



**SITUACIONES DIDÁCTICAS Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COTIDIANOS:  
SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON DOS VARIABLES EN EL GRADO  
NOVENO DE LA I.E. HUMBERTO JORDÁN MAZUERA.**

**TRABAJO DE GRADO**



**JOSÉ LIBARDO MATURANA ANDRADE**

**Armando Zambrano Leal PhD**

**Director**

**UNIVERSIDAD ICESI**

**ESCUELA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

**MAESTRIA EN EDUCACIÓN**

**SANTIAGO DE CALI**

**2017**

**Nota de Aceptación**

---

---

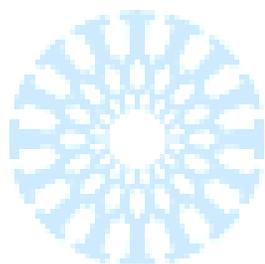
---

---

---

---

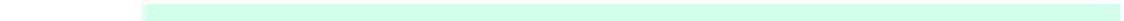
---



UNIVERSIDAD  
ICESI

Firma del Jurado

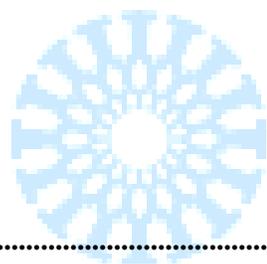
Firma del Jurado



## Tabla de contenido

<b>Dedicatoria</b> _____	<b>vii</b>
<b>Agradecimientos</b> _____	<b>viii</b>
<b>Resumen</b> _____	<b>ix</b>
<b>Palabras claves:</b> _____	<b>ix</b>
<b>Abstract</b> _____	<b>x</b>
<b>Introducción</b> _____	<b>xi</b>
<b>Justificación</b> _____	<b>xiii</b>
<b>1. Formulación del problema de investigación</b> _____	<b>1</b>
<b>1.1. Planteamiento del problema</b> _____	<b>1</b>
<b>1.2. Objetivo general:</b> _____	<b>10</b>
<b>1.3. Objetivos Específico:</b> _____	<b>10</b>
<b>2. Marco teórico</b> _____	<b>10</b>
<b>2.1. La didáctica, como disciplina</b> _____	<b>11</b>
<b>2.2. Didáctica de las disciplinas o didáctica específicas</b> _____	<b>12</b>
<b>2.3. Didáctica y aprendizajes</b> _____	<b>13</b>
<b>2.4. Teorías didácticas de referencia.</b> _____	<b>14</b>
<b>2.5. Teoría de las situaciones didácticas en mi investigación</b> _____	<b>16</b>
<b>2.6. ¿Qué es la situación didáctica?</b> _____	<b>18</b>
<b>2.7. Dimensiones de las Situaciones Didácticas</b> _____	<b>22</b>
<b>2.7.1. Situación de acción</b> _____	<b>23</b>
<b>2.7.2 Situación de formulación</b> _____	<b>23</b>
<b>2.7.3 Situación de validación</b> _____	<b>23</b>
<b>2.7.4. Situación de institucionalización</b> _____	<b>24</b>
<b>2.7.5. Contratos didácticos y a-didácticos</b> _____	<b>24</b>
<b>2.8. Didáctica de la matemática</b> _____	<b>25</b>
<b>2.8.1. Perspectiva curricular</b> _____	<b>27</b>
<b>2.8.2. Perspectiva didáctica</b> _____	<b>35</b>
<b>2.8.3. Objeto matemático: Sistema de ecuaciones lineales con dos variables</b> _____	<b>38</b>
<b>3. Marco metodológico</b> _____	<b>41</b>
<b>3.2. Diseño del instrumento</b> _____	<b>44</b>
<b>3.3. Análisis del diagnostico</b> _____	<b>48</b>

<b>3.4. Diseño de la situación didáctica</b>	<b>59</b>
3.4.1. Identificación de variables en las situaciones de aprendizaje	60
3.4.2. Situación diseñada	60
3.4.3. Resultados y análisis: Grupo experimental	65
3.4.4. Fases de la situación didáctica	68
3.4.5. Análisis y resultado: Grupo control	78
3.4.6. Comparativo del resultados grupo experimental y grupo control	80
3.4.7. Ventajas de la teoría de situación didáctica	83
3.4.8. Consideraciones sobre los límites de las clases tradicionales	85
<b>4. Conclusión</b>	<b>86</b>
<b>6. Referencias bibliográficas</b>	<b>89</b>
<b>6. Anexos</b>	<b>93</b>
6.1 Figuras: grupo experimental.	93
6.2 Imágenes: grupo experimental.	94
6.3 Imágenes: grupo control.	95



UNIVERSIDAD  
ICESI

### Índice de tablas y figuras

Tabla 1.....	1
Tabla 2.....	4
Tabla 3.....	4
Tabla 4.....	5
Tabla 5.....	6
Tabla 7.....	45
Tabla 8.....	49
Tabla 9.....	66
Tabla 10.....	67
Tabla 11.....	68
Tabla 12.....	74
Figura 2.....	38
Figura 3.....	51
Figura 4.....	53
Figura 5.....	54
Figura 6.....	55
Figura 7.....	56
Figura 8.....	57

<b>Figura 9.....</b>	<b>58</b>
<b>Figura 10.....</b>	<b>73</b>
<b>Figura 11.....</b>	<b>74</b>
<b>Figura 12.....</b>	<b>76</b>
<b>Figura 13.....</b>	<b>77</b>
<b>Figura 14.....</b>	<b>77</b>
<b>Figura 15.....</b>	<b>79</b>
<b>Figura 16.....</b>	<b>79</b>



## Dedicatoria

A mi esposa Bárbara Rosa González por apoyarme y estar siempre comprensiva y de manera incondicional, a mis padres y hermanos por el cariño y la solidaridad.

A mis hijos Jency Camila Maturana González y Jhor Sebastián Maturana González por su paciencia, tolerancia, solidaridad y amor.

A mis estudiantes por brindarme el espacio, tiempo y ayuda en el desarrollo de la investigación.



## Agradecimientos

En primer lugar agradezco infinitamente a Dios por la oportunidad recibida al poder cursar esta maestría y con ella cumplir uno de mis sueños, en pro de mi familia, de mis estudiantes y de Colombia.

En segundo lugar, Al Doctor Amando Zambrano Leal, director de mi tesis y profesor en la maestría, por su apoyo incondicional, el cual fue y será un referente de lo que hoy soy para la educación en Colombia. Además, le agradezco por todo el tiempo que me dedicó en el desarrollo de mi tesis, por haberme elegido como participe de su equipo en esta gran aventura educativa. En las manos de Dios pongo su larga vida, porque seres como él es que necesita un país para construir una paz verdadera desde las aulas de clase.

En tercer lugar, A mi esposa Bárbara Rosa González e hijos Jency Camila Maturana González y Jhor Sebastián Maturana González por todo el tiempo que me brindaron, por su apoyo y comprensión Los amo infinitamente.

En cuarto lugar, Al Ministerio de Educación Nacional, por generar entre sus políticas este tipo de oportunidades, para cualificar a los docentes de todo el país y así contribuir con el mejoramiento de la calidad educativa que redunda en beneficios en pro de los miles de estudiantes del sector oficial.

Finalmente, les doy las gracias a todos los profesores que dieron lo mejor de sí para afianzar en mí un maestro de innovaciones y a mis compañeros que hoy tienen un nuevo amigo y colega que les aprecia mucho. Gracias por tan grandes momentos compartidos.

Que el Dios altísimo siga derramando bendiciones para cada una de nosotros.

## Resumen

La investigación se realizó con el propósito de estimular y motivar el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes del grado noveno de la I.E. Humberto Jordán Mazuera de la ciudad de Cali-Colombia, a través del diseño, ejecución y verificación de una situación didáctica en la movilización del aprendizaje del objeto matemático resolución de problemas cotidianos con sistema de ecuaciones lineales con dos variables.

La situación didáctica que se llevó al aula fue orientada a la teoría de situación didáctica de Guy Brousseau, donde se desarrolló el conocimiento colocando en escena las cuatro fases de la teoría: situación de acción, situación de formulación, situación de validación y situación de institucionalización, lo cual dio validez a la resolución de problemas cotidianos con sistema de ecuaciones lineales con dos variables. Por consiguiente, para analizar los resultados y dar cuenta de la efectividad de la situación didáctica se recurrió a una metodología cualitativa cuasi experimental, entre un grupo control y otro experimental.

Todo el trabajo de investigación se desarrolló enfocado en fortalecer los procesos de representación, modelación y comunicación en los estudiantes, bajo la dirección del objetivo general de promover el aprendizaje en la resolución de problemas cotidianos con sistema de ecuaciones lineales, por medio de situaciones didácticas movilizando las capacidades en el orden del pensamiento variacional en los estudiantes del grado noveno.

**Palabras claves:** situación didáctica, aprendizaje, procesos, variables, ecuaciones lineales, didáctica, conocimiento y saber.

## Abstract

The research was conducted in order to stimulate and encourage the learning of mathematics in the ninth grade of the I.E. Humberto Jordan Mazuera from the city of Cali, Colombia, through the design, implementation, and verification of a didactic situation in the mobilization of the learning of mathematical object resolution of everyday problems with system of linear equations with two variables.

The didactic situation that led to the classroom was oriented under the theory of didactic situation of Guy Brousseau, where knowledge by putting in scene four phases of theory was developed: situation of action, situation of formulation, validation status and situation of institutionalization, which gave validity to the resolution of everyday problems with system of linear equations with two variables. Accordingly, to analyze the results and give an account of the effectiveness of the teaching situation was used a quasi-experimental, among a control group and other experimental qualitative methodology.

All research work was focused on strengthening the processes of representation, modelling and communication students, under the direction of the general objective of promote learning in the resolution of everyday problems with system of linear equations, using situations didactic mobilizing capabilities in the order of the variational thought in the ninth grade students.

Words key: situation teaching, learni, process, variables, equations linear, teaching, knowledge and know.

## Introducción

La investigación se realizó en la I.E. Humberto Jordán Mazuera con estudiantes del grado noveno en la ciudad de Cali. Pensando en mejorar la calidad de vida de estos estudiantes, se propicia un ambiente de aprendizaje que genere buenas condiciones para compartir los conocimientos. Se plantea una propuesta que reúne unas características que dignifica la vida del estudiante en el aula de clase, permitiendo que vaya desarrollando el papel de ser el protagonista de su aprendizaje, dándose cuenta que al comunicarse y compartir con el otro los conocimientos construidos se enriquece y potencia cada día más su nivel de convivencia e inteligencia para comprender los diferentes estados de la vida. Por razones como esas, la propuesta que ilumina esta investigación es la Teoría de Situación Didáctica, que dicho por el mismo Brousseau (1986), es “un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, en cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vía de constitución”. De esta manera se avizora grandes cosas para nuestra comunidad educativa, la cual no goza de buenos resultados en las pruebas saber, ni en su interior desarrolla procesos que estrechen la brecha de dificultades y debilidades que aquejan.

Por lo tanto, el objetivo de la investigación es Promover el aprendizaje en la resolución de problemas cotidianos con sistema de ecuaciones lineales, por medio de situaciones didácticas movilizandolas capacidades en el orden del pensamiento variacional en los estudiantes del grado noveno. Partiendo de aquí se pretende ir consolidando y creando en los estudiantes un liderazgo en la construcción del conocimiento a través de procesos a corto plazo como codificar, relacionar,

comparar, describir interpretar, sistematizar, producir, comprender, y en procesos a largo plazo como modelizar o matematizar, representar, comunicar y argumentar, lo cual se logra colocando en escena la teoría de situación didáctica, que en corto tiempo demostró que es una metodología que promueve y moviliza recursos de aprendizaje y desarrolla en los estudiantes la autonomía de construir el saber.

Lo anterior, se corrobora en la metodología y el diseño del instrumento que se utilizó para analizar la información que se obtuvo al implementar la situación didáctica al grupo experimental. Esta metodología es de carácter cualitativo, cuasi experimental, es cualitativa porque permite describir los muestreos en cada momento de la investigación, detallando los elementos encontrados en las observaciones directas e indirectas que emergen en el aula y es cuasi experimental porque para Arnau (1995) es el diseño de un plan de trabajo con el que se pretende estudiar el impacto de los tratamientos y/o los procesos de cambio, en situaciones donde los sujetos o unidades de observación no han sido asignados de acuerdo con un criterio aleatorio. Es decir, que la población de estudiantes para la investigación es seleccionada con unos criterios básicos que se orientan a partir del trato o contacto con el fenómeno de estudio.

Finalmente, se da cuenta de los resultados obtenidos en los grupos noveno uno y noveno dos. El grupo donde se desarrolla la situación didáctica (grupo experimental noveno dos) arrojó mejores resultados que el grupo control que vivió una clase tradicional. Se muestra que el 67% de los estudiantes del grupo experimental avanza en el objeto matemático y que solo el 11% de los estudiantes del grupo control comprende el tema. De esta manera, se puede decir que la teoría de situación didáctica, es una metodología que si moviliza el aprendizaje y que debe ser tomada en cuenta en la reestructuración de la perspectiva curricular en matemática en la institución educativa Humberto Jordán Mazuera.

## Justificación

La presente investigación se enfocó en estudiar el por qué los estudiantes de la Institución Educativa Humberto Jordán Mazuera presentan dificultades en desarrollar procesos en y con las matemáticas. Estas dificultades se evidenciaron en el desequilibrio entre el plan de aula, las pruebas Saber, los derechos básicos de aprendizaje y la perspectiva curricular y didáctica desarrolladas en el área de matemáticas. Es así, que es conveniente repensar el modelo de enseñanza y aprendizaje que circula por las aulas de la institución, con el fin de buscar mecanismos, estrategias e instrumentos que permitan y propicien un mejor clima de aprendizaje.

Por lo tanto, el estudio realizado sirve para potencializar un mejor aprendizaje en el aula, donde el estudiante y el profesor puedan desarrollar procesos a corto plazo como codificar, decodificar, describir, traducir, interpretar, comprender, producir, argumentar y sistematizar, los cuales permitan ir construyendo las competencias de representar, matematizar y comunicar en y con las matemáticas. Por esa razón me enfoco en movilizar el saber desde la Teoría de las Situaciones Didácticas en el orden del pensamiento variacional que toma como punto de partida la resolución de problemas cotidianos con sistema de ecuaciones lineales con dos variables. ¿Por qué la investigación parte desde este objeto matemático?, porque es una de tantas debilidades que presentan los estudiantes en las aulas y en la prueba saber, cuyas competencias de comunicación, modelación y resolución de problemas son débiles.

Con esto se pretende aportar a la institución una propuesta de aprendizaje con calidad y excelencia a partir de la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau (1986) que contribuya desde el profesor a:

1. Planear el aprendizaje formulando tareas de calidad enfocadas en tres fases: el antes, el durante y el después. El antes debe estar enfocado en la motivación y la comprensión por parte del estudiante a partir de una actividad de aprendizaje. El durante apunta al desarrollo o ejecución de la tarea y el después va dirigido a la evaluación y control de los procesos. García et al (2015, p. 176).
2. La tarea matemática debe ir formulada en un nivel de complejidad creciente. Es decir, el estudiante primero debe reproducir conocimientos trabajados en el aula, luego hacer conexiones a partir de diferentes representaciones semánticas y por último reflexionar sobre la estrategia que utilizó el estudiante para resolver la tarea. García et al (2015, p. 201).
3. Reestructurando en el PEI la perspectiva curricular y didáctica de la matemática, que permita ir desarrollando las competencias en un proceso progresivos de acuerdo a los niveles de complejidad de cada grado.

Y desde el estudiante a:

1. Orientar su actividad matemática de aprendizaje en el plano individual.
2. Fortalecer el trabajo en equipo estructurado en el aprendizaje colectivo, donde el conocimiento se comparta y gire por el aula.
3. Permitirle comunicar en y con las matemáticas los procesos que ha desarrollado al abordar la situación didáctica.

La investigación también pretende contribuir con el impulso o avance didáctico y pedagógico de la institución en la matemática y las otras disciplinas del saber. Finalmente, la metodología de la teoría de situaciones didácticas de Guy Brousseau implementada en la investigación favorece y mejora el proceso de enseñanza-aprendizaje, donde el profesor es un orientador, facilitador y motivador del aprendizaje en la construcción del conocimiento y el estudiante es

el artífice en el desarrollo de la actividad de aprendizaje, donde desarrolla la autonomía, el trabajo cooperativo, comparte el conocimiento y es capaz de escuchar y argumentar sus ideas. Y el profesor logra planear y utilizar los recursos necesario que fomenten el buen desempeño, progreso y eficiencia tanto en las aulas como en toda la comunidad educativa, donde se vislumbren resultados con mejoras en las pruebas saber, en las familias, en la sociedad y en el desempeño personal de cada estudiante.



## 1. Formulación del problema de investigación

### 1.1. Planteamiento del problema

La Institución Educativa Humberto Jordán Mazuera es una entidad de carácter oficial ubicada en el Distrito de Aguablanca, municipio de Santiago de Cali-Colombia. Ofrece servicios de educación preescolar, básica, media, educación para adultos por ciclos y aceleración del aprendizaje.

**Tabla 1**

Resumen característico de la I.E. Humberto Jordán Mazuera.

Ubicación	Cali - Comuna 13
Sedes	Humberto Jordán Mazuera, Camacho Perea Villa Blanca y Charco Azul
Jornada académica	Mañana, tarde y noche
Directivos docentes	4
Docentes	65
Población estudiantil	2774
Infraestructura	6 oficinas, 37 salones, 14 baños, 5 espacio de recreo, 4 tiendas escolares, 4 restaurantes escolares, 1 sala de maestros, 18% conectividad a internet, 72% energía y 63% de agua potable.

La población estudiantil está directamente afectada por la difícil situación socioeconómica, violencia, desempleo, pobreza, abandono y conflictos intrafamiliar que vive el sector. Pero a pesar de estas dificultades se evidencia alegría, entusiasmo y perseverancia en la mayoría de los estudiantes por cambiar su historia.

Estos estudiantes, en la mayoría de los casos, provienen de familias disfuncionales, madres cabeza de hogar, niños que dejan al cuidado de tíos, abuelos, primos o vecinos porque sus padres, por lo general, se dedican a trabajos informales todo el día (el rebusque), situación que conlleva a que los niños permanezcan y se atiendan solos. Este es uno de los factores que incide en el bajo desempeño académico y de convivencia con sus compañeros.

Adicionalmente, la infraestructura de la institución presenta muchas falencias para que los procesos educativos se desarrollen con calidad. En los últimos 10 años ha tenido mejoras de un 15 % en relación a aulas y oficinas. Se observa deficiencia en el mobiliario de los salones; la cantidad no es correspondiente al número de estudiantes y estos en un alto porcentaje se encuentran en mal estado. No existen zonas verdes, canchas deportivas, bibliotecas, laboratorios, ni sala de audiovisuales, pero si, espacios para el servicio de restaurante escolar y unas salas de tecnología e informática en cada sede con un 18% de conectividad.

A continuación se observa un mapa de las comunas de Santiago de Cali, resaltando la ubicación de la institución.



Por otro lado, el índice sintético de la institución en el año 2016 en la básica secundaria obtuvo un promedio de 5,14. Resultado que se encuentra por debajo de la entidad territorial-Cali, que obtuvo un promedio de 5,46 y la nación 5,27 de 10.

Al discriminar el promedio del índice sintético institucional, en cuanto al nivel alcanzado en cada uno de sus componentes. Se observa, que el *componente de progreso*, obtuvo una calificación de 1,36. Esto significa, que hubo avance en la prueba saber noveno con respecto a 2015 en el área de matemáticas, donde se recibió una calificación de 0,00. Alcanzando un 2% más en avanzado y reduciendo el nivel mínimo del 52% al 19% de estudiantes ubicados allí.

Seguidamente, en *el componente de desempeño*, la calificación obtenida fue de 2,17. Observando también mejoría académica en la misma área con respecto al año anterior, que obtuvo 1,96 puntos. Quiere decir esto, que el desempeño en matemáticas en el 2016 fue de 284 y en el 2015 de 242 puntos de 500.

En el componente *de ambiente escolar*, la calificación fue de 0,76. Esto explica, que el nivel de convivencia o clima institucional mejoró un punto más que en el 2015. Significa esto, que el ambiente escolar es bueno para el aprendizaje y para el seguimiento que se realiza al proceso de aprendizaje de los estudiantes en el aula. Permitiendo una mayor interacción entre maestro-estudiante, estudiante-estudiante y estudiante y su entorno.

Por último, en *el componente de eficiencia*, se obtuvo una calificación de 0,85 de efectividad en la promoción de estudiantes al grado siguiente. Esto explica, que en el año 2016 la tasa de

estudiantes promovidos superó la del 2015 que fue de 0,75. No obstante, la reprobación académica es alta, ya que supera el 5% de la población estudiantil.

Respecto a las pruebas Saber, la institución obtuvo un nivel bajo en los últimos tres años (2013, 2014 y 2015). Al comparar los resultados con el promedio nacional y la entidad territorial certificada-Cali, se corrobora la deficiencia académica de la institución.

En la siguiente tabla y gráfica se muestra el promedio general que obtuvo la institución, con respecto a la nación y la entidad territorial certificada-Cali en los últimos tres años. Aquí, se evidencia el bajo nivel académico de la institución en las áreas de matemáticas, lectura crítica, ciencias naturales, sociales y ciudadanas, razonamiento, competencias ciudadanas e inglés.

Tabla 2

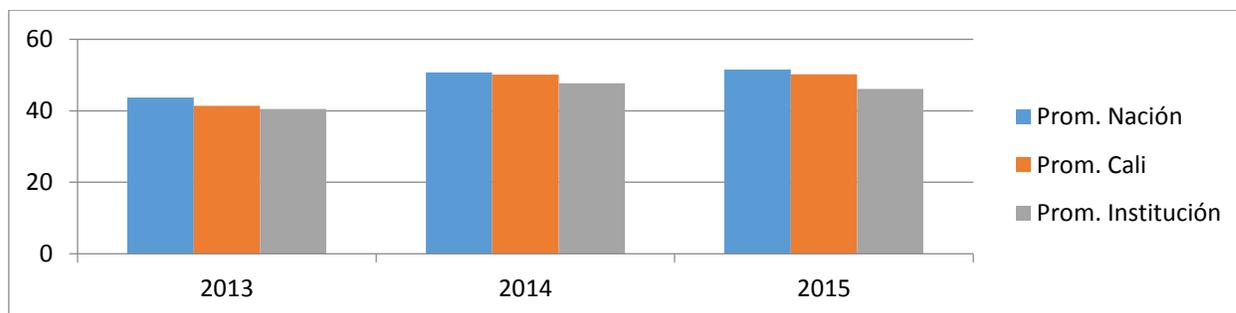
Promedios general prueba saber 11 últimos tres años

Año	Nacional	Cali	I.E. H.J.M.
2013	43,63	41,42	40,49
2014	50,77	50,14	47,7
2015	51,58	50,27	46,17

Tabla 3

Promedio comparativo general de la prueba saber

<http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/mineducacion>



La tabla y la gráfica muestran que durante los tres últimos años la institución ha estado por debajo del promedio nacional y de la entidad territorial certificada-Cali. Esto demuestra que las competencias transversales (interpretativa, argumentativa y propositiva), las competencias y los componentes específicos de cada área, no se están desarrollando de manera efectiva en los estudiantes.

Además, el acompañamiento y desempeño académico de los estudiantes, las prácticas pedagógicas y didácticas de los maestros, el apoyo permanente de los padres de familia, el direccionamiento estratégico y de las diferentes gestiones lideradas por las directiva no están siendo efectivas para lograr un aprendizaje significativo o de excelencia académica.

Adicionalmente, se resalta que

“Los estudiantes de Cali no lograron buenos resultados en las pruebas Saber 11 de este año 2015, según el Ministerio de Educación y el ICFES.

“En el caso de Cali, sólo el 41,42% de los estudiantes logró entrar en esos puestos, es decir menos de la mitad de los evaluados, quedándose con el puesto 20 de las 24 ciudades del ránking.” (El país, 2015).

En cuanto al desempeño en matemáticas en el grado noveno, donde se realiza la investigación, se muestra el nivel alcanzado por la institución en los últimos tres años. Este comparado con el resultado nacional y la entidad territorial certificad-Cali.

Tabla 4

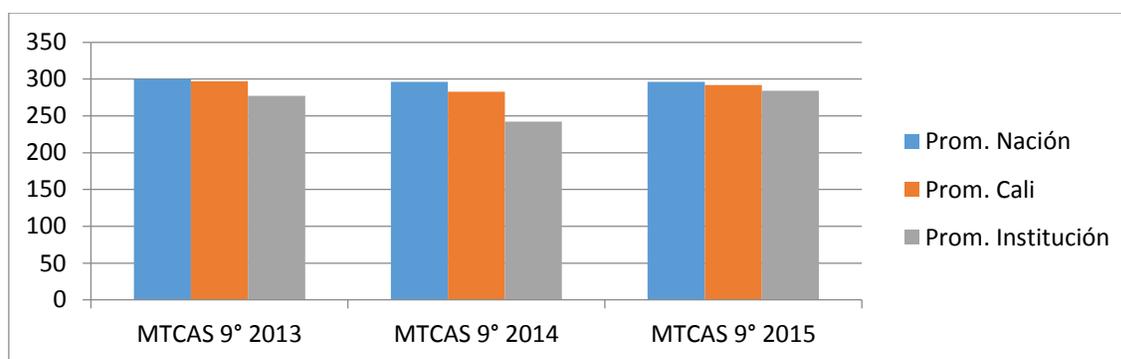
Promedio de matemáticas prueba saber 9° últimos tres años

Año	Nacional	Cali	I.E. H.J.M.
MTCAS 9° 2013	300	297	277
MTCAS 9° 2014	296	282	242
MTCAS 9° 2015	296	292	284

Tabla 5

Promedio comparativo prueba saber 9° últimos tres años

<http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/mineducacion>



Según el reporte hecho por el ICFES saber y MINEDUCACIÓN, se puede destacar de la tabla y gráfica que el promedio nacional y de la entidad territorial certificada- Cali en matemáticas mantienen un equilibrio con respecto a los tres años en mención. Pero la institución se encuentra por debajo de estas y en altibajos en relación a los tres últimos años.

Con respecto a las competencias y los componentes de matemáticas, la institución se encuentra así: En las competencias de razonamiento y argumentación es muy fuerte, aquí el estudiante desarrolla los procesos de concluir, justificar, formular, encontrar, relacionar, utilizar, dar y exponer. Es decir que tiene capacidad de expresar el cómo y el por qué concluye y justifica sus procesos a través de hipótesis, hace conjeturas, argumenta, ejemplifica, idéntica patrones y generaliza.

En cuanto a las competencias de comunicación, modelación y representación, es débil. Y los estudiantes desarrollan procesos como codificar, decodificar, traducir, producir, comprender, formular, interpretar, sistematizar y generalizar. Esto implica que el estudiante no logra expresar con claridad e interpretar ideas, no representa, ni describe relaciones matemáticamente utilizando el lenguaje escrito, gráfico, pictórico, simbólico y algebraico.

En un nivel intermedio entre débil-fuerte, se encuentra la competencia de planteamiento y resolución de problemas, donde se desarrollan los procesos de comprender, armar un plan, ejecutar y retroalimentar. Esto permite interpretar que el estudiante algunas veces formula o plantea problemas desde la matemática u otro contexto. Donde pocas veces aplica o desarrolla estrategias en la resolución de los mismos.

Asimismo, los componentes geométrico-métrico y aleatorio son débil. El estudiante no logra graficar, representar, comparar, interpretar, identificar, trasladar, rotar, analizar y describir. Es decir, que hay dificultades en el manejo, manipulación, transformación y representación de objetos en el espacio. Además es evidente que el estudiante no interpreta, ni representa y mucho menos argumenta el porqué de una medida de tendencia central o variación.

Seguidamente, el componente numérico-variacional se encuentra en un nivel entre débil y fuerte. El estudiante desarrolla procesos mínimos como analizar, graficar, comprender, codificar, traducir, sistematizar y formular. Lo que denota algunas debilidades en torno al sistema numérico (sus operaciones y propiedades), a la identificación de variables asociadas a fenómenos de cambios y dependencia en un contexto aritmético, geométrico y algebraico.

Si se atienden las debilidades que presentan las competencias y componentes mencionados, se pueden mejorar los resultados en la convivencia, en los proyectos de vida de cada estudiante, en la eficiencia escolar, en el desempeño y progreso en las prueba saber 9° y posteriormente en saber 11°.

Así, que por medio del pensamiento numérico variacional, desde la comprensión y atención que se le preste a entender las relaciones entre cantidades, funciones algebraicas, representar relaciones matemáticas y análisis de cambios, lograremos mejoras en las competencias y en los componentes que presentan debilidades. Conllevando a los estudiantes a la interpretación de símbolos algebraicos, a entender patrones, a comprender el porqué de las relaciones, las variables y las funciones en un entorno determinado.

Por consiguiente, los estudiantes desarrollan el pensamiento matemático variacional para comprender su contexto desde el paralelo de su cotidianidad y lo científico. Permitiéndoles resolver tareas matemáticas de calidad, utilizando formulas, gráficas, situaciones aritméticas, descripciones, modelando y representando diferentes tipos de sistemas o registro en planos bidimensionales. Además, a través de este pensamiento los estudiantes adquieren la habilidad de reconocer, caracterizar, identificar, percibir la variación o cambio en distintos contextos de la vida.

El estudio sensibilizar sobre las necesidades educativas específicas de los estudiantes con dificultades en el aprendizaje de la matemática los problemas que asocia esta situación con la finalidad de crear espacios educativos adaptados al mejoramiento de dichas necesidades. Así, que la investigación se centra en propiciar a la institución mejores resultados en cuanto al progreso, desempeño, eficiencia y clima escolar en los estudiantes de todos los niveles. De manera, que se toma como punto de partida el grado noveno, donde se realizaron unas actividades matemáticas de tipo académico que permitieron diagnosticar el nivel de conocimiento de cada estudiantes en los procesos matemáticos y que por medio de la práctica de la teoría de las situaciones didácticas se permita enriquecer y potencializar el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

Es así, que el trabajo se enfoca en resolver la situación actual que presentan los estudiantes de la institución, buscando la ruta que permita dar solución a la deficiencia encontrada en las competencias y componentes matemáticos en los procesos matemáticos a corto plazo y por ende a los de largo plazo. De modo, que el trabajo de investigación aporte:

- Una estrategia metodológica que contribuya a mejorar la calidad de la actividad matemática de aprendizaje del estudiante en la institución.
- La socialización de los resultados alcanzados a todo el personal de la institución, con el fin de incentivar y promover la estandarización de la estrategia metodológica en todo el plantel educativo.
- Un monitoreo trimestral a la estrategia metodológica para validar su pertinencia, denotando sus aciertos y debilidades. Para así, lograr un mayor acompañamiento de la gestión académica, directiva, administrativa y comunitaria.
- La perspectiva curricular y didáctica de la matemática desarrollada a partir de la teoría de las situaciones didácticas.

Por esas razones, la investigación se orienta bajo el perfil de la siguiente pregunta:

**¿Las situaciones didácticas en la enseñanza de resolución de problemas cotidianos de ecuaciones lineales con dos variables, promueven el aprendizaje y movilizan las capacidades de saber en el orden del pensamiento variacional, en los estudiantes del grado noveno en la institución educativa Humberto Jordán Mazuera?**

En términos de hipótesis, la teoría de la situación didáctica contribuye a movilizar el saber y promover el aprendizaje de la resolución de problemas cotidianos con sistema de ecuaciones lineales con dos variables y esto debido al diseño de la situación en términos de procesos respecto de los objetos matemáticos.

### **1.2. Objetivo general:**

Promover el aprendizaje en la resolución de problemas cotidianos con sistema de ecuaciones lineales, por medio de situaciones didácticas movilizando las capacidades en el orden del pensamiento variacional en los estudiantes del grado noveno.

### **1.3. Objetivos Específico:**

- 1 Diseñar e implementar situaciones didácticas para la resolución de problemas cotidianos con sistema de ecuaciones lineales con dos variables en el grado noveno.
- 2 Implementar y observar la estrategia de situaciones didácticas en la resolución de problemas cotidianos de sistema de ecuaciones lineales con dos variables.
- 3 Inferir, interpretar y derivar el aprendizaje y su movilización en la resolución de problemas cotidianos de ecuaciones lineales con dos variables desde una situación didáctica.

## **2. Marco teórico**

La investigación que nos ocupa tiene su epicentro en los aprendizajes escolares. Tal como lo hemos señalado en el problema, las dificultades de aprendizaje de los estudiantes se ven reflejadas en los bajos resultados obtenidos en las pruebas saber y el índice sintético de calidad institucional. Son múltiples las causas que dan origen a los exiguos resultados escolares positivos

y muy a pesar de que la institución tiene en su PEI un modelo pedagógico orientado al aprendizaje. Tal vez la causa más directa de dichos resultados provenga de las prácticas de enseñanza que realizamos los profesores y que en general pueden inscribirse en el frontalismo, es decir, en una pedagogía situada en el saber del profesor.

La enseñanza tradicional contradice la exigencia de los aprendizajes pues se privilegia la magistralidad en detrimento del aprendizaje del estudiante. Así, entonces, con miras a resolver el problema que me he planteado, en el siguiente apartado expongo la teoría de referencia. No sobra decir que todo problema de investigación exige de nosotros una teoría y en mi caso, producto del seminario permanente con mi director, he privilegiado la teoría de las situaciones didácticas, creada, desarrollada y puesta en funcionamiento por Guy Brousseau. Esta teoría nace en el seno de la didáctica de las matemáticas pero ha sido aplicada en otras disciplinas escolares. Debido a que me sitúo en la didáctica, es pertinente situar su especificidad para comprender el qué y el cómo de la teoría.

### **2.1. La didáctica, como disciplina**

Afirma Zambrano (2005), que la didáctica nace en Francia producto de la transformación de la enseñanza de las matemáticas. Específicamente, ella tiene su génesis en la carrera espacial que vimos florecer entre 1960 y 1970. La necesidad de formar mejor a los ingenieros con miras a potenciar el desarrollo tecnológico que exigía la carrera espacial produjo un viraje en la enseñanza de la matemática. En el ámbito internacional, fueron los franceses y los norteamericanos quienes se dieron a la tarea de replantear la enseñanza de esta disciplina en la escuela lo que dio lugar al nacimiento de un nuevo campo denominado didáctica. Así, existen múltiples definiciones de la didáctica. Zambrano describe su objeto como el estudio de la génesis,

circulación y apropiación del saber y sus condiciones de enseñanza y aprendizaje (Zambrano, *ibíd.* Pág.14). El saber se refiere a lo que se enseña en la escuela en el marco de las matemáticas, las ciencias, las ciencias sociales, el lenguaje o la filosofía. Anterior a él, encontramos muchas definiciones y por cuestiones de espacio solo nos limitamos a citar las siguientes: “La didáctica es una disciplina “praxeológica”, indiscutiblemente arraigada en un cuerpo de conocimientos científico metodológicos de tipo teórico – que tienen un vínculo fuerte con las disciplinas científicas; pero también ella está estrechamente ligada a la acción, aquel que caracteriza el terreno práctico donde se expresa su dimensión “aplicada” (Bailly, 1987, pág. 37). Así mismo, Bronckart (1989, pág. 64) consideraba que la didáctica es “una disciplina de acción o una tecnología, en el sentido general del término”. Dabane (1989) estimaba que la didáctica es una disciplina de terreno y de experimentación. Por su parte Daunay & Reuter (2008: 57) estiman que la didáctica es una disciplina de investigación centrada en un doble registro: la enseñanza y el aprendizaje lo que supone una distancia sobre la pedagogía. Astolfi & Develay (1989: Pág. 26) señalan que ella es una disciplina sólidamente organizada con capacidad de forjar los aprendizajes y los saberes de las ciencias.

## **2.2. Didáctica de las disciplinas o didáctica específicas**

El desarrollo de la didáctica desencadena en el uso de los términos didáctica de las disciplinas y didácticas específicas. Esta diferencia es clara en los países francófonos para quienes la didáctica trabaja sobre el saber de las disciplinas (Chervel, 1991), mientras que en los países de lengua castellana, el término más generalizado es el de las didáctica específicas (González, 2010). Las didácticas específicas se refieren a los procesos de organización del saber en las diferentes áreas escolares como las ciencias, matemáticas, lenguaje, ciencias sociales, filosofía. Es decir que cada área escolar tiene su propio modo de organizar los conocimientos. Por ejemplo

en matemáticas su saber es diferente al de sociales y este muy distinto al de las ciencias. Así mismo, las didácticas específicas toman tanto de la disciplina madre el saber y se nutre, a la vez de las ciencias de la educación cuya aplicación es difícil debido a su generalidad sobre el hecho y el acto educativo (Fernández, 2005), (Zambrano, 2013). En síntesis, la perspectiva que guardamos en nuestra investigación es la de la didáctica de las disciplinas escolares pues la teoría de las situaciones didácticas son claras en este sentido y además porque en nuestro país las ciencias de la educación no tienen el entronque con las áreas disciplinares como en España.

### **2.3. Didáctica y aprendizajes**

La didáctica como disciplina de acción tiene su génesis en la psicología del desarrollo de la inteligencia y obedece a la fuerte relación entre psicología y educación (Hernández, 1996). Este vínculo se da, particularmente, a través del aprendizaje y la enseñanza. En el campo de la educación ha sido la didáctica la disciplina que más estrechamente se ha interesado por los procesos de aprendizaje de ahí su fuerte relación con las dos vertientes más contemporáneas: la genética y la cultural. Estas dos corrientes inauguran el constructivismo y el socio-constructivismo. En el seno de las dos corrientes se encuentran los procesos de conocimiento y de aprendizaje. Uno de los forjadores más importantes del constructivismo fue Jean Piaget (1969). Este epistemólogo consideraba que todo aprendizaje era el paso de un menor conocimiento a un mayor conocimiento (Coll, 1986) y para ello establecía los estadios por los que pasa el niño: asimilación-equilibración-acomodación lo que significa el paso del pensamiento concreto al pensamiento formal. El aprendizaje es en la teoría genética un proceso que viene de las estructuras psicológicas internas y que al entrar en relación o contrato con el mundo exterior producen desacomodo en las operaciones intelectuales, una vez el niño es capaz de producir nuevo conocimiento se dice que entra en acomodación. Esta perspectiva es biológica. Desde una

perspectiva diferente, Vygotsky (1978, Pág. 10)) plantea su teoría del aprendizaje-desarrollo y para ello forja el concepto de Zona Próxima de Desarrollo. El niño llega con elementos de aprendizaje previo y la escuela coadyuva a su desarrollo. Esto se entiende como el nivel de desarrollo prospectivo lo que no es otra cosa que la capacidad que tiene el niño de poder realizar cosas con la ayuda de otro (andamiaje). En la corriente de la psicología cognitiva más cercana a nosotros, los teóricos se esfuerzan por conciliar las dos teorías esto con el fin de explicar los aprendizajes en la escuela. Así, por ejemplo, Coll (1991), estimaba que estas dos perspectivas teóricas coinciden en la idea de que «el desarrollo y el aprendizaje son básicamente el resultado de un proceso de construcción, que el hecho humano no puede entenderse como el despliegue de un programa escrito en el código genético ni tampoco como el resultado de una acumulación y absorción de experiencias.

Si acudimos a estas dos teorías clásicas del aprendizaje –genética y cultural- es porque ellas han tenido una gran repercusión en el ámbito de la didáctica. De hecho, esta disciplina tiene por objeto el aprendizaje y considera que éste solo procede del estudiante para lo cual el profesor es un guía que procura que ellos tengan lugar. Su papel no es otro que el de ser un gran arquitecto de situaciones de aprendizaje. Significa esto que el profesor crea las condiciones para que el estudiante cree por sí mismo el conocimiento.

#### **2.4. Teorías didácticas de referencia.**

Durante el seminario con mi director de trabajo de grado tuvimos la oportunidad de conocer el desarrollo de la didáctica como campo general de referencia, los conceptos que ella ha generado y las tres grandes teorías de referencia de la didáctica. En primer lugar, la didáctica ha creado la Transposición Didáctica gracias a los trabajos de Yves Chevallard (1991). Esta teoría se nutre del saber y plantea que los procesos de enseñanza tienen como objetivo el paso del saber sabio al

saber enseñado. Este proceso de dilatación consiste en la distancia marcada que existe entre el conocimiento que se elabora en los círculos de la ciencia y cuya característica es la de ser cerrado, hermético e incomprensible. La traducción de dicho conocimiento es obra del especialista universitario o del investigador quien traduce el lenguaje científico en lenguaje académico y se lo enseña al licenciado para que este pueda organizarlo, en términos de aprendizaje, en la escuela.

La segunda teoría importante de la didáctica es la desarrollada por Shulman. Esta teoría se conoce como el Conocimiento Didáctico del Contenido. Plantea su creador que los profesores deben conocer el contenido de su disciplina o de lo que enseñan, conocimiento de las estrategias y representaciones instruccionales y tener conocimiento sobre los procesos de aprendizaje de los alumnos sobre el contenido a enseñar (Bolívar, 2005). Queda claro que esta teoría nace más o menos por la misma época en que nació la Transposición Didáctica. La tercera gran teoría de referencia es la gestada por Guy Brousseau (1986), en la década de los 80 del siglo anterior y cuyo nombre son las situaciones didácticas. Esta teoría nace en el marco de la reforma de la matemática y plantea, siguiendo el triángulo didáctico Saber-profesor-estudiante. Ella se nutre poderosamente del socio-constructivismo y de los campos conceptuales como del medio. Se trata, como veremos más adelante, de que el estudiante sea capaz de construir él mismo el aprendizaje para lo cual es necesario que los aprendizajes estén organizados en términos de situaciones problemas. El medio didáctico y a-didáctico son claves tales como los tipos de contratos, expectativas implícitas entre el profesor y el estudiante. La primera y la tercera es de origen francés y la segunda es típicamente estadounidense.

## 2.5. Teoría de las situaciones didácticas en mi investigación

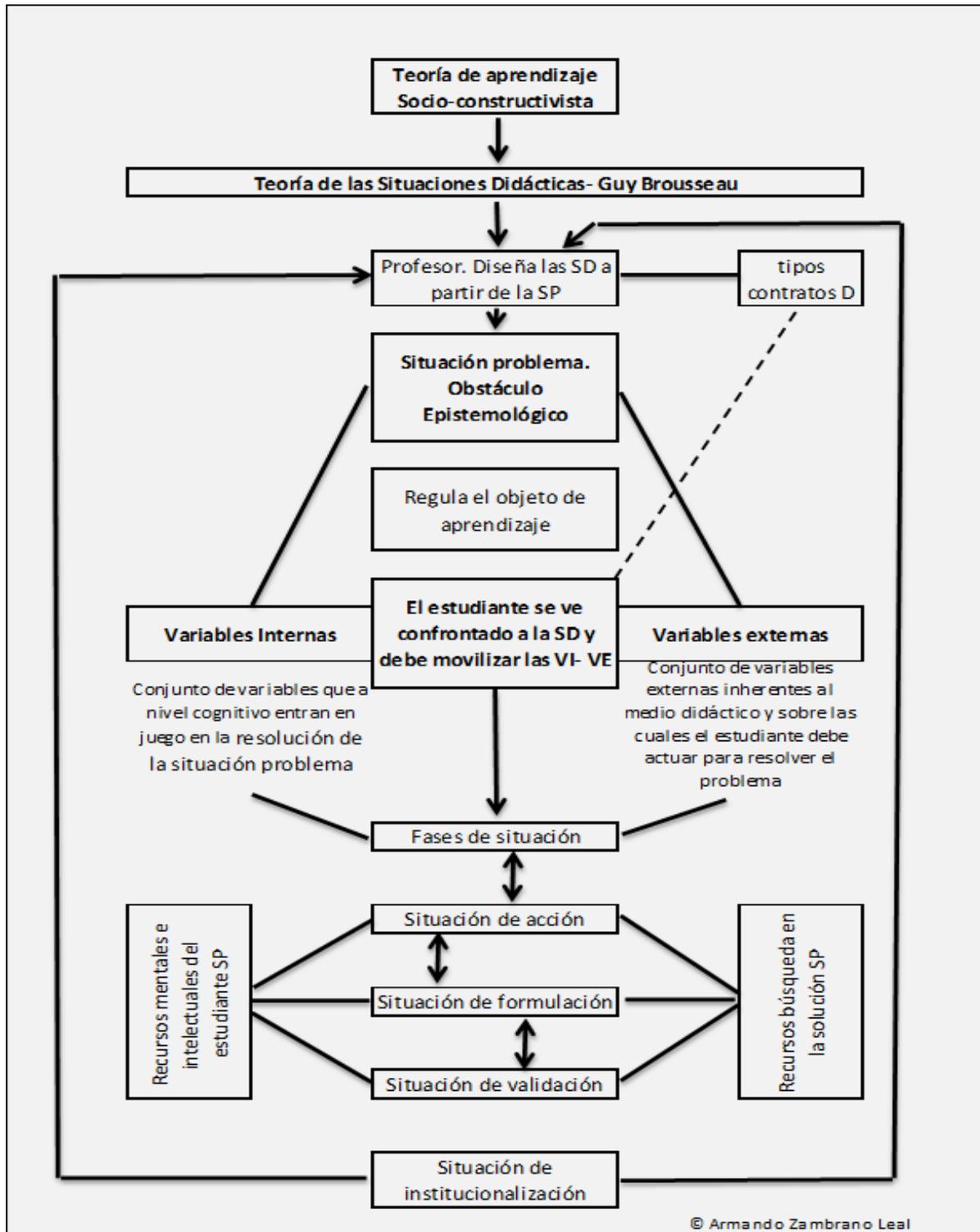
Como ya lo hemos señalado en este apartado de mi investigación, la teoría que he estudiado en el seminario de Trabajo de Grado bajo la dirección de mi director es el de las situaciones didácticas. En el siguiente esquema se presentan los elementos de la teoría.

Como se observa la figura 1, la teoría se nutre del socio-constructivismo. El profesor, plantea Brousseau, diseña las situaciones didácticas a partir de las situaciones problemas. Cada situación contempla el objetivo-obstáculo lo que significa un trabajo de tipo socio-constructivista. Esta se entienden como:

Situación didáctica e la cual se le propone al sujeto –estudiante- que no puede tener buenos resultados sin efectuar un aprendizaje preciso. Este aprendizaje constituye el verdadero objetivo de la situación problema, se alcanza cuando el estudiante, en la realización de la tarea, es capaz de superar el obstáculo. De esta forma, la producción impone la adquisición, lo que indica que tanto la una como la otra debe ser objeto de distintas evaluaciones. (Meirieu, 1994, Pág. 191)

---

Figura 1.



Esquema: Diseñado por Armando Zambrano Leal. Seminario de Trabajo de Grado Maestría en Educación.

La situación-problema y el objetivo obstáculo regulan, potencian, contribuyen en el aprendizaje en el estudiante. Toda situación está compuesta de variables internas (tipo intelectual) y variables externas (tipos recursos materiales). Las primeras son recursos cognitivos los cuales son necesarios en la resolución de la situación-problema. Las segundas, por su parte, hacen referencia al medio didáctico sobre las cuales el estudiante debe actuar para resolver el problema. La teoría plantea una serie de fases. Ellas son: fase de acción, de formulación, de validación y de institucionalización. Las tres primeras hacen referencia a los recursos mentales y materiales que el estudiante requiere para darle respuesta a la situación-problema. La cuarta fase compete al profesor y su relación con la institución y los pares. La retroalimentación de las situaciones didácticas ocurre en un medio que puede ser didáctico o a-didáctico y compromete ciertos tipos de contratos. Para poder entender estos elementos estructurales, procederé a definir lo que es una situación y cómo ella ha sido entendida por los diferentes investigadores y en diferentes ciencias.

## **2.6. ¿Qué es la situación didáctica?**

Según Brousseau (1997), una situación es el conjunto de las circunstancias en las cuales se encuentra una persona, y las relaciones que la unen con su medio. Para Vergnaud (2002), toda situación compleja se puede analizar como una combinación de tareas, de la que es importante reconocer la naturaleza y la dificultad propia. La *Teoría de las situaciones didácticas* se basa en la idea de que cada conocimiento o saber puede ser determinado por una situación. Esta se enfoca en las interacciones que se dan en el proceso de formación del conocimiento matemático. Así, una situación didáctica se da en dos tipos de interacciones básicas: La interacción entre el alumno y un medio resistente y la interacción entre el alumno y el docente a propósito de la interacción del alumno y un medio resistente.

El mismo autor, (1986). Define una situación didáctica como un conjunto de relaciones establecidas explícitas y/o explícitamente entre un alumno o grupo de alumnos, un cierto medio, comprendiendo, eventualmente, instrumentos y objetos y un sistema educativo (el profesor) con la finalidad de posibilitar a estos alumnos un saber constituido. Añade Frade (2012), una situación didáctica es el escenario, la excusa o conjunto de actividades que, articuladas entre sí, propician que los y las estudiantes desarrollen las competencias. En dicha situación se lleva a cabo una interacción entre todos los y las participantes, incluido el docente, quien además, supervisa que se adquieran los contenidos dispuestos. Cuenta con una secuencia didáctica, es decir, con una serie de actividades para resolver el conflicto cognitivo que se presenta en cada situación. Nuevamente, Brousseau, (1986), dice que la situación didáctica es todo el medio que comprende el alumno, el profesor y el sistema educativo. Es el ambiente del alumno puesto en práctica. Además dice que una situación está sustentada en una concepción constructivista en sentido piagetiano del aprendizaje, concepción que es caracterizada por Brousseau cuando afirma que:

---

“el alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son las pruebas del aprendizaje”.

En la misma línea, Chavarría (2006). Considera las situaciones didácticas como una forma para “moldear el proceso de enseñanza aprendizaje”. Para lo cual dice que Brousseau, plantea tres elementos fundamentales: estudiante, profesor y el medio didáctico. En esta terna, el profesor es quien facilita el medio en el cual el estudiante construye su conocimiento. Por su parte, Meirieu (1987), define la situación didáctica como una situación de aprendizaje elaborada por el

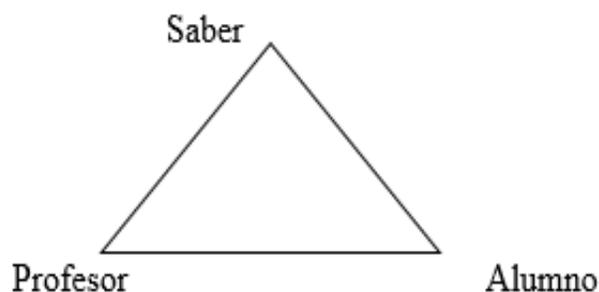
docente que proporciona por un lado unos materiales que permite recoger información y por otro lado una instrucción meta que pone al sujeto en situación de proyecto. Por consiguiente el sujeto se apropia de la información a partir del proyecto que concibe. Así que las situaciones de aprendizaje pueden, de este modo, aparecer fuera de toda estructura escolar y de toda programación didáctica. Retomando a Brousseau, citado por Gálvez (1994 p: 4). La situación didáctica es una situación construida intencionalmente con el fin de hacer adquirir a los alumnos un saber determinado. Por lo tanto esto encierra

“un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, en cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vía de constitución”.

Por consiguiente, Hernández, (2015 p: 1) estima que la perspectiva de diseñar situaciones que ofrecieran al alumno la posibilidad de construir el conocimiento dio lugar a la necesidad de otorgar un papel central-dentro de la organización de la enseñanza-, a la existencia de momentos de aprendizaje, concebidos como momentos en los cuales el alumno se encuentra solo frente a la resolución de un problema, sin que el maestro intervenga en cuestiones relativas al saber en juego. Es así, que las situaciones didácticas tienen por finalidad que los estudiantes aprendan por medio de la interacción que estos tengan con el problema planteado, respondiendo al mismo con base a sus conocimientos, motivados por el problema y no por satisfacer el deseo del docente, y sin que el docente intervenga directamente ayudándolo a encontrar una solución. Hernández, (2015 p: 1) Según Fregona (2007: p 17), la situación didáctica es un modelo de interacción entre un

sujeto y un medio determinado. El recurso de que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable es una gama de decisiones que dependen del uso de un conocimiento preciso. Consideramos el medio como un subsistema autónomo, antagonista del sujeto. Por su parte, Vidal (2009). Dice que la situación didáctica es una situación construida intencionalmente por el profesor con el fin de hacer adquirir a los alumnos un saber determinado o en vía de construcción. De este modo la noción de situación para Brousseau corresponde a “un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina a un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable”.

De manera que la situación didáctica se planifica con base a actividades problematizadoras, cuya necesidad de ser resueltas o abordadas, implique la emergencia del conocimiento matemático que da sentido a la clase, la que ocurre en el aula, en un escenario llamado triángulo didáctico, cuyos lados indican conjuntos de interacciones entre los tres protagonistas (indicados por los vértices):



Así, entonces, Brousseau (1995) dice que se puede

“utilizar valores que permiten al alumno comprender y resolver la situación con sus conocimientos previos, y luego hacerle afrontar la construcción de un conocimiento nuevo fijando un nuevo valor de una variable. La modificación de los valores de esas variables permiten entonces engendrar, a partir de una situación, ya sea un campo de problemas correspondientes a un mismo conocimiento, ya sea un abanico de problemas que corresponden a conocimientos diferentes.”

Por su parte, Bartolomé y Fregona (2003), afirman que Brousseau sostiene que las situaciones didácticas son objetos teóricos cuya finalidad es estudiar el conjunto de condiciones y relaciones propias de un conocimiento bien determinado. Algunas de esas condiciones pueden variarse a voluntad del docente, y constituyen una variable didáctica cuando los valores que toman modifican las estrategias de resolución y en consecuencia el conocimiento necesario para resolver la situación.

Para este autor, en una situación didáctica hay que considerar el grupo de alumnos y el profesor, así como el medio didáctico que incluye los problemas, materiales e instrumentos que el profesor proporciona a los alumnos, con el fin específico de ayudarlos a reconstruir un cierto conocimiento. Para lograr el aprendizaje el alumno debe interesarse personalmente por la resolución del problema planteado en la situación didáctica. Para ello se diferencian cuatro tipos de situaciones didácticas:

## **2.7. Dimensiones de las Situaciones Didácticas**

La teoría que apoya mi trabajo de investigación recoge cuatro grandes situaciones: acción, formulación y validación. La otra es la situación de institucionalización que corresponde a la

reflexión que el docente realiza ya sea a nivel personal, ya a nivel institucional con el fin de mejorar, potenciar los aprendizajes en el espacio escolar.

### **2.7.1. Situación de acción**

Consiste en un trabajo individual por parte del estudiante. Donde enfrente el problema, indagándose posibles soluciones, haga uso de sus conocimientos previos y desarrolle un determinado saber. Es decir, el estudiante debe interactuar con el medio didáctico para irse abriendo camino hacia la resolución del problema y a la construcción de nuevos conocimientos.

### **2.7.2 Situación de formulación**

Consiste en un trabajo en grupo, donde se requiere la comunicación de los estudiantes, que compartan sus experiencias en la construcción del conocimiento. Es este un momento de mucha importancia en el control de la comunicación y uso de las ideas, le permite al estudiante explicar oral o por escrito a sus compañeros u otra persona la solución hallada, la estrategia utilizada y la forma como hace uso del lenguaje matemático.

### **2.7.3 Situación de validación**

La situación validación es donde se les pide a los estudiantes la prueba o demostración de que su solución es la correcta. O sea que el estudiante sustente el paso a paso que lo llevó a descubrir la verdad, que valide lo que ha trabajado, se discuta con el profesor acerca del trabajo realizado para corroborar la firmeza si lo desarrollado es realmente correcto. En caso, de que no sea así, el debate con los compañeros permite descubrir los puntos erróneos y validar la verdad.

#### **2.7.4. Situación de institucionalización**

La situación de institucionalización tiene como fin dar un estatuto "oficial" al nuevo conocimiento constituido. Es decir, que se formaliza lo producido por los estudiantes en la situación didáctica, mediante la sistematización, recapitulación, ordenación y vinculación de la información al PEI. Además, se pone en acuerdo la nomenclatura, formulación y propiedades para que pueda ser usado en trabajos posteriores.

#### **2.7.5. Contratos didácticos y a-didácticos**

En el desarrollo de una situación didáctica aparecen “momentos”, denominados como situaciones a-didácticas, la cual se caracterizan por el trabajo que realiza el alumno interactuando con el problema propuesto o bien discutiendo con sus compañeros acerca de éste, es decir, cuando interactúa con el medio preparado por su mentor. Vidal (2009).

De modo, que el profesor debe procurar que el alumno se responsabilice por trabajar en él y si no llega a la solución, al menos indique y demuestre algunas aproximaciones o alcances, bien sea el o los objetivos propuestos. De manera, que en estas situaciones a-didácticas, el interés es observar “cómo se las arregla” el estudiante ante el problema que le demanda el maestro. Vidal (2009). En palabras del propio Brousseau (1986):

“El término de situación a-didáctica designa toda situación que, por una parte no puede ser dominada de manera conveniente sin la puesta en práctica de los conocimientos o del saber que se pretende y que, por la otra, sanciona las decisiones que toma el alumno (buenas o malas) sin intervención del maestro en lo concerniente al saber que se pone en juego”.

El profesor ya ha planeado la situación didáctica (esto es, la más general), de modo, que existan estos momentos (situaciones a-didácticas) en que los estudiantes interactúan con el problema, presenten conflictos cognitivos, se propicie la discusión y el debate y también hagan preguntas. El papel del profesor, en tanto, consiste en guiar con intervenciones o respondiendo a las preguntas, pero con otras interrogantes o señales sin “soplar” las respuestas. A éste proceso dialéctico Brousseau le llama “Proceso de Devolución”. Vidal (2009).

Asimismo, Brousseau introdujo el concepto de contrato didáctico al campo de la didáctica. Dicho Contrato didáctico también conocido como *contrato de aprendizaje* es un concepto de la Didáctica introducido por Jeanine Filloux en 1973, y retomado por Guy Brousseau 1986 para el análisis de su funcionamiento. Dice que

“El contrato didáctico, se refiere a los hábitos específicos esperados por el docente y por el estudiante en situaciones de aprendizaje. Son las normas o reglas explícitas e implícitas en las situaciones de aprendizaje, que tienen lugar tanto dentro del aula como de la institución en general, con el fin de propiciar un mejor ambiente de aprendizaje. Es lo que el maestro espera de su estudiante y lo que el estudiante espera de su maestro”.

De manera que el maestro y los estudiantes establecen unos acuerdos que direccionan, permiten el equilibrio y enfocan unas rutas de respeto que favorecen el desarrollo de las situaciones de aprendizaje. Lo cual propicia mejores ambientes o clima dentro y fuera del aula de clase.

## **2.8. Didáctica de la matemática**

La didáctica de la matemática centra su estudio en el fenómeno de la investigación bajo la teoría de situaciones didácticas de Guy Brousseau. Autor que sostiene, que esta disciplina (la

Didáctica de la Matemática de la escuela francesa), se desarrolla y despliega por medio de la “Teoría de Situaciones”. De manera que se trata de una teoría de la enseñanza que busca las condiciones para una génesis artificial de los conocimientos matemáticos, bajo la hipótesis de que los mismos no se construyen de manera espontánea, Panizza (2003). Así, que la denominada “escuela francesa de Didáctica de la Matemática” nació en los años setenta, de las preocupaciones de un grupo de investigadores -en su mayoría matemáticos de habla francesa-, por descubrir e interpretar los fenómenos y procesos ligados a la adquisición y a la transmisión del conocimiento matemático. Panizza (2003).

En esta escuela se destacan dos convicciones epistemológicas. La primera, que la identificación e interpretación de fenómenos y procesos objeto de interés supone el desarrollo de un cuerpo teórico, y no puede reducirse a observaciones realizadas a partir de experiencias aisladas ni a cuestiones de opinión. Por último, la convicción de que ese cuerpo teórico debe ser específico del saber matemático, y no puede provenir de la simple aplicación de una teoría ya desarrollada en otros dominios (como la psicología o la pedagogía). Panizza (2003).

Por lo tanto, se entiende que los problemas matemáticos en el aula, desde el contexto sociocultural del estudiante son determinantes en la teoría de situación didáctica. Artigue y Houdement, nos dicen que un supuesto epistemológico que subyace en la teoría, es que el conocimiento matemático emerge de la solución de problemas matemáticos. Pero, ¿qué tipo de problemas matemáticos debemos plantear a los estudiantes? Brousseau (2006), citado por Figueroa (2013), deja en claro que la resolución de problemas en la teoría de situación didáctica está necesariamente integrada en el proceso de aprendizaje de conocimientos matemáticos, y que la matemática a ser aprendida es la que tiene que proporcionar soluciones óptimas a estos problemas.

Además, Brousseau (2006), citado por Figueroa (2013). Dice que “la noción de situación incluye, extiende, agranda y diversifica la noción de problema”. Y Artigue y Houdement (2007), citado por Figuera (2013), dicen que

“Cualquier problema establecido en un aula es explícita o implícitamente parte de una situación, y la situación es considerada la unidad mínima de análisis para comprender lo que podría estar o realmente está en juego desde el punto de vista cognitivo en el proceso de resolución”.

Al considerar la resolución de problemas, debe tenerse en cuenta lo que nos dicen Artigue y Houdement – comentando la teoría de Brousseau – que el aprendizaje significativo de las matemáticas no se puede lograr si la solución de los problemas son muy dependientes del profesor. Esto supone un desempeño especialmente cuidadoso del profesor, al cual se refiere Brousseau al tratar la devolución, la interacción con el medio y la dualidad entre las situaciones didácticas y a- didácticas. En las situaciones a-didácticas es muy importante el trabajo propio de los estudiantes, haciendo diversos intentos, conjeturando, rechazando o verificando conjeturas y así adaptar y perfeccionar progresivamente su modelo de solución sin depender de las orientaciones del profesor, y sin tratar de adivinar las expectativas del profesor. Figueroa (2013).

### **2.8.1. Perspectiva curricular**

La perspectiva curricular vigente en este trabajo de investigación en el aula, desde las matemáticas, se estructura a partir de una nueva concepción de lo curricular. Es decir romper con la lógica de la enseñanza por contenido para pasar a una planeación curricular por competencias matemáticas a través de las actuaciones, de procesos matemáticos y no por contenidos (García et al 2015). Esta perspectiva está constituida por el pensamiento matemático variacional, los procesos matemáticos de Representar, Comunicar y Matematizar, los sistemas matemáticos

algebraicos y analíticos y el objeto matemático sistema de ecuaciones simultáneas. En primer lugar, se aborda el pensamiento matemático variacional, desde su naturaleza, sus características y fenomenología. La naturaleza de este pensamiento según (Vasco, 2003), se ocupa del desarrollo matemático de la variación y el cambio, involucrando cantidades y magnitudes. Es una forma dinámica de pensar que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de las mismas o distintas magnitudes en los procesos recortados de la realidad.

Por otro lado, el pensamiento matemático variacional se desarrolla a partir de numerables características. En este sentido se estudian el reconocimiento de patrones y regularidades en el campo de la matemática. Los patrones y regularidades emergen de manera normal en la matemática. Tanto así, que son reconocidos, desarrollados y generalizados a partir de la elaboración de situaciones que involucran procesos de cambio y variación de una problemática determinada. Estas situaciones articulan el pensamiento variacional con el aleatorio, el métrico-geométrico y el numérico, propiciando un desarrollo de procesos y un acercamiento a la validación de una competencia. Sánchez (2013). Dichos patrones y regularidades permiten identificar fenómenos de cambio, como describirlo e interpretarlo y predecir sus consecuencias para cuantificarlo y matematizarlo.

La fenomenología del pensamiento variacional puede ser desarrollado por múltiples posturas que científicamente tienen bases sólidas. Esta investigación se aproxima al enfoque de las posturas pragmáticas y las situaciones didácticas. Con relación al pragmatismo, Sfard (2008), dice que, las matemáticas son una construcción humana a través de toda la historia. Las cuales son socialmente compartidas y útiles en los seres humanos de cada época, desde su rol social como cultural. En otras palabras, las matemáticas pasan por un proceso de enculturación de una generación a otra “enculturación matemática”. Esto debe proporcionar, potencializar o construir

una comunicación recíproca entre los agentes de la escuela. Ahora, en cuanto a las situaciones didácticas según la teoría de Brousseau (1986) se relaciona con las condiciones que se propician para la adquisición de conocimientos a partir de la interacción del sujeto con el medio. Para el autor las situaciones le permiten al sujeto alcanzar un estado favorable dentro ese medio, el cual es el ambiente provisto de intenciones didácticas y que es sostenido por el profesor dentro del sistema educativo. Por otro lado, los procesos matemáticos generales que respaldan este trabajo son: representar, comunicar y matematizar. El proceso de representar, desarrolla en los estudiantes la capacidad de comprender signos, símbolos y gráficos. Estos están presentes en los conceptos y procedimientos matemáticos que abordan el conocimiento, el significado y la comprensión de las estructuras matemáticas. Rico (2009. Citado por García 2015).

Los procesos específicos asociados a la representación son *codificar, decodificar y traducir*, pero en la investigación se utiliza el de codificar, el cual permite realizar las actividades del pensamiento que ayudan al estudiante a desarrollar conceptos matemáticos a partir de signos o gráficos. García et al ( 2015). El proceso de comunicar es fundamental en desarrollo del ser humano ya que por medio él se favorece la construcción de vínculos entre lo intuitivo, el lenguaje abstracto y lo simbólico. Además, comunicar es el medio por el cual los conocimientos individuales se sistematizan en un medio y se aceptan nuevos conocimientos que estructuran o modifican los ya existentes. Este proceso está constituido por dos procesos específicos, la comprensión y la escucha. (MEN, 1998).

La comprensión está relacionada con la lectura y la escucha. Donde la lectura consiste en la actividad de comprender los signos y símbolos de un concepto matemático. La escucha desde la matemática es vista como una habilidad que permite que un individuo utilice los cinco sentidos para emitir un juicio coherente al discurso matemático. Finalmente, otro proceso general que aborda este trabajo es el de matematizar. Este proceso se fundamenta en construir modelos

matemáticos a partir de las experiencias vividas en el mundo real al mundo de las matemáticas a través de métodos de generalización horizontal y vertical. Algunos procesos específicos de la matematización que hacen parte de esta perspectiva curricular son: interpretar, formular, sistematizar y evaluar.

Según García et al (2015, p.93), interpretar es explicar el significado de algo. El formular “permite desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolver, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas”. El sistematizar es un proceso que procura ordenar una serie de elementos, pasos, etapas, etc., con el objetivo de organizarlos. Por último tenemos el proceso de evaluar, el cual hace énfasis en la valoración permanente de las distintas actuaciones de los estudiantes cuando interpretan y tratan situaciones matemáticas y a partir de ellas formulan y solucionan problemas. (MEN, 2006). En segundo lugar, hablaremos de los sistemas matemáticos que comprenden el pensamiento variacional. Estos sistemas son medios que llevan a la práctica determinados tipos de pensamiento lógico y matemático dentro y fuera de la institución educativa. Los sistemas matemáticos que aborda este trabajo son: numérico, algebraico y analítico.

Los sistemas numéricos, permiten en el estudiante la comprensión de cantidades, la interpretación de una posición y longitud o magnitudes numérica; entender su significado y la estructura del sistema de numeración. Le propicia la comprensión del significado de las operaciones, la de sus propiedades, su efecto y las relaciones entre ellas. Todo esto, para hacer uso social de las matemáticas, de los números y las operaciones en la resolución de problemas diversos de la vida cotidiana. Por otro lado, los sistemas algebraicos y analíticos están ligados con lo variacional y lo continuo. Éstas también se expresan por medio de otros tipos de representaciones como las gestuales, las del lenguaje ordinario o técnico, las numéricas (tablas),

las gráficas (diagramas) y las icónicas, que actúan como intermediarias en la construcción general de los procedimientos, algoritmos o fórmulas que definen el patrón y las respectivas reglas que permiten reproducirlo. (MEN, 2006).

Adicionalmente, los estándares básicos de competencia matemática se observa como el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos promueven la percepción, la identificación y caracterización de la variación y el cambio en diversos contextos. Describiendo, modelando y representando en diferentes sistemas o registros simbólicos verbales, tabulares, pictóricos, icónico, gráfico o algebraico. Además movilizan la interpretación de ideas utilizando un lenguaje de símbolos, se realizan relaciones entre cantidades, incluyendo las funciones, las formas de representar relaciones matemáticas y el análisis de cambio. Permitiendo esto el desarrollo del pensamiento variacional en la movilización de los saberes matemáticos en nuestros estudiantes en situaciones como:

- Entender patrones, relaciones y funciones.
- Representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas usando símbolos algebraicos.
- Usar modelos matemáticos para representar y entender relaciones cuantitativas.
- Analizar el concepto de cambio en varios contextos.

La perspectiva curricular propuesta en la investigación parte del análisis de los estándares básicos de competencias matemáticas que hacen referencia a los procesos matemáticos de representar, comunicar y matematizar. Estos se relacionan verticalmente con cada uno de los pensamientos matemáticos y horizontalmente se tienen en cuenta cada uno de los grupos de

grados en los que se trabajará, específicamente en básica secundaria en el grado 9 en el objeto matemático Sistema de Ecuaciones simultáneas.

Esta perspectiva curricular contribuye una organización a los docentes y las Institución educativa en las que se labora, porque servirá como ejemplo para planificar el desarrollo completo del área a lo largo del año escolar; también le permite al profesor planificar su propio curso de matemáticas en los diferentes grados que oriente y en los períodos escolares particulares. (García et al., 2015).

A continuación se presenta a manera de ejemplo una organización curricular en la tabla 6 con los procesos matemáticos Representar, Comunicar y Matematizar en los diferentes pensamientos y grados.

Tabla 6

Los procesos matemáticos Representar, Comunicar y Matematizar en los diferentes pensamientos y grados.

Perspectiva curricular.

	NIVELES				
	1° A 3°	4° a 5°	6° a 7°	8° a 9°	10° a 11°

Numérico	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Uso de representaciones principalmente concretas y pictóricas para realizar equivalencias de un número en las diferentes unidades del sistema decimal.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretación de las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.</li> <li>• Modelado de situaciones de dependencia mediante la proporcionalidad directa e inversa.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en las medidas.</li> <li>• Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación.</li> <li>• Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analizo representaciones decimales de los números reales para diferenciar entre racionales e irracionales.</li> </ul>
Variacional		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Represento y relaciono patrones numéricos con tablas y reglas verbales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.</li> <li>• Analizo en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones específicas pertenecientes a familias de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpreto la noción de derivada como razón de cambio y como valor de la pendiente de la tangente a una curva y desarrollo métodos para hallar las derivadas de algunas funciones básicas en contextos matemáticos y no matemáticos.</li> </ul>

Métrico			<ul style="list-style-type: none"> <li>Resuelvo y formulo problemas que requieren técnicas de estimación.</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>Resuelvo y formulo problemas que involucren magnitudes cuyos valores medios se suelen definir indirectamente como razones entre valores de otras magnitudes, como la velocidad media, la aceleración media y la densidad media.</li> </ul>
Espacial	<ul style="list-style-type: none"> <li>Represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales.</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>Represento objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.</li> <li>Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales.</li> <li>Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas.</li> </ul>	
Aleatorio	<ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreto cualitativamente datos referidos a situaciones del entorno escolar.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Represento datos usando tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).</li> <li>Interpreto información presentada en tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreto, produzco y comparo representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos. (diagramas de barras, diagramas circulares.)</li> <li>Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos presentados en tablas, diagramas de barras, diagramas circulares.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreto analítica y críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).</li> <li>Interpreto y utilizo conceptos de media, mediana y moda y explico sus diferencias en distribuciones de distinta dispersión y asimetría.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreto y comparo resultados de estudios con información estadística provenientes de medios de comunicación.</li> <li>Interpreto nociones básicas relacionadas con el manejo de información como población, muestra, variable aleatoria, distribución de frecuencias, parámetros y estadígrafos).</li> <li>Interpreto conceptos de probabilidad condicional e independencia de eventos.</li> </ul>

En tercer lugar tenemos, el objeto Matemático pieza fundamental del trabajo de grado, el cual está constituido por los sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. El lenguaje algebraico le ha permitido al hombre construir modelos matemáticos que emergen del día a día. Esto permitió que a lo largo de la historia el hombre buscara nuevas iniciativas teóricas e innovadoras en el estudio de las matemáticas. De ahí que por medio de vivencias en el mundo real surgen modelos matemáticos los como los sistemas de ecuaciones lineales, los cuales ayudan a comprender la vida.

Finalmente, los objetos matemáticos las expresiones algebraicas y los sistemas de ecuaciones lineales son abordados en este trabajo debido a los bajos desempeños obtenidos en las pruebas internas y externas en la institución en el grado noveno. En las pruebas internas se observa que los estudiantes presentan dificultades en representar, comunicar y matematizar en y con las matemáticas. Son estos mismos procesos que muestran debilidad en las pruebas externas y en el ISCE. Donde el 49% de los estudiantes que presentaron la prueba no reconocen el lenguaje algebraico y sistemas de ecuaciones lineales como forma de representar procesos inductivos para la modelación y el 53 % de los estudiantes de la institución que presentaron la prueba no contestaron correctamente los ítems correspondientes a la competencia comunicación en la prueba de Matemáticas (MEN, 2006).

### **2.8.2. Perspectiva didáctica**

La perspectiva didáctica hace referencia específicamente a dos aspectos fundamentales en el proceso de aprendizaje: En primer lugar, se destaca la relación entre la competencia matemática y la actividad matemática de aprendizaje del estudiante, donde se prioriza la calidad de la actividad matemática del estudiante. Es decir, a su aprendizaje y no tanto a la enseñanza; sin desconocer los avances que se pueden lograr con el proceso de enseñanza. Y en segundo lugar,

están las dos expectativas de aprendizaje que coexisten y se complementan en el desarrollo de las competencias: las expectativas a corto plazo relacionadas con los objetivos de las tareas matemáticas de la clase, de la unidad o del período académico y las expectativas de aprendizaje a largo plazo que hacen referencia al desarrollo mismo de las competencias matemáticas del estudiante. García et al. (2015).

Por consiguiente, el propósito de la perspectiva didáctica es de atacar con firmeza las debilidades o deficiencias que presenta la institución, desarrollando en los y las estudiantes procesos de corto plazo para ir afianzando, fomentando y potencializando los procesos a largo plazo. Se busca con ellos propiciar un ambiente de aprendizaje que promueva y movilice en el estudiante el conocimiento para la comprensión de la vida (su medio), desde las dos expectativas de aprendizaje:

La primera, hace referencia a la expectativa a corto plazo: Consiste en los procesos matemáticos específicos (codificar, decodificar, traducir, comprender, reproducir, interpretar, formular, sistematizar y evaluar) enfocados por los objetivos para la actividad matemática de aprendizaje del estudiante. Los cuales se formulan a través de tareas matemáticas que deben ser planeadas por semanas, meses, periodos o unidades, con el fin de irse acercando o aproximándose al propósito que se quiere alcanzar.

Para lograr desarrollar procesos a corto plazo Rico & Lupiañez, (2008, p. 152, citado por García, 2015), proponen:

1. El diseño de tareas. Esta es una de las funciones del docente para hacer partícipe al estudiante de los objetivos y los propósitos establecidos en el proceso educativo.

2. Enseñar a los estudiantes a encontrar y movilizar recursos para aportar respuestas a las tareas: Los estudiantes a través de la movilización de recursos internos y externos logran avanzar hacia la resolución de las situaciones que contempla cada tarea, y así irle dando forma a la comprensión, sistematización y evaluación a los objetivos.

3. Promover la reflexión metacognitiva para el éxito de la acción: El estudiante por medio de las tareas matemáticas construye conocimientos, se concientiza y ejerce control en su proceso de aprendizaje desde las experiencias de aprendizaje adecuada. Para que se logre promover en los estudiantes la metacognición, el aprendizaje debe ser constructivista, donde se implementen actividades matemáticas de aprendizaje en secuencias de procedimientos o planes orientados a la consecución de metas de aprendizaje situado.

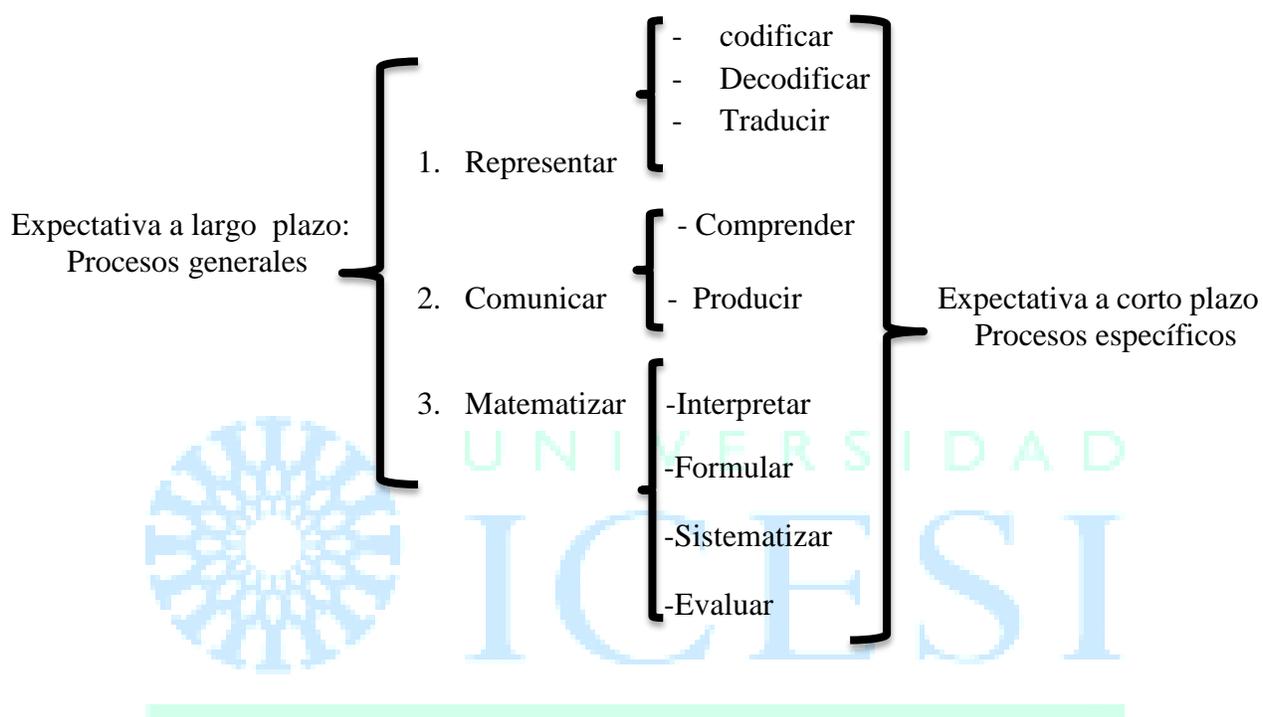
En segunda instancia, está la *expectativa* a largo plazo, la cual hace referencia a las competencias matemáticas o a los procesos matemáticos generales que en este trabajo giran en torno a los procesos de representar, comunicar y matematizar. El desarrollo de estos procesos generan un entorno complejo, riguroso y prolongado, debido a esto se proponen los alcances que debe obtener un estudiante en cada uno de los niveles de aprendizaje de 1° a 3°, de 4° a 5°, de 6° a 9° y de 10° a 11°, según los lineamientos y los estándares de competencias del sistema educativo colombiano. (Ver tabla 6). En esta tabla se evidencia los saberes previos y posteriores de un determinado proceso. A través de ella se focalizan los procesos para fortalecerlos y así alcanzar los objetivos propuestos.

Por último, se presenta la relación entre la expectativa a corto y largo plazo, la cual hace énfasis en priorizar los alcances de las procesos generales comenzando por desarrollar en los

estudiante los procesos específicos a través de las tareas matemáticas sustentadas en el logro de los objetivos propuestos en cada una. Esta relación se hace presente en el siguiente esquema:

Figura 1

Esquema de procesos generales y específicos matemáticos



### 2.8.3. Objeto matemático: Sistema de ecuaciones lineales con dos variables

Se aborda el estudio de sistemas de ecuaciones lineales con dos variables, se analizan distintos métodos para resolverlos, lo que permite elegir el que resulte más conveniente en cada caso particular. También se realiza la interpretación gráfica, considerando la importancia que tiene este recurso para facilitar la comprensión del problema e ilustrar las posibilidades que pueden presentarse al resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos variables. Ejemplos.

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} y + 4x = 28 \\ y + x = 10 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} 2x + y = -1 \\ -x + 2y = 9 \end{cases} & \text{d) } \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

Existen varios métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales, pero en este capítulo sólo se verán los siguientes: método de igualación, método de sustitución, método de reducción y por determinante. En primer lugar, el método de igualación: Se indican a continuación los pasos a seguir para resolver este sistema empleando el método de igualación. Primero, se despeja la misma incógnita en cada ecuación. Segundo, se igualan las expresiones obtenidas y se resuelve la ecuación con una incógnita que se formó. Tercero, se reemplaza en cualquiera de las ecuaciones obtenidas en el primer paso, el valor de la incógnita que se ha determinado, y así se calcula el valor de la otra incógnita. Observa un ejemplo por el método de igualación:

$$7x + 4y = 13 \text{ ecuación 1}$$

$$5x - 2y = 19 \text{ ecuación 2}$$

1. Se despeja x en ambas ecuaciones

$$7x = 13 - 4y; \text{ siendo } x = 13 - 4y/7$$

$$5x = 19 + 2y; \text{ siendo } x = 19 + 2y / 5$$

2. Se igualan los valores de la variable x

$13 - 4y/7 = 19 + 2y/5$ . Aquí se tiene una ecuación con una incógnita y se resuelve así:

$$5(13 - 4y) = 7(19 + 2y)$$

$$65 - 20y = 133 + 14y$$

$$-20y - 14y = 133 - 65$$

$$-34y = 68 \text{ por tanto}$$

$$y = -2$$

3. Con el valor de y se sustituye en una de las ecuaciones y se encuentra el valor de x

$$7x + 4(-2) = 13$$

$$7x - 8 = 13$$

$$7x = 21$$

por tanto  $X = 3$

4. Por último si se quiere comprobar la lógica de los valores encontrados se toma una de las ecuaciones y se demuestra su igualdad entre sus miembros. Así:

$$7x + 4y = 13 \text{ ecuación 1}$$

$$7(3) + 4(-2) = 13$$

$$21 - 8 = 13$$

$$13 = 13$$

En segundo lugar, el método de sustitución consiste en despejar una de las incógnitas en alguna de las ecuaciones y sustituir la expresión obtenida en la otra ecuación. Primero, en este ejemplo se despeja y en la primera ecuación. Segundo, en la otra ecuación se sustituye y por el valor de y en la primera ecuación. Tercero, se resuelve esta ecuación que tiene una sola incógnita. Cuarto, se sustituye en una de las ecuaciones el valor obtenido para x y se calcula el valor de la otra incógnita.

Para el método de reducción, se siguen estos pasos: primero, se multiplica cada ecuación del sistema por un número no nulo, de modo que los coeficientes de una de las incógnitas sean iguales en valor absoluto en las dos ecuaciones, pero de signos contrarios. Segundo, se restan las ecuaciones obtenidas para eliminar esa incógnita y poder despejar y encontrar el valor de la otra. Luego, se repite el último paso de los métodos anteriores. En el método por determinante se realiza un arreglo matricial, escogiendo una de las variables (x), entonces, se ubican dos columnas una con los valores constante y la otra con los coeficientes de y, esto sobre las columnas formadas por los coeficientes de x y y, luego se multiplican en equis y se suman, por último, con el valor encontrado se halla el valor de la otra variable.

### 3. Marco metodológico

El proyecto de investigación se rige por una metodología de carácter cualitativo cuasi experimental, con enfoque de intervención en el aula para precisar cualidades específicas del fenómeno de estudio. En primer lugar, la investigación es cualitativa porque permite describir los muestreos en cada momento de la investigación, detallando los elementos encontrados en las observaciones directas e indirectas que emergen en el aula. Además, las situaciones de aprendizaje desarrolladas en la investigación se presenta a través de acciones que giran en torno a un aprendizaje situado, lo cual permite explorar el cómo aprenden los estudiantes, qué herramientas, técnicas o instrumentos utilizan para afianzar y construir nuevos conocimientos, siendo el protagonistas en cada situación de aprendizaje.

En segundo lugar, la investigación cuasi experimental para Arnau (1995) es el diseño de un plan de trabajo con el que se pretende estudiar el impacto de los tratamientos y/o los procesos de cambio, en situaciones donde los sujetos o unidades de observación no han sido asignados de acuerdo con un criterio aleatorio. Es decir, que la población de estudiantes para la investigación es seleccionada con unos criterios básicos que se orientan a partir del trato o contacto con el fenómeno de estudio.

El diseño cuasi experimental goza de unas características que ilustran el camino a seguir de la investigación de este tipo cualitativa. Unas características pueden ser: la “manipulación de la variable independiente”, donde se busca la relación con la causa con la variable dependiente. Otra es la “no aleatorización en la formación de los grupos”, o sea que los grupos ya están constituidos o definidos y una última es la de “escaso control de las variables de confundido” es decir que la investigación se desarrolla en un espacio natural donde se corre el riesgo de validar su

tratamiento. Estas características muestran que en un diseño cuasi experimental la investigación puede ser cuestionable de acuerdo a su estado de validez interna, permitiendo no poder elaborar conclusiones permanentes acerca del tratamiento del fenómeno de estudio.

Por último, la investigación con interacción en el aula permite la construcción de conocimientos donde los y las estudiantes desarrollan procesos matemáticos a corto plazo o específico como codificar, decodificar, traducir, comprender, producir, interpretar, formular, sistematizar y evaluar o validar. Estos procesos a corto plazo movilizan el saber hacia aproximaciones o acercamientos a los procesos a largo plazo o generales como representar, comunicar y matematizar o modelar, desarrollando en los y las estudiantes seres competentes en niveles específicos de su entorno socio cultural.

### **3.1. Grupo experimental y grupo de control**

La investigación está dirigida al grado noveno, el cual está constituido por dos grupos: noveno uno y noveno dos. Se seleccionó este grado porque es allí donde se puede validar con más determinación el nivel de desempeño, progreso y eficiencia de las competencias en las pruebas saber, en el índice sintético y los procesos internos de la institución. De esta manera se hace definitivo formular desde el grado noveno un plan de mejoramiento que garantice buenos resultados en la prueba saber 11, en el proyecto de vida de cada estudiante y en la contribución pacífica, solidaria y organizacional de su comunidad. Por estas razones, los dos grupos fueron elegidos para desarrollar la investigación, donde el grupo experimental es noveno dos y el noveno uno el grupo control.

**Grupo experimental: Noveno dos.** El grupo inicia el año lectivo 2016 con 32 estudiantes, de los cuales a la fecha quedan 29, de estos se retiró uno por asunto de cambio de ciudad y el otro se

trasladó a la jornada nocturna por asuntos familiares y personales. De los 29 estudiantes 15 son hombres y 14 mujeres, 2 de estos son repitentes y 6 provienen de otras instituciones, viven en un estrato socioeconómico 1 y 2, la mayoría en asentamientos subnormales (lotes o invasiones). Este grupo es elegido como el centro de la investigación por poseer unas características especiales que permiten verificar y evaluar los alcances que se pueden lograr al llevar a las aulas la teoría de situación didáctica de Brousseau. Y de este modo, poder propiciar mejoras en el desempeño particular y grupal en las pruebas internas y externas en la institución. Es un grupo con buena atención en el desarrollo de las clases, son medianamente participativos y receptivos, cumplen parcialmente con las actividades programadas dentro y fuera del aula, son solidarios en la construcción del conocimiento y cuentan con un buen ambiente de aprendizaje, a pesar de la falta de tecnología, de una aula de clase adecuada, de unos recursos y condiciones mínimas para el desarrollo del aprendizaje.

**Grupo control: Noveno uno.** Este grupo inicia el año lectivo con 33 estudiantes, de los cuales siguen asistiendo a clase 29, porque dos de ellos desertaron, uno está en proceso de maternidad y otro recibe clase en el programa de extramuros. De los 29 estudiantes que reciben clase uno es repitente y siete son nuevos en la institución. El grupo noveno uno es extrovertido, participativo, muy comunicativo, un poco desaplicado, desordenado, receptivo, laborioso y necesita el maestro en el aula para cumplir las reglas en cada actividad. Se eligió como grupo de control por esas particularidades de atención y concentración en el quehacer del aprendizaje, en ocasiones se observa que aprenden rápido, lo cual es una característica que puede distorsionar la realidad de bebido a su forma jocosa o alegre con que asumir las tareas.

Por lo tanto, la situación didáctica que se desarrolla por medio de problemas cotidianos con sistema de ecuaciones lineales con dos variables, se aplica al grupo experimental (noveno dos)

los días 29 de septiembre, 5, 19, 20 y 26 de octubre de 2016 en el área de matemáticas, en la jornada de la mañana. Cada clase comprende 100 minutos, para un total de 500 minutos, distribuidas en tres sesiones: una sesión individual y dos grupales que se enmarcan en los tres primeros momentos de la situación didáctica: situación de acción, situación de formulación y situación de validación. Y por otro lado, al grupo de control (novenos) se le aplican unas clases tradicionales con la misma intensidad horaria que es tratado el grupo experimental, las cuales también contemplan el objeto matemático sistema de ecuaciones lineales con dos variables.

### **3.2. Diseño del instrumento**

El instrumento utilizado para la interacción en el aula es la observación directa e indirecta, con las cuales se busca obtener los elementos necesarios que faciliten la comprensión del fenómeno de estudio. Donde se describe cada una de las fases de la teoría de las situaciones didácticas a partir del siguiente problema. (Ver tabla 7).

Uno de los clientes llamado Andrés hizo un pedido de 2 pizzas y 3 gaseosas, pagando por ello \$ 7.800, y comparte con los que integran su mesa. Mas tarde, Kevin pide para su mesa 5 pizzas y 6 gaseosas, pagando \$ 17.400. Un amigo en común de Kevin y Andrés discute sobre el costo que pagaron sus compañeros por un jugo y una pizza. ¿A qué acuerdo llegan los chicos sobre el costo de una gaseosa y una pizza?

Tabla 6

Rejilla de la síntesis de la situación didáctica. Diseñada por Armando Zambrano Leal.

REJILLA DE OBERVACIÓN SITUACIONES DIDÁCTICAS GRUPO EXPERIMENTAL					
<b>OBJETO DE ENSEÑANZA</b>		<b>Sistema de ecuaciones lineales con dos variables</b>			
<b>PREGUNTA PROBLEMA</b>		<b>¿Las situaciones didácticas en la enseñanza de resolución de problemas cotidianos con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables, promueven el aprendizaje y movilizan las capacidades de saber en el orden del pensamiento variacional, en los estudiantes del grado noveno en la institución educativa Humberto Jordán Mazuera?</b>			
<b>Clase 0</b>	<b>Describo y caracterizo al grupo</b>	El grupo experimental es el grado noveno dos (9-2), de la I.E. Humberto Jordán Mazuera sede central. Está conformado por 29 estudiantes de edades entre los 14,15 y 16 años, de los cuales 15 son hombres y 14 mujeres. De estos estudiantes hay 2 repitentes y 6 nuevos. Lo estudiantes viven en un estrato socioeconómico 1 y 2. Sus mayores problemas de aprendizaje los evidencian en el pensamiento variacional y aleatorio. Pero la investigación se aborda desde el pensamiento variacional, específicamente, en el sistema algebraico, con el objeto matemático sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Estas deficiencias toman fuerza por su baja autoestima, la falta de compromiso del estudiante hacia el estudio como su primera fuente de progreso, hay poco acompañamiento de las familiar y las situaciones de la comuna conllevan a que el estudiante dedique más tiempo a actividades no escolares.			
<b>Competencias</b>		Representación, comunicación y modelación o matematización.			
<b>Clase 1</b>	<b>Índices iniciales de saber del estudiante</b>	El diagnóstico realizado al grupo experimental tuvo una duración de 180 minutos, el cual se llevó a cabo en una semana, representada por dos clases divididas en 5 actividades. En la actividad 1 los estudiantes realizan acciones como: Leer, identificar, representar, plantear y resolver ecuaciones. En la actividad 2: Observaron una gráfica para identificar, tabular, representar, modelar, analizar, producir texto en la resolución de 4 preguntas. La actividad 3 y 4 les permitió graficar, comparar, identificar, producir, representar y relacionar. Por último, relacionan, transforman ecuaciones y reflexionan a cerca de la historia de ecuaciones lineales. Del diagnóstico se deduce que los estudiantes presentan dificultades y deficiencias en las competencias antes mencionadas como también lo señala la prueba saber noveno.			
<b>Clase 1</b>	<b>Información de las consignas y del tipo de trabajo</b>	<b>Consignas</b>		<b>Trabajo grupal</b>	<b>Trabajo individual</b>
		comprensión consignas por los estudiantes		La actividad está dirigida al trabajo en grupo en la sesión 1 y 3. En la sesión 1 se pone en escena una actividad dramática que contempla una	La actividad está dirigida en la sesión 2 al trabajo individual, comprendida por 17 ítems que combinan las 3
		claramente	Poco o nada claras		
		16	11		
Por qué es clara	Por qué es poco o nada clara				

		Es clara porque el estudiantes entiende las reglas y los enunciados que emite cada ítem	Es poco o nada clara pues el estudiante me pregunta sobre cosas de la actividad, se distrae con facilidad o no relee la consigna, etc...	situación cotidiana del barrio llamada "Tienda Pizza Rica". La sesión 3, le permite al estudiantes combinar las 3 situaciones, pero haciendo énfasis en la situación de validación.	primeras situaciones didácticas. Luego, se hace el transito al segundo trabajo grupal, donde también actúan las 3 situaciones, haciendo énfasis en la validación.
<b>Clase 1</b> <b>tomo nota</b> <b>del tiempo</b>  <b>4 horas</b> <b>de 50</b> <b>minutos</b>	<b>Situación de Acción</b> (es la situación cuyos primeros indicios nos informa de la acción del estudiante	<b>Indicadores de saber (corresponde a cada objeto que usted busca que aprendan los estudiantes)</b>			
		Intenta representar el problema planteado a través de codificar y traducir el texto a código, signos y símbolos matemáticos.	Le pide ayuda a otro compañero o trata de observar lo que el otro ya hizo para corroborar su producción.	Consulta información de su cuaderno para entender y comprender lo planteado.	Se concentra en la actividad, generando una buena lectura y escucha en el aula. Para comprender y producir con coherencia.
		Lee la consigna varias veces para identificar los datos conocidos y los desconocidos.	Hay parcialidad en la concentración al realizar la actividad.	Algunos estudiantes simulan resolver la situación, juegan con la consigna o escriben incoherencias.	Con los datos conocidos Intenta escribir, plantear y traducir lenguajes algebraico.
<b>Clase 2</b> <b>tomo nota</b> <b>del tiempo</b>  <b>2 horas</b> <b>de 50</b> <b>minutos</b>	<b>Situación de formulación</b> (es la situación cuyos indicios nos informa de la acción cognitiva del estudiante	Formula una hipótesis: ¿cuál es el costo de una pizza?, ¿Cuál es el costo de una gaseosa?	Comparte con sus compañeros ideas de cómo resolver el problema.	Propone y comunica soluciones al planteamiento encontrado con los datos de del problema.	Plantea una estrategia a través de ensayo-error y por tanteo para dar solución al problema.
		Interpreta la situación para plantear una solución lógica.	Plantea una ruta para resolver el problema.	Redacta el paso a paso para resolver el problema.	Comparte información y ánimo al grupo en continuar aprendiendo a través de la búsqueda de resolver cada ítem, los cuales proponen una cadena de solución. Y así llegar al éxito.
		Por medio del proceso de tabular, graficar en el plano cartesiano representa y comunica una solución al problema.	Matematiza del mundo de la vida cotidiana al mundo matemático	Al matematizar horizontal y verticalmente propone una situación abstracta al problema a través de formular un sistema de ecuaciones lineales con dos variables.	
<b>Clase 3</b> <b>tomo nota</b> <b>del tiempo</b>	<b>Situación de validación</b> (es la situación cuyos indicios nos	Describe como hizo para encontrar los valores de la variable.	Es capaz de reconstruir el proceso de la matematización	Elabora argumentos sólidos que corroboran la comprensión de la	La respuesta escrita es la desarrolla de forma

	informa de la acción argumentativa porque explica cómo llegó el estudiante a la resolución del problema.	Es crítico y argumentativo en el momento de relacionar los valores de las variables encontradas con la situación planteada.	vertical que lo llevo a validar la solución del problema.	resolución se sistema de ecuaciones lineales.	geométrica y algebraicamente. (Ver ítem J de la sesión 2 e ítem B de la sesión 3).
		Infiere que el valor que coincide en las dos ecuaciones es el mismo punto de intersección y el valor de las variables que dan solución al problema planteado.	Deduce que el valor encontrado para cada variable es la respuesta del problema planteado.	Compara y verifica con sus compañeros los resultados obtenidos para cada variable y la situación problema planteados.	Agrupar de manera consecutiva los procedimientos o estrategias utilizadas en la búsqueda de la respuesta al problema planteado.
		Emite una respuesta cierta al problema planteado	Explica de manera escrita y oral el cómo hizo para llegar a la resolución del problema.	Comunica de forma coherente y ordenada el cómo hizo para llegar a la resolución del problema.	Comprende que la solución del problema es el mismo punto de intersección entre la variable X y Y. Además, comprende el paso a paso para resolver un sistema de ecuaciones lineales.
			Hay claridad en los procedimientos utilizados por el estudiante en la resolución del problema.	Organiza las ideas sistemáticamente en su cuaderno en orden procedimental.	Demuestra como logro encontrar la respuesta al problema planteado usando varios métodos del sistema de ecuaciones lineales con dos variables.
<b>Reunió n fecha, lugar, n° asistentes, etc.</b>	<b>Situación de institucionalización</b> (comparto la investigación con un grupo de colegas y les expongo los resultados)	<p>Tomo notas de las observaciones de mis colegas y trato de relacionar el logro de las situaciones con el PEI, área, nivel, etc.</p> <p>La reunión con los profesores y directivos está programada para primera semana del mes de diciembre de 2016. Estas con el fin de retroalimentar el PEI y para que los compañeros maestros se involucren, participando en dicho logro, a través de potencializar las área, los niveles de desempeño, progreso, eficiencia y ambiente escolar de la institución</p> <p>La situación de institucionalización tiene como fin dar un estatuto "oficial" al nuevo conocimiento constituido.</p>			

### 3.3. Análisis del diagnóstico

Con el propósito de validar los procesos cognitivos que tiene cada estudiante, se realizaron cinco actividades diagnósticas al grado noveno dos sobre sus conocimientos previos. Se consideró conocimientos y habilidades que los estudiantes deberían manejar para poder articular el objeto de enseñanza (sistema de ecuaciones lineales con dos variables). Ellos debían representar, matematizar, graficar, tabular, identificar, comparar, relacionar, comprender y describir ecuaciones de primer grado, funciones lineales, funciones paralela y no paralelas (determinadas e indeterminadas), la pendiente y ecuación de la recta, intersección entre rectas (con el eje  $x$  y/o  $y$ ).

Las cinco actividades se desarrollaron con una duración de 200 minutos aplicada a 31 estudiantes: la primera fue conformada por cuatro preguntas; la pregunta 1 y 2 con cuatro ítems. La segunda, formada por cuatro preguntas; la primera con 7 ítems. La tercera y la cuarta, formadas por una pregunta con 7 ítems cada una. Y la quinta, con un contenido de cinco preguntas, donde la número 5 fue una lectura.

Para el análisis de las actividades se tuvo en cuenta un estudio grupal. Para Esto se utilizó una tabla que contiene los alcances generales del grupo, donde se muestran los aciertos, desaciertos o espacios en blancos de la participación de cada estudiante en términos numérico y porcentual. Es decir:

- A. Aciertos
- B. Desaciertos
- C. Espacio en blanco

Tabla 7

Análisis general da la situación didáctica.

Actividad 1							
Preguntas	Ítem	A	%	B	%	C	%
1	a)	26	90%	0	0	3	10%
	b)	26	90%	0	0	3	10%
	c)	26	90%	0	0	3	10%
	d)	26	90%	0	0	3	10%
2	a)	16	55%	8	28%	5	17%
	b)	5	17%	13	45%	11	38%
	c)	12	41%	11	38%	6	21%
	d)	9	31%	16	55%	4	14%
3		15	52%	7	24%	7	24%
4		9	31%	10	35%	10	35%
Actividad 2							
1	a)	21	73%	5	17%	3	10%
	b)	4	14%	7	24%	18	62%
	c)	12	41%	7	24%	10	35%
	d)	4	14%	9	31%	16	55%
	e)	11	38%	7	24%	11	38%
	f)	8	28%	13	44%	8	28%
	g)	26	90%	2	7%	1	3%
2		19	65%	0	0	10	35%
3		13	44%	5	17%	11	38%
4		24	83%	4	14%	1	3%
Actividad 3							
1		13	45%	11	38%	5	17%
	a)	19	65%	8	28%	2	7%
	b)	21	72%	5	17%	3	10%
	c)	14	48%	9	31%	6	21%
	d)	7	24%	14	48%	8	28%
	e)	6	21%	15	51%	8	28%
	f)	13	44%	1	3%	15	52%
	g)	21	73%	6	21%	2	7%
Actividad 4							
1		4	14%	9	31%	16	55%
	a)	4	14%	13	45%	12	41%
	b)	7	24%	15	52%	7	24%
	c)	7	24%	11	38%	11	38%
	d)	9	31%	13	45%	7	24%
	e)	16	55%	0	0	13	45%
	f)	8	28%	3	10%	18	62%
	g)	12	41%	7	24%	10	35%
Actividad 5							
1		11	38%	9	31%	9	31%
2		9	31%	8	28%	12	41%

3		6	21%	12	41%	11	38%
4		8	28%	13	45%	8	28%
5		24	83%	0	0	5	17%

A continuación se presenta la estructura de las cinco actividades que dan cuenta de los conocimientos previos de los estudiantes, denotando algunas acotaciones de los resultados obtenidos. Además, se muestra como uno de los estudiantes desarrolló cada una de las actividades.

### Actividad 1

1. Lea con atención los siguientes enunciados:
  - a) Un número aumentado 27 es igual a 35.
  - b) El cuádruplo de un número disminuido 32 es igual a 8.
  - c) Una ranita se traslada 13 pasos a la izquierda, da un salto y caen en el punto 31.
  - d) La sexta parte de un número más 7 es 28.

2. Escribe en lenguaje algebraico o matemático los enunciados anteriores:

- a) \_\_\_\_\_
- b) \_\_\_\_\_
- c) \_\_\_\_\_
- d) \_\_\_\_\_

3. Las expresiones anteriores (numeral 2), reciben el nombre de \_\_\_\_\_

¿por qué? \_\_\_\_\_

4. Encontremos el número que hace falta en cada enunciado y comprobemos si hay igualdad entre las cantidades. (Resolver en el cuaderno).

**Conocimiento evaluado:** Matematizar y resolver algebraicamente una expresión verbal.

**Análisis:** Los estudiantes en el desarrollo de la actividad 1 se observa un poco de más de acierto que de dificultades. Por ejemplo en el ítem **a**, se observa que el 55% de los asistentes

lograron representar las expresión en lenguaje algebraico, el 28% presentaron errores en la escritura y 17% no lograron escribir nada. Pero en términos particulares, los estudiantes en el ítem (d) de la misma actividad, se les observó que solo el 31% de los estudiantes lo expresó en lenguaje algebraico, 55% falló en la escritura y el 14% dejó el espacio en blanco. Significa esto que hay muchos vacíos en matematizar expresiones verbales al lenguaje algebraicos. No obstante, se resalta que el 36% de los estudiantes lo logra, que un 41% escriben las expresiones de manera errada, con pocas aproximaciones, resultado que resalta la falta de práctica para enfrentar este tipo de proceso matemático.

### Respuesta a la actividad 1

Figura 2

Algunas soluciones a la actividad 1



UNIVERSIDAD  
ICESI

I.E. HUMBERTO JORDAN MAZUERA

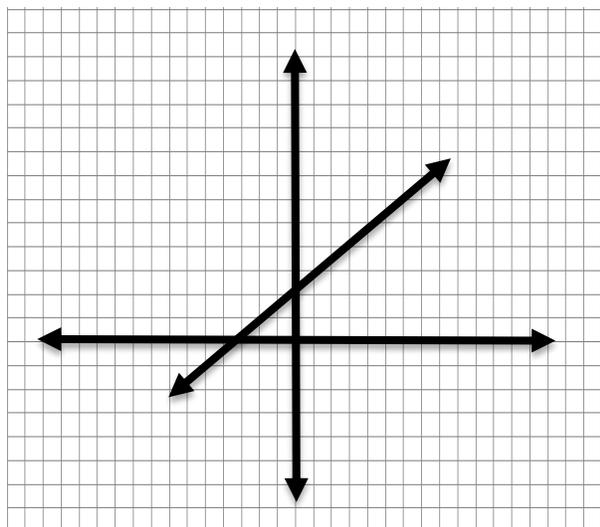
AREA MATEMÁTICAS: GRADO NOVENO 2

Actividad # 1

- Lea con atención los siguientes enunciados:
  - Un número aumentado 27 es igual a 35.
  - El cuádruplo de un número disminuido 32 es igual a 8.
  - Una ranita se traslada 13 pasos a la izquierda, da un salto y caen en el punto 31.
  - La sexta parte de un número más 7 es 28.
- Escribe en lenguaje algebraico o matemático los enunciados anteriores:
  - $x + 27 = 35$
  - $4x - 32 = 8$
  - $x - 13 = 31$
  - $\frac{x}{6} + 7 = 28$
- Las expresiones anteriores (numeral 2), reciben el nombre de ecuaciones ¿por qué?  
porque es una estructura que permite una igualdad entre dos cantidades
- Encontremos el número que hace falta en cada enunciado y comprobemos si hay igualdad entre las cantidades. (Resolver en el cuaderno).

## Actividad 2

1. observa con atención la siguiente figura:



a) Qué observas en la figura.

\_\_\_\_\_

b) Cuando  $x = 0$ , quién es  $y =$ \_\_\_\_, este punto recibe el nombre de \_\_\_\_\_

c) Si  $x$  toma el valor de 3, entonces  $y$  es \_\_\_\_\_

d) Si el valor de  $y$  es 0, el de  $x$  es \_\_\_\_\_, este lleva por nombre \_\_\_\_\_

e) ¿Cuál será la pendiente de la recta?

f) Encontramos la ecuación de la recta.

g) La recta es una función \_\_\_\_\_

2. ¿Qué relación encuentras entre la actividad 1 y la 2. \_\_\_\_\_

3. ¿Cuál es el exponente de las variables  $X$  y  $Y$ ? \_\_\_\_\_

4. A estas expresiones las llamamos \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_

**Conocimiento evaluado:** Resolver funciones lineales, demostrando la pendiente y la ecuación de la recta.

**Análisis:** De la actividad 2 se deduce que un grupo de los estudiantes logran resolver funciones lineales, encontrar la pendiente y la ecuación de la recta parcialmente, destacándose más el nivel bajo. Solo el 43% acierta con satisfacción la actividad, el 24% presenta dificultad en

los procedimientos y el 33% deja la actividad en blanco. Por consiguiente, se toma como referencia el ítem f, en el cual el 28% de los estudiantes fueron efectivos, el 44% no acierta y se observa múltiples dificultades y el 28% lo deja en blanco.

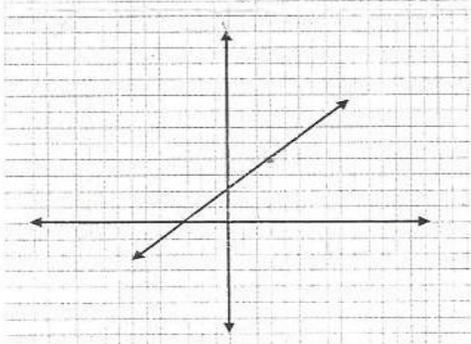
### Respuesta a la actividad 2

Figura 3

Algunas soluciones a la actividad 2.

Actividad # 2

1. observa con atención la siguiente figura:



a) Qué observas en la figura.  
una función lineal

b) Cuando  $x = 0$ , quién es  $y =$  -2, este punto recibe el nombre de punto de intersección

c) Si  $x$  toma el valor de 3, entonces  $y$  es 4

d) Si el valor de  $y$  es 0, el de  $x$  es -3, este lleva por nombre punto de intersección

e) ¿Cuál será la pendiente de la recta?

f) Encontramos la ecuación de la recta.

g) La recta es una función lineal (coeficiente

2. ¿Qué relación encuentras entre la actividad # 1 y la # 2? Creo que estos puntos se relacionan ya que ambos utilizan ecuaciones pero el procedimiento cambia

3. ¿Cuál es el exponente de las variables  $X$  y  $Y$ ? \_\_\_\_\_

4. A estas expresiones las llamamos ecuaciones de primer grado

### Actividad 3

1. Grafiquemos en el mismo plano cartesiano los puntos de  $L_1 = (-2,2)$  y  $(0,-3)$  y  $L_2 = (1,2)$  y  $(3,-2)$  (resolver en el cuaderno las respuestas largas).

- La recta  $L_1$  es una función lineal \_\_\_\_\_, explique el por qué...
- La recta  $L_2$  forma una función lineal \_\_\_\_\_, ¿Por qué?
- Las rectas  $L_1$  y  $L_2$  son funciones \_\_\_\_\_ ¿Por qué?
- Encuentra las pendientes de las rectas  $L_1$  y  $L_2$ . ¿Qué relación tienen? \_\_\_\_\_

- e) Halla las ecuaciones de rectas  $L_1$  y  $L_2$ . ¿Se relacionan con el numeral anterior? \_\_\_\_ ¿Por qué? \_\_\_\_\_
- f) Escribe las características que indican cuando dos funciones lineales son paralelas.
- g) La estructura de las funciones formadas por las rectas  $L_1$  y  $L_2$  se relacionan con la gráfica y ecuación de la actividad # 2? ¿Por qué?

**Conocimiento evaluado:** Graficar funciones lineales, **identificando** rectas paralelas.

**Análisis:** Los resultados que encierran los ítems de esta actividad, permiten deducir que el 49% de los estudiantes tienen capacidades de graficar, identificar y demostrar cuando dos rectas son o no paralelas. El 30% de los ítems se responden con desaciertos y el 21% dejan la actividad en blanco.

Uno de los ítems que relaciona esta actividad con las anteriores es el ítem **g**, del cual se puede decir que el 73% de los estudiantes identifican las relaciones entre ellas, expresando que todas giran en torno al objeto matemático de ecuaciones de primer grado. Por último, el 21% de los estudiantes lo intenta de manera incorrecta y solo el 7% dejan el ítem en blanco.

### Respuesta a la actividad 3

Figura 4

Algunas soluciones a la actividad 3.

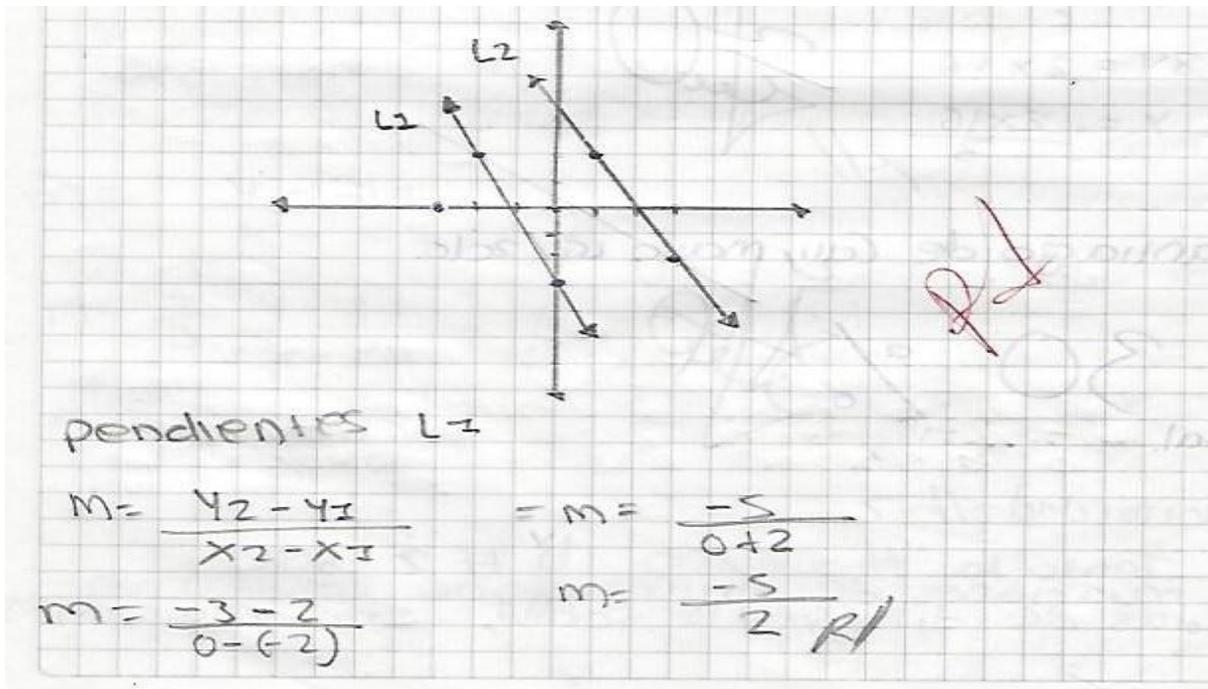


Figura 5

Algunas soluciones a la actividad 3



1. Grafiquemos en el mismo plano cartesiano los puntos de  $L_1 = (-2, 2)$  y  $(0, -3)$  y  $L_2 = (1, 2)$  y  $(3, -2)$  (resolver en el cuaderno las respuestas largas).

- La recta  $L_1$  es una función lineal decreciente. explique el por qué...
- La recta  $L_2$  forma una función lineal decreciente. ¿Por qué? *porque la pendiente es negativa*
- Las rectas  $L_1$  y  $L_2$  son funciones perpendiculares decrecientes. ¿Por qué? *las pendientes no son iguales*
- Encuentra las pendientes de las rectas  $L_1$  y  $L_2$ . ¿Qué relación tienen? son negativas.
- Halla las ecuaciones de rectas  $L_1$  y  $L_2$ . ¿Se relacionan con el numeral anterior? NO.  
¿Por qué? son dos rectas y son decrecientes
- Escribe las características que indican cuando dos funciones lineales son paralelas.
- La estructura de las funciones formadas por las rectas  $L_1$  y  $L_2$  se relacionan con la gráfica y ecuación de la actividad # 2? ¿Por qué?

#### Actividad 4

1. Representa en otro plano cartesiano los puntos  $L_1 = (1, -1)$  y  $(3, -7)$ ;  $L_2 = (1,5)$  y  $(3,6)$
- ¿Qué rectas formaste? \_\_\_\_\_
  - Encuentra las pendientes de las rectas.
  - ¿Cómo son sus pendientes? \_\_\_\_\_
  - Al multiplicar las pendientes entre si ¿Qué valor obtienes? \_\_\_\_\_
  - Las rectas  $L_1$  y  $L_2$  forman funciones \_\_\_\_\_ ¿Por qué?
  - Enumera las características para que dos o más funciones lineales sean perpendiculares.
  - ¿Qué piensas sobre las cuatro actividades se relacionan?, ¿Qué tienen en común? Y ¿En qué se diferencian?

**Conocimiento evaluado:** Graficar funciones lineales, identificando rectas perpendiculares.

**Análisis:** La solución de la actividad 4 partió de ubicar pares ordenados en el plano cartesiano. De allí se derivaron 7 ítems, con los cuales se promedia que el 29% de los estudiantes los resuelven satisfactoriamente, que el 31% lo hace incorrectamente y el 40% deja la actividad en blanco. Pero si particularmente, se analiza el ítem g se observa que el 41% de los mismos estudiantes le dan sentido y significado a la actividad relacionándola con las anteriores. El 24% siente dificultad y no logra encontrar su relación de manera coherente. Finalmente, el 35% de los estudiantes dejan en blanco el ítem.

#### Respuesta a la actividad 4

Figura 6

Algunas soluciones a la actividad 4.

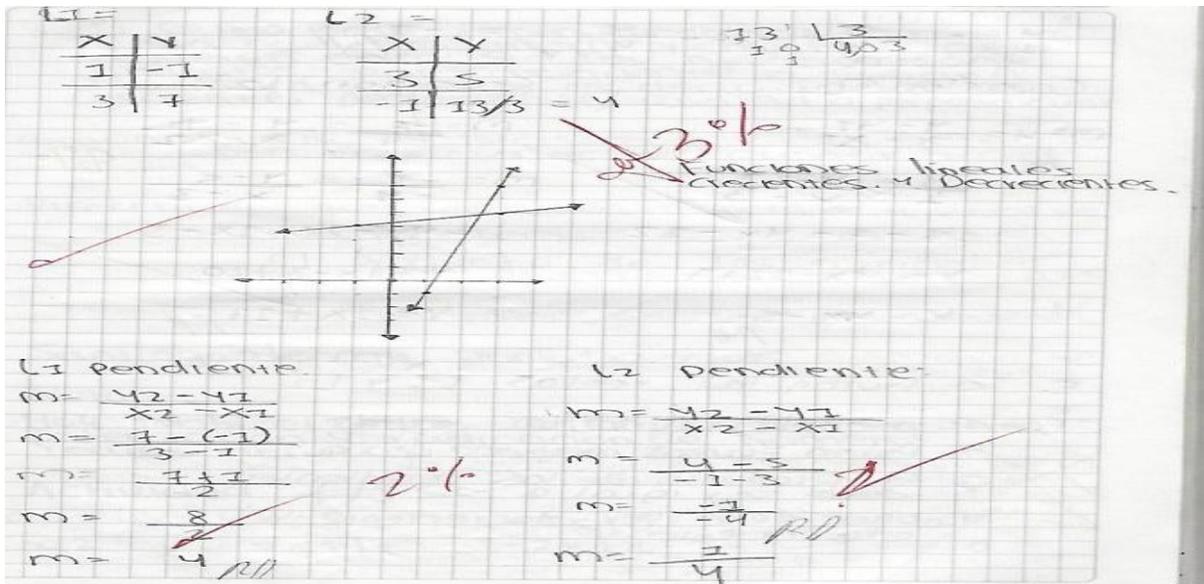
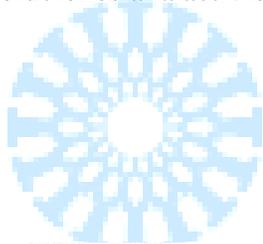


Figura 7

Algunas soluciones a la actividad 4.



UNIVERSIDAD  
ICESI

#### Actividad # 4

2. Representa en otro plano cartesiano los puntos  $L_1 = (1, -1)$  y  $(3, 7)$ ;  $L_2 = (3, 5)$  y  $(4, 13/3)$ 
  - a) ¿Qué rectas formaste? Rectas Crecientes y Decrecientes.
  - b) Encuentra las pendientes de las rectas.
  - c) ¿Cómo son sus pendientes?  $L_1$  y  $L_2$  son positivas y Crecientes
  - d) Al multiplicar las pendientes entre si ¿Qué valor obtienes? -1
  - e) Las rectas  $L_1$  y  $L_2$  forman funciones Crecientes ¿Por qué?
  - f) Enumera las características para que dos o más funciones lineales sean perpendiculares.
  - g) ¿Qué piensas sobre las cuatro actividades se relacionan?, ¿Qué tienen en común? Y ¿En qué se diferencian?

#### Actividad 5

**Conocimiento evaluado:** Representar funciones implícitas y realizar una lectura sobre la historia de las ecuaciones lineales.

**Análisis:** Partiendo de un análisis colectivo, se observa que el 40% de los estudiantes logran cumplir con éxito el desarrollo de toda la actividad. El 28% no acierta, presentando una serie de irregularidades en la representación de ecuaciones y el 32% no logra escribirlas. En la pregunta número 2, los estudiantes expresan un comportamiento poco satisfactorio, porque solo el 31% de los presentes logran escribir ecuaciones implícitas. El 28% de los estudiantes procede de manera incorrecta y el 41% entregan la actividad en blanco, observándose poco manejo estructural de este tipo de ecuaciones.

### Respuesta a la actividad 5

Figura 8

Algunas soluciones a la actividad 5.

#### Actividad # 5

- Escribe las ecuaciones de la actividad # 4  $y = 4x - 5$   
 $y = -x + 17$
- Exprésalas ahora en esta estructura  $ax + by = c$ :  $-4x + y = -5$   
 $-x + y = 17$
- ¿Qué observas entre la estructura de las expresiones del # 1 y 2? ¿qué pasa?  
que aunque sea diferente estructura cambia ya que algunos números cambian de posición y por ende se llama al
- ¿Cómo puedes llamar la relación entre dos ecuaciones lineales? SISTEMA
- Historia de las ecuaciones lineales.**

La primera fase, que comprende el periodo de 1700 a. de C. a 1700 d. de C., se caracterizó por la invención gradual de símbolos y la resolución de ecuaciones. Dentro de esta fase encontramos un álgebra desarrollada por los griegos (300 a. de C.), llamada *álgebra geométrica*, rica en métodos geométricos para resolver ecuaciones algebraicas.

La introducción de la notación simbólica asociada a Viéte (1540-1603), marca el inicio de una nueva etapa en la cual Descartes (1596-1650) contribuye de forma importantes al desarrollo de dicha notación. En este momento, el álgebra se convierte en la ciencia de los cálculos simbólicos y de las ecuaciones. Posteriormente, Euler (1707-1783) la define como la teoría de los "cálculos

### Conclusiones del diagnóstico

El análisis hecho en cada actividad y la observación pertinente en las mismas, dieron paso a concluir que las dificultades más visibles en los estudiantes son:

1. Expresar en lenguaje algebraico enunciados verbales.
2. Encontrar la pendiente y ecuación de una recta.
3. Demostrar la relación entre dos puntos de una recta.
4. Dar solución a ecuaciones con dos variables.
5. Pasar una ecuación de su estructura implícita a explícita y viceversa.
6. Sustentar por qué dos rectas son paralelas o perpendiculares.

A manera general se concluye que los estudiantes del grado noveno dos tienen una variedad de dificultad en procesos como matematizar, representar codificar, comunicar en y con las matemáticas el objeto matemático de ecuaciones lineales en su forma gráfica, variacional o estructural. Es decir, que recogiendo todos los resultados de las cinco actividades de evidencia que el 43% de los estudiantes tiene idea de los procesos antes mencionados y que el 57% tiene dificultad en los mismos. Esto da a entender que hay falencias relevantes en el grupo para comunicar en y con las matemáticas.

### **3.4. Diseño de la situación didáctica**

La situación didáctica se diseña a partir de situaciones problemas que contextualicen el entorno sociocultural de los estudiantes. El planteamiento va dirigido de tal manera que el estudiante se enfrente a situaciones individuales y grupales, partiendo de saberes establecido constituya y enfrente saberes nuevos.

La situación didáctica consiste en el planteamiento de una actividad que se desarrollara de acuerdo a lo expuesto en las situaciones micro didácticas. En las tres sesiones se resolverán

problemas del entorno sociocultural del estudiante, estimando que sea él mismo quien formule y plantee situaciones que involucre su contexto.

La situación didáctica permitirá en el estudiante un pensamiento progresivo desde las situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización.

### 3.4.1. Identificación de variables en las situaciones de aprendizaje

Situaciones de aprendizaje Comidas rápidas del barrio	Situación didáctica
<p><b>Actividad 1</b></p> <p>Esta situación se desarrolla en tres sesiones, donde se relaciona un sistema de ecuaciones lineales, que permiten explicar y dibujar varias relaciones gráficas y algebraicas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Las ecuaciones presentan una estructura de una función afín implícita.</li> <li>• Parámetros permanentes.</li> </ul>

La situación didáctica planteada en la actividad genera un grado de dificultad periódico. En la actividad se proponen tres sesiones: una individual y dos grupales. En la individual el estudiante se enfrenta a una situación cotidiana, donde pone en desarrollo sus saberes previos. Una de las grupales da inicio a la situación didáctica con una puesta en escena en el aula la otra pone en juego nuevos saberes.

### 3.4.2. Situación diseñada

La situación didáctica es diseñada desde el análisis realizado en los capítulos anteriores. Ella está determinada por una actividad, de la cual se espera un alto compromiso de los

estudiantes en la solución del problema que enfoca su contexto. Donde se debe evidenciar los procesos del paso a paso que moviliza un sistema de ecuaciones lineales.

Seguidamente, se presenta el diseño de la actividad que integra la situación didáctica. En este diseño se hace énfasis la promoción de los saberes previos de los estudiantes.

## **Actividad**

### **Sesión 1: Trabajo grupal**

Los estudiantes asistentes se dividen en tres grupos: los clientes, los dueños de la tienda “Pizzas Rica” y los empleados. Los clientes se sientan en masas para ser atendido y harán su pedido. Luego, se toma el pedido de dos mesas y con la información se plantea una situación problema como la siguiente:

Uno de los clientes llamado Andrés hizo un pedido de 2 pizzas y 3 gaseosas, pagando por ello \$ 7.800, y comparte con los que integran su mesa. Mas tardes, Kevin pide para su mesa 5 pizzas y 6 gaseosas, pagando \$ 17.400. Un amigo en común de Kevin y Andrés discute sobre el costo que pagaron sus compañeros por un jugo y una pizza. ¿A qué acuerdo llegan los chicos sobre el costo de una gaseosa y una pizza?

### **Sesión 2: Trabajo individual**

**A.** Identifica los datos conocidos

---

---

---

**B.** Carlos le dice a Andrés que un jugo cuesta \$1.200 y la pizza \$ 1500, por lo tanto le están cobrando de más. Pero Gustavo dice que no es así, porque entre el jugo y la pizza se paga un total \$ 3.200. ¿Cuál de los dos chicos tiene la razón? ¿Por qué?

---



---

**C.** Diana dice que Kevin pago más de la cuenta, porque un jugo cuesta \$2000. Ángela dice que no es lógico, porque estaría pagando dos pizzas más. ¿Quién estará diciendo la verdad? \_\_\_\_\_ ¿Por qué? -

---

**D.** Dale un código o variable a la pizza y otro al jugo. \_\_\_\_\_

**E.** Con los códigos o variable establecidos en (D), expresa una estructura algebraica que muestre:

El costo de dos pizzas y tres jugos: \_\_\_\_\_, ¿Qué formaste?

---

**F.** Plantea una ecuación con el siguiente caso:

Costo de cinco pizzas y seis jugos: \_\_\_\_\_, ¿hay relación con el planteamiento anterior? \_\_\_\_\_ ¿Por qué? \_\_\_\_\_

---

**G.** Plantea una ecuación para el costo de seis jugos: \_\_\_\_\_, ¿Con qué temática desarrollada en el año se relaciona?:

\_\_\_\_\_ ¿Por qué? \_\_\_\_\_

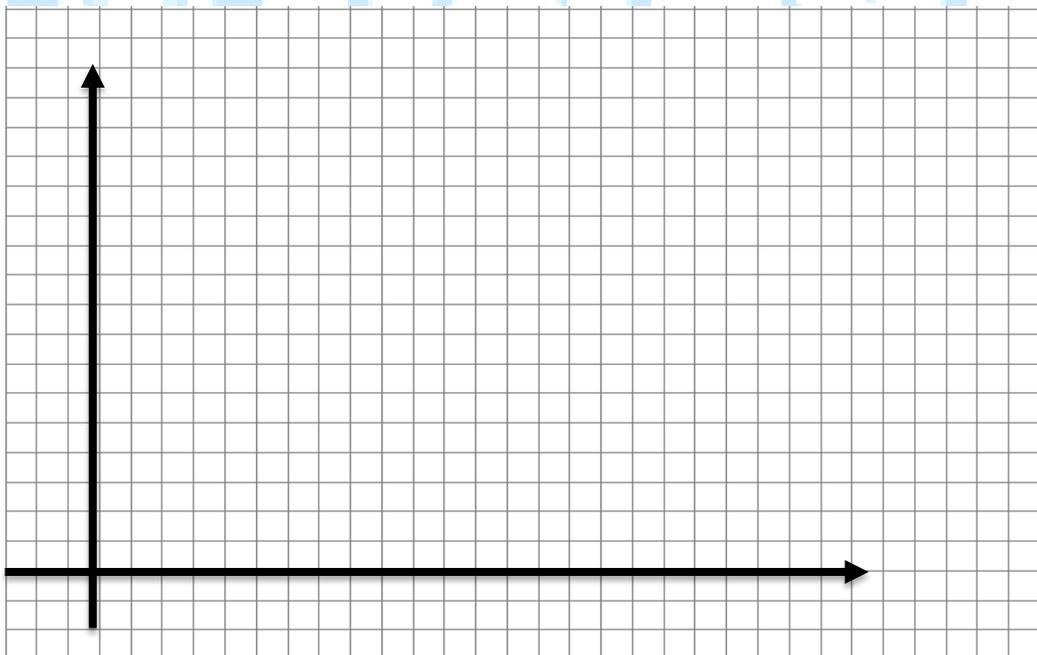
---

**H.** Completa la tabla dándole valores X y Y, que permitan resolver las ecuaciones presentadas.

Ecuación 1: $2x + 3y = 7800$			Ecuación 2: $5x + 6y = 17400$		
x	y	(x,y)	x	y	(x,y)
0	2600	(0,2600)	0	2900	
1800					
2400			2400		
3000		(____, 600)			(____,400)

I. Observa la tabla anterior y cuenta si hay un momento donde las dos ecuaciones obtienen el mismo par ordenado. \_\_\_\_\_ ¿Cuál? \_\_\_\_\_

J. Gráfica los valores (pares ordenados) obtenidos en las ecuaciones anteriores.



K. Las rectas dibujadas son de forma: \_\_\_\_\_, ¿Por qué? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

L. ¿Hay algún momento donde las rectas se crucen?\_\_\_\_\_ ¿En qué momento?

---

M. ¿Cómo podemos llamar el cruce entre las rectas? \_\_\_\_\_

N. Escribe el par ordenado (            ,            ). ¿Qué relación observas entre las dos rectas? \_\_\_\_\_

O. Las coordenadas (x, y) en el par ordenado serian (            ,            ).

P. Entonces, se puede decir que las coordenadas y el par ordenado son:

---

Q. Ahora, ¿qué relación hay entre el punto de intersección con el problema planteado?

---

## Sesión 2: Trabajo grupal

Los grupos conformados deben realizar un análisis reflexivo donde confronten los hallazgos encontrados individualmente. Para esto deben tener en cuenta:

A. Escribir las conclusiones que sintetice los acuerdos de la confrontación.

---



---



---



---

B. Plantear un sistema de ecuaciones lineales que resuma la situación-problema y resuélvelo por uno de los métodos de solución.

Sistema de ecuación lineal y Resolución	Resolución

C. ¿Cuál es el valor de cada una de las variables que plantean el problema?

---

D. ¿Qué relaciones encontraron entre la situación planteada y los valores encontrados?

---



---



---

### 3.4.3. Resultados y análisis: Grupo experimental

Los resultados de la actividad que encierra los momentos de la situación didáctica aplicada el grupo experimental están contenidos en las siguientes tablas, donde se expresa de manera individual y colectiva la cantidad de estudiantes y grupos que obtuvieron:

- A. Respuestas correctas
- B. Respuestas incorrectas
- C. Respuestas en blanco
- (-). Estudiantes que no asistieron a clase

Tabla 8

Análisis individual de la aplicación de la situación didáctica.

Estudiante		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29		
<b>Sesión 1</b>		A	-	A	A	A	-	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A		
<b>Sesión 2</b>	<b>A</b>	C	-	A	A	B	-	A	A	C	A	A	A	A	A	A	A	B	A	A	A	A	A	B	A	A	A	A	A	A		
	<b>B</b>	C	-	A	B	C	-	C	B	B	C	A	B	B	C	C	B	B	B	A	C	A	A	C	C	A	A	C	A	C		
	<b>C</b>	C	-	A	B	C	-	C	B	C	C	A	B	B	B	C	B	B	B	A	C	A	B	B	B	A	A	B	A	B		
	<b>D</b>	C	-	A	B	B	-	C	A	C	B	A	A	A	B	A	C	B	C	A	A	A	A	C	C	A	A	C	A	A		
	<b>E</b>	B	C	A	B	B	C	C	A	C	B	A	A	A	B	B	C	B	C	A	B	A	B	A	B	A	A	A	C	A	B	
	<b>F</b>	B	C	A	B	B	C	C	A	C	B	A	A	A	B	B	C	B	C	A	B	A	B	A	B	A	A	A	C	A	B	
	<b>G</b>	B	C	A	B	B	C	C	A	C	B	A	A	B	B	B	C	B	C	A	B	A	B	A	B	A	A	A	B	A	B	
	<b>H</b>	C	-	A	-	B	-	-	A	C	B	A	A	B	B	B	-	B	C	A	B	A	C	A	B	A	A	A	A	A	A	
	<b>I</b>	C	-	A	-	C	-	-	A	C	C	A	A	A	A	B	-	B	B	A	B	A	B	A	B	A	A	A	A	A	A	
	<b>J</b>	C	-	A	-	C	-	-	A	C	C	A	A	B	C	C	-	B	B	A	C	A	C	A	C	A	A	B	A	A	A	
	<b>K</b>	B	-	A	-	C	-	-	A	C	C	A	A	A	B	B	-	B	B	A	B	A	B	A	B	A	A	A	B	A	A	
	<b>L</b>	B	-	A	-	C	-	-	A	C	C	A	A	B	B	B	-	B	B	A	B	A	B	A	C	A	A	B	A	A	A	
	<b>M</b>	B	-	A	-	C	-	-	A	C	C	A	A	A	B	B	-	B	B	A	B	A	B	A	C	A	A	B	A	A	A	
	<b>N</b>	B	-	A	-	B	-	-	A	C	C	A	A	A	A	B	-	B	B	A	B	A	B	A	C	A	A	A	A	A	A	
	<b>O</b>	A	-	A	B	A	C	B	A	C	A	A	A	A	A	A	-	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	-	A	A
	<b>P</b>	B	-	A	B	B	C	C	A	C	B	A	A	A	A	A	-	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	-	A	A	
	<b>Q</b>	B	-	A	C	C	C	C	A	C	B	A	A	A	A	A	-	B	A	A	A	A	A	A	B	A	A	B	-	A	A	
	<b>Sesión 3</b>	<b>A</b>	A	-	A	B	B	C	A	A	C	B	A	A	A	A	-	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	-	A	A	
<b>B</b>		B	-	A	B	B	C	A	A	C	B	A	A	A	A	-	B	B	A	A	A	A	A	B	A	A	B	-	A	A		
<b>C</b>		A	-	A	B	B	C	A	A	C	B	A	A	A	A	-	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	-	A	A		
<b>D</b>		A	-	A	B	B	C	A	A	C	B	A	A	A	A	-	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	-	A	A	A	

Tabla 9

Resultado general de la situación didáctica.

Sesiones de la situación didáctica	A	%	B	%	C	%	Estudiantes Asistentes
<b>Sesión 1: trabajo en grupos</b>	27	100%	0	0%	0	0%	27
<b>Sesión 2: trabajo individual</b>							27
A	22	81%	3	11%	2	8%	
B	8	30%	7	26%	12	44%	
C	7	26%	13	48%	7	26%	
D	14	52%	5	18%	8	30%	
E	11	40%	10	34%	8	26%	
F	11	40%	10	34%	8	26%	29
G	10	34%	13	45%	6	21%	24
H	12	50%	7	29%	5	21%	
I	14	58%	7	29%	3	13%	
J	11	46%	4	17%	9	37%	
K	12	50%	9	37%	3	13%	
L	11	46%	9	37%	4	17%	
M	12	50%	8	33%	4	17%	
N	14	58%	5	21%	5	21%	
O	22	84%	2	8%	2	8%	26
P	19	73%	4	15%	3	12%	
Q	16	62%	5	19%	5	19%	
<b>Sesión 3: trabajo en grupos</b>							
A	21	80%	3	12%	2	8%	
B	18	69%	5	19%	3	12%	
C	21	80%	3	12%	2	8%	
D	21	80%	3	12%	2	8%	

## Actividad

### Sesión 1: Trabajo en grupo

La situación didáctica inicia con la llevada al aula de tres pizzas y dos tres litros de gaseosa. Con los productos se forma una escena donde los 27 participantes se dividen en tres grupos: los propietarios de la tienda “Pizza Rica”, los empleados y los clientes. Los clientes se sentaron en 4 mesas formando grupo de familias y amigos, ellos realizaron pedidos a los empleados o meseros de manera aleatoria, conforme a los integrantes de cada mesa y pagaban con billetes didácticos o bonos de promoción. Luego de que todos participaron y comieron se les entregó una hoja con el contenido de lo que ellos terminaban de hacer a través de una situación problémica planteada.

### Sesión 2: Trabajo individual

Los estudiantes leyeron la situación planteada y comenzaron a resolver la sesión dos, la cual comprende 17 ítems. De estos, realizaron los ítems A, B, C y D en la primera clase del 29 de septiembre de 2016. Posteriormente, en la clase del 5 de octubre continuaron con la sesión, desarrollando los ítems E, F y G. Luego, en la clase del 19 de octubre dieron solución a los ítems H, I, J, K, L, M, y N. Por último, en la clase del 20 del mismo mes terminaron de resolver esta sesión, la cual se describe en la siguiente tabla:

#### 3.4.4. Fases de la situación didáctica

Tabla 10

Resultado y análisis de la situación didáctica, sesión 2.

Ítem	Fases	Comportamiento
A	Acción	El estudiante escribe los datos conocidos. Gasto generado en la compra de 2 pizzas y 3 gaseosas = 7800, el costo de 5

		pizzas y 6 gaseosas = 17400. 22 estudiantes de 27 asistentes lo hacen sin contratiempo. (Ver figura 8 y 9).
B	Acción	Aquí el estudiante calcula el gasto que hacen los dos clientes. Según, se gastaría Andrés \$ 6900 y Kevin \$ 15000, para un total de \$ 21900, lo cual no sería equivalente a \$ 25200, que es el gasto que hace Andrés y Kevin juntos. 8 estudiantes concluyen que Gustavo dice lo correcto, usando la estrategia del conteo y la del ensayo-error. (Ver figura 8 y 9).
C	Acción	Los estudiantes en este ítem utilizaron la estrategia del cálculo mental y la del tanteo, aplicando operaciones como la adición, la sustracción y la multiplicación, usando calculadora, el celular y el cuaderno. 7 estudiantes reafirmaron el valor exacto de una gaseosa y una pizza, demostraron que si el jugo cuesta \$ 2000, entonces Andrés estaría pagando \$ 9600, y Kevin \$ 21000, lo cual comparado con el problema, Andrés estaría pagando menos. Esto significo para ellos, que Ángela tiene la razón. (Ver figura 8 y 9).
D	Acción	Los estudiantes dan una variable para la pizza (p) y otra para la gaseosa (g), otros escriben como variable a X para la pizza, Y para la gaseosa, pero presentando dificultad y duda en el proceso de codificar, al tanto que preguntan al profesor, a los compañeros y tratan de mirar que escribieron los demás.

		Este ítem lo responden satisfactoriamente 14 estudiantes. (Ver figura 8 y 9).
E, F y G	Acción Formulación	Un promedio de 10 estudiantes expresan en términos algebraicos el costo de 2 pizzas y 3 gaseosas $2x+3y=7800$ , de 5 pizzas y 6 jugos $5x + 6y = 17400$ y el valor de 6 jugos $6y = -5x + 17400$ . Es decir que 10 estudiantes modelan o matematizan situaciones de su contexto a la matemática. En estos ítems hubo mucha incertidumbre, dudas, dificultades, distracciones y conversaciones entre algunos estudiantes irrumpiendo un poco las reglas o los acuerdos establecidos en el aula. Para los 10 estudiantes llegar al acierto usaran la estrategia del método heurístico o abductivo (la prueba del ensayo-error). (Ver figura 8 y 9).
H	Acción	Los estudiantes presentaron mucha resistencia en este ítem. Se les vio muy tensionados, conmocionados y preocupados, pero a medida que pasaba el tiempo iban recomponiendo el camino al tanto de que 12 estudiantes completaron la tabla mostrándose muy alegres. Para esto utilizaron la estrategia de recordar y retomar el proceso de la tabulación y el uso de los apuntes de sus cuadernos de matemática para haber que les servía de allí. (Ver figura 8 y 9).
I	Acción	Partiendo de lo realizado en el ítem H, 14 estudiantes lograron identificar y describir el punto donde las ecuaciones

		obtienen el mismo par ordenado, señalándolo de esta manera: $(x, y) = (1800, 1400)$ . (Ver figura 8 y 9).
J	Acción	<p>De los 24 estudiantes asistente, solo 15 lograron representar y graficar las rectas que pasan por las ecuaciones <math>2x+3y = 7800</math> y <math>5x+6y=17400</math>, para esto utilizaron la información del ítem H.</p> <p>Por la magnitud de la situación problemática planteada, los estudiantes presentaron dificultades para ubicar los puntos en el plano cartesiano, para graficar o dibujar las rectas, para trazarlas y que formaran líneas rectas. (Ver figura 8 y 9).</p>
K	Acción	<p>De las 15 estudiantes que lograron graficar las rectas, solo 12 comunican que ambas son decreciente. Unos las identificaron por su forma, dirección y sentido. Otros porque en el momento de la tabulación en el ítem H al despejar la coordenada Y observaron que la parte numérica que acompañaba a la variable X es negativa y recordaron el concepto que dicho número es la pendiente de una recta. Por lo tanto, sustentaron que cuando la pendiente de una recta es negativa su presentación es decreciente. (Ver figura 8 y 9).</p>
L	Acción	15 estudiantes dan cuenta del momento donde se cruzan las rectas y lo describen diciendo que el punto donde se cortan es $(1800, 1400)$ . En este ítem solo presentaron dificultades 5

		estudiantes que lo desarrollaron con desacierto o incorrecto y 4 que lo dejaron en blanco. (Ver figura 8 y 9).
M	Acción	El ítem M, sufrió unas incoherencias por ansiedad y porque desbordaron en la motivación creyendo que era fácil responder, pero al tomar conciencia y serenidad de los 24 asistentes solo 12 acertaron, identificando que el punto donde se cruzan dos rectos se llama intersección. (Ver figura 8 y 9).
N	Acción	14 estudiantes lograron escribir el par ordenado (1800,1400) y luego explican que es el mismo punto por donde se cruzan las rectas, el cual relación a las ecuaciones. (Ver figura 8 y 9).
O	Acción	De 26 estudiantes, 22 relacionan que las coordenadas (x, y) en el par ordenado que se cruzan las rectas es el mismo punto (1800,1400), donde $X = 1800$ y $Y = 1400$ . (Ver figura 8 y 9).
P	Acción	Analizando el contenido del ítem P, se deduce que hay una ambigüedad y eso confundió a los estudiantes. Además se puede llegar a pensar que falto darle mayor profundidad a la lectura para su comprensión. Se esperaba que los estudiantes relacionaran las coordenadas con el par ordenado, diciendo que este es el valor numérico de las coordenadas (x, y). Pero, de los 26 asistentes a la clase contestaron que las coordenadas y el par ordenado era el punto de intersección entre las dos rectas. (Ver figura 8 y 9).

Q	Validación	<p>16 estudiantes deducen que el punto de intersección entre las rectas y que además fue identificado en el ítem J y demostrado en ítem H hacen referencia a la solución del problema. Porque el par ordenado (1800,1400) es el valor de una pizza y de una gaseosa. Ciento 1800 = a una pizza y 1400 a un jugo, de esta manera el valor numérico de las variables es <math>X = 1800</math> y <math>Y = 1400</math>. (Ver figura 8 y 9).</p>
---	------------	--

Figura 9

Respuesta del estudiante E21 a la sesión 2, ítems A- F.

Grado: Q-2

Actividad

**Sesión 1: Trabajo grupal**

Los estudiantes asistentes se dividen en tres grupos estratégicamente: los clientes, los dueños de la tienda "Pizzas Rica" y los empleados. Los clientes se sientan en masas para ser atendido y harán su pedido. Luego, se toma el pedido de dos mesas y con la información se plantea una situación problema como la siguiente:

Uno de los clientes llamado Andrés hizo un pedido de 2 pizzas y 3 gaseosas, pagando por ello \$ 7.800, y comparte con los que integran su mesa. Mas tardes, Kevin pide para su mesa 5 pizzas y 6 gaseosas, pagando \$ 17.400. Un amigo en común de Kevin y Andrés discute sobre el costo que pagaron sus compañeros por un jugo y una pizza. ¿A qué acuerdo llegan los chicos sobre el costo de una gaseosa y una pizza?

**Sesión 2: Trabajo individual**

A. Identifica los datos conocidos

2 pizzas y 3 gaseosas = 7.800  
5 pizzas y 6 gaseosas = 17.400

B. Carlos le dice a Andrés que una gaseosa cuesta \$1.200 y la pizza \$ 1500, por lo tanto le están cobrando de más. Pero Gustavo dice que no es así, porque entre la gaseosa y la pizza se paga un total \$ 3.200. ¿Cuál de los dos chicos tiene la razón? ¿Por qué?

Gustavo tiene la razón ya que una gaseosa cuesta 1.400 y la pizza 1800 = 2 pizzas + 3 gaseosa = 7.800

C. Diana dice que Kevin pago más de la cuenta, porque una gaseosa cuesta \$2000. Ángela dice que no es lógico, porque estaría pagando dos pizzas más. ¿Quién estará diciendo la verdad? Ninguna de las dos; ¿Por qué?

Porque Kevin pago el valor correcto ya que las pizzas valen \$ 1.800 y las gaseosas \$ 1.400

D. Dale un código o variable a la pizza y otro a la gaseosa. pizza = X gaseosa = Y

E. Con los códigos o variable establecidos en (D), expresa una estructura algebraica que muestre:

El costo de dos pizzas y tres gaseosas:  $2X + 3Y = 7.800$ . ¿Qué formaste?

una ecuación de primer grado

F. Plantea una ecuación con el siguiente caso:

Costo de cinco pizzas y seis gaseosas:  $5X + 6Y = 17.400$ . ¿hay relación con el planteamiento anterior? SI. ¿Por qué? porque ambas son ecuaciones solo que al aumentar la cantidad de gaseosas y pizzas aumenta el valor de la compra.

Figura 10

Respuesta del estudiante E21 a la sesión 2, ítems G-N.

9-2

G. Plantea una ecuación para el costo de seis gaseosas:  $11400 = 5x + 6y$ . ¿Con qué temática desarrollada en el año se relaciona?: Ecuaciones de primer grado. ¿Por qué? tiene un solo exponente.

H. Completa la tabla dándole valores X y Y, que permitan resolver las ecuaciones presentadas.

Ecuación 1: $2x + 3y = 7800$			Ecuación 2: $5x + 6y = 17400$		
x	y	(x,y)	x	y	(x,y)
0	2600	(0,2600)	0	2900	(0,2900)
1800	1400	(1800,1400)	1800	7400	(1800,7400)
2400	1000	(2400,1000)	2400	900	(2400,900)
3000	600	(3000,600)	3000	400	(3000,400)

I. Observa la tabla anterior y cuenta si hay un momento donde las dos ecuaciones obtienen el mismo par ordenado. SI. ¿Cuál? (1800, 1400) (X,Y)

J. Gráfica los valores (pares ordenados) obtenidos en las ecuaciones anteriores.

K. Las rectas dibujadas son de forma: decreciente. ¿Por qué? suavias. Pendiente es negativa.

L. ¿Hay algún momento donde las rectas se crucen? SI. ¿En qué momento? se cruzan en los puntos (1800, 1400).

M. ¿Cómo podemos llamar el cruce entre las rectas? perpendiculares.

N. Escribe el par ordenado (1800, 1400). ¿Qué relación observas entre las dos rectas? que ambas son decrecientes y se cruzan en un punto (1800, 1400).

### Sesión 3: Trabajo grupal

Para el desarrollo de esta sesión se formaron 9 grupos, 8 de 3 estudiantes y uno de 2 estudiantes.

Tabla 11

Resultado y análisis de la situación didáctica, sesión 3

Ítem	Tipo de interacción	Comportamiento
		Siete grupos (21 estudiantes) confrontaron su trabajo individual con otros compañeros. Esto les permitió aclarar dudas, superar dificultades, relacionar sus aciertos, fortalecer sus conceptos, profundizar el significado de coordenadas, punto de intersección,

A	Formulación Y Validación	manejo del plano cartesiano y relación entre las variables X y Y. Además, concluyen que el punto o par ordenado (1800, 1400) es el único que aparece en la tabulación y gráfica de las dos ecuaciones, reconociendo que este punto es el mismo punto de intersección que resuelve el valor de una pizza y una gaseosa, siendo 1800 el valor de la pizza y 1400 el de la gaseosa. Por último, se observa que los estudiantes potencializan los procesos de matematizar, comunicar y representar en y con las matemáticas. (Ver figura 10,11 y 12).
B	Formulación	Seis grupos (18 estudiantes) plantean un sistema de ecuaciones lineales con dos variables y lo resuelven utilizando varios métodos de solución, lo cual permite ver el desarrollo de la matematización horizontal y vertical. Además, dan cuenta de que llegan al mismo resultado del punto de intersección (Ver figura 10,11 y 12).
C	Formulación	Siete grupo (21estudiantes) describen el valor de cada variable, donde relacionan a X con el valor de una pizza y a Y con el valor de una gaseosa, comunicando que $X = 1800$ y $Y = 1400$ (Ver figura 10, 11 y 12).
D	Validación	Los estudiantes comparan y relacionan los resultados obtenidos en los ítems H, I, J, L, N, O y Q de la segunda sesión con los ítems A, B, C y D de la tercera sesión. Esto los llevo a concluir, validar y evaluar que los resultados son los mismos tanto en el pensamiento geométrico como en el pensamiento numérico-variacional, lo cual resuelve la situación problemática planteada por los pedidos de los clientes Andrés y Kevin. (Ver figura 10, 11 y12).

Figura 11

Respuesta del estudiante E26 a la sesión 3, ítems A-D.

Sesión 3: Trabajo grupal

Los grupos conformados deben realizar un análisis reflexivo donde confronten los hallazgos encontrados individualmente. Para esto deben tener en cuenta:

- A. Escribir las conclusiones que sintetice los acuerdos de la confrontación.
- Al acuerdo que llegaron fue que la pizza costaba 1800 y la gaseosa 1400
  - En punto B Gustavo tenía la razón porque él decía que había pagado 10 <sup>correcto</sup>
  - En el punto C ninguna tiene la razón porque no sabían el verdadero costo de la pizza y la gaseosa.
- B. Plantear un sistema de ecuaciones lineales que resuma la situación-problema y resuélvelo por uno de los métodos de solución.

Sistema de ecuación lineal y Resolución	Resolución
$E1: 2x + 3y = 7800 \quad (-6)$ $E2: 5x + 6y = 17400 \quad (3)$ Elimino a y $-12x - 18y = -46800$ $+15x + 18y = 52200$ <hr/> $3x = 5400$ $x = \frac{5400}{3}$ $x = 1800$	Para y $2x + 3y = 7800$ $2(1800) + 3y = 7800$ $3600 + 3y = 7800$ $3y = 7800 - 3600$ $y = \frac{4200}{3}$ $y = 1400$

- C. ¿Cuál es el valor de cada una de las variables que plantean el problema?
- El valor de la variable  $x = 1800$  y el valor de la variable  $y = 1400$
- D. ¿Qué relaciones encontraron entre la situación planteada y los valores encontrados?
- La relación es que se halla el valor de la pizza y la gaseosa utilizando el método de eliminación, es decir el valor de las variables  $(x, y) = (1800, 1400)$

Figura 12

Respuesta del estudiante E19 a la sesión 3, ítems A-D.

C) Ninguna por q' lo q' pide Kevin es equivalente a la cuenta de pago

D)  $P + 6 = x$

E)  $2p + 3g = 7800$  forme una ecuacion

F)  $5p + 6g = 17.400$

Si ambas van unidas a una misma ecuacion

Jueves - 20 Octubre - 2016

Sesión 3 = Trabajo grupal

A.  $P = 1.800$  y  $6 = 1400$   
 Variables = pizza =  $P$  y gaseosa =  $6$   
 $2P + 36 = 7.800$   $5P + 66 = 17.400$   
 Ecuacion costo 6 gaseosas =  $6g = 17.400 - 5P$   
 Coordenadas del par ordenado =  $(1800, 1400)$

B.  $E_1 = 2P + 3g = 7800$   
 $E_2 = 5P + 6g = 17400$

Despejo a  $P(x) =$

$$E_1 = 2P + 3g = 7800$$

$$2P = 7800 - 3g$$

$$P = \frac{7800 - 3g}{2}$$

Figura 13

Respuesta del estudiante E19 a la sesión 3, ítems A-D.

$$E_2 = 5P + 6g = 17400$$

$$5P = 17400 - 6g$$

$$P = \frac{17400 - 6g}{5}$$

$$\frac{7800 - 3g}{2} = \frac{17400 - 6g}{5}$$

$$39000 - 15g = 34800 - 12g$$

$$-15g + 12g = 34800 - 39000$$

$$-3g = -4200$$

$$g = \frac{4200}{3}$$

$$g = 1400$$

Para  $6(y) =$

$$E_2 = 5P + 6g = 17400$$

$$5P + 6(1400) = 17400$$

$$5P + 8400 = 17400$$

$$5P = 17400 - 8400$$

$$P = \frac{9000}{5}$$

$$P = 1800$$

R/  $(P, g) = (1800, 1400)$  R/

### 3.4.5. Análisis y resultado: Grupo control

Los estudiantes del grado noveno uno reciben 6 clases tradicionales, cada una de 100 minutos, para un total de 600 minutos para el desarrollo y estudio del objeto matemático: sistema de ecuaciones lineales con dos variables. En estas 6 clases se abordó el tema, donde el 90% del tiempo usado habla, explica y transmite el conocimiento el profesor y sus estudiantes utilizan el 10% restante para transcribir y en ocasiones muy remotas para compartir una idea, bien sea de duda, dificultad o de acierto. Además, los estudiantes presentan muchas confusiones y dificultades en la comprensión, diferenciación y demostración de cada uno de los métodos de solución de un sistema de ecuaciones lineales.

Ocho días después de haber recibido, calificado y retroalimentado el taller, se realiza una evaluación de 3 preguntas: en la primera deben utilizar el método de igualación, en la segunda el de eliminación y en la última el de determinante. La evaluación fue presentada por 23 estudiantes de 27 que asistieron el día 19 de Octubre de 2016 correspondiente al objeto matemático sistema de ecuaciones lineales con dos variables y sus métodos de solución. En la evaluación se corroboró lo dicho en el párrafo anterior, porque de los 23 estudiantes solo 3 de ellos obtuvieron un resultado básico, donde demostraron haber comprendido algo del tema, 20 insuficiente, evidenciando que 14 de estos lo intentaron, pero con múltiples errores y 6 entregaron la evaluación solo con el nombre. Esto permite concluir que hay serias dificultades y poca disciplina en este tipo de aprendizaje.

Figura 14

Respuesta del estudiante E18 grupo control.

9-1

Evaluación Sistema de ecuaciones lineales

#1 Utilizando el método de igualación encuentre el valor de  $x$  y  $y$  en el siguiente Sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 18 \\ 2x + 4y &= 20 \end{aligned}$$

#2 Use el método por determinante y encuentre el valor numérico de  $x$  y  $y$

$$\begin{aligned} 6x - y &= 9 \\ 3x + 2y &= 12 \end{aligned}$$

#3 A través del método de eliminación demuestre que el valor de  $x$  y  $y$  encontrado en el numeral 2 es el mismo.

Solución

#1 despejar $x$	para $y$	para $x$	Comprobación
$\begin{aligned} E1 \quad 3x + 2y &= 18 \\ &- \frac{18 - 2y}{3} \\ \hline E2 \quad 2x + 4y &= 20 \\ &- \frac{20 - 4y}{2} \\ \hline \end{aligned}$	$\begin{aligned} \frac{18 - 2y}{3} &= \frac{20 - 4y}{2} \\ 36 - 4y &= 60 - 12y \\ -14y &= 60 - 36 \\ -14y &= 24 \\ y &= \frac{24}{-14} \\ y &= -\frac{12}{7} \end{aligned}$	$\begin{aligned} E1 \quad 3x + 2y &= 18 \\ 3x + 2(3) &= 18 \\ 3x + 6 &= 18 \\ 3x &= 18 - 6 \\ 3x &= 12 \\ x &= \frac{12}{3} \\ x &= 4 \end{aligned}$	$\begin{aligned} E1 \quad 3x + 2y &= 18 \\ 3(4) + 2(3) &= 18 \\ 12 + 6 &= 18 \\ 18 &= 18 \end{aligned}$

Figura 15

Respuesta del estudiante E2 grupo control.

Evaluación: Sistema de ecuaciones lineales

profesor: Néstor Meléndez

#1 Utilizando el método de igualación encuentre el valor de  $x$  y de  $y$  en el siguiente Sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} 3x + 6y &= 33 \\ 5x + 3y &= -8 \end{aligned}$$

#2 Use el método por determinante y encuentre el valor numérico de  $x$  y de  $y$

$$\begin{aligned} 6x - y &= 9 \\ 3x + 2y &= 12 \end{aligned}$$

#3 A través del método de eliminación demuestre que el valor de  $x$  y de  $y$  encontrado en el #2 es el mismo.

Desarrollo

$$\begin{aligned} \#1 \quad 3x + 6y &= 33 \\ 5x + 3y &= -8 \end{aligned}$$

Para ampliar la información sobre los resultados del grupo experimental y el grupo control se sugiere ver las imágenes y figuras del documento anexo 6.1, 6.2 y 6.3.

#### **3.4.6. Comparativo del resultados grupo experimental y grupo control**

Interpretando el análisis y los resultados del grupo experimental y del grupo control se puede evidencia y concluir que el proceso de aprendizaje entre una clase tradicional y la propuesta didáctica de la teoría de situación didáctica en el aula son experiencias diferentes. Cada una posee elementos que separa a la una de la otra, los márgenes de errores, dificultades, amenazas, oportunidades y fortaleza son extensos. Se pueden observar estas diferencias en el ítem B de la sesión 3 y la figura aparece en el grupo experimental.

Por consiguiente, se interpreta que en una clase tradicional todo gira en torno y a favor del profesor, pareciera que el que necesita aprender fuera el maestro que repite una y otra vez contenidos para que el estudiante aprenda aspectos como los procesos, procedimientos, formulas, ejercicios y uno que otro concepto de memoria y que los reproduzca a través de la repetición. Otro aspecto, que pesa mucho en la clase tradicional es la transmisión de conocimientos, proceso que se da por medio de la participación activa del profesor o transmisor y la participación pasiva o nula del estudiante o receptor.

Por su parte, la propuesta de implementar en las aulas de nuestras escuelas una nueva forma de aprender o de llevar el aprendizaje a los estudiantes es la teoría de situaciones didácticas. Esta teoría le permite al estudiante construir el conocimiento, desarrollar su pensamiento, ser una persona crítica, argumentativa y propositiva del conocer de su entorno socio cultural. Es así, que esta propuesta compagina con el Proyecto Educativo Institucional (PEI) de la I.E. Humberto

Jordán Mazuera, la cual transita por el enfoque metodológico “Constructivista y Humanista”, caso que a un no es evidente en sus aulas.

Por estas razones, se puede decir que la diferencia entre estas dos posturas es abismal. Esto lo sustentan las clases desarrolladas, los resultados obtenidos y los recursos que movilizan los estudiantes en el aula del grupo experimental y de grupo control. A manera de ejemplo, en los ítems D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N Y Q de la sesión 2 los estudiantes movilizan y desarrollan procesos como tabular, identificar, describir, matematizar, representar, codificar, interpretar y reconocer, siendo ellos los protagonistas de su aprendizaje más del 85%. Cosa que en una clase tradicional es inversa (más del 85% lo da el profesor).

Los apartados escritos en la comparación de resultados entre el grupo experimental y el grupo control justifican y dan razones suficientes que la teoría de situación didáctica en el aula es una estrategia metodológica sólida, seria, eficaz, eficiente y efectiva en la construcción, desarrollo, movilización y evaluación permanente del conocimiento no solo en la disciplina de las matemáticas, si no, en todas las otras ciencias del saber a partir de cuatro momentos o fases de interacción:

En la fase de situación acción, se observa que los estudiantes gozan del uso de sus conocimientos previos, los cuales les permiten movilizar recursos conocidos para encadenarlos con otros nuevos que les propicie el aprendizaje, en ocasiones este choque de conocimientos les proporciona angustia, ansiedad y resistencia al no poder avanzar, comportamiento que ellos no saben manejar por que no se les ha enseñado a pensar y hacer autónomo de su aprendizaje. En la sesión 2 de la situación didáctica aplicada al grupo experimental en sus ítems del A a la O se desarrolla la situación acción, donde se coloca en juego los conocimientos que poseen los

estudiantes, los potencialicen, los afiancen y los reconstruyan. Así, se propicia que haya efectividad en las otras fases de la situación didáctica. También es de resaltar aquí dos aspectos en el profesor: su comportamiento en la actividad matemática debe ir desarrollando en él paciencia, liderazgo, control y tolerancia, saber que es un ente que facilita la construcción del conocimiento y ya no debe verse como el transmisor del mismo. El otro aspecto es que la competencia de planificación pedagógica y didáctica del profesor se fortalece, porque planear la enseñanza y el aprendizaje formulando tareas de calidad enfocadas en tres fases: el antes, el durante y el después.

Por su parte, en la fase de situación de formulación se presta atención a aspectos como el trabajo colectivo, al respeto por la idea del otro, a la construcción del conocimiento en equipo, a la comunicación y escucha de los acuerdos y a la síntesis o conclusión de lo expuesto. Este conjunto de aspectos inducen al estudiante a ser crítico, argumentativo y propositivo, desarrollando en él procesos como matematizar o modelar, compartir, representar, comparar, relacionar, interpretar, redactar, comunicar, formular y plantear. Dichos procesos, solo pueden ser desarrollados si es el estudiante el constructor del conocimiento. Por consiguiente, la teoría de situación didáctica le permite vivir eso al estudiante, es decir, es efectiva en la formación del ser, del hacer y del saber en un contexto. Por último, en la sesión 3 de la situación didáctica aplicada en los ítems A, B y C y en los ítems E, F y G de la sesión 2, se experimenta la vivencia y el uso de los procesos antes mencionados y se reiteran en la síntesis de la rejilla.

Con respecto a la situación de validación, se pueden mencionar algunos procesos que dan sentido a la efectividad de la teoría de situación didáctica en las aulas. Algunos de esos procesos son la colectividad en la construcción del conocimiento, la sustentación de los procedimientos, la comparación de sus resultados, la elaboración y sistematización de la información, la

reconstrucción del conocimiento o del procedimiento, la descripción y argumentación de los conceptos, la deducción y validación del conocimiento. (Ver tabla 7).

Finalmente, en la situación de institucionalización se socializan los resultados obtenidos en la aplicación de la teoría a todos los estamentos de la institución, se instala la teoría al PEI, se formaliza y garantiza la utilidad de la teoría a través de un plan de seguimiento, control y monitoreo de las clase, del plan de aula, de estudio y la perspectiva curricular y didáctica de la institución. (Ver tabla 7).

#### **3.4.7. Ventajas de la teoría de situación didáctica**

Como se ha podido observar y verificar hay grandes rasgos, certezas y claridad donde se sustentan, demuestran la utilidad que goza un aula de clase cuando en ella se vive un aprendizaje situado desde la teoría de situación didáctica. Por lo tanto, en esta investigación se permite enumerar algunas de las tantas ventajas que se experimentan en las aulas de clase cuando se ponen en escena la teoría de situación didáctica para la construcción del conocimiento. Entre las ventajas tenemos:

1. Se desarrolla autonomía en los estudiantes: A medida en que los estudiantes sean protagonista, el centro del aprendizaje, artífice en la construcción del conocimiento, opine con libertad, se le facilite actuar bojo su criterio en el aula, se logra ir forjando un ser autónomo.
2. Se desarrolla un estudiante crítico y con argumento, comunicándose en y con las matemáticas. Donde sustenta el desarrollo de los procesos matemáticos afectivos y de tendencia de acción. Es decir, procesos afectivos de actitud, compromiso, esfuerzo y procesos de tendencia de acción como representar (codificar, decodificar y traducir),

matematizar (interpretar, formular. Sistematizar y generalizar) y comunicar (comprender y producir).

3. Se desarrolla un estudiante social: El tipo de clase que promueve una situación didáctica le permite a un estudiante ser cada día una persona más social y colectiva que comparta y comunique información en y con las matemáticas.

4. Se desarrolla un estudiante con liderazgo: Se evidencia que si se desarrollan las clases desde una situación didáctica se despierta el interés y se promueve en los estudiantes el liderazgo, ya que ellos en las diferentes fases que desarrolla una situación didáctica los pone en situación de dirigir, aportar, compartir y comunicar lo producido en equipo.

5. Se desarrolla un estudiante competente: Cuando se promueven situaciones de aprendizaje donde el estudiante es el que construye el conocimiento, se está formando un ser competente de procesos a corto y largo plazo, articulando el trabajo de las competencias de manera integral, las cuales pone en juego en el desenvolvimiento y conocimiento de su entorno sociocultural, donde comprende cada día más su contexto y el del otro.

6. Se desarrolla un estudiante para la vida, con capacidad de vivir junto al otro, potencializando su autoestima, la tolerancia, la solidaridad y el deseo de aprender y compartir cada día más con los demás.

7. A nivel de la institución, le permite reorientar el aprendizaje, a consolidar un buen proyecto educativo, donde todo lo que se quiere lograr es planeado, sistematizado y ejecutado con fines hacia la excelencia y la calidad.

### 3.4.8. Consideraciones sobre los límites de las clases tradicionales

Durante muchas décadas los seres humanos han sido formados por medio de las clases tradicionales. Para nadie es un secreto que través de las clases tradicionales se han formado grandes profesionales, pero con muchas dificultades y falencias en el proceso de enseñanza aprendizaje las cuales son notorias desde la visión de dirigir a un país. Dificultades y falencias que se evidencia en los resultados de las pruebas saber y en los procesos internos de la institución y que de manera particular y reciente son señaladas en los estudiantes del grupo control, donde se observó que el trabajo y la mayoría de las actividades son de manera individual. Lo cual, hizo que todo girara en torno al maestro, provocando una clase sin interacción, con poca concentración, de atención e interés por aprender, hubo que repetir constantemente y se vivieron momentos muy rutinarios que llevó a los estudiante a la memorización de los procedimientos, conceptos, formulas, términos, definiciones, etc. Razones que justifican porque los estudiantes perdieron las evaluaciones, no presentaron las tareas ni los talleres de forma completa y coherente. (Ver figura 15 y 16).

Finalmente, la clase tradicional permitió ver que es un fracaso en el aula de clase este tipo de enseñanza, porque no permite el desarrollo de competencia en los estudiantes, lo cual choca constantemente con los procesos de las pruebas saber y las pruebas internas, impidiendo que los estudiantes obtengan buenos resultados en su proceso de aprendizaje.

#### 4. Conclusión

El proceso de investigación permitió llegar a los siguientes resultados:

1. La aplicación en el aula de la Teoría de Situaciones Didácticas contribuyó a que los estudiantes del grupo experimental obtuvieran unos avances cuantitativos en un 67% del objeto matemático de estudio sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. En la situación de acción se obtuvo un avance del 72%, en la situación de formulación 57% y en la situación de validación un 75%. Pero en la aplicación de la clase tradicional en el grupo control solo el 11% de los estudiantes obtuvo avance.

En términos cualitativos se evidenció que la Teoría de las Situaciones Didácticas contribuyen a construir un clima de aprendizaje que moviliza al estudiante para el desarrollo de procesos matemáticos de complejidad crecientes, primero de forma individual (situación de acción), luego se inicia el trabajo cooperativo (situación de formulación) que posibilitan al estudiante comunicar en y con las matemáticas sus procesos y resultados. Estos resultados deben validarlos a través de la resolución del problema para posteriormente ser institucionalizados por el área de matemáticas en una asamblea de profesores. Estas situaciones permiten que los estudiantes tengan mayor compromiso, desarrollen o potencialicen el liderazgo, mejor actitud de trabajo en equipo, mayor disposición y disciplina en el desarrollo de las actividades matemáticas.

2. La Teoría de las Situaciones Didácticas contribuye en el desarrollo de las competencias de planificación del profesor de las tareas matemáticas en sus tres fases: En el antes da la concepción u orientación de la actividad matemática enfocada en la calidad de las tareas matemáticas enmarcadas en situaciones específicas. En el durante se apunta al desarrollo

de procesos matemáticos afectivos, de tendencia de acción con complejidad creciente. Y en el después va dirigido a la evaluación continua y control de los procesos. García (2015, p. 176). Esta manera de planificación del profesor le permite al estudiante ir también desarrollando autonomía y disciplina en su proceso de aprendizaje.

3. La competencia matemática de planteamiento y resolución de problemas implica que las situaciones didácticas propuestas por el profesor a los estudiantes desea movilizar procesos matemáticos de complejidad creciente. Esto conduce a evidenciar una ruptura curricular necesaria en las Institución Educativas:

Transitar de la organización curricular por contenidos (educación tradicional) a la organización por procesos matemáticos en niveles de complejidad creciente por grupos de grados. Por ejemplo transición, 1 a 3, 3 y 5, 6 y 7, 8 y 9 y 10 y 11. Permitiendo que los estudiantes vayan desarrollando la competencia de comunicarse en y con las matemáticas.

4. Abordar el planteamiento y resolución de este tipo de situaciones didácticas también implica establecer expectativas de aprendizaje como perspectiva didáctica haciendo referencia específicamente a la competencia matemática, actividad matemática y a las expectativas de aprendizaje a corto conducen a la expectativa de plazo. Por ejemplo, las expectativas a corto plazo son procesos como el de codificar, decodificar, traducir, interpretar, formular, sistematizar, comprender y producir, lo cuales se desarrollan por medio de los objetivos de las tareas matemáticas y las expectativas a largo plazo como representar, comunicar y matematizar, se desarrollan a través de las expectativas a corto plazo.

## 5. Recomendaciones

Con el fin que en la Institución Educativa se pueda continuar construyendo un proceso de transformación en las prácticas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas apoyando en la Teoría de las Situaciones Didácticas, y como consecuencia del proceso de investigación desarrollado se proponen las siguientes recomendaciones:

1. Proponer al conjunto del área de matemática abordar el trabajo de organización curricular de las matemáticas en la Institución Educativa por procesos matemáticos afectivos y de tendencia de acción por niveles de complejidad creciente por grupos de grados.
2. Igualmente proponer que el área de matemática establezca las expectativas de aprendizaje a largo plazo y los profesores de los diferentes grados apoyados en ellas establezcan las expectativas de aprendizaje a corto plazos, a través de la planificación del profesor por objetivos de las tareas matemáticas y la actividad matemática.
3. Gestionar ante la Secretaria de Educación el mejoramiento de las condiciones de apoyo logístico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a través de las mediaciones didácticas tecnológicas (TIC, software, paquetes de estadísticas, plataformas educativas en las matemáticas); organización de jornadas u olimpiadas matemáticas con intercambios con otras entidades educativas.
4. Gestionar ante las directivas de la institución un espacio para el uso de las tabletas y computadores del programa Tit@ en el área de matemáticas para desarrollar las situaciones didácticas y las tareas matemáticas.

## 6. Referencias bibliográficas

- Astolfi, J-P & Develay M., (1989) *La didactique des sciences*, Paris, Puf
- Bailly, D. (1987). A propos de la didactique », *Revista, Les sciences de l'éducation Pour l'ère nouvelle*, n° 1-2.
- Bartolomé & Fregona (2003). *Nociones para el análisis didáctico*-Ministerio de Educación. [cursos.ministerio.educ.ar/archivos/](http://cursos.ministerio.educ.ar/archivos/)
- Bolívar, A. (2005). Conocimiento didáctico del contenido y didácticas específicas, *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 9, 2 <http://www.ugr.es/local/recfpro/Rev92ART6.pdf> consultado el 21 de mayo de 2016.
- Bronckart, J-P., (1989) *Languge française*, n° 82.
- Brousseau, G. (1995). *Conceptos Básicos de la Teoría de Situaciones Didácticas*. [www.crecerysonreir.org/docs/matematicas\\_teorico.pdf](http://www.crecerysonreir.org/docs/matematicas_teorico.pdf).
- Brousseau, G. (1986). *Fundamentos y Métodos de la Didáctica de la Matemática*. *Facultad de Matemática, Astronomía y Física*.
- Brousseau, G. (1997). *Teoría de las Situaciones Didácticas en las Matemáticas 1970-1990*, [editd and translated M. Cooper, N. Balocherff, R. Sutherland and V. Warfield.]
- El PAÍS (2015). Cali se rajó en resultados de la prueba icfes-cali-ElPaís. [www.elpais.com.co/elpais/cali/](http://www.elpais.com.co/elpais/cali/).
- Coll, C. (1986) *Psicología genética y aprendizajes escolares*, España, Siglo XXI, segunda edición.
- Coll, C. (1991): *Psicología y Currículum*, Barcelona: Paidós.
- Chavarría, J. (2006). *Teoría de las situaciones didácticas . Cuadernos de investigación y formación en educación matemática* (2).

Chervel, A. (1991) Historia de las disciplinas escolares. Reflexiones sobre un campo de investigación.

“Revista de Educación”. N° 295 (I), mayo-agosto. (Pp.98-123).

Chevallard, Y. (1991) La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires :

Aique.

Dabane, M. (1987). Recherches en didactique du français, Grenoble.

Daunay, B & Reuter Y., (2008) La didactique du français : question d'enjeux et de méthodes, Revue

Pratiques, N° 137I138, Junio.

Fernández, J. (2005) *El currículo desde dentro del aula, o alternativas a un tejido inexistente*. IBER,

n° 46 (pp. 65-82).

Figueroa, R. (2013). Resolución de Problemas con Sistema de Ecuaciones Lineales con dos Variables.

Una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la Teoría de Situaciones Didácticas.

Pontificia Universidad Católica del Perú.

Frade, L. (2012). Qué es una situación didáctica. Criterios para el diseño de una Situación Didáctica.

[es.slideshare.net/WilberPiaArcosPia/qu-es-una-situacin-didactica](https://www.slideshare.net/WilberPiaArcosPia/qu-es-una-situacin-didactica).

Fregona, D. (2007). Iniciación al Estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas. Edición Libros

del Zorzal.

Gálvez, G. (1994). en Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones. “*La didáctica de las*

*matemáticas*”.

García, et al. (2015). Orientaciones didácticas para el

desarrollo de competencias matemáticas. Universidad de la amazona.

González, I. (2010). Prospectiva de las Didácticas Específicas, una rama de las Ciencias de la

Educación para la eficacia en el aula. En revista, Perspectiva Educacional, Formación de

Profesores, vol. 49, núm. 1, 2010, pp. 1-31 Pontificia Universidad Católica de Valparaíso Viña del Mar, Chile.

Hernández, F. (1996). Psicología y educación. Revista Cuadernos de Pedagogía, N° 253, Diciembre.

Hernández, F. (2015). Didáctica de las Matemáticas. Universidad Católica Realems Toris Mater.

<http://es.slideshare.net/WilberPiaArcosPia/qu-es-una-situacin-didactica>

Meirriu, F. (1987). “Aprender, sí. Pero ¿cómo? Obtenido de

<http://cursosvirtuales.cfe.edu.uy/semipresencial/file.php/1/02/Segundo86/221Didactica1/lect/meirrig.pdf>.

Meirieu, P. (1994) Apprendre... oui, mais comment, Pris Puf.

Panizza, M. (2003). *Conceptos básicos de la Teoría de Situaciones Didácticas*.  
[www.crecerysonrei.org/docs/matematicas\\_teorica.pdf](http://www.crecerysonrei.org/docs/matematicas_teorica.pdf).

Piaget, J. (1969). La equilibración de las estructuras cognitivas, Madrid, Siglo XXI.

Sánchez, L. (2013). Características y elementos del pensamiento variacional y su correspondencia con la prueba saber 11. Universidad del Valle. Instituto de educación y pedagogía.

Vasco, C. (2003). Estándares Básicos de Competencias. Ministerio de Educación. Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos. Universidad Nacional Abierta y a Distancia.

Vergnaud, G. (2002). La teoría de los campos conceptuales Vergnaud la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área. *Investigaciones en Enseñanza de las Ciencias*.

Vidal, R. (2009). La didáctica de la matemáticas y la teoría de las situaciones. Obtenido de <http://educrea.cl/wp-content/uploads/2016/01/DOC-La-Didactica.pdf>

Vygotsky, L. (1978) El desarrollo de los procesos psicológicos superiores, Barcelona, Crítica.

Zambrano, A. (2005) Didáctica pedagogía y saber. Bogotá, editorial Magisterio.

Zambrano, A. (2013) Las ciencias de la educación en Francia, instituciones, discursos y saberes.  
Bogotá, Magisterio.

*Se evidencia un buen nivel de apropiación conceptual y didáctica de la Teoría de las Situaciones Didácticas. Se reconoce aporte curricular y didáctico a la institución educativa en el campo de la didáctica de las matemáticas. Se recomienda introducir las sugerencias dejadas a lo largo del texto, revisar los problemas de escritura y redacción. Puede ser sustentado una vez se hayan introducido los ajustes.*



## 6. Anexos

Se anexan algunas figuras e imágenes con el fin de propiciar mayor información al lector, sobre la implementación, ejecución y resultados de la situación didáctica en el grupo experimental y la clase tradicional al grupo control.

### 6.1 Figuras: grupo experimental.

O. Las coordenadas (x,y) en el par ordenado serían (1800, 7400).

P. Entonces, se puede decir que las coordenadas y el par ordenado son:  
*el punto de intersección entre las dos rectas*

Q. Ahora, ¿qué relación hay entre el punto de intersección con el problema planteado?  
*que se encuentra el valor de la pizza que es 1800 y el de la gaseosa es de 7400*

**Sesión 2: Trabajo grupal**

Los grupos conformados deben realizar un análisis reflexivo donde confronten los hallazgos encontrados individualmente. Para esto deben tener en cuenta:

A. Escribir las conclusiones que sintetice los acuerdos de la confrontación.  
*el acuerdo de la jugación por que la pizza costo 1800 y la gaseosa 7400. el punto B que vale tiene la razón y a que el punto C que vale ninguna tiene la razón porque no de la pizza y la gaseosa*

B. Plantear un sistema de ecuaciones lineales que resuma la situación-problema y resuélvelo por uno de los métodos de solución.

Sistema de ecuación lineal y Resolución	Resolución
$\begin{aligned} 2x + 3y &= 7800 \quad (1) \\ 5x + 6y &= 17400 \quad (2) \end{aligned}$ <p>Elimino a y</p> $\begin{aligned} -12x - 25y &= -16800 \\ 15x + 18y &= 52200 \\ \hline -3x &= 5400 \\ 3x &= 5400 \\ x &= \frac{5400}{3} \\ x &= 1800 \end{aligned}$	<p>para y</p> $\begin{aligned} 2x + 3y &= 7800 \\ 2(1800) + 3y &= 7800 \\ 3600 + 3y &= 7800 \\ 3y &= 7800 - 3600 \\ y &= \frac{4200}{3} \\ y &= 1400 \end{aligned}$

C. ¿Cuál es el valor de cada una de las variables que plantean el problema?  
*el valor de la variable x es 1800 y el de y = 1400*

D. ¿Qué relaciones encontraron entre la situación planteada y los valores encontrados?  
*la relación que se dio es que utilizando el método de eliminación y se encontró el valor de la pizza 1800 y de la gaseosa 1400 es decir el valor de las variables*

Grado: Q-2

Actividad

**Sesión 1: Trabajo grupal**

Los estudiantes asistentes se dividen en tres grupos estratégicamente: los clientes, los dueños de la tienda "Pizzas Rica" y los empleados. Los clientes se sientan en mesas para ser atendido y harán su pedido. Luego, se toma el pedido de dos mesas y con la información se plantea una situación problema como la siguiente:

Uno de los clientes llamado Andrés hizo un pedido de 2 pizzas y 3 gaseosas, pagando por ello \$ 7.800, y comparte con los que integran su mesa. Mas tardes, Kevin pide para su mesa 5 pizzas y 6 gaseosas, pagando \$ 17.400. Un amigo en común de Kevin y Andrés discute sobre el costo que pagaron sus compañeros por un jugo y una pizza. ¿A qué acuerdo llegan los chicos sobre el costo de una gaseosa y una pizza?

**Sesión 2: Trabajo individual**

A. Identifica los datos conocidos

*2 pizzas y 3 gaseosas = 7800*  
*5 pizzas y 6 gaseosas = 17.400*

B. Carlos le dice a Andrés que una gaseosa cuesta \$1.200 y la pizza \$ 1500, por lo tanto le están cobrando de más. Pero Gustavo dice que no es así, porque entre la gaseosa y la pizza se paga un total \$ 3.200. ¿Cuál de los dos chicos tiene la razón? ¿Por qué?  
*Gustavo tiene la razón ya que una gaseosa cuesta 1400 y la pizza 1800 = 2 pizzas + 3 gaseosas = 7800*

C. Diana dice que Kevin pago más de la cuenta, porque una gaseosa cuesta \$2000. Ángela dice que no es lógico, porque estaría pagando dos pizzas más. ¿Quién estará diciendo la verdad? *Ninguno de los dos. Por que?*

*porque Kevin pago el valor correcto ya que las pizzas valen \$ 1800 y las gaseosas \$ 1400*

D. Dale un código o variable a la pizza y otro a la gaseosa. *pizza = X gaseosa = Y*

E. Con los códigos o variable establecidos en (D), expresa una estructura algebraica que muestre:  
 El costo de dos pizzas y tres gaseosas:  $2x + 3y = 7800$ , ¿Qué formaste?  
*una ecuación de primer grado*

F. Plantea una ecuación con el siguiente caso:  
 Costo de cinco pizzas y seis gaseosas:  $5x + 6y = 17.400$ . ¿hay relación con el planteamiento anterior? *si* ¿Por qué? *porque ambas son ecuaciones solo que al aumentar la cantidad de gaseosas y pizzas aumenta el valor de la compra.*

6.2 Imágenes: grupo experimental.





**6.3 Imágenes: grupo control.**

