
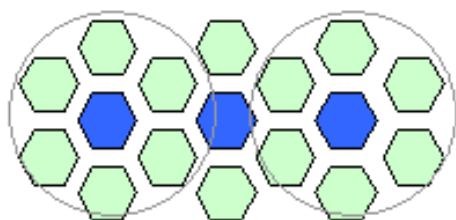


# ELEMENTOS PARA LA VALIDACIÓN DE UNA GENERALIZACIÓN MATEMÁTICA. UNA MIRADA A LA EVOLUCIÓN HISTÓRICA DEL MÉTODO INDUCTIVO

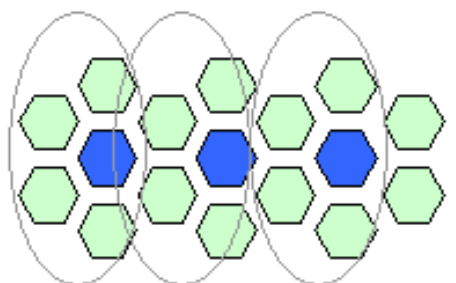
Jhony Alexander Villa Ochoa  
Centro de Investigaciones Educativas y Pedagógicas-ASDEM  
[javo@une.net.co](mailto:javo@une.net.co)

# ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

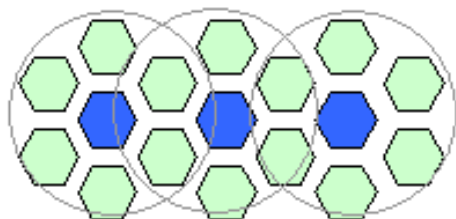
- ▶ ¿Qué es la generalización Matemática?
  - ▶ ¿Cuál es el papel de la generalización en el contexto escolar?
  - ▶ La Validación... una fase más dentro del proceso de generalización.
- 



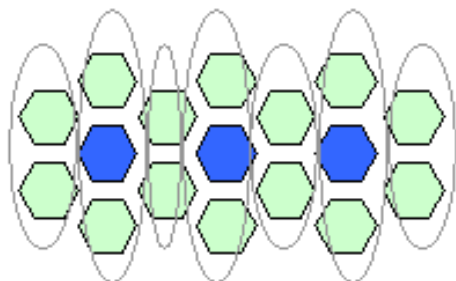
Esto llevaría a la expresión  
 $6(n-1) + 2(n-2)$



Esto conduciría a la expresión  
 $4n + 2$



Este tipo de agrupamiento sugiere  
la expresión  $6n - 2(n-1)$



Esto sugiere para cualquier  $n$ , la  
expresión:  
 $2(2n + 1)$

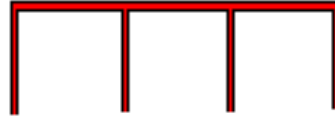
# Variable visual: Agrupamiento



1°



2°



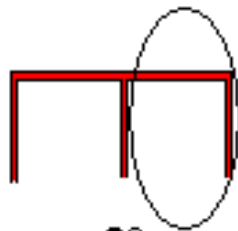
3°



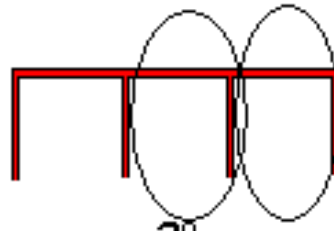
4°



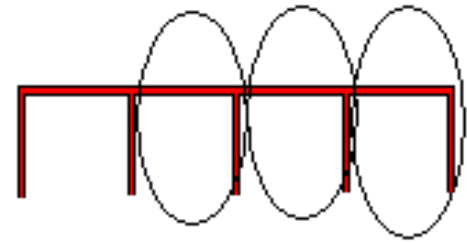
1°



2°



3°



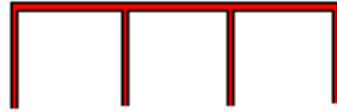
4°



1°



2°



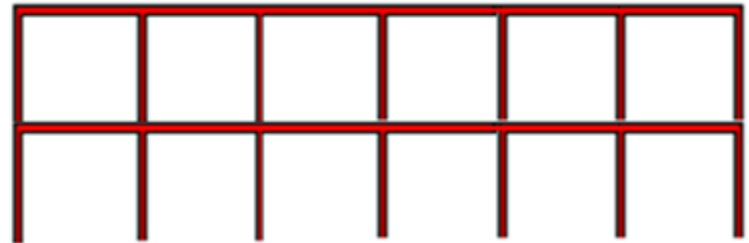
3°



4°



5°



6°



7°


...




11°

...

# La filosofía y la historia como un camino alternativo

- ▶ El papel de la inducción dentro de la construcción del conocimiento científico.
  - ▶ La justificación de una inferencia inductiva. Uno de los problemas más importantes dentro de la epistemología.
- 

# MOMENTOS EN EL DESARROLLO HISTÓRICO

- ▶ **Momento de Surgimiento.**
  - ▶ **Momento de Madurez**
  - ▶ **Momento de Crisis y Refutación.**
  - ▶ **Momento de Reconocimiento y Valoración**
- 

# Momento de Surgimiento

¿Cómo se presenta la inducción?

¿Cómo se valida una inferencia inductiva?

Inducción  
Completa

*Supóngase que A es Longevo; B no tiene hiel, y C, todos los animales longevos, como hombre, caballo, mulo, etc. Luego A es atribuida a toda C, porque toda C es longeva, pero también B, es decir, que no tiene bilis, es atribuída a toda C; luego si C es recíproca de B, y no excede el medio, es necesario entonces que A sea atribuida a B; porque se ha demostrado antes, que siendo dos cosas cualesquiera atributos de un mismo objeto, si el extremo es recíproco respecto de una de ellas, es preciso que el otro atributo lo sea igualmente respecto del atributo recíproco. Por lo demás, debe suponerse que C se compone de todos los casos particulares; porque la inducción los comprende a todos. (Pgs. 689 – 690)*

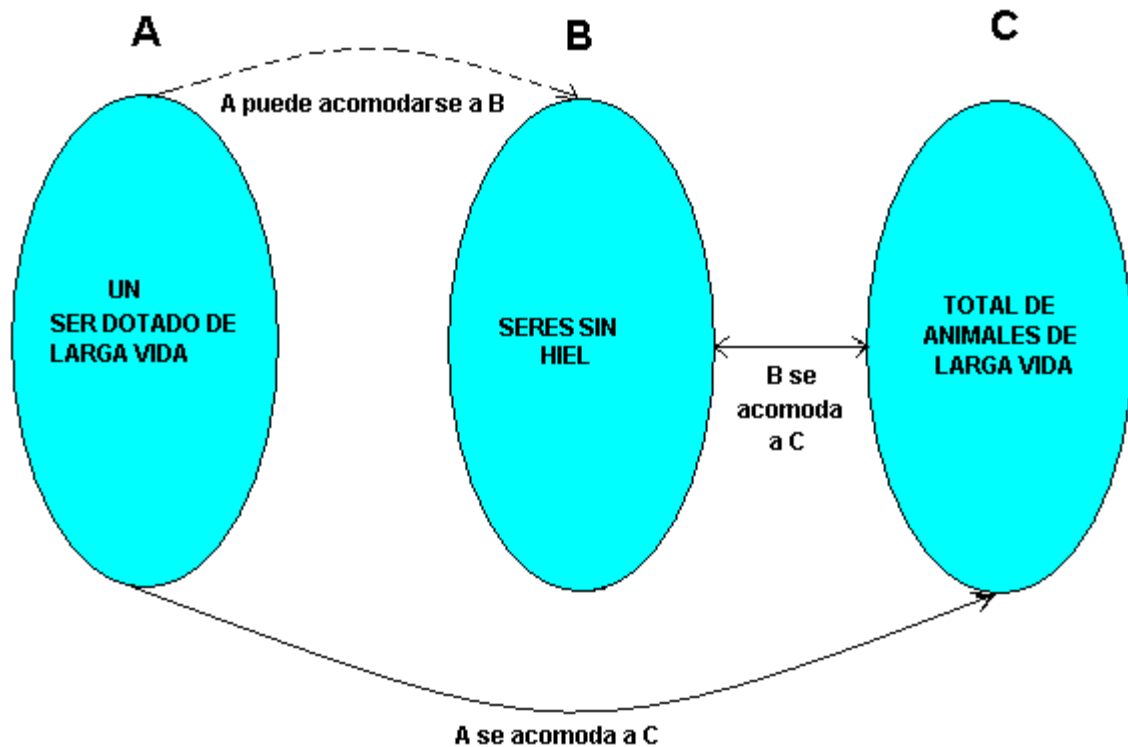


# Momento de Surgimiento

¿Cómo se presenta la inducción?

¿Cómo se valida una inferencia inductiva?

Inducción  
Completa



# Momento de Surgimiento

¿Cómo se presenta la inducción?

¿Cómo se valida una inferencia inductiva?

Inducción  
Extensiva o  
Ampliativa

*“Si es el mejor de los pilotos y de los cocheros el que mejor desempeña su oficio, podrá decirse que en general el mejor es el que hace lo mejor”*

Tópicos, capítulo 12, Libro 1.

# Momento de Surgimiento

¿Cómo se presenta la inducción?

¿Cómo se valida una inferencia inductiva?

Santo Tomás  
de Aquino

*[...] y como que el efecto se conoce a través de la causa, es claro que la causa por su misma naturaleza es más inteligible que el efecto; por más que a nosotros se nos ofrezcan a veces más inteligibles los efectos que las causas, por la sencilla razón de que tenemos conocimiento de las causas universales e inteligibles mediante las cosas particulares que están al alcance y bajo el dominio de los sentidos (Pps. 354 –355)*

# Momento de Surgimiento

¿Cómo se presenta la inducción?

¿Cómo se valida una inferencia inductiva?

Tanto para Platón como para Aristóteles y los escolásticos las cosas poseían una esencia, un ser; existían esencias universales a las cuales se podían llegar mediante la observación de casos particulares, en este caso la inducción era el medio para realizar dicho fin, sin embargo el universal al cual se llega mediante esta inducción solamente se presume, no se garantiza, este universal debe ser probado, por la inducción no resultan demostraciones.

# Momento de Madurez

¿Cómo se presenta la inducción?

¿Cómo se valida una inferencia inductiva?

# Momento de Madurez

¿Cómo se presenta la inducción?

¿Cómo se valida una inferencia inductiva?

F. BACÓN

“El hombre, intérprete y ministro de la naturaleza, extiende sus conocimientos y su acción a medida que descubre el orden natural de las cosas, ayudado por la observación y la reflexión; ni sabe ni puede más”

Libro I, Af, I.

Bacón (1933, p. 6)

# Momento de Madurez

¿Cómo se presenta la inducción?

¿Cómo se valida una inferencia inductiva?

F. BACÓN

*“[...] no hay ni puede haber más que dos caminos para indagar y descubrir la verdad. El uno parte volando de los sentidos y de los hechos particulares a los axiomas más generales, y partiendo de estos principios y de lo que cree verdad inmutable en ellos, procede a la discusión y descubrimiento de los axiomas medios (y éste es el camino en uso). El otro hace salir los axiomas de los sentidos y los hechos particulares elevándose continua y progresivamente para llegar, en el último lugar a los principios más generales; este es el camino verdadero, pero todavía no probado”*

Libro I, Af, XIX.

Bacón (1933, p. 9)

# Momento de Madurez

¿Cómo se presenta la inducción?

¿Cómo se valida una inferencia inductiva?

F. BACÓN

LA TAREA DE LA INDUCCIÓN ES  
ENCONTRAR LA NATURALEZA NATURANTE  
O FORMA DE LA NATURALEZA DADA.



# Momento de Madurez

¿Cómo se presenta la inducción?

¿Cómo se valida una inferencia inductiva?

J. S. MILL

ENTIENDE LA INDUCCIÓN COMO LA BÚSQUEDA DE CAUSAS...

# Momento de Madurez

¿Cómo se presenta la inducción?

¿Cómo se valida una inferencia inductiva?

TABLAS

MÉTODO DE ELIMINACIÓN

Contenía tres tablas:

1. Presencia
2. Ausencia
3. Grados

# Momento de Madurez

¿Cómo se presenta la inducción?

¿Cómo se valida una inferencia inductiva?

## TABLAS

### MÉTODO DE ELIMINACIÓN

Contenía tres tablas:

1. Presencia
2. Ausencia
3. Grados

En Mill contenía cinco métodos:

1. Concordancias
2. Diferencia.
3. Conjunto
4. Variaciones concomitantes
5. Residuos

# Momento de Crisis y Refutación

¿Cómo se presenta la inducción?

¿Cómo se valida una inferencia inductiva?

# Momento de Crisis y Refutación

¿Cómo se presenta la inducción?

¿Cómo se valida una inferencia inductiva?

D. HUME

Todo razonamiento sobre cuestiones de hecho y experiencia tienen un fundamento en la relación causa–efecto

# Momento de Crisis y Refutación

¿Cómo se presenta la inducción?

¿Cómo se valida una inferencia inductiva?

D. HUME

Todo razonamiento sobre cuestiones de hecho y experiencia tienen un fundamento en la relación causa–efecto

La conexión causal entre dos acontecimientos no involucra ningún poder o fuerza que haga del efecto una consecuencia de la causa

# Momento de Crisis y Refutación

¿Cómo se presenta la inducción?

¿Cómo se valida una inferencia inductiva?

D. HUME

*“Las conclusiones inductivas fundadas no se siguen [en el sentido deductivo] ni siquiera del mejor y más fuerte conjunto de premisas [en el sentido inductivo]; no hay razón suficiente alguna de por qué lo habrían de hacer. A quienes tratan de encontrar todavía una defensa clásica de la inducción se les podría invitar a que mostraran por qué motivo serían adecuados los patrones deductivos de justificación”*

*Hume (1987, p. 125)*

# Momento de Reconocimiento y Valoración

¿Cómo se presenta la inducción?

¿Cómo se valida una inferencia inductiva?

Ch. Peirce:

*“Pues la verdad no es ni más ni menos que aquella característica de una proposición que consiste en esto, en que la creencia en la proposición, con suficiente experiencia y reflexión nos llevaría a una conducta tal que tendería a satisfacer los deseos que tendríamos entonces. Decir que la verdad significa más que esto, es decir, que no tiene en absoluto ningún significado” (p. 183)*



# Momento de Reconocimiento y Valoración

¿Cómo se presenta la inducción?


¿Cómo se valida una inferencia inductiva?

:


Ch. Pierce:

1. Método de la tenacidad
2. Método de la autoridad
3. Método apriorístico
4. Método científico.

# Posibles implicaciones didácticas

- ▶ La inferencia inductiva no es de carácter conclusivo.
  - ▶ El valor probabilístico de una inferencia inductiva.
  - ▶ Existen generalizaciones “científicas” y generalizaciones del sentido común.
- 

# Posibles implicaciones didácticas

- ▶ La generalización como proceso debe incluir
    - Observación (ver)
    - Abstracción
    - Formulación de hipótesis
    - Experimentación
    - Expresar (Decir)
    - Registrar (Escribir, representar)
    - Validar
  - ▶ Favorecer otros procesos inductivos (i.e educación)
  - ▶ Particularidad de la validación.
- 

# Bibliografía

- ▶ Aquino, S. T. (1947). *Opúsculos filosóficos genuinos*. Buenos Aires: Poblet.
- ▶ Aristóteles. (1947). *Obras completas*. (P. de Azcárate, Trad.) Buenos Aires: Anaconda.
- ▶ Arzaquiél. (1993). *Ideas y actividades para trabajar álgebra*. Madrid: Síntesis.
- ▶ Bacón, F. (1933). *Novum organum*. (F. Gallach Palés, trad) Madrid: Imp. De L. Rubio.
- ▶ Hume, D. (1980). *Investigación sobre el conocimiento humano*. Madrid: Alianza Editorial
- ▶ Lannin, J. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical thinking and learning*, 7 (3). 231–258.
- ▶ Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. In N. Bednarz, C. Kieran, & L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra. Perspectives for research and teaching* (pp. 65–86). Dordrecht: Kluwer.

# Bibliografía

- ▶ Mason, J., Grahan, D., Pimm, D., & Goward, N. (1999). *Rutas/raíces hacia el álgebra*. (C. Agudelo, Trad.) Tunja, Colombia: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.
- ▶ Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias*. Bogotá: Magisterio.
- ▶ Ospina, J. F. (1999). Bacón y el comienzo de una filosofía inductiva. *Ciencias Humanas U.T.P.* (19), 33–38.
- ▶ Radford, L. (1996). Some reflections on teaching algebra through generalization. In N. Bednarz, C. Kieran, & L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra. Perspectives for research and teaching* (pp. 107–111). Dordrecht: Kluwer.
- ▶ Tzanakis, C. & Arcavi, A. (2000). Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. In J. Fauvel, & J. van Maanen (Eds.), *History in mathematics education: the ICMI study* (p. 201–240). Dordrecht: Kluwer.
- ▶ Villa, J. A. (2006). El proceso de generalización matemática. Algunas reflexiones en torno a su validación. *Tecno Lógicas*, 16, 139–151.