayor y el
angulo entre 80° y 60° y estara más tiempo de vuelo

De esta primera tarea se puede concluir que los estudiantes identificaron la incidencia del ángulo con respecto a la horizontal y la velocidad inicial en el lanzamiento del hombre bala.

Por otro lado también se puede concluir que los estudiantes desarrollaron técnicas que les permitieron llegar a conclusiones, así como justificaciones de las mismas a partir de la comparación de los gráficos generados con ayuda del simulador.

Las respuestas de éstas tareas se pueden revisar en el Anexo 4.

Tarea 2: Hombre al blanco

Momento exploratorio

En el siguiente diálogo que se presenta cuando los alumnos están resolviendo la pregunta 1 literal (a) se puede apreciar que los estudiantes todavía se siguen familiarizando con los controles del simulador, lo que no se tenía preconcebido para este momento, si no para el momento exploratorio de la primera tarea, se puede decir que los estudiantes continúan reconociendo y apropiándose del funcionamiento del simulador. También se observa que los estudiantes ponen en práctica las técnicas desarrolladas en la primera parte de la secuencia, para encontrar los valores respectivos a las condiciones dadas en la tarea.

P: bueno muchachos vamos a continuar con la otra tarea, recuerden las conclusiones que sacamos en la clase anterior.
S: profesor es muy lejos y no alcanza la pantalla para colocar la *diana*
P: explora y mira cómo puedes solucionar el problema
J: puede retroceder el cañón
M: profesor este es valor, es que la distancia la alcanza con dos valores del ángulo.
P: recuerda que hay una condición en la pregunta
M: ¿que alcance una altura máxima?
P: si
D: profesor desde donde medimos
P: miren todos al tablero, ¿desde dónde creen que sale la bala?
J: desde la punta
M: no, desde donde se cruzan los ejes
P: muy bien, ¿entonces desde donde mido?
J: desde la línea horizontal
P: muy bien, ahora recuerdan cual es la definición de altura en un triángulo.
D: es un segmento perpendicular que va desde un lado hasta su vértice opuesto.
P: muy bien, entonces si debemos medir la altura desde la línea horizontal, la otra condición es que forme un ángulo de noventa grados con el metro.

Así mismo se puede apreciar que se presentan algunas dificultades para medir la altura alcanzada, para resolver esta duda la gestión del profesor es realizar una serie de preguntas para que los alumnos lleguen a la conclusión por si mimos, tratando de que los estudiantes participen de manera activa en la construcción de su propio conocimiento.

Momento de trabajo con la técnica

En el siguiente diálogo se presenta cuando los estudiantes están resolviendo la pregunta 1 literal (a) se puede apreciar cómo los estudiantes siguen presentando dificultad al medir las alturas para los tiempos dados, generando distintas preguntas al profesor, de la misma manera se puede apreciar que el profesor les genera preguntas para que los estudiantes vayan sacando sus propias conclusiones.

J: profe, ¿cómo hacemos para medir la altura?

P: recuerde que para medir hay que tomar un punto de referencia, por ejemplo ¿usted desde donde mide su altura?

D: desde los pies

S: profe la altura la medimos con el metro ¿cierto?

P: si

D: profesor, ¿desde dónde medimos?

P: miren todos al tablero, ¿desde dónde creen que sale la bala?

J: desde la punta

M: no, desde donde se cruzan los ejes

P: muy bien, ¿entonces desde donde mido?

J: desde la línea horizontal

P: ¿Qué ángulo debe formar el metro con la línea horizontal?

J: Un ángulo de 90º

P: muy bien

En la figura Nº 13 se muestra la técnica empleada para medir la altura en cada segundo al utilizar el metro del simulador.

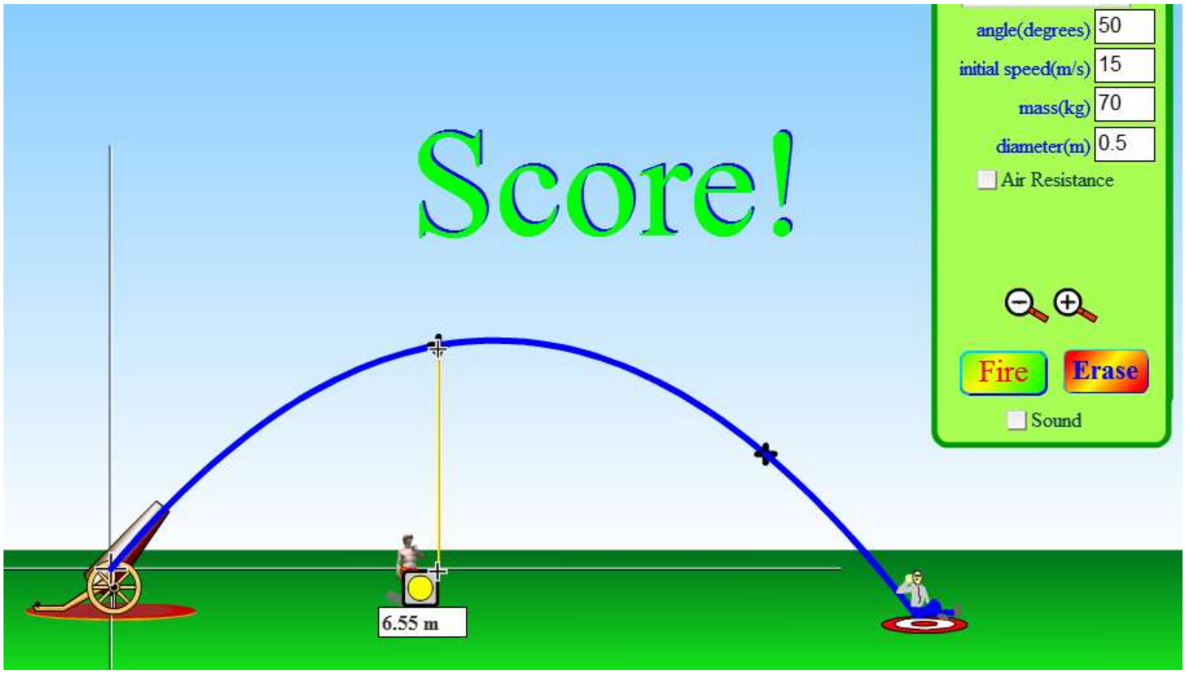


Figura Nº13. Medición de la altura para el tiempo t= 1s

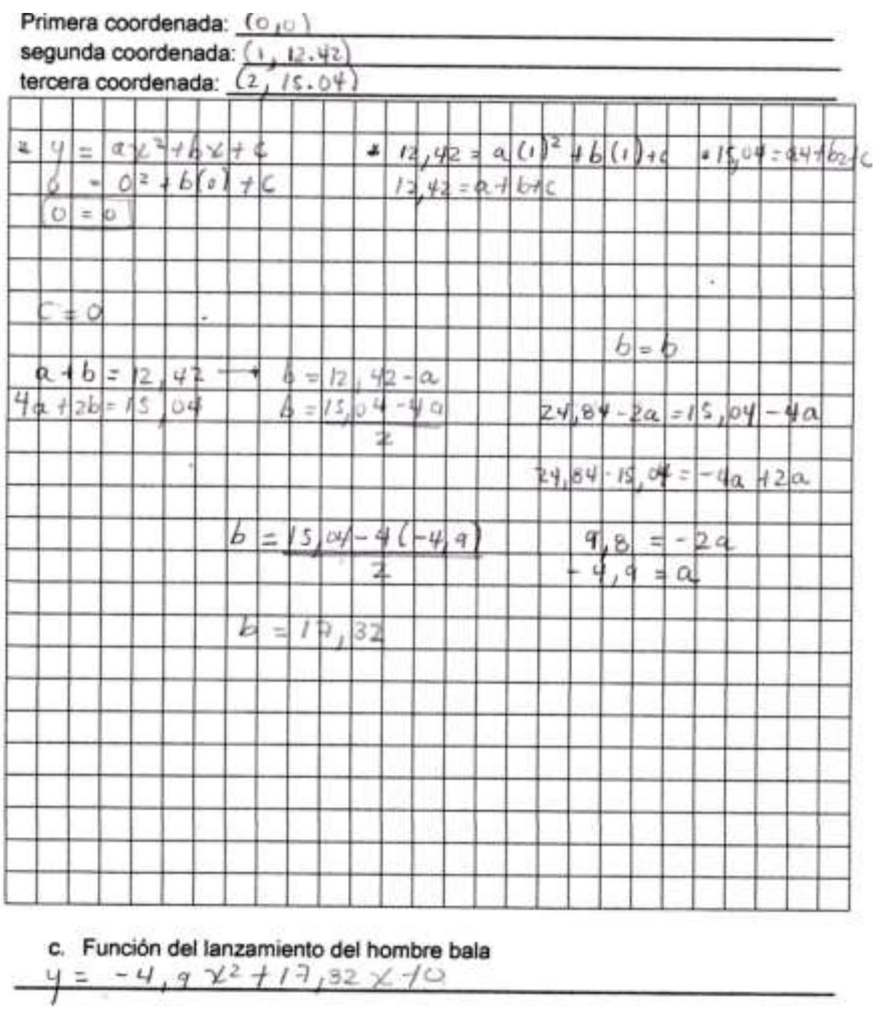
Una vez identificada la técnica los estudiantes encontraron los valores de la altura para los tiempos dados como se muestra en la siguiente respuesta:

Tiempo (s)	Altura (m)
0	0,0
1	12,42
2	15,04

En los literales (b) y(c) de esta misma pregunta se generaron dudas primero al identificar la variable dependiente e independiente y luego al construir una ecuación con las variables tiempo y altura, por lo cual el profesor explica con la primera coordenada en el tablero, de ahí en adelante los estudiantes continuaron su trabajo solos sin generar dudas, como se observa en el siguiente diálogo:

P: lo primero que le dicen es que establezca la dependencia entre las variables ¿Cuáles variables aparecen en la tabla?
S: tiempo y altura
P ¿Qué quieren decir con dependencia?
J: el tiempo depende de la altura, a mayor tiempo mayor altura.
P: eso quiere decir que el hombre bala puede seguir subiendo hasta salir de la superficie terrestre.
M: no
P: ¿de qué depende el tiempo?
M: de nada
P: ¿entonces el tiempo será dependiente o independiente?
M: independiente
P: ¿y la altura?
M: dependiente

En esta parte de la tarea después de la intervención del profesor, todos los estudiantes lograron identificar la dependencia entre las variables, lo que les permitió seguir desarrollando el literal (b), a continuación se muestra la respuesta dada por M, quien utilizó el método de sustitución:


Primera coordenada: (0,0)
segunda coordenada: (1, 12.42)
tercera coordenada: (2, 15.04)

$y = ax^2 + bx + c$
$0 = 0^2 + b(0) + c$
$0 = 0$

$12,42 = a(1)^2 + b(1) + c$
$12,42 = a + b + c$

$15,04 = a4 + b2 + c$

$c = 0$

$b = b$

$a + b = 12,42 \rightarrow b = 12,42 - a$
$4a + 2b = 15,04 \quad b = \frac{15,04 - 4a}{2}$

$24,84 - 2a = 15,04 - 4a$
$24,84 - 15,04 = -4a + 2a$
$9,8 = -2a$
$-4,9 = a$

$b = \frac{15,04 - 4(-4,9)}{2}$
$b = 17,32$

c. Función del lanzamiento del hombre bala
$y = -4,9x^2 + 17,32x + 0$

Cuatro (4) de los seis (6) estudiantes lograron plantear y resolver los sistemas de ecuaciones utilizando el método de sustitución e igualación, para hallar los valores de los parámetros *a, b y c* y por último encontrar la función del lanzamiento del hombre bala.

De la misma manera podemos ver que tres estudiantes utilizaron el método de igualación y una estudiante manipulo el método de sustitución para resolver el sistema de ecuaciones lineales. Lo mismo se puede apreciar para el segundo lanzamiento.

En el literal (f) solo dos de los estudiantes respondieron algo, de lo cual se puede concluir que la pregunta fue poco entendible para ellos, las respuestas obtenidas por parte de los estudiantes M y S fueron las siguientes respectivamente:

a Partir de esto Podemos decir que los valores de a & b varian poco & C siempre es Cero

a es muy parecido

De igual manera se puede destacar que en este momento los estudiantes realizaron las actividades que estaban pre-establecidas.

Momento tecnológico-teórico

Este momento se dio a medida que los estudiantes iban resolviendo las preguntas de la presente tarea, totalmente distinto a lo que se había dispuesto en los análisis a priori. Para los literales (a) y (b) las justificaciones estuvieron dadas en términos de la altura alcanzada, la dependencia entre variables y el planteamiento de ecuaciones a partir de las condiciones dadas. Esto se puede apreciar en el momento de exploración que se dio enla tarea número 2, donde los estudiantes con ayuda del profesor descubrieron que las cruces presentes en la trayectoria del hombre bala representaban cada segundo de recorrido del hombre bala**,** también de los diálogos que se dieron en el *momento de trabajo con la técnica,* de la tarea Nº 2donde midieron las alturas respectivas a los tiempos dados y formaban una pareja de coordenadas al identificar la dependencias entre las variables, para luego formar un sistema de ecuaciones lineales. Aunque este procedimiento no se dio de manera espontánea fue vital la orientación del profesor para lograrlo.

Las justificaciones también se puede evidenciar en el registro a lápiz y papel donde se ve que los estudiantes plantearon el sistema de ecuaciones lineales con las coordenadas encontradas a partir del uso del simulador, y utilizaron los métodos de sustitución e igualación para resolver dichos sistemas, como se observó en el momento de trabajo con la técnica de la presente tarea.

Para el literal (c) la técnica utilizada la justificaron a partir de la sustitución de valores encontrados en la expresión general de la función cuadrática, técnica que se deriva del método de sustitución. Los literales (d) y (e) los justificaron de la misma manera.

El literal (f) ninguno de los estudiantes pudo resolver la tarea.

Momento de Institucionalización

Este momento se dio después de que los estudiantes resolvieron en parejas el literal (b) de la pregunta 1, cuyo objetivo era encontrar la expresión algebraica del gráfico generado por el lanzamiento del hombre bala, aunque este momento no se dio de manera grupal como en los análisis a priori se había pensado, el profesor paso por los grupos verificando el procedimiento para resolver el sistema de ecuaciones y la expresión algebraica hallada. Los estudiantes que tuvieron dificultad para plantear y resolver el sistema de ecuación, fueron orientados de manera individual por otros compañeros en este momento.

Análisis Tarea 3: Explorando parámetros

Momento exploratorio

Gestión del profesor: El profesor le pide a los estudiantes que ingresen a la página de la Universidad de colorado y busquen un nuevo simulador que se llama “ecuación de la gráfica”, y a la vez con ayuda de un video beam va indicando cómo ingresar, como se observa en el siguiente diálogo:

V: profe a mí no me aparece P: bueno entonces miremos todos a la pantalla, ingresemos a la parte que dice matemática. D: creo que es el que pasamos, que dice ecuación de la gráfica. P: muy bien, le vamos a dar New Run, y se van a tomar unos minutos para familiarizarse con el simulador.

Para este momento, los estudiantes aprendieron a manejar sin mayor dificultad los controles, esto puede ser debido a que ya habían tenido la oportunidad de manejar el otro simulador, que también contaba con una tabla para modificar los valores.

Los estudiantes lograron identificar que:

- los valores de los parámetros se pueden cambiar desde la tabla o los controles.
- Los parámetros se pueden desactivar.

Aunque esto no quedo en el registro fílmico, fue lo que observo el profesor cuando los estudiantes estaban realizando la exploración.

También es importante destacar que el momento de exploración se dio junto con el momento del primer encuentro al iniciar la tarea, un poco diferente a como sehabía pensado en los análisis a priori, debido a que los estudiantes ya se encontraban familiarizados con la plataforma.

Momento de trabajo con la técnica

En este momento la técnica a desarrollar consiste en cambiar los valores de los parámetros *a,b y c*para observar los efectos que se producen en la representación gráfica de la función cuadrática, para ello los estudiantes debían digitar los valores dados en la guía en la tabla del simulador y observar los cambios en la gráfica para responder los literales (a) y (b) del punto 1. Como se observa en el siguiente diálogo:

D: profesor como así el signo P: ¿a qué hace referencia cuando hablan de signo? S: a si es más (+) o menos (-) P: perfecto D: profe como hago para decir que cuando a es positivo la gráfica va hacia arriba y cuando es negativo la gráfica va hacia abajo. P: en este caso tenemos que tomar un punto de referencia, recuerden que la clase pasada habíamos dicho que la representación gráfica de la función cuadrática tiene un punto característico que es muy importante. D: el vértice P: muy bien J: profesor aquí cuando dice que a=0, la gráfica es una línea paralela al eje x. P: cuando dice que a=0 no necesariamente *b y c* son también cero.

En el diálogo anterior se presentaron las dudas o dificultadas generadas a los estudiantes, se puede apreciar que ellos entienden lo que sucede con la representación gráfica de la función cuadrática cuando el valor del parámetro "*a*" es cero, pero se les dificultad expresar las ideas, por lo que el profesor se ve en la necesidad de realizar una serie de preguntas para que los estudiantes logren dar la respuesta esperada de la mejor manera posible.

También se observa el interés de los estudiantes por participar en la clase, cuando se hace una pregunta dirigida al estudiante D, y la responde el estudiante S, de manera espontánea, así como la identificación de algunos puntos representativos de la función cuadrática como lo es el vértice.

En cuanto a las respuestas esperadas, cinco (5) de los seis (6) estudiantes tenían la idea para la respuesta del literal (a), aunque no lograron utilizar los términos adecuados, como se observa en los siguientes registros:

Cuando el signo es positivo el vertice de la grafica esta en numeros positivos y cuando el signo es negativo el vertice esta por abajo de el plano con numeros negativos

cuando a es positivo el vértice va hacia arriba y cuando a esta (-) negativo el vértice va hacia abajo pero cuando a esta en cero se forma una linea recta

CUANDO EL SIGNO ES POSITIVO LA CURVA ESTA HACIA ARRIBA, PERO CUANDO EL SIGNO ES NEGATIVO LA CURVA ESTA HACIA ABAJO

Aunque la estudiante M, no tuvo una respuesta similar a la de los otros cinco compañeros, utilizó el término decreciente, el cual se utiliza bastante en el análisis de funciones:

la GRAFICA es decreciente

En el literal (b) igualmente cinco (5) de los seis (6) estudiantes obtuvieron la respuesta esperada, como se observa en el registro de lápiz y papel:

En la grafica, se forma una linea recta y se vuelve una ecuacion lineal

se forma una linea recta, pero si b esta negativo se forma una linea recta diagonal a la izquierda y cuando b esta positivo tiene una diagonal hacia la izquierda

ES UNA LINEA RECTA.

Siempre la reprecentacion sera una linea recta.

En la pregunta 2 literal (a), debían generar la gráfica en el simulador según las condiciones dadas, como se observa en el siguiente diálogo:

J: profe ¿cómo represento $y=x^2$?
P: cuando tengo $y=x^2$ ¿Cuál es el valor de *a, b* y *c*?
J: a=1, b=0 y c=0
D: profe pero en esa gráfica ¿dónde queda el vértice?
P: miremos al tablero, en el lanzamiento del hombre bala ¿dónde quedaba el vértice?
D: en el punto más alto
P: si ésta fuera la trayectoria del hombre bala [ver figura Nº 14] ¿dónde quedaría el vértice?
M: en el punto cero coma algo.
P: muy bien, ¿qué otra característica tiene el vértice?
V: es como donde se curva la grafica
J: donde empieza a bajar
P: muy bien, y para esta gráfica [ver figura Nº 15]
J: donde empieza a ascender

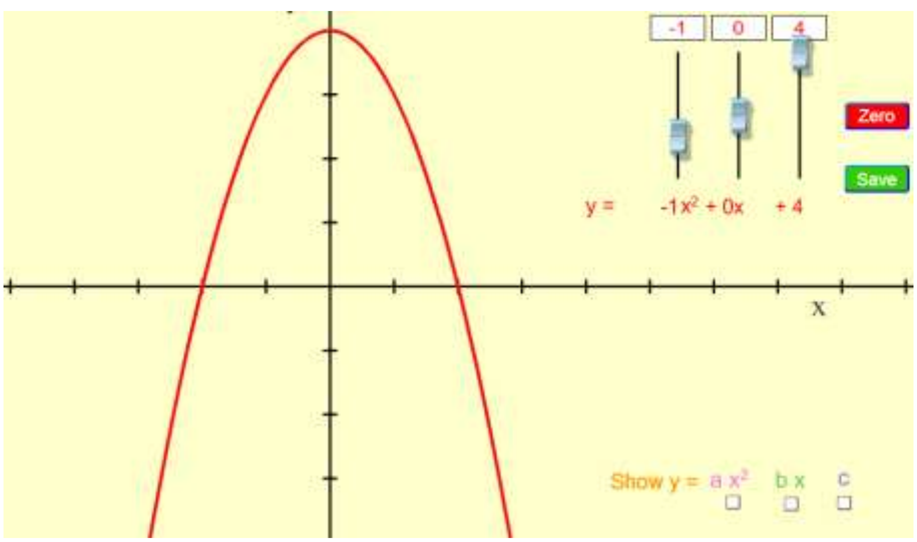


Figura Nº 14. Comparación de una parábola con la trayectoria del hombre bala.

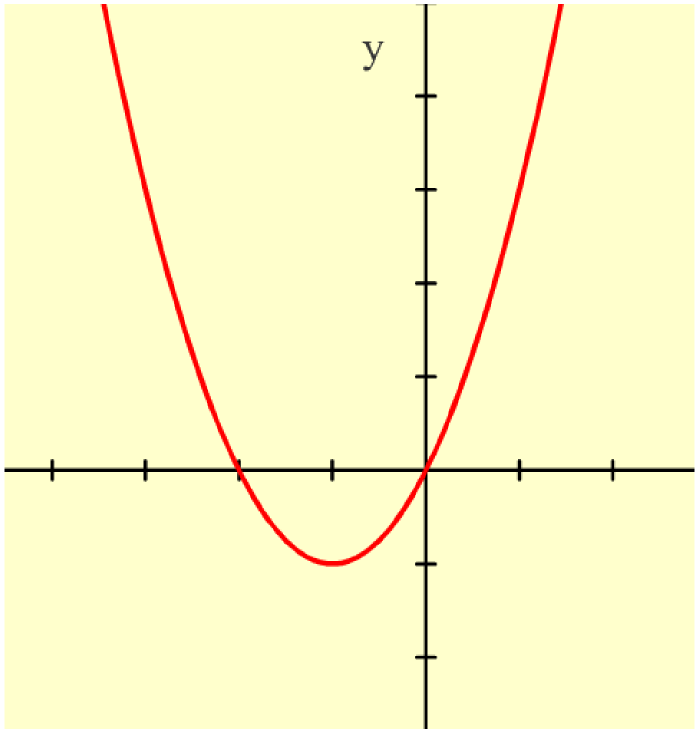


Figura Nº 15. Ubicación de vértice de la parábola.

Del diálogo anterior podemos concluir que los estudiantes se empiezan a apropiarse de la técnica de identificación de los valores de los parámetros *a, b y c*en la expresión algebraica de la función cuadrática, así como la ubicación del vértice en el plano cartesiano.

Igualmente, los estudiantes siguen con la firme intención de ser partícipes de la construcción de su propio conocimiento, de igual manera el rol del profesor, es el de guiar a partir de preguntas para que ellos lleguen a sus propias conclusiones.

De esta misma pregunta podemos concluir que el 50% de los estudiantes obtuvieron la respuesta esperada, como se aprecia en las siguientes respuestas dadas por los estudiantes D, S y M respectivamente:

Que el vertice esta en (0,0)

el vertice se da en (0,0)

la caracteriza que su vertice es (0,0)

Para los literales (b), (c) y (d) las preguntas de los estudiantes estuvieron orientadas hacia la terminología que debían de utilizar al expresar sus respuestas.

En el literal (b) la mayoría de los estudiantes tenía la idea de la respuesta esperada, pero solo el estudiante D respondió utilizando la terminología y de manera acertada:

Cuando C es un numero positivo el vertice queda en numeros positivos
y cuando C es negativo el vertice queda en un numero negativo
en (0,n) donde n es el valor de C.

Para el literal (c) no hubo ningún estudiante que llegara a la respuesta esperada, más bien hubieron respuestas que expresaban parte de lo que se quería, como las que dieron los estudiantes M y D:

la grafica siempre pasara por (0,0)

la curva empieza a descender diagonalmente hacia la izquierda
cuando b es un numero positivo y cuando b es negativo la
curva desciende diagonalmente hacia la derecha.

Para el último literal (d) de la pregunta 2 los estudiantes expresaron ideas coherentes pero no acorde a lo esperado tales como:

Cuando C es mayor o igual que b el vertice se desplaza
hacia arriba y cuando b es mayor que C el vertice empieza a
bajar.

la Gráfica ya nó Pasaría por la coórdenada (0,0)

De lo anterior se puede apreciar que el momento de trabajo con la técnica y el momento tecnológico-teórico se presentan de manera simultánea.Es importante destacar que según la TAD los momentos didácticos no se dan de manera lineal como se evidenció en el desarrollo de las tareas.

Momento tecnológico-teórico

Como se observó en las respuestas anteriores los estudiantes dieron sus justificaciones a partir de los elementos como vértice, concavidad (aunque esta no la mencionaron específicamente, enunciaron términos como abre hacia arriba y abre hacia bajo), coordenadas y cortes con los ejes.

Momento de institucionalización

Al finalizar la tarea el profesor dirigió la socialización de las respuestas dadas por los estudiantes como se había pensado en los análisis apriori, las cuales se someten a discusión y se realizan acuerdos sobre las nociones matemáticas centrales.

Para ello pide a un estudiante, que salga de manera espontánea a exponer las conclusiones a las que llego después de haber resuelto la tarea con ayuda del simulador, como se observa en el siguiente diálogo:

P: alguien quisiera compartirnos las respuestas dadas a las preguntas

D: yo profesor

P: muy bien, todos vamos a prestarle atención a D, y luego si alguien quiere también puede dar su aporte.

D: en la primera pregunta le di diferentes valores al parámetro *a,* tanto positivos como negativos y pues dije que cuando era positivo la gráfica estaba arriba y si era negativo la gráfica estaba hacia abajo.

P: bueno la idea está, la dificultad se presenta cuando vas a expresar lo que aprecias en el simulador.

D: en la segunda pregunta le di al parámetro (*a)* el valor de cero, el resultado es que es una función lineal.

P: ¿Por qué es una función lineal?

S: porque da una línea recta

D: además porque si *a* es cero, el valor de ax^2 desparece y queda bx+ c que es la representación algebraica de una función lineal porque su máximo exponente es uno.

P: en la otra pregunta ¿qué hiciste?

D: le di al parámetro *a* el valor de uno y el resto en ceros y mi conclusión fue que el vértice queda en (0,0).

P: alguien tiene una respuesta diferente (todos responden que no).

D: en la otra pregunta sustituí b=0, y pues si *c* es positivo el vértice está en los números positivos sobre el eje y, pero si *c* es negativo el vértice está en los números negativos sobre el eje y.

P: eso está bien pero yo leí tu respuesta y hay algo más interesante, compártelo.

D: pues que las coordenadas del vértice son siempre (0,c).

P: excelente eso está muy bien.

D: en la otra pregunta yo dije que si *b* es positivo la gráfica se va desplazando diagonalmente hacia los números positivos y si es negativo la gráfica se va desplazando diagonalmente pero hacia los números positivos.

P: alguien puso algo distinto

M: yo puse que la gráfica siempre pasa por la coordenada (0,0)

De los diálogos anteriores se puede apreciar que los estudiantes con ayuda del simulador logran identificar el efecto producido por el cambio del signo del parámetro *a*, pero la dificultad se presenta cuando quieren plasmarlo de manera escrita, debido a que no poseen el lenguaje usado en la matemática, donde el docente ve la necesidad de intervenir y aclarar el concepto.

De la misma manera podemos observar que para la pregunta que se refiere al efecto que produce la anulación del parámetro *a,* la explicación dada por el estudiante es muy buena, debido a que ya poseían el concepto de función lineal y el simulador les representaba una línea recta. También se puede apreciar que el estudiante hace uso de la expresión general de la función cuadrática para explicar el porqué de su conclusión, lo que nota el uso de otra estrategia para complementar lo observado en el simulador.

Para la pregunta número 2, se encontró que las respuestas dadas por el estudiante a los literales (a), (b) y (c) fueron acorde a las esperadas, lo que hace notar una gran relevancia del uso del simulador, además de la utilización de algunos elementos de la función cuadrática como lo son el vértice y cortes con los ejes.

4.1.2 Orquestación Instrumental

Para las diferentes tareas se pudo apreciar que el rol del profesor estuvo relacionado con gestionar, preguntar y orientar el desarrollo de las mismas, de igual manera se observó que los estudiantes se comprometieron con el desarrollo de las tareas y con la participación en la construcción de su conocimiento matemático, así como también del momento de institucionalización junto con el docente.

De igual manera los estudiantes manipularon los simuladores, y en el caso de la tarea Nº2 también utilizaron el registro a lápiz y papel para la construcción del

conocimiento matemático y la justificación de las técnicas utilizadas para la construcción del mismo.
En cuanto a los mecanismos de participación, las tareas se desarrollaron en parejas, aunque con la salvedad de que cada estudiante contó con su propio computador y respondió de manera individual en la guía que les fue entregada al inicio de cada tarea.

En el momento de trabajo con la técnica de la tarea Nº2 se puedo observar que dos de los seis estudiantes no pudieron dar respuesta al literal (b) debido a que no contaban con los prerrequisitos necesarios para la realización de la tarea, en cuanto al manejo de la solución de sistemas de ecuaciones.

Tiempo empleado en la aplicación de las tareas.

En la primera tarea (el hombre bala) se evidencio que los tiempos estuvieron distribuidos de la siguiente manera:

Al iniciar la clase el profesor explico en qué consistía el trabajo, las consignas, restricciones y mecanismos de participación, en lo cual se empleó un tiempo de diez minutos.

Momento del primer encuentro: en este momento los estudiantes emplearon un tiempo de quince minutos, mientras leyeron la reseña y escogieron las variables que ellos consideraron que incidan en el lanzamiento del hombre bala.

Momento de institucionalización: después de este momento, hubo un momento de institucionalización, donde cada uno de los estudiantes expresó sus ideas sin uso del simulador, este momento duró un tiempo de diez minutos.

Momento exploratorio: después de que los estudiantes resolvieron el literal anterior, debieron ingresar al primer simulador seleccionado para la tarea, aquí se presentaron dificultades de idioma y de ubicación de los simuladores, luego de poder ingresar al simulador los estudiantes se tomaron diez minutos para familiarizarse con los controles del mismo. Por lo tanto en este momento tomo un poco más del tiempo estipulado, en total fueron veinte y cinco minutos.

Momento de trabajo con la técnica: una vez terminada la exploración libre, los estudiantes empezaron a resolver las tareas, donde seguían descubriendo los usos y restricciones del simulador, al terminar de resolver las preguntas los estudiantes habían empleado un tiempo de treinta minutos.

Momento tecnológico-teórico: este momento tiene cierta particularidad debido a que no es un momento que se halla dado de manera independiente, más bien se presentó cuando lo estudiante estaban realizando la tarea y en el momento de institucionalización.

Momento de institucionalización:al finalizar toda la actividad, se abrió un espacio de quince minutos para socializar las respuestas dadas por los estudiantes, en el cual se llegó a una serie de acuerdos y conclusiones de las nociones matemáticas en juego.

De lo anterior se puede decir que el tiempo empleado para el desarrollo de la primera tarea fue de noventa y cinco minutos, de lo cual podemos decir que el tiempo estuvo dentro de lo esperado (noventa minutos).

Tarea 2: hombre al blanco

Esta tarea se dio en una sección diferente a la anterior, el tiempo establecido para ella fue de ciento veinte minutos, los cuales en la aplicación quedaron distribuidos de la siguiente manera:

Momento exploratorio:este momento que se dio cuando los estudiantes debían hallar la velocidad y el ángulo para el primer y segundo lanzamiento respectivamente, en ello utilizaron un tiempo de diez minutos.

Momento de trabajo con la técnica: eneste momento los estudiantes presentaron un poco de dificultad, por lo que el profesor se vio en la necesidad de intervenir en muchas ocasiones, fue la tarea que más trabajo demando por parte de los estudiantes, debido a las dificultades que se presentaron al medir las alturas a los tiempos dados, la identificación de la dependencia entre las variables y la sustitución de las valores encontrados para formar ecuaciones, además la tarea era bastante extensa, se puede decir que fue la causa de que los alumnos no pudieran resolver totalmente la tarea, específicamente el punto 2. El tiempo que se empleó para este momento fue de ciento diez minutos.

La fase tecnológica y de institucionalización se dio en los mismos momentos anteriores.

Tarea 3: explorando parámetros

Esta última tarea, se realizó con un simulador distinto llamado "ecuación de la gráfica", y fue uno de los simuladores con el cual los estudiantes trabajaron más amenamente. Los tiempos estuvieron distribuidos así:

Momento del primer encuentro:el profesor indico a los estudiantes que la tarea 3 se iba a realizar con un nuevo simulador, y pide a los estudiantes que ingresen a la página y lo busquen, en lo cual se demoraron cinco minutos.

Momento exploratorio: de igual manera que en el simulador anterior los estudiantes dedicaron unos minutos para familiarizarse con los controles del simulador, para el cual emplearon un tiempo de cinco minutos.

Momento de trabajo con la técnica: en estemomento los estudiantes resolvieron la tarea con ayuda del simulador el cual los llevo a encontrar muy buenas respuestas, en este momento los estudiantes utilizaron treinta minutos.

Momento de institucionalización: este momento que se dio diferente a los demás, debido a que fue un estudiante quien compartió sus respuestas, en este suceso y con la intervención del docente se empelaron veinte minutos.

CONCLUSIONES

Uno de los propósitos implícitos del presente trabajo de grado fue promover la utilización del software libre disponible en la plataforma PhET de la universidad de colorado, por la manera en que ha sido construido este portal y por todos los elementos que ofrecen a los usuarios, se puede considerar como un recurso pedagógico porque brinda la posibilidad de copiar, modificar y redistribuir sus diseños, los cuales ya han sido aplicados y evaluados por sus creadores y además son productos de diferentes investigaciones.

En cuanto a la pregunta de investigación el conocimiento matemático que se puede movilizar a partir de los simuladores “lanzamiento de un proyectil” y “ecuación de la gráfica” fue posible organizarlo en términos de tareas, técnicas, tecnología y teoría, de manera experimental al manipular los simuladores, logrando motivar a los estudiantes y hacerlos participes de la construcción de su conocimiento, al utilizar diferentes técnicas para la solución de las tareas propuestas, lo cual evidenció una organización y gestión didáctica de la clase por parte del profesor, en la que se posibilito un ambiente de aprendizaje con diferentes escenarios de enseñanza al integrar TIC.
Por otro lado una de las restricciones identificadas en el diseño de la secuencia fue el poder utilizar el simulador “ecuación de la gráfica” para representar la expresión algebraica encontrada para el lanzamiento del hombre bala, debido a que no fue posible realizar ajustes a la escala del plano cartesiano, y así lograr conectar las dos situaciones.

En cuanto a las posibilidades que ofrecen los simuladores se resalta la variación de las condiciones iniciales en términos del ángulo y velocidad, utilización de medidas del tiempo y distancias, y el efecto que tienen los parámetros a, b y c de la función cuadrática en la representación gráfica, algunos estudiantes presentaron dificultad en la manipulación de los simuladores al variar de manera simultánea del ángulo con respecto a la horizontal y la velocidad inicial. Sin embargo una vez identificado el esquema de uso adecuado no se presentaron mayores contratiempos con el manejo de los simuladores. La principal dificultad de los estudiantes estuvo en no contar con un lenguaje matemático adecuado que le permitieran justificar las técnicas y lo observado en el simulador.

A partir de la utilización de los simuladores se pudo generar diferentes técnicas que permitieron el manejo de diferentes sistemas de representación, entre las cuales se tiene: lectura de puntos sobre la gráfica genera por el lanzamiento del hombre bala, plantear un sistema de ecuaciones, identificar características y elementos de la representación gráfica de la función cuadrática, identificación de una familia de funciones cuadráticas al variar los parámetros. Aunque en este trabajo los estudiantes no llegan a identificar el significado de los parámetros a, b y c en el contexto físico, si logran encontrar algunos efectos que ellos producen en la representación gráfica de la función cuadrática. De acuerdo a esto se privilegió como técnica la lectura e interpretación de gráficos.

De igual manera la integración del trabajo en ambientes como el tecnológico y de lápiz y papel permitió a los estudiantes complementar las técnicas que inicialmente empezaron desarrollar con los simuladores y posteriormente culminaron con el trabajo en la guía, lo cual llevo a generar en ellos justificaciones acordes a lo esperado.

En la adaptación y análisis de las tareas se hicieron explícitos algunos elementos que estructuran la organización y gestión de las tareas al considerar la Teoría Antropológica de lo Didáctico y de la orquestación instrumental. En la implementación de las tareas los momentos de estudio estuvieron pre estructurados en la guía presentada a los estudiantes, lo cual permitió identificarlos más fácilmente en la fase interactiva.La descripción de los momentos de estudio permitió dar cuenta de la gestión del profesor en términos de los tiempos empleados y de las formas de participación en términos del rol del profesor y de los estudiantes.

La metodología utilizada en este trabajo permitió dar cuenta de la realidad educativa y la complejidad al integrar TIC´s la cual en muchas oportunidades es invisibilizada por la cotidianidad de la gestión del profesor en el aula de clase. De igual manera aporta a concreción de la organización y estudio de la función cuadrática.

Es importante resaltar la dificultad en la articulación de los marcos teóricos y metodológicos, pues los momentos de estudio que se analizan desde la teoría antropológica de lo didáctico son considerados en acto y para efectos del desarrollo de la situación se pre-estructuraron de tal forma que aparecen descritos en la fase pre-activa para poder ser comparados con lo sucedido en la fase interactiva.

Queda abierta la posibilidad de continuar la exploración de los diferentes simuladores que ofrece la plataforma PhET de la universidad de Colorado y analizar la manera en que pueden ser integrados a nuestro contexto escolar. Por ser considerada la plataforma un recurso pedagógico puesto a disposición de los profesores es importante que para dicha integración se logre identificar la praxeología matemática que se genera y la manera de adaptarlo y gestionarlo en el aula de clase.

A nivel personal, la realización de este trabajo de grado me permitió ver la complejidad de ser profesor, y por ende la responsabilidad con que debemos asumir nuestra profesión, para así poder lograr los objetivos que debemos cumplir.

De igual manera los profesores debemos estar en continuo aprendizaje para así poder diseñar estrategias que permitan a los estudiantes apropiarse de todos los conocimientos que ellos deseen, estrategias como la realizada en el presente trabajo.

Bibliografía

Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., & Gómez, P. (1995). Ingeniería Didáctica en Educación Matemática. *Una Empresa Profesor,* 33-59.

Blomhoj, M., (2004). Modelización matemática – Una teoría para la practica. Traducción realizada por María Mina. Recuperado el 24 de mayo del 2012, de: http://www.famaf.unc.edu.ar/~revm/Volumen23/digital23-2/Modelizacion1.pdf

Bosch, M., García, F., Gascón, J., Ruiz, L.(2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Educación Matemática, 18* (2), 37-74

Bosch, M., García, F.J., Gascón, J. y Ruiz Higueras, L. (2007). Integración de la proporcionalidad escolar en una organización matemática regional en torno a la modelización funcional: Los planes de ahorro. En L. Ruiz Higueras, A. Estepa y F.J. García (Eds.), *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico* (pp. 439-460). Jaén: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Jaén.

.Espinosa, F. H. (2002). *Funciones en contexto.* México: Pearson Educación.

Guin, D., &Trouche, L. (2007). Une approche multidimensionnelle pour la conception collaborative de resources pédagogiques. En M. Baron, D. Guin, & T. Luc, *Environnemnets, informatisés er ressources numériques pour lápprentissage. Conception et usages, regards croises* (p. 197-226). Paris: Lavoisier.

Insuasty, E. (2004). Dificultades de estudiantes de educación media en relación con al familia de funciones cuadráticas. Tesis de pregrado , Universidad del Valle, Cali, Colombia.

Pedreros, M; & Ordóñez, L. (2002). Los sistemas algebraicos computacionales y de registro gráfico una herramienta para la resolución de problemas: aprendizaje de las funciones lineal y afín en el plano para la educación básica. Tesis de pregrado no publicada, Universidad del Valle, Cali, Colombia.

Rabardel, P. (2001). Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. In Bailleul Marc, Actes de la dixième université d'été de didactique des mathématiques. Évolution des enseignants de mathématiques ; rôle des instruments informatiques et de l'écrit. Qu'apportent les recherches en didactique des mathématiques. Caen.

Ruiz Higueras, L. (1998). Epistemología histórica del concepto de función. En L. Ruiz Higueras, *La noción de función: análisis epistemológico y didáctico* (págs. 105-144). Andalucia: Universidad de Jaen.

Pedreros, M. (2012). Modelización de situaciones de movimiento en un sistema algebraico computacional: una aproximación desde la teoría antropológica de lo didáctico y el enfoque instrumental. Tesis de maestría. Universidad del Valle, Cali, Colombia.

Traducción autorizada por el autor del artículo: BLOMHØJ, M. (2004) Mathematicalmodelling - A theoryforpractice. En Clarke, B.; Clarke, D. Emanuelsson,G.;Johnansson, B.;Lambdin, D.; Lester, F. Walby, A. &Walby, K. (Eds.) *International Perspectives on Learningand Teaching Mathematics*. National Center for Mathematics Education. Suecia, p. 145-159.

Trouche, L. (2005b). Instrumental Genesis, Individual and Social Aspects. En K. R. Dominique Guin, *The Didactical Challenge of Symbolic Calculators* (págs. 197-230). New York: Springer.

Vérillon, P., &Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts : a contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology of Education* , 77-101.

ANEXOS

Anexo 1. Guía de aplicación tarea 1

Anexo 2. Guía de aplicación tarea 2

Anexo 3. Guía de aplicación tarea 3

Anexo 4. Protocolos de los estudiantes tarea 1

Anexo 5. Protocolos de los estudiantes tarea 2

Anexo 6. Protocolos de los estudiantes tarea 3

GUÍA DE APLICACIÓN
UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

NOMBRE: ____

TAREA 1: EL HOMBRE BALA

Lee detenidamente la siguiente reseña

El primerhombre bala fue unaniña de 14 años, ellalogró esta hazañaen 1877en el AcuarioReal de Londres. Luego se fue de giracon elP.T.BarnumCircus.

Elactual récord mundialpara el vuelomás lejano de un hombre balaes el de DavidSmithJr.el 10 de marzode 2011, enMilán-Italia. El record anterior estaba en manos desu padreDavid "Cannonball" SrSmith quien alcanzó una distancia de 200 pies y4 pulgadas (61,06 m),el 31 de agostode 2002, enLaSteeleCounty FreeFair,Owatonna,Minnesotaen los EstadosUnidos.Se estima que el Sr Smith, viajaba amás de 70millas por hora(110km / h)durante el vuelo.

Más de 30 hombres bala hanmuerto.La última de ellasenKent,Reino Unidoel 21 de abrilde 2011,cuando unabala de cañónhumanacayóa la muerte debidoa un fallo delared de seguridad.

1. Dialoga con tu compañero sobre la lectura y responde:

a. Señala cuál o cuálesvariables determinanque el hombre bala caiga en la malla de protección.
   - Velocidad inicial
   - Angulo con respecto a la horizontal
   - Estado del tiempo
   - Modelo del cañón
   - Peso del objeto
   - Distancia de la malla de protección

b. Explica cómo cada opción señalada en la respuesta anterior influye en la distancia y altura alcanzada por un hombre bala, así como en el tiempo que tarda en caer.

____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____

¡Ahora prueba tus predicciones!

2. Abre la página de la Universidad deColorado,ProjectileMotionPhetsimulación(http://phet.colorado.edu/new/index.php). Dedica unos minutos afamiliarizarte con loscontrolesde la simulaciónantes de comenzar las siguientes tareas.

Selecciona como objeto el "humano adulto" y responde:

a. ¿Cómo influye el ángulo en el alcance horizontal?

____
____
____

b. ¿Con qué ángulo alcanza la máxima altura?

____
____

c. ¿Cómo afecta la velocidad inicial la altura y distancia alcanzada?

____
____
____

d. ¿Cómo influye la velocidad inicial en el tiempo de vuelo?

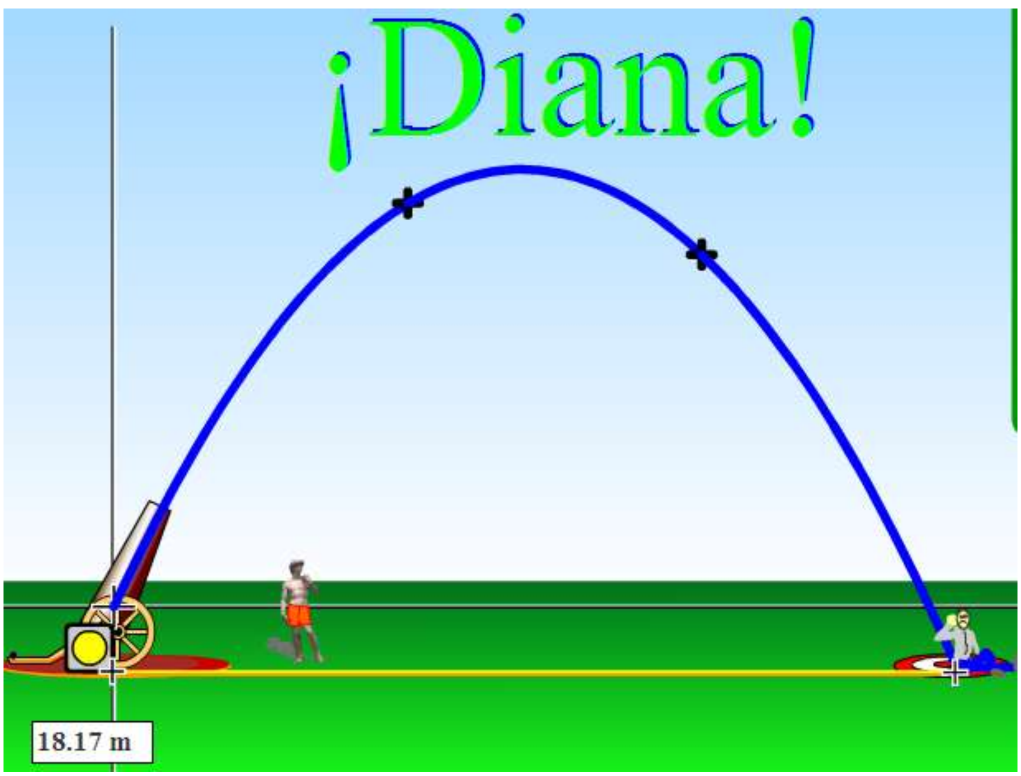
____

____

____

TAREA 2: HOMBRE AL BLANCO

1. Realiza los lanzamientos del hombre bala de tal forma que caiga en la diana y alcance una altura máxima. Completa la información de la tabla y responde.



	Ángulo	**Velocidad inicial**	**Diámetro**	**Masa**	**Ubicación de la diana**
Lanzamiento # 1		20	0.5	70	36.2
Lanzamiento # 2	50		0.5	70	23.8

a. Utiliza la gráfica generada para el primer lanzamiento y determina la altura en los siguientes tiempos:

Tiempo (s)	Altura (m)
0	
1	
2	

b. Teniendo en cuenta que una función cuadrática tienen como expresión general la forma $y= ax^2 + bx + c$, determina la dependencia entre las variables de la tabla y sustituyelas coordenadas para escribir un sistema de ecuacionesconincógnitasa, b,yc.

Primera coordenada: ____

segunda coordenada: ____

tercera coordenada: ____

c. Función del lanzamiento del hombre bala

____

d. Realiza el procedimiento anterior para el segundo lanzamiento

Tiempo (s)	Altura (m)
0	
1	
2	

Primera coordenada:____
segunda coordenada: ____
tercera coordenada: ____

e. Función del lanzamiento del hombre bala

f. ¿Qué representan los parámetros a, b y c?

2. Una función cuadrática también se puede escribir de la forma $y=a(x-h)^2+k$, donde (h,k) son las coordenadas del vértice de la parábola. Este punto se encuentra en la altura máxima alcanzada por el hombre bala.

a. Utiliza la simulación para encontrar la expresión algebraica de la forma $y=a(x-h)^2+k$ utilizando los datos del lanzamiento # 1.

TAREA 3: EXPLORANDO PARÁMETROS

1. Realiza en el simulador la representación gráfica de la función $y=ax^2+bx+c$ para los siguientes valores.

a=0, b=1 c=2
a=-2 b=0 c=0
a=1 b=3 c=0
a=-2 b=0 c=1

De acuerdo a lo observado responda las siguientes preguntas.

a. ¿Cómo se comporta la gráfica según el signo del parámetro a?

___

___

___

b. ¿Qué sucede cuando a=0?

___

___

___

2. Representa gráficamente $y=x^2$ y responde las siguientes preguntas:

a. ¿Qué caracteriza esta gráfica?

___

___

___

b. ¿Qué le sucede a la gráfica cuando b=0 y c es un entero positivo o negativo?

___

___

___

___

c. ¿Qué efecto se produce en la gráfica cuando c=0 y b es diferente de cero?

d. ¿Cómo se comporta la gráfica cuando b y c son diferentes de cero?

____

____

____

Protocolos de los estudiantes tarea 1

GUÍA DE APLICACIÓN
UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
NOMBRE: Maritza Portilla Ramos 9°

Universidad del Valle

TAREA 1: EL HOMBRE BALA

Lee detenidamente la siguiente reseña

El primer hombre bala fue una niña de 14 años, ella logró esta hazaña en 1877 en el Acuario Real de Londres. Luego se fue de gira con el P.T. Barnum Circus.

El actual récord mundial para el vuelo más lejano de un hombre bala es el de David Smith Jr. el 10 de marzo de 2011, en Milán-Italia. El record anterior estaba en manos de su padre David "Cannonball" Sr Smith quien alcanzó una distancia de 200 pies y 4 pulgadas (61,06 m), el 31 de agosto de 2002, en La Steele County Free Fair, Owatonna, Minnesota en los Estados Unidos. Se estima que el Sr Smith, viajaba a más de 70 millas por hora (110 km / h) durante el vuelo.

Más de 30 hombres bala han muerto. La última de ellas en Kent, Reino Unido el 21 de abril de 2011, cuando una bala de cañón humana cayó a la muerte debido a un fallo de la red de seguridad.

1. Dialoga con tu compañero sobre la lectura y responde:

   a. Señala cuál o cuáles variables determinan que el hombre bala caiga en la malla de protección.

   - ● Velocidad inicial
   - ● Angulo con respecto a la horizontal
   - ○ Estado del tiempo
   - ○ Modelo del cañón
   - ● Peso del objeto
   - ● Distancia de la malla de protección

b. Explica cómo cada opción señalada en la respuesta anterior influye en la distancia y altura alcanzada por un hombre bala, así como en el tiempo que tarda en caer.

• Velocidad inicial - Porque dependiendo a que velocidad comenzó o la fuerza lo llevara a más velocidad, más impulso.
• Ángulo con respecto a lo horizontal - Dependiendo a que ángulo esté, depende la altura, si el ángulo disminuye la altura sera muy poca & si el ángulo aumenta la altura sera mucho mayor.
• Peso del objeto - Entre más ligero sea el objeto más velocidad alcanzará, mientras que si el objeto es pesado la velocidad sera menor & la distancia recorrida sera muy poca
• Distancia de la malla de protección - dependiendo del ángulo en que este la malla sera obligada. Si la malla de seguridad está a poca distancia del cañon significa que el ángulo del cañon aumentara, mientras que si la malla esta más alejada significa que el ángulo de el cañon menmara eso tendria que ver con el ángulo respecto a lo horizontal.

¡Ahora prueba tus predicciones!

2. Abre la página de la Universidad de Colorado, Projectile Motion Phet simulación (http://phet.colorado.edu/new/index.php). Dedica unos minutos a familiarizarte con los controles de la simulación antes de comenzar las siguientes tareas.

Selecciona como objeto el "humano adulto" y responde:

a. ¿Cómo influye el ángulo en el alcance horizontal?

varia, ya que no necesariamente si el ángulo disminuye la distancia disminuira & si el ángulo aumenta no necesariamente la distancia aumentara

b. ¿Con qué ángulo alcanza la máxima altura?

Con el ángulo 90° (noventa grados)

c. ¿Cómo afecta la velocidad inicial la altura y distancia alcanzada?

afecta mucho, ya que si la velocidad inicial es mucho mayor, la distancia & la altura recorrida sera mayor

d. ¿Cómo influye la velocidad inicial en el tiempo de vuelo?

si la velocidad inicial es maxima el tiempo de vuelo sera mayor, mientras que si la velocidad inicial es menor el tiempo del vuelo tambien lo sera

GUÍA DE APLICACIÓN
UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
NOMBRE: Juan Felipe Portilla Ramos

TAREA 1: EL HOMBRE BALA

Lee detenidamente la siguiente reseña

El primer hombre bala fue una niña de 14 años, ella logró esta hazaña en 1877 en el Acuario Real de Londres. Luego se fue de gira con el P.T. Barnum Circus.

El actual récord mundial para el vuelo más lejano de un hombre bala es el de David Smith Jr. el 10 de marzo de 2011, en Milán-Italia. El record anterior estaba en manos de su padre David "Cannonball" Sr Smith quien alcanzó una distancia de 200 pies y 4 pulgadas (61,06 m), el 31 de agosto de 2002, en La Steele County Free Fair, Owatonna, Minnesota en los Estados Unidos. Se estima que el Sr Smith, viajaba a más de 70 millas por hora (110 km / h) durante el vuelo.

Más de 30 hombres bala han muerto. La última de ellas en Kent, Reino Unido el 21 de abril de 2011, cuando una bala de cañón humana cayó a la muerte debido a un fallo de la red de seguridad.

1. Dialoga con tu compañero sobre la lectura y responde:

   a. Señala cuál o cuáles variables determinan que el hombre bala caiga en la malla de protección.

- Velocidad inicial
- Angulo con respecto a la horizontal
- Estado del tiempo
- Modelo del cañón
- Peso del objeto
- Distancia de la malla de protección

b. Explica cómo cada opción señalada en la respuesta anterior influye en la distancia y altura alcanzada por un hombre bala, así como en el tiempo que tarda en caer.

En el ángulo con respecto a la horizontal es importantante porque depende de como se coloque el cañon ya que esto les puede dar más tiempo en caer y sean más Kilometros recorridos. El estado de tiempo en caso influye tambien porque en ocaciones puede estar lloviendo, lo cual ocaciona que vientos que alienta al hombre bala. El peso del objeto tambien es importante ya que este puede ocasionar que el objeto vaya a menor velocidad o a mayor velocidad. y la distancia de la malla de proteccion tambien es importante porque calculando la altura, la malla se coloco donde caera el objeto. la velocidad inicial tambien es importante porque de esta creo que depende más la distanca alcanzada porque si la velocidad inicial es mayor se tiene más potencia.

¡Ahora prueba tus predicciones!

2. Abre la página de la Universidad de Colorado, Projectile Motion Phet simulación (http://phet.colorado.edu/new/index.php). Dedica unos minutos a familiarizarte con los controles de la simulación antes de comenzar las siguientes tareas.

Selecciona como objeto el "humano adulto" y responde:

a. ¿Cómo influye el ángulo en el alcance horizontal?

Si el angulo esta entre 30° y 50° el objetivo alcanza un mayor distancia y si esta entre 60° y 90° su distancia es menor.

b. ¿Con qué ángulo alcanza la máxima altura?

90°

c. ¿Cómo afecta la velocidad inicial la altura y distancia alcanzada?

Afecta mucho porque si la velocidad inicial es mayor y el ángulo tambien alcanzará una altura mayor y si la velocidad inicial es menor y el ángulo menor, la altura sera menor.

d. ¿Cómo influye la velocidad inicial en el tiempo de vuelo?

Mucho porque gracias a ella si la velocidad es mayor y el angulo entre 80° y 60° y estara más tiempo de vuelo.

[redacted]

GUÍA DE APLICACIÓN
UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
NOMBRE: Jeronimo Santa Parce.

Universidad del Valle

TAREA 1: EL HOMBRE BALA

Lee detenidamente la siguiente reseña

El primer hombre bala fue una niña de 14 años, ella logró esta hazaña en 1877 en el Acuario Real de Londres. Luego se fue de gira con el P.T. Barnum Circus.

El actual récord mundial para el vuelo más lejano de un hombre bala es el de David Smith Jr. el 10 de marzo de 2011, en Milán-Italia. El record anterior estaba en manos de su padre David "Cannonball" Sr Smith quien alcanzó una distancia de 200 pies y 4 pulgadas (61,06 m), el 31 de agosto de 2002, en La Steele County Free Fair, Owatonna, Minnesota en los Estados Unidos. Se estima que el Sr Smith, viajaba a más de 70 millas por hora (110 km / h) durante el vuelo.

Más de 30 hombres bala han muerto. La última de ellas en Kent, Reino Unido el 21 de abril de 2011, cuando una bala de cañón humana cayó a la muerte debido a un fallo de la red de seguridad.

1. Dialoga con tu compañero sobre la lectura y responde:

   a. Señala cuál o cuáles variables determinan que el hombre bala caiga en la malla de protección.

- Velocidad inicial
- Angulo con respecto a la horizontal
- Estado del tiempo
- Modelo del cañón
- Peso del objeto
- Distancia de la malla de protección

b. Explica cómo cada opción señalada en la respuesta anterior influye en la distancia y altura alcanzada por un hombre bala, así como en el tiempo que tarda en caer.

Velocidad inicial: esto influye porque si arranca veloz quizás esto le ayuda de un impulso para coger más velocidad en el resto del recorrido.
Angulo con respecto a la horizontal: esto quiere decir que entre mayor sea el angulo mayor altitud va a tener y gracias a esto una mayor distancia.
Estado del tiempo: este influye porque al haber quizás vientos fuertes encontra a la direccion del hombre este le afectara quitandole velocidad o de lo contrario le ayudara aumentandole.
Modelo del cañon: Este afecta porque para beneficio se necesita uno que lance con mayor fuerza.
peso del objeto. entre menos peso mayor sera su trayectoria
Distancia de la malla de proteccion: esta influye porq" seria la meta osea al objetivo donde hay q" llegar.

¡Ahora prueba tus predicciones!

2. Abre la página de la Universidad de Colorado, Projectile Motion Phet simulación (http://phet.colorado.edu/new/index.php). Dedica unos minutos a familiarizarte con los controles de la simulación antes de comenzar las siguientes tareas.

Selecciona como objeto el "humano adulto" y responde:

a. ¿Cómo influye el ángulo en el alcance horizontal?

Entre más inclinado este va a demorar más en caer por lo tanto obtendra mas distancia

b. ¿Con qué ángulo alcanza la máxima altura?

teniendo un angulo recto alcanzara mayor altura

c. ¿Cómo afecta la velocidad inicial la altura y distancia alcanzada?

Entre mayor Velocidad inicial tenga mayor sera su altura obtenida y su distancia alcanzada

d. ¿Cómo influye la velocidad inicial en el tiempo de vuelo?

Entre mayor velocidad inicial tenga sera más tiempo porq" demorara mas en caer.

GUÍA DE APLICACIÓN
UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
NOMBRE: Sebastian Garcia

TAREA 1: EL HOMBRE BALA

Lee detenidamente la siguiente reseña

El primer hombre bala fue una niña de 14 años, ella logró esta hazaña en 1877 en el Acuario Real de Londres. Luego se fue de gira con el P.T. Barnum Circus.

El actual récord mundial para el vuelo más lejano de un hombre bala es el de David Smith Jr. el 10 de marzo de 2011, en Milán-Italia. El record anterior estaba en manos de su padre David "Cannonball" Sr Smith quien alcanzó una distancia de 200 pies y 4 pulgadas (61,06 m), el 31 de agosto de 2002, en La Steele County Free Fair, Owatonna, Minnesota en los Estados Unidos. Se estima que el Sr Smith, viajaba a más de 70 millas por hora (110 km / h) durante el vuelo.

Más de 30 hombres bala han muerto. La última de ellas en Kent, Reino Unido el 21 de abril de 2011, cuando una bala de cañón humana cayó a la muerte debido a un fallo de la red de seguridad.

1. Dialoga con tu compañero sobre la lectura y responde:

   a. Señala cuál o cuáles variables determinan que el hombre bala caiga en la malla de protección.

- Velocidad inicial
- Angulo con respecto a la horizontal
- Estado del tiempo
- Modelo del cañón
- Peso del objeto
- Distancia de la malla de protección

b. Explica cómo cada opción señalada en la respuesta anterior influye en la distancia y altura alcanzada por un hombre bala, así como en el tiempo que tarda en caer.

*El ángulo con respecto a la horizontal es muy importante porque un lado del ángulo es la horizontal y pues depende del ángulo que tinga el cañon
*la velocidad inicial tambien es muy importante porque depende de la velocidad que coja cuando el cañon lo lance y el ángulo
*El estado del tiempo es importante porque se esta lloviendo eso afecta la velocidad y la trayectoria disminuye pero se esta haciendo sol y buen clima su trayectoria puede ser como se la imagina y caer en la malla y se tiene en cuenta la fricción
*El peso del objeto tambien influye en esto ya que se tiene en cuenta el peso de la persona o el objeto que se lance, pero pues teniendo en cuenta de lo que se habla se debe tener en cuenta el peso y el volumen de la persona. *la distancia de la malla de protección pues debe estar bien ubicada para caer en ella

¡**Ahora prueba tus predicciones!**

2. Abre la página de la Universidad de Colorado, Projectile Motion Phet simulación (http://phet.colorado.edu/new/index.php). Dedica unos minutos a familiarizarte con los controles de la simulación antes de comenzar las siguientes tareas.

Selecciona como objeto el "humano adulto" y responde:

a. ¿Cómo influye el ángulo en el alcance horizontal?

que si aumenta el ángulo mas alla sera la distancia horizontal, si es mas alto obtendra mas altura pero menos distancia

b. ¿Con qué ángulo alcanza la máxima altura?

con el angulo de 90°

c. ¿Cómo afecta la velocidad inicial la altura y distancia alcanzada?

que entre mayor sea la velocidad mas alta sera la distancia alcanzada

d. ¿Cómo influye la velocidad inicial en el tiempo de vuelo?

que entre mayor sea la velocidad mas se demora en caer pero mas alta sera la distancia

GUÍA DE APLICACIÓN
UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
NOMBRE: VALERIA LLANO ZAMBRANO

Universidad del Valle

TAREA 1: EL HOMBRE BALA

Lee detenidamente la siguiente reseña

El primer hombre bala fue una niña de 14 años, ella logró esta hazaña en 1877 en el Acuario Real de Londres. Luego se fue de gira con el P.T. Barnum Circus.

El actual récord mundial para el vuelo más lejano de un hombre bala es el de David Smith Jr. el 10 de marzo de 2011, en Milán-Italia. El record anterior estaba en manos de su padre David "Cannonball" Sr Smith quien alcanzó una distancia de 200 pies y 4 pulgadas (61,06 m), el 31 de agosto de 2002, en La Steele County Free Fair, Owatonna, Minnesota en los Estados Unidos. Se estima que el Sr Smith, viajaba a más de 70 millas por hora (110 km / h) durante el vuelo.

Más de 30 hombres bala han muerto. La última de ellas en Kent, Reino Unido el 21 de abril de 2011, cuando una bala de cañón humana cayó a la muerte debido a un fallo de la red de seguridad.

1. Dialoga con tu compañero sobre la lectura y responde:

   a. Señala cuál o cuáles variables determinan que el hombre bala caiga en la malla de protección.

● Velocidad inicial
● Angulo con respecto a la horizontal
○ Estado del tiempo
○ Modelo del cañón
● Peso del objeto
● Distancia de la malla de protección

GUÍA DE APLICACIÓN
UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
NOMBRE: HUBBERNEY CALLE ZULUAGA

TAREA 1: EL HOMBRE BALA

Lee detenidamente la siguiente reseña

El primer hombre bala fue una niña de 14 años, ella logró esta hazaña en 1877 en el Acuario Real de Londres. Luego se fue de gira con el P.T. Barnum Circus.

El actual récord mundial para el vuelo más lejano de un hombre bala es el de David Smith Jr. el 10 de marzo de 2011, en Milán-Italia. El record anterior estaba en manos de su padre David "Cannonball" Sr Smith quien alcanzó una distancia de 200 pies y 4 pulgadas (61,06 m), el 31 de agosto de 2002, en La Steele County Free Fair, Owatonna, Minnesota en los Estados Unidos. Se estima que el Sr Smith, viajaba a más de 70 millas por hora (110 km / h) durante el vuelo.

Más de 30 hombres bala han muerto. La última de ellas en Kent, Reino Unido el 21 de abril de 2011, cuando una bala de cañón humana cayó a la muerte debido a un fallo de la red de seguridad.

1. Dialoga con tu compañero sobre la lectura y responde:

   a. Señala cuál o cuáles variables determinan que el hombre bala caiga en la malla de protección.

   - Velocidad inicial
   - Angulo con respecto a la horizontal
   - Estado del tiempo
   - Modelo del cañón
   - Peso del objeto
   - Distancia de la malla de protección

b. Explica cómo cada opción señalada en la respuesta anterior influye en la distancia y altura alcanzada por un hombre bala, así como en el tiempo que tarda en caer.

PUES EN LA VELOCIDAD INICIAL ES A CUANTO KILOMETROS VA A IR EXPULSADO DEL CAÑON. HORIZONTAL ES EL ANGULO QUE SE DE PARA QUE PUEDA DAR VELOCIDAD HACIA LA INCLINACION DEL CAÑON. MODELO POR QUE HAY ALGUNOS CAÑONES QUE CUANDO LANZA EL OBJETO TIPO DE COMO EXPULSADO SERIA MAS FUERTE O MAS DESPACIO. PESO DEL OBJETO ESO DEPENDE SI ES GORDO O FLACO POR QUE A UNO LE PODRIA DAR MAS VELOCIDAD O ELEBACION DEPENDIENDO DE LA PERSONA QUE ESTE DENTRO DEL CAÑON PUES TODOS SERIAN COMO LOS PUNTOS PRINCIPALES POR QUE LE DARIA UNA GRAN VELOCIDAD, ALTITUD Y DISTANCIA ESO MAS QUE TODO DEPENDERA DEL CAÑON DE QUE TAN FUERTE SEA LA EXPULSION Y DEL TIPO DE PERSONA QUE SE VA A LANZAR

¡Ahora prueba tus predicciones!

2. Abre la página de la Universidad de Colorado, Projectile Motion Phet simulación (http://phet.colorado.edu/new/index.php). Dedica unos minutos a familiarizarte con los controles de la simulación antes de comenzar las siguientes tareas.

Selecciona como objeto el "humano adulto" y responde:

a. ¿Cómo influye el ángulo en el alcance horizontal?

QUE SI SE HACE HORIZONTAL SE VA A TENER UNA BUENA DISTANCIA Y ALTITUD Y QUE VA A LLEGAR MAS RAPIDO A SU PUNTO DE META.

b. ¿Con qué ángulo alcanza la máxima altura?

CON EL ANGULO 90 PORQUE AHI VA A TENER UNA MEJOR ALTURA PORQUE TIENE UN ANGULO RECTO Y SI SE TIENE ESO VA A TENER UNA MEJOR ALTITUD

c. ¿Cómo afecta la velocidad inicial la altura y distancia alcanzada?

QUE SI TIENE UNA MENOR VELOCIDAD TENDRA UNA MENOR ALTURA Y UNA MENOR DISTANCIA Y SI SE AUMENTA VA A TENER UNA MAYOR ALTURA Y DISTANCIA

d. ¿Cómo influye la velocidad inicial en el tiempo de vuelo?

ENTRE MAYOR VELOCIDAD INICIAL MAS DEMORARA EN CAER POR QUE TENDRA UNA MAYOR DISTANCIA QUE RECORRER

Protocolos de huhuh

b. Explica cómo cada opción señalada en la respuesta anterior influye en la distancia y altura alcanzada por un hombre bala, así como en el tiempo que tarda en caer.

- LA VELOCIDAD INICIAL - ENTRE MÁS VELOCIDAD HAYA EL LO LANZANDO MÁS LEJOS PUEDE LLEGAR

- ÁNGULO CON RESPECTO A LO HORIZONTAL - PORQUE ENTRE MÁS MEDIDA TENGA EL ÁNGULO MENOS VELOCIDAD RECORRE PERO ENTRE MENOR ÁNGULO MAS RECORRIDO PUEDE HABER.

- PESO DE OBJETO - PUES ENTRE MENOS PESO HAY MAS VELOCIDAD PERO SI HAY MAS PESO LA VELOCIDAD VA HACER MENOR.

- DISTANCIA DE LA MALLA DE PROTECCIÓN - PORQUE ENTRE MÁS LEJOS ESTE LA MALLA Y SEGÚN LA DIRECCIÓN DEL CAÑON HAY MENOS POSIBILIDADES CAIGA EN ELLA.

¡Ahora prueba tus predicciones!

2. Abre la página de la Universidad de Colorado, Projectile Motion Phet simulación (http://phet.colorado.edu/new/index.php). Dedica unos minutos a familiarizarte con los controles de la simulación antes de comenzar las siguientes tareas.

Selecciona como objeto el "humano adulto" y responde:

a. ¿Cómo influye el ángulo en el alcance horizontal?

QUE ENTRE MAS ÁNGULO HAYAN MENOR ES EL RECORRIDO PERO ENTRE MENOR SEA EL ÁNGULO MAYOR ES EL RECORRIDO

b. ¿Con qué ángulo alcanza la máxima altura?

CON EL ÁNGULO 90°, ENTRE MÁS RECTO MÁS VELOCIDAD ALCANZA

c. ¿Cómo afecta la velocidad inicial la altura y distancia alcanzada?

QUE ENTRE MÁS VELOCIDAD MAS LEJOS Y MÁS ALTURA ALCANZA Y A MENOR VELOCIDAD MAS CERCA Y MENOS ALTURA ALCANZA

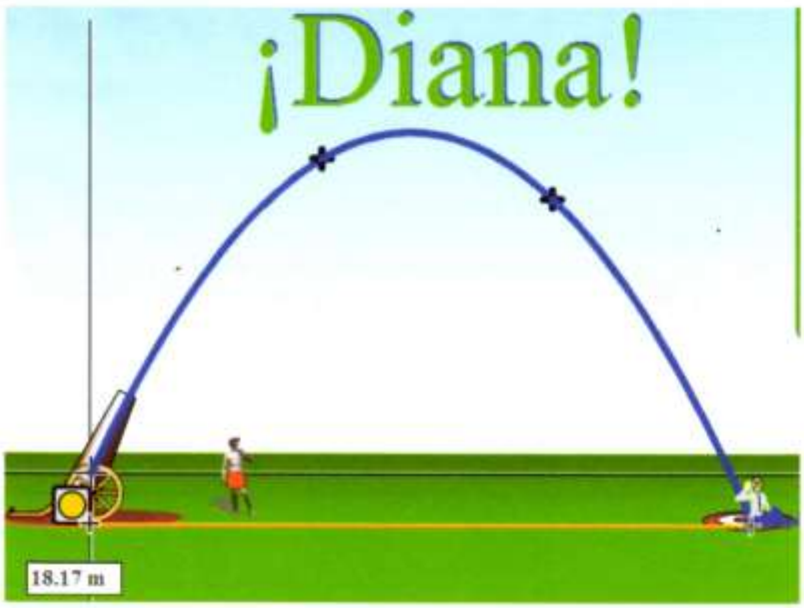
d. ¿Cómo influye la velocidad inicial en el tiempo de vuelo?

QUE ENTRE MÁS VELOCIDAD MAS TIEMPO Y ENTRE MENOS VELOCIDAD MENOS TIEMPO.

Protocolos de los estudiantes tarea 2

TAREA 2: HOMBRE AL BLANCO

1. Realiza los lanzamientos del hombre bala de tal forma que caiga en la diana y alcance una altura máxima. Completa la información de la tabla y responde.



	Ángulo	Velocidad inicial	Diámetro	Masa	Ubicación de la diana
Lanzamiento # 1	60	20	0.5	70	36.2
Lanzamiento # 2	50	15	0.5	70	23.8

a. Utiliza la gráfica generada para el primer lanzamiento y determina la altura en los siguientes tiempos:

Tiempo (s)	Altura (m)
0	0
1	12,42 m
2	15,07m

B. Teniendo en cuenta que una función cuadrática tienen como expresión general la forma $y = ax^2 + bx + c$, determina la dependencia entre las variables de la tabla y sustituye las coordenadas para escribir un sistema de ecuaciones con incógnitas a, b, y c.

Primera coordenada: (0,0)
segunda coordenada: (1, 12.42)
tercera coordenada: (2, 15.07)

A) $0 = a(0)^2 + b(0) + c$
$0 = c$
$\boxed{c = 0}$

B) $12,42 = a(1)^2 + b(1) + c$
$12,42 = a + b + c$

c) $15,07 = a(2)^2 + b(2) + c$
$15,07 = 4a + 2b + c$

Como c es igual a cero sustituimos en las demás ecuaciones

Sustituyendo C

B $a + b = 12,42 \rightarrow a = 12,42 - b$

$\rightarrow 4(12,42 - b) + 2b = 15,07$
$49,68 - 4b + 2b = 15,07$
$-2b = 15,07 - 49,68$
$b = \frac{-34,61}{-2}$
$b = 17,305$

$a + 17,305 = 12,42 \leftarrow$
$a = 12,42 - 17,305$
$a = -4,885$

Función Cuadrática

$y = -4,885x^2 + 17,305x + 0$

b. Función del lanzamiento del hombre bala

$y = -4,885x^2 + 17,305x + 0$

c. Realiza el procedimiento anterior para el segundo lanzamiento

Tiempo (s)	Altura (m)
0	0
1	6,55
2	3,38

Primera coordenada: (0,0)
segunda coordenada: (1,655)
tercera coordenada: (2,338)

A) $0 = a(0)^2 + b(0) + c$

$\boxed{c = 0}$

B) $6,55 = a(1)^2 + b(1) + c$

$6,55 = a + b + c$

C) $3,38 = a(2)^2 + b(2) + c$

$4a + 2b + c = 3,38$

Como tambien obtenemos el valor tambien sustituimos en las otras 2 ecuaciones.

sustitucion

$a + b = 6,55 \rightarrow a = 6,55 - b$

$4a + 2b = 3,38 \rightarrow$

$4(6,55 - b) + 2b = 3,38$

$26,2 - 4b + 2b = 3,38$

$-2b = -22,82$

$b = \frac{-22,82}{-2}$

$b = 11,41$

$a + 11,41 = 6,55$

$a = -4,86$

d. Función del lanzamiento del hombre bala

$y = -4{,}8x^2 + 11{,}41x$

e. ¿Qué representan los parámetros a, b y c?

a partir de esto podemos decir que los valores de a & b varian poco & c siempre es cero

2. **Una función cuadrática también se puede escribir de la forma $y=a(x-h)^2+k$, donde (h,k) son las coordenadas del vértice de la parábola. Este punto se encuentra en la altura máxima alcanzada por el hombre bala.**

a. Utiliza la simulación para encontrar la expresión algebraica de la forma $y=a(x-h)^2+k$ utilizando los datos del lanzamiento # 1.

k = altura maxima 15,33

a = -4,885

x = tiempo, 0

y = altura, 0

Ecuación

$0 = -4{,}885(0-h)^2 + 15{,}33$

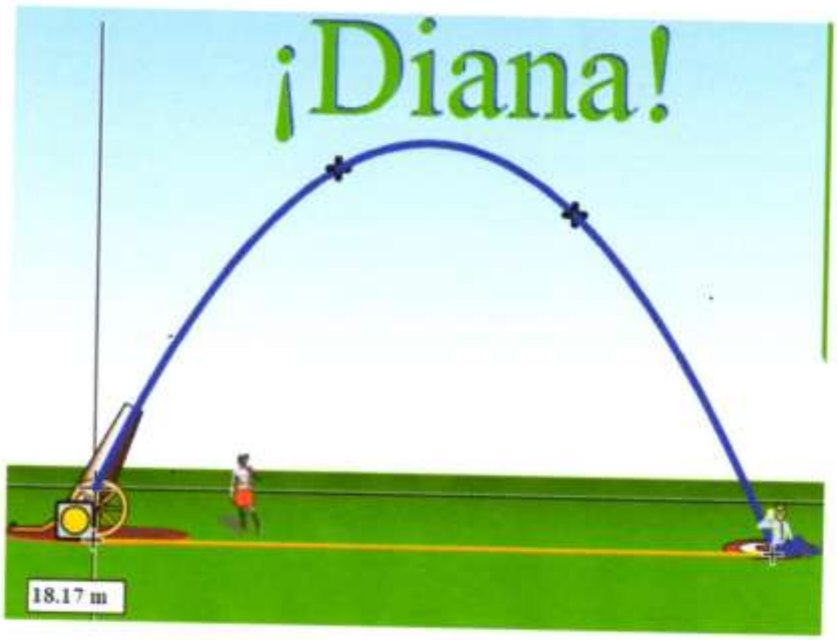
$0 = -4{,}885(-h)^2 + 15{,}33$

$0 = -4{,}885(h^2) + 15{,}33$

$0 = -4{,}885h^2 + 15{,}33$

TAREA 2: HOMBRE AL BLANCO

1. Realiza los lanzamientos del hombre bala de tal forma que caiga en la diana y alcance una altura máxima. Completa la información de la tabla y responde.



	Ángulo	Velocidad inicial	Diámetro	Masa	Ubicación de la diana
Lanzamiento # 1	60	20	0.5	70	36.2
Lanzamiento # 2	50	15	0.5	70	23.8

a. Utiliza la gráfica generada para el primer lanzamiento y determina la altura en los siguientes tiempos:

Tiempo (s)	Altura (m)
0	0,0
1	12,42
2	15,04

b. Teniendo en cuenta que una función cuadrática tienen como expresión general la forma y= $ax^2 + bx + c$, determina la dependencia entre las variables de la tabla y sustituye las coordenadas para escribir un sistema de ecuaciones con incógnitas a, b, y c.

Primera coordenada: (0,0)
segunda coordenada: (1, 12.42)
tercera coordenada: (2, 15.04)

$y = ax^2 + bx + c$ $\quad$ $12,42 = a(1)^2 + b(1) + c$ $\quad$ $15,04 = a4 + b2 + c$

$0 = 0^2 + b(0) + c$ $\quad$ $12,42 = a + b + c$

$\boxed{0 = 0}$

$c = 0$

$b = b$

$a + b = 12,42 \rightarrow b = 12,42 - a$

$4a + 2b = 15,04 \quad b = \frac{15,04 - 4a}{2}$ $\quad$ $24,84 - 2a = 15,04 - 4a$

$24,84 - 15,04 = -4a + 2a$

$b = \frac{15,04 - 4(-4,9)}{2}$ $\quad$ $9,8 = -2a$

$-4,9 = a$

$b = 17,32$

c. Función del lanzamiento del hombre bala

$y = -4,9x^2 + 17,32x + 0$

d. Realiza el procedimiento anterior para el segundo lanzamiento

Tiempo (seg)	Altura (m)
0	0
1	6,75
2	3,69

Primera coordenada: (0,0)
segunda coordenada: (1, 6.75)
tercera coordenada: (2, 3.69)

$0 = a(0)^2 + b(0) + c$ $\quad$ $6,75 = a1^2 + b1 + c$ $\quad$ $3,69 = a4 + b2 + c$

$\boxed{0 = c}$ $\quad$ $6,75 = a + b + c$ $\quad$ $3,69 = 4a + 2b + c$

$c = 0$

$a + b + c = 6,75 \rightarrow b = 6,75 - a \rightarrow 6,75 - a = \frac{3,69 - 4a}{2}$

$4a + 2b + c = 3,69$ $\quad$ $b = \frac{3,69 - 4a}{2}$

$13,5 - 2a = 3,69 - 4a$

$13,5 - 3,69 = -4a + 2a$

$9,81 = -2a$

$-4,905 = a.$

e. Función del lanzamiento del hombre bala

$y = -4,905x^2 + 11,635\,x + c$

f. ¿Qué representan los parámetros a, b y c?

no entendí

2. Una función cuadrática también se puede escribir de la forma $y=a(x-h)^2+k$, donde (h,k) son las coordenadas del vértice de la parábola. Este punto se encuentra en la altura máxima alcanzada por el hombre bala.

a. Utiliza la simulación para encontrar la expresión algebraica de la forma $y=a(x-h)^2+k$ utilizando los datos del lanzamiento # 1.

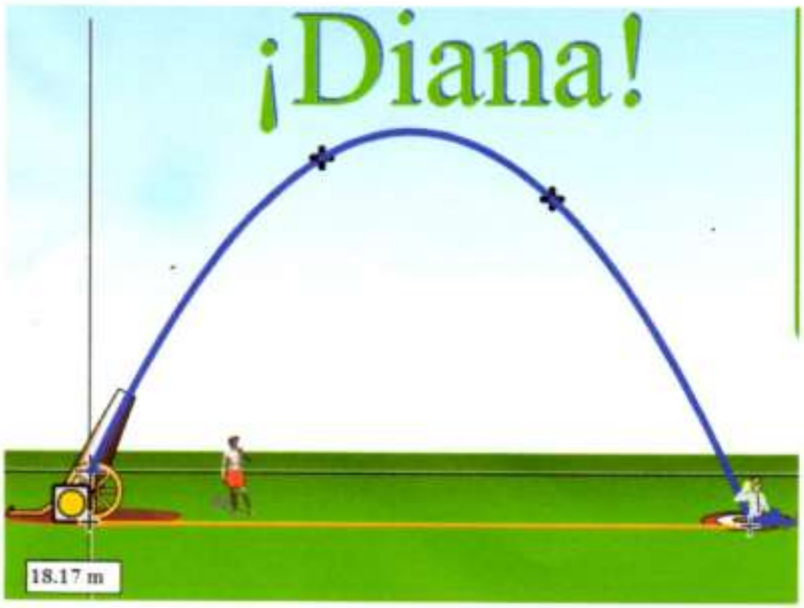
$y = a(x-h)^2 + k$

$0 = -4,9(0-h)^2 + 15,26$

$0 = -4,9h + 15,26$

TAREA 2: HOMBRE AL BLANCO

1. Realiza los lanzamientos del hombre bala de tal forma que caiga en la diana y alcance una altura máxima. Completa la información de la tabla y responde.



	Ángulo	Velocidad inicial	Diámetro	Masa	Ubicación de la diana
Lanzamiento # 1	60	20	0.5	70	36.2
Lanzamiento # 2	50	15	0.5	70	23.8

a. Utiliza la gráfica generada para el primer lanzamiento y determina la altura en los siguientes tiempos:

Tiempo (s)	Altura (m)
0	0
1	12,42
2	15,04

B. Teniendo en cuenta que una función cuadrática tienen como expresión general la forma $y= ax^2 + bx + c$, determina la dependencia entre las variables de la tabla y sustituye las coordenadas para escribir un sistema de ecuaciones con incógnitas a, b, y c.

Primera coordenada: ____

segunda coordenada: ____

tercera coordenada: ____

b. Función del lanzamiento del hombre bala

____

c. Realiza el procedimiento anterior para el segundo lanzamiento

Tiempo (s)	Altura (m)
0	
1	
2	

Primera coordenada: (0,0)
segunda coordenada: (1, 12.42)
tercera coordenada: (2, 15.04)

$0 = a(0)^2 + b(0) + c$
$0 = c$

$12.42 = a(1)^2 + b(1) + c$
$1, 12.42 = a + b + c$

$2, 15.04 = a(2)^2 + b(2) + c$
$2\ 15.04 = 4a + 2b + c.$

$4a + 2b + c = 15.04$
$a + b = 12.42$ → multiplica x -4

$4a + 2b + c = 15.04$
$a + b + c = 12.42$
$c = 0$

$4a + 2b$
$-4a - 4b$

d. Función del lanzamiento del hombre bala

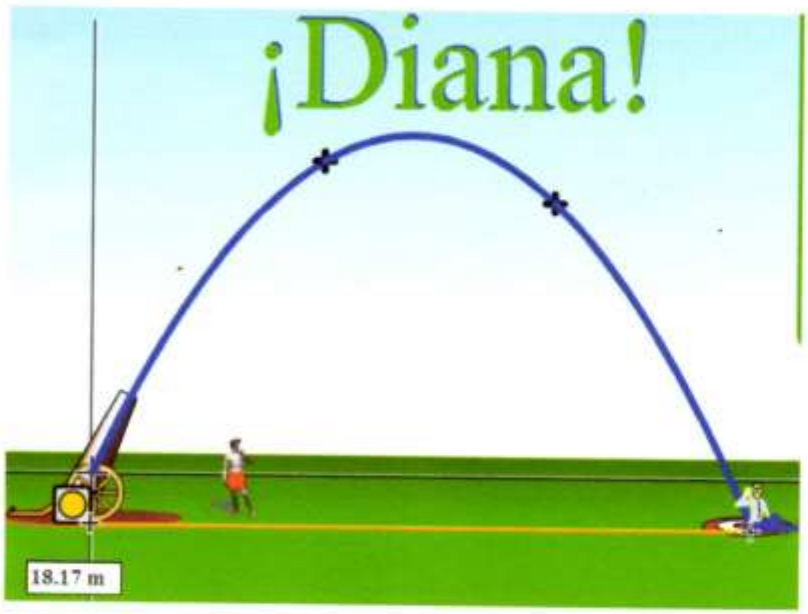
e. ¿Qué representan los parámetros a, b y c?

2. Una función cuadrática también se puede escribir de la forma $y=a(x-h)^2+k$, donde (h,k) son las coordenadas del vértice de la parábola. Este punto se encuentra en la altura máxima alcanzada por el hombre bala.

a. Utiliza la simulación para encontrar la expresión algebraica de la forma $y=a(x-h)^2+k$ utilizando los datos del lanzamiento # 1.

TAREA 2: HOMBRE AL BLANCO

1. Realiza los lanzamientos del hombre bala de tal forma que caiga en la diana y alcance una altura máxima. Completa la información de la tabla y responde.



	Ángulo	Velocidad inicial	Diámetro	Masa	Ubicación de la diana
Lanzamiento # 1	60	20	0.5	70	36.2
Lanzamiento # 2	50	15	0.5	70	23.8

a. Utiliza la gráfica generada para el primer lanzamiento y determina la altura en los siguientes tiempos:

Tiempo (s)	Altura (m)
0	0m
1	12,42
2	15,04

B. Teniendo en cuenta que una función cuadrática tienen como expresión general la forma $y= ax^2 + bx + c$, determina la dependencia entre las variables de la tabla y sustituye las coordenadas para escribir un sistema de ecuaciones con incógnitas a, b, y c.

Primera coordenada: (0,0)

segunda coordenada: (1, 12.42)

tercera coordenada: (2, 15.04)

x $y = ax^2 + bx + c$ $\qquad$ x $y = ax^2 + bx + c$ $\qquad$ $y = ax^2 + bx + c$

$0 = a.0 + b.0 + c$ $\qquad$ $12.42 = a + b + c$ $\qquad$ $15.04 = 4a + 2b + c$

$0 = c$

como $c = 0$ $\qquad$ $c = 0$ entonces

$12.42 = a + b + 0$ $\qquad$ $4a + 2b + 0 = 15.04$

$a + b = 12.42$ $\qquad$ $4a + 2b = 15.04$

$b = 12.42 - a$ $\qquad$ $b = \frac{15.04 - 4a}{2}$

$b = b$

$12.42 - a = \frac{15.04 - 4a}{2}$

$24.84 - 2a = 15.04 - 4a$

$24.84 - 15.84 = -4a + 2a$

$9.8 = -2a$ $\qquad$ $b = 12.42 - a$

$b = 12.42 - (-4.9)$

$-4.9 = a$ $\qquad$ $b = 17.32$

b. Función del lanzamiento del hombre bala

$y = -4.9x^2 + 17.32x + 0$

c. Realiza el procedimiento anterior para el segundo lanzamiento

Tiempo (s)	Altura (m)
0	0 m
1	6.6
2	3.39

Primera coordenada: (0,0)
segunda coordenada: (1, 6.6)
tercera coordenada: (2, 3.39)

$0 = c$ $\quad 6.6 = a + b + c \quad 3.39 = 4a + 2b + c$

$c = 0$

$a + b + c = 6.6$

$4a + 2b + c = 3.39$

$c = 0$ entonces

$a + b = 6.6 \rightarrow b = 6.6 - a$

$4a + 2b = 3.39 \quad b = \frac{3.39 - 4a}{2}$

$b = b$

$6.6 - a = \frac{3.39 - 4a}{2}$

$2(6.6 - a) = 3.39 - 4a$

$13.2 - 2a = 3.39 - 4a$

$-2a + 4a = 3.39 - 13.2$

$-2a = 9.81$ $\quad b = 6.6 - a$

$a = -4.905$ $\quad b = 6.6 - (-4.905)$

$b = 11.55$

d. Función del lanzamiento del hombre bala

$y = -4.905x^2 + 11.55x + 0$

e. ¿Qué representan los parámetros a, b y c?

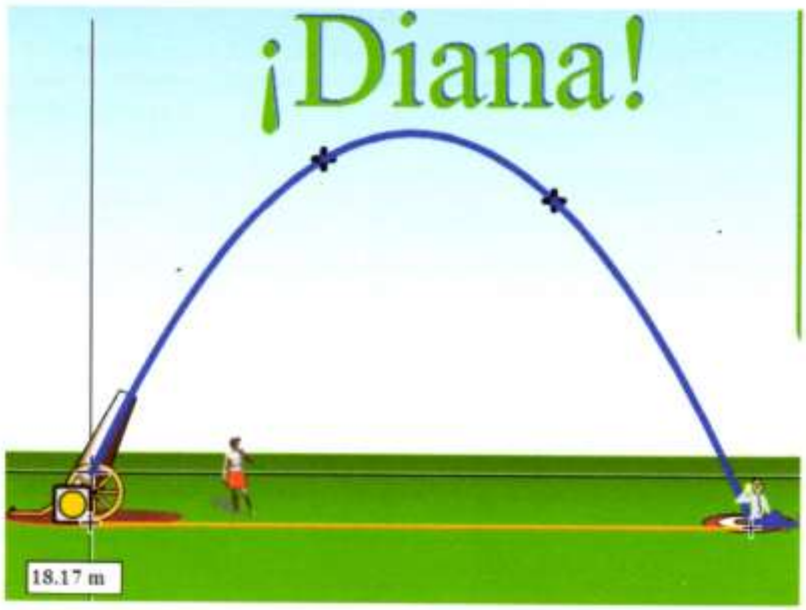
a. es muy parecido

2. Una función cuadrática también se puede escribir de la forma $y=a(x-h)^2+k$, donde (h,k) son las coordenadas del vértice de la parábola. Este punto se encuentra en la altura máxima alcanzada por el hombre bala.

a. Utiliza la simulación para encontrar la expresión algebraica de la forma $y=a(x-h)^2+k$ utilizando los datos del lanzamiento # 1.

TAREA 2: HOMBRE AL BLANCO

1. Realiza los lanzamientos del hombre bala de tal forma que caiga en la diana y alcance una altura máxima. Completa la información de la tabla y responde.



	Ángulo	Velocidad inicial	Diámetro	Masa	Ubicación de la diana
Lanzamiento # 1	59	20	0.5	70	36.2
Lanzamiento # 2	50	15	0.5	70	23.8

a. Utiliza la gráfica generada para el primer lanzamiento y determina la altura en los siguientes tiempos:

Tiempo (s)	Altura (m)
0	0
1	12,2
2	14,64

B. Teniendo en cuenta que una función cuadrática tienen como expresión general la forma y= ax^2 + bx + c, determina la dependencia entre las variables de la tabla y sustituye las coordenadas para escribir un sistema de ecuaciones con incógnitas a, b, y c.

Primera coordenada: (0, 0)

segunda coordenada: (1, 12, 2)

tercera coordenada: (2, 14,64)

$y = ax^2 + bx + c$

A) $0 = a(0)^2 + b(0) + c$

$0 = c$

x y

(0, 0)

t h

c) $= 14,64 = a(2)^2 + b(2) + c$

$14,64 = 4a + 2b + c$

b) $12,2 = a(1)^2 + b(1) + c$

$12,2 = a + b + c$

$a + b = 12,2 \rightarrow a = -b + 12,2 \rightarrow a = a$

$4a + 2b = 14,64 \qquad a = \frac{-2b + 14,64}{4}$

$-b + 12,2 = \frac{-2b + 14,64}{4}$

$-4b + 48,8 = -2b + 14,64$

$-4b + 2b = -48,8 + 14,64$

$-2b = -34,16$

$b = -\frac{34,16}{2}$

$b = 17,07$

$a + 17,08 = 12,2$

$a = 12,2 - 17,08$

$a = -14,88$

b. Función del lanzamiento del hombre bala

$y = -14,88(x)^2 + 17,08x + 0$

c. Realiza el procedimiento anterior para el segundo lanzamiento

Tiempo (s)	Altura (m)
0	0
1	6,6
2	3,31

Primera coordenada: (0,0)

segunda coordenada: (1,6,6)

tercera coordenada: (2,3

A) $0 = a(0)^2 + b(0) + c$

$0 = c$

B. $6,6 = a(1)^2 + b(1) + c$

C) $3,31 = a(2)^2 + b(2) + c$

$3,31 = 4a + 2b + c$

$a + b = 6,6$

$4a + 2b = 3,31$

$a = -b + 6,6$

$a = \frac{-2b + 3,31}{4}$

$a = a$

$-b + 6,6 = \frac{-2b + 3,31}{4}$

$-4b + 26,4 = -2b + 3,31$

$-4b + 2b = -26,4 + 3,31$

$-2b = -23,09$

$b = \frac{-23,09}{-2}$

$b = 11,545$

$a + 11,545 = 6,6$

$a = 6,6 - 11,545$

$a = -4,945$

d. Función del lanzamiento del hombre bala

$y = -4,945 (x)^2 + 11,545 x + c$

e. ¿Qué representan los parámetros a, b y c?

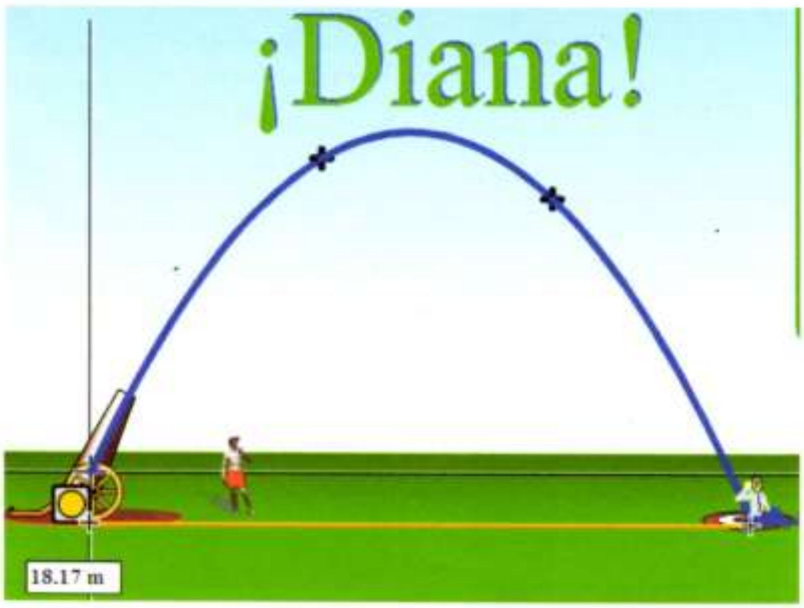
2. Una función cuadrática también se puede escribir de la forma $y=a(x-h)^2+k$, donde (h,k) son las coordenadas del vértice de la parábola. Este punto se encuentra en la altura máxima alcanzada por el hombre bala.

a. Utiliza la simulación para encontrar la expresión algebraica de la forma $y=a(x-h)^2+k$ utilizando los datos del lanzamiento # 1.

K = 15M

TAREA 2: HOMBRE AL BLANCO

1. Realiza los lanzamientos del hombre bala de tal forma que caiga en la diana y alcance una altura máxima. Completa la información de la tabla y responde.



	Ángulo	Velocidad inicial	Diámetro	Masa	Ubicación de la diana
Lanzamiento # 1	60	20	0.5	70	36.2
Lanzamiento # 2	50	15	0.5	70	23.8

a. Utiliza la gráfica generada para el primer lanzamiento y determina la altura en los siguientes tiempos:

Tiempo (s)	Altura (m)
0	0
1	12.42
2	15.04

B. Teniendo en cuenta que una función cuadrática tienen como expresión general la forma $y = ax^2 + bx + c$, determina la dependencia entre las variables de la tabla y sustituye las coordenadas para escribir un sistema de ecuaciones con incógnitas a, b, y c.

Primera coordenada: (0,0) = a0 + B0 + c

segunda coordenada: (1.12 .42) =

tercera coordenada: (1 15.04) =

$0 = a(0)^2 + b(0) + c$ $1.12.42 = a(1)^2 + B(1) + c$ $2.15.04 = a(1)^2 + b(1) + c$

$0 = c$ $1.12.42 = a + b + c$ $2.15.04 = 2a + 2b + c$

$y = 0$ $y = 1.12.42$ $y = 2.15.04$

b. Función del lanzamiento del hombre bala

c. Realiza el procedimiento anterior para el segundo lanzamiento

Tiempo (s)	Altura (m)
0	
1	
2	

Primera coordenada: ______________________________
segunda coordenada: ______________________________
tercera coordenada: ______________________________

d. Función del lanzamiento del hombre bala

e. ¿Qué representan los parámetros a, b y c?

2. Una función cuadrática también se puede escribir de la forma $y=a(x-h)^2+k$, donde (h,k) son las coordenadas del vértice de la parábola. Este punto se encuentra en la altura máxima alcanzada por el hombre bala.

a. Utiliza la simulación para encontrar la expresión algebraica de la forma $y=a(x-h)^2+k$ utilizando los datos del lanzamiento # 1.

$x = a(x-h)^2+k$

$y = a(x(0)-h)^2+k(0)$

$y = a(0-h)^2+0$

$y = a+0-h^2+0$

$\sqrt{-h^2} = \sqrt{y-a}$

$\sqrt{-h^2} = \sqrt{y}\,a$

Protocolos de los estudiantes tarea 3

TAREA 3: EXPLORANDO PARÁMETROS

1. Realiza en el simulador la representación gráfica de la función $y=ax^2+bx+c$ para los siguientes valores.

a=0, b=1 c=2
a=-2 b=0 c=0
a=1 b=3 c=0
a=-2 b=0 c=1

De acuerdo a lo observado responda las siguientes preguntas.

a. ¿Cómo se comporta la gráfica según el signo del parámetro a?

la Grafica es decreciente.

b. ¿Qué sucede cuando a=0?

sempre la reprecentacion sera una linea recta

2. Representa gráficamente $y=x^2$ y responde las siguientes preguntas:

a. ¿Qué caracteriza esta gráfica?

la caracteriza que su vertice es (0,0)

b. ¿Qué le sucede a la gráfica cuando b=0 y c es un entero positivo o negativo?

si c = es un entero positivo. su vertice sera mayor ya que estara por encima de (0,0) mientras que si es negativo su vertice sera menor

c. ¿Qué efecto se produce en la gráfica cuando c=0 y b es diferente de cero?

la Grafica siempre pasara por (0,0)

d. ¿Cómo se comporta la gráfica cuando b y c son diferentes de cero?

la Grafica ya no pasara por la coordenada (0,0)

TAREA 3: EXPLORANDO PARÁMETROS

1. Realiza en el simulador la representación gráfica de la función $y=ax^2+bx+c$ para los siguientes valores.

a=0, b=1 c=2
a=-2 b=0 c=0
a=1 b=3 c=0
a=-2 b=0 c=1

De acuerdo a lo observado responda las siguientes preguntas.

a. ¿Cómo se comporta la gráfica según el signo del parámetro a?

Cuando el signo es positivo el vertice de la grafica esta en numeros positivos y cuando el signo es negativo el vertice esta por debajo del plano (con numeros negativos)

b. ¿Qué sucede cuando a=0?

En la grafica, se forma una linea recta y se vuelve una ecuacion lineal.

2. Representa gráficamente $y=x^2$ y responde las siguientes preguntas:

a. ¿Qué caracteriza esta gráfica?

Que el vertice esta en (0,0)

b. ¿Qué le sucede a la gráfica cuando b=0 y c es un entero positivo o negativo?

Cuando C es un numero positivo el vertice queda en numeros positivos y cuando C es negativo el vertice queda en un numero negativo en (0,n) donde n es el valor de c

c. ¿Qué efecto se produce en la gráfica cuando c=0 y b es diferente de cero?

la curva empieza a descender diagonalmente hacia la izquierda cuando b es un numero positivo y cuando es negativo la curva desciende diagonalmente hacia la derecha

d. ¿Cómo se comporta la gráfica cuando b y c son diferentes de cero?

Cuando C es mayor o igual que b el vertice se desplaza hacia arriba y cuando b es mayor que C el vertice empieza a bajar.

TAREA 3: EXPLORANDO PARÁMETROS

1. Realiza en el simulador la representación gráfica de la función $y=ax^2+bx+c$ para los siguientes valores.

a=0, b=1 c=2
a=-2 b=0 c=0
a=1 b=3 c=0
a=-2 b=0 c=1

De acuerdo a lo observado responda las siguientes preguntas.

a. ¿Cómo se comporta la gráfica según el signo del parámetro a?

cuando esta positiva sube y cuando esta negativa
hacia abajo

b. ¿Qué sucede cuando a=0?

Cuando a es 0 siempre va a dar una linea
recta

2. Representa gráficamente $y=x^2$ y responde las siguientes preguntas:

a. ¿Qué caracteriza esta gráfica?

Que el vertice es donde empieza a ascender
lo contrario a cuando es negativo

b. ¿Qué le sucede a la gráfica cuando b=0 y c es un entero positivo o negativo?

entre mayor sea c mas arriba sera al vertice
sobre el eje y si es negativo, entre mayor sea
mas abajo sera el vertice sobre el eje y

c. ¿Qué efecto se produce en la gráfica cuando c=0 y b es diferente de cero?

pasa q'' el vertice ya no es sobre el eje y
si no q'' el vertice ya da a los lados

d. ¿Cómo se comporta la gráfica cuando b y c son diferentes de cero?

entre mayor sea b mas grande sera la palabra
y entre mayor sea c mas arriba sobre el eje
y sera el vertice.

TAREA 3: EXPLORANDO PARÁMETROS

1. Realiza en el simulador la representación gráfica de la función $y=ax^2+bx+c$ para los siguientes valores.

a=0, b=1 c=2
a=-2 b=0 c=0
a=1 b=3 c=0
a=-2 b=0 c=1

De acuerdo a lo observado responda las siguientes preguntas.

a. ¿Cómo se comporta la gráfica según el signo del parámetro a?

cuando a es positivo el vértice va hacia arriba y
cuando a esta (-) negativo el vértice va hacia abajo
pero cuando a esta en cero se forma una linea recta

b. ¿Qué sucede cuando a=0?

se forma una linea recta, pero si b esta negativo se
forma una linea recta diagonal a la izquierda y
cuando b esta positivo tiene una diagonal hacia la izquierda

2. Representa gráficamente $y=x^2$ y responde las siguientes preguntas:

a. ¿Qué caracteriza esta gráfica?

el vértice se da en (0,0)

b. ¿Qué le sucede a la gráfica cuando b=0 y c es un entero positivo o negativo?

cuando c esta con un número positivo el vertice
esta en el eje y+ y cuando c esta negativo
el vértice esta en y-

c. ¿Qué efecto se produce en la gráfica cuando c=0 y b es diferente de cero?

la parábola va descendiendo diagonalmente
hacia el eje y- izquierdo

d. ¿Cómo se comporta la gráfica cuando b y c son diferentes de cero?

El vértice va ascendiendo sobre el lado
positivo del eje y positivo

TAREA 3: EXPLORANDO PARÁMETROS

1. Realiza en el simulador la representación gráfica de la función $y=ax^2+bx+c$ para los siguientes valores.

a=0, b=1 c=2
a=-2 b=0 c=0
a=1 b=3 c=0
a=-2 b=0 c=1

De acuerdo a lo observado responda las siguientes preguntas.

a. ¿Cómo se comporta la gráfica según el signo del parámetro a?

CUANDO EL SIGNO ES POSITIVO LA CURVA ESTA HACIA ARRIBA, PERO CUANDO EL SIGNO ES NEGATIVO LA CURVA ESTA HACIA ABAJO

b. ¿Qué sucede cuando a=0?

ES UNA LINEA RECTA.

2. Representa gráficamente $y=x^2$ y responde las siguientes preguntas:

a. ¿Qué caracteriza esta gráfica?

QUE SOLAMENTE SE MUEVE SEGUN $a=x^2$ Y SIEMPRE EL VERTICE ESTA EN CERO

b. ¿Qué le sucede a la gráfica cuando b=0 y c es un entero positivo o negativo?

SI ES POSITIVO, EL VERTICE ESTA DESPÚES DE LA COORDENADA (0,0) & SI ES NEGATIVO EL VERTICE ESTA POR DEBAJO DE LA CORDENADA (0,0)

c. ¿Qué efecto se produce en la gráfica cuando c=0 y b es diferente de cero?

Va AUMENTANDO O DISMINUYENDO SEGÚN EL VALOR DE a & PASA POR CERO

d. ¿Cómo se comporta la gráfica cuando b y c son diferentes de cero?

VAN CAMBIANDO LAS COORDENADAS DE LA RECTA

TAREA 3: EXPLORANDO PARÁMETROS

1. Realiza en el simulador la representación gráfica de la función $y=ax^2+bx+c$ para los siguientes valores.

a=0, b=1 c=2
a=-2 b=0 c=0
a=1 b=3 c=0
a=-2 b=0 c=1

De acuerdo a lo observado responda las siguientes preguntas.

a. ¿Cómo se comporta la gráfica según el signo del parámetro a?

QUE SI UNO LO VA AUMENTANDO PUES SE VA PONIENDO POSITIVO SE TIENE QUE PONER HACIA ARRIBA Y CUANDO SE PONE NEGATIVO LA FIGURA VA BAJANDO.

b. ¿Qué sucede cuando a=0?

QUE VA A ESTAR EN EL CENTRO DE LA VARIABLE X Y X SI ES A=0 VA ESTAR EN LA MITAD DE ESOS DOS LINEAS EN DONDE SE TOCA LAS DOS LINEAS

2. Representa gráficamente $y=x^2$ y responde las siguientes preguntas:

a. ¿Qué caracteriza esta gráfica?

QUE SI UNO PONE ax^2 EN 1 Y ACTIVA EL $y=ax^2$ IBA A QUEDAR LA MISMA GRAFICA QUEDA EL MISMO MOLDE O IMAGEN

b. ¿Qué le sucede a la gráfica cuando b=0 y c es un entero positivo o negativo?

QUE SI UNO PONE C EN NEGATIVO LA FIGURA VA BAJANDO Y QUE SI UNO PONE C EN POSITIVO COMIENZA A SUBIR DESDE LA CORDENADA DE (0,0) SI ES POSITIVO SU PERO EN EL MISMO VERTICE NO CAMBIA DE ax^2

c. ¿Qué efecto se produce en la gráfica cuando c=0 y b es diferente de cero?

QUE SI UNO PONE b EN NEGATIVO EL VERTICE VA HACIA EL EJE X PERO A LA VEZ VA BAJANDO Y VA CRECIENDO SU X DE VERTICE Y SI UNO LO PONE POSITIVO VA HACIA EL EJE X Y VA BAJANDO

d. ¿Cómo se comporta la gráfica cuando b y c son diferentes de cero?

SI UNO PONE b+ LA FIGURA VA HACIA EL EJE X PERO HACIA ABAJO Y SI ES NEGATIVO VA HACIA EL EJE Y PERO HACIA ABAJO PERO PARA LA DERECHA Y SI C ES NEGATIVO VA CRECIENDO EL VERTICE Y SI ES POSITIVO EL VERTICE DISMINUIRA