

LA RESIGNIFICACIÓN Y CONSTRUCCIÓN DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA A PARTIR DE LA MODELACIÓN-GRAFICACIÓN

Fredy de la Cruz Urbina, Hipólito Hernández Pérez

Universidad Autónoma de Chiapas. (México)

frecu@hotmail.com, polito_hernandez@hotmail.com

Palabras clave: resignificación, modelación, graficación, función cuadrática

Key words: resignification, modeling, plotting, quadratic function

RESUMEN

En este trabajo se presenta una secuencia didáctica para resignificar la función cuadrática considerando la articulación entre las formas de representación (numérico, gráfico y algebraico) partiendo de una situación de movimiento. La modelación-graficación se ha conformado como una práctica social desde una mirada Socioepistemológica que favorece el uso del conocimiento matemático en una situación específica, con este referente se propone vincular la situación, la actividad del alumno y el objeto matemático para hacer un rediseño del discurso matemático escolar.

ABSTRACT

This paper presents a didactic sequence for redefinethe quadratic function considering the articulation between the forms ofrepresentation (numerical, graphic and algebraic) beginning of a situation of movement. The Modeling-plotting have conformed how a social practice since a look Socioepistemological that help the use of mathematical knowledge in a specific situation, with this referring propound to link the situation, the activity's pupil and the mathematical object for to do a redesign to the discourse school mathematics.

■ Introducción

El planteamiento de expresiones algebraicas que modelan situaciones o fenómenos es una dificultad en el alumno de bachillerato. Rojano (1994), Lomelí (2009), Flores y Castellanos (2011), por mencionar algunos autores, argumentan que es en este proceso donde el estudiante se encuentra con mayores problemas, no es que no sepa cómo resolver el problema, sino más bien le resulta complejo el cómo llegar al diseño y modelo de la expresión algebraica que representa al fenómeno.

Por otro lado, Álvarez (2012) comenta que no es claro para el alumno que una gráfica, una expresión simbólica, o una tabla, sean diferentes formas de representación de un mismo concepto o fenómeno. En este sentido se observa una desarticulación de los contextos numérico, gráfico y algebraico de un fenómeno o situación (en lo sucesivo se denominará *formas de representación del fenómeno: FRF*), que generalmente en el discurso escolar son vistas de manera aislada prevaleciendo el ambiente algebraico sobre los demás, dejando a un lado la situación y excluyendo al alumno en la construcción del conocimiento, figura 1.

Atendiendo a estos aspectos problemáticos el objetivo de la investigación es proponer un escenario que permita articular estas formas de representación del fenómeno con la situación y el objeto matemático, para ello se ha propuesto significar el concepto de función cuadrática en un escenario de modelación-graficación de fenómenos de movimiento haciendo uso de la tecnología escolar: sensores de movimiento y emulador gráfico. Se busca que el alumno use las formas de representación del fenómeno desde la situación para construir herramientas y argumentos que ayuden a comprenderlo e intervenir en él.

Figura 2.- La problemática de la investigación



■ Antecedentes

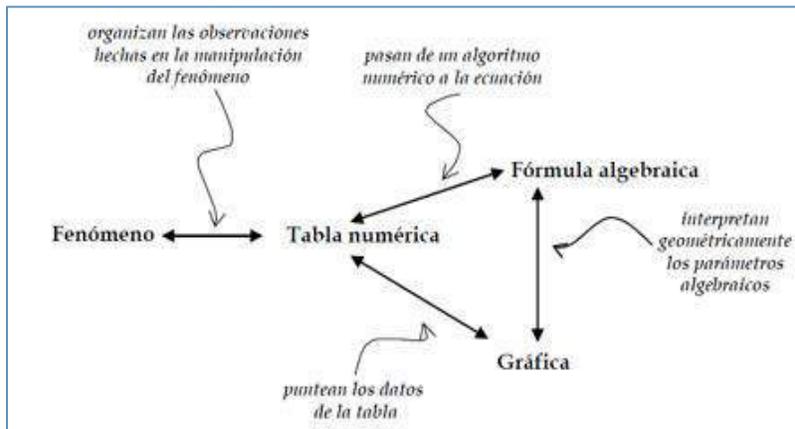
En este apartado se citan las aportaciones que han hecho otros autores en el ámbito de la modelación y graficación teniendo como sustento teórico la *Socioepistemología* y cuyas producciones representan un sustento epistemológico para el presente trabajo. Esta nueva mirada epistemológica ha proporcionado acercamientos innovadores al desarrollo del concepto de función, así como también a un nuevo uso de la gráfica; la trascendencia radica en la consideración del humano en la construcción de su conocimiento partiendo desde la situación.

En este sentido Suárez (2008) trabaja sobre una categoría de Modelación-graficación para la matemática escolar. Desarrolla un marco de referencia que da cuenta de la articulación de la modelación y la graficación para la construcción de las ideas matemáticas del cambio y de la variación a través de fenómenos de movimiento haciendo uso de la tecnología escolar. En su estudio favorece el desarrollo de una matemática funcional, considera que la modelación es una construcción teórica que un individuo realiza al enfrentar una tarea matemática en la que pone en juego sus conocimientos. En su investigación propone que la graficación es la categoría que permite articular el uso de la modelación matemática y el uso de la tecnología en actividades matemáticas.

Por su parte Briceño (2013) analiza el uso de la gráfica como instrumento de argumentación situacional con recursos tecnológicos. Implementa una secuencia didáctica en la que aborda a la función cuadrática desde una situación de movimiento haciendo uso de la tecnología escolar, esto es, por medio de sensores y calculadoras gráficas donde se quiere resignificar el valor del parámetro de una función. El objetivo de la investigación no es en sí el objeto matemático sino más bien pretende con ello dar cuenta de que el uso de la gráfica con la tecnología escolar se convierte en un instrumento para argumentar. El propósito de construir una epistemología del uso de la gráfica es para integrar a la tecnología escolar y generar con ello conocimiento matemático. Su investigación proporciona evidencias de como el estudiante integra a la modelación, graficación y tecnología escolar para resignificar el uso de la gráfica.

Arrieta (2003) estudia las construcciones ligadas al conocimiento matemático que hacen los estudiantes y profesor en contextos sociales concretos al ejercer prácticas de modelación de fenómenos, su objetivo es investigar las interacciones entre estudiantes y profesores a través de fenómenos modelables mediante relaciones lineales y no lineales en un proceso de matematización en el aula, y cómo contribuyen a desarrollar nociones matemáticas ligadas a procesos de cambio y de variación, donde además, se busque predecir estados futuros de un proceso de cambio con base a datos que provienen de lo empírico y de la matematización del fenómeno. De allí que estudia a las prácticas donde se combina la intervención en la naturaleza, el trabajo y el experimento con la especulación matemática y las construcciones cuando se ejercen dichas prácticas. Para Arrieta no solo importa cómo se construye el conocimiento, sino las prácticas que llevaron a la construcción de este y a su uso en contextos sociales, “Es en el ejercicio de estas prácticas donde los actores construyen y utilizan herramientas para lograr sus intenciones” (Arrieta, 2003, p. 44). Es relevante en la investigación de Arrieta la idea de articulación de las formas de representación, él acuña el concepto de *Numerización de los fenómenos*, figura 2; para referirse “a las prácticas de modelación que parten de la recolección de datos numéricos de un fenómeno para construir modelos numéricos y su uso se toma como central” (Arrieta, 2003, p. 225).

Figura 2: Las prácticas de numerización de los fenómenos (Arrieta, 2003, p. 228)



■ Aspectos teórico y metodológico

En consecuencia, retomando la problemática y el objetivo de la investigación se establece el marco teórico bajo la cobertura que proporciona la Teoría Socioepistemológica.

La Teoría Socioepistemológica de la Matemática educativa se ocupa entonces, específicamente, del problema que plantea la construcción social del conocimiento matemático y el de su difusión institucional. Dado que este conocimiento se ha constituido socialmente, en ámbitos no escolares, su difusión hacia y desde el sistema de enseñanza le obliga a una serie de modificaciones que afectan directamente su estructura y su funcionamiento, de manera que afectan también a las relaciones que se establecen entre los estudiantes y profesor (Cantoral, 2013, p. 62).

Para la Socioepistemología el concepto de práctica social es un elemento vital para la construcción del concepto matemático. Cordero (2003) define el papel de las prácticas sobre este contexto teórico, y menciona que:

Cualquier grupo humano se vale de prácticas para generar conocimiento. El desarrollo de estas depende de la organización, de la cultura y de la historia de los grupos humanos. En ese sentido, estas prácticas son todos los aspectos y formas de la actividad humana que transforman realmente (materialmente) los objetos, resignificando así al conocimiento (Cordero, 2003, p. 76).

Cordero (2003) menciona que la *actividad humana* es el lugar donde se encuentra la fuente de la reorganización de la obra matemática y del *rediseño del discurso matemático escolar (RDME)*, citando a Buendía en el mismo artículo, argumenta que una vez que se identifican las *prácticas sociales* que originaron y dan cuenta del *conocimiento matemático*, requieren ser reinterpretadas e *intencionadas* para integrarse al *sistema didáctico*, figura 3. “Para ello, se construye la situación donde la

práctica se transforma en el argumento, como el eje o núcleo para generar el conocimiento matemático que responda a la situación” (Cordero, 2003, p. 77)

Figura 3: Elementos del RDME

En esta investigación se retoma los aspectos metodológicos de la Categoría Modelación-Graficación propuesta por Suárez (2008), la investigadora usa los elementos históricos-epistemológicos de la obra *Tractatus de configurationibus qualitatum et motuum* de Oresme, en palabras de Suárez:

El estudio de la obra de Oresme sobre la Figuración de las Cualidades proporciona una explicación de transformación de uso de las matemáticas de la época para abordar la problemática de las situaciones de cambio y variación, esta transformación, caracterizada en este trabajo a partir del debate entre el funcionamiento y la forma del uso de las figuras geométricas, aporta los principales elementos de la hipótesis epistemológica sobre el uso de las gráficas en situaciones de modelación del movimiento para resignificar el cambio y la variación (Suárez, 2008, p. 7).

Con los elementos que proporciona el trabajo de Oresme Suárez plantea un nuevo estatus para la modelación y la graficación, conformando la Categoría de Modelación-Graficación (M-G), la categoría de M-G está conformada por: los elementos propios de la modelación (Realizaciones múltiples, Identificación de patrones, Realización de ajustes y Desarrollo del razonamiento) y las argumentaciones conformadas por significados, procedimientos y procesos.

Suárez plantea una epistemología para la modelación escolar, figura 4; caracterizada a través del *uso de las gráficas*, la cual está conformada por dos aspectos de construcción social de conocimiento: *el funcionamiento* (circunstancias relacionadas con el uso y la modelación que hacen de un conocimiento útil para resolver un problema o para integrar una teoría) y *la forma* que se refiere a las clases de tareas que queda determinadas por el funcionamiento a través de las actividades, acciones y ejecuciones y alternancias de dominio que realizan los estudiantes en una situación específica (Suárez, 2008).

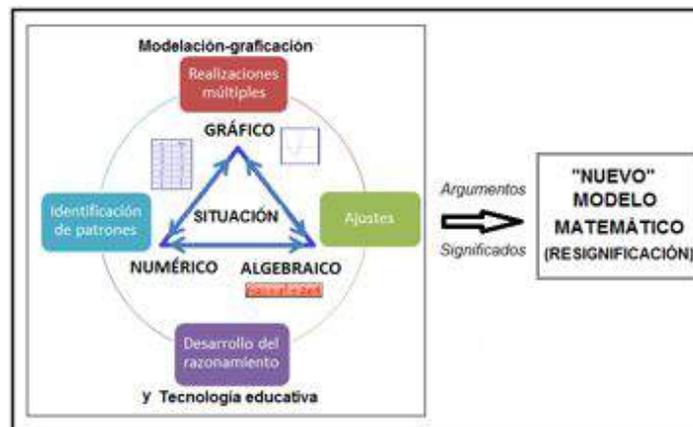
Suárez comenta que las prácticas de modelación y graficación han contribuido a proporcionar acercamientos innovadores al concepto de función. Las relaciones que se establecen entre la gráfica y la situación que representa permiten el desarrollo de argumentos. La práctica de la graficación apoya el desarrollo del razonamiento y de la argumentación, permitiendo que todo el proceso sea utilizado como herramienta para intervenir en el problema (Suárez, 2008).

Figura 4: Epistemología de la modelación-graficación, (Suárez, 2008, p.85).



Retomando estas ideas se conforma la metodología que guía el presente trabajo, figura 5; la articulación de lo numérico, gráfico y algebraico de un fenómeno es favorecido con el uso de la tecnología escolar en un escenario de modelación-graficación del movimiento rectilíneo, desarrollándose así argumentos y significados que servirán de herramientas para comprender e intervenir en el fenómeno.

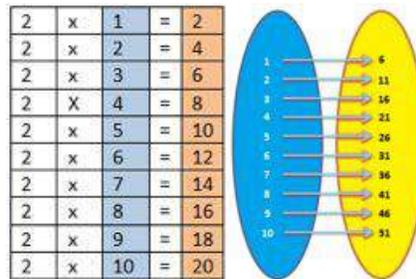
Figura 5: Elementos metodológicos



A continuación se presenta la secuencia didáctica de una manera simplificada, la cual consta de las siguientes fases:

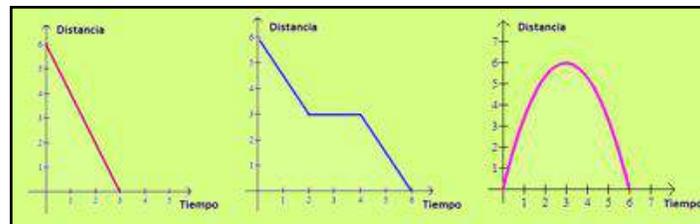
- **Fase de inducción:** Esta etapa pone en uso el análisis numérico, se pretende que el alumno identifique “patrones” y establezca relaciones entre variables que le conduzcan a formular expresiones que representan dicha situación, se cuestiona en un primer momento la “tabla del 2”, posteriormente se analizan dos conjuntos de datos que mantienen una relación, figura 6.

Figura 6: ¿Qué reglas o patrones identificas en la tabla?

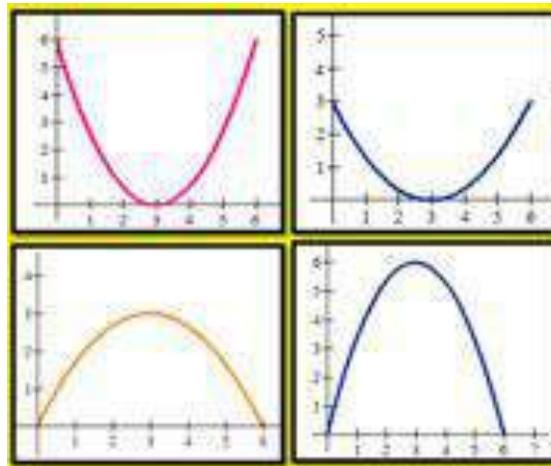


- **Fase de modelación-graficación:** Se modela una situación de movimiento haciendo uso de la tecnología escolar (sensores de movimiento y emulador) para obtener datos sobre el fenómeno y la gráfica posición-tiempo que nos proporciona el sensor. Con ello pretendemos que el alumno visualice comportamientos en términos de variación de parámetros tanto en la gráfica como numéricamente. Se realizan ajustes para construir la gráfica que modela una situación específica, se identifica lo que varía y se intenta expresarlo algebraicamente, figura 7.

Figura 7: ¿Qué situación modela la gráfica?



- **Fase de resignificación:** En esta etapa se hace uso de la tecnología para construir diferentes tipos de gráficas en torno a la función cuadrática, considerando la *variación de patrones* en una situación de movimiento para llegar a la gráfica deseada. Se espera que el alumno visualice cómo la gráfica cambia al modificar los parámetros, analice numéricamente los datos recopilados y realice ajustes para obtener el modelo matemático que representa la situación. Se analizarán qué argumentos construyen sobre lo cuadrático y las herramientas que usan para validar sus respuestas, figura 8.

Figura 8: ¿Por qué varía la gráfica?

■ Resultados y conclusión

Con el desarrollo de las actividades de modelación-graficación en una situación de movimiento los alumnos muestran evidencias de conocer el proceso de construcción de una recta y una curva (parábola), dónde la situación participa en el discurso y la gráfica tiene sentido y significado para ellos en términos del movimiento. De estas actividades emergieron dos cosas muy interesantes: la necesidad de contar con referentes o puntos de apoyo para argumentar y el uso de símbolos para “representar” alguna cualidad.

La modelación sirvió también como medio para contrastar las propuestas de los participantes con la situación real, de donde surgieron “nuevos modelos”; estos “nuevos modelos” se resignifican cada vez que se ponen en escena permitiendo construir un patrón o modelo deseado (realización de ajustes y desarrollo del razonamiento).

Se observó que el alumno logra identificar patrones presentes en una tabla numérica aunque demuestra dificultad para expresarlo algebraicamente. En el aspecto gráfico, la gráfica se vuelve un aliado para argumentar sobre la variación de patrones, el alumno desarrolla la capacidad para relacionar la forma de la gráfica con una situación de movimiento específica, se da cuenta que la velocidad influye en el tiempo y en la forma de la gráfica si esta es más abierta o cerrada, menos inclinada o más inclinada, si es curva o lineal. Utilizan la tabla numérica más que la gráfica como herramienta de predicción. Hace falta explorar más la vinculación del ambiente gráfico con el algebraico, se propone insertar una herramienta de ajuste que proporcione el modelo cuadrático a partir de la gráfica y visualizar la interrelación entre ellos a través de la variación de patrones.

■ Referencias bibliográficas

- Álvarez, R. (2012). *Incidencia de las mediaciones pedagógicas en los procesos de enseñanza y aprendizaje del concepto de función cuadrática*. Tesis de maestría no publicada, Universidad Nacional de Colombia.
- Arrieta, J. L. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis de doctorado no publicada, Centro de Investigación y de Estudios avanzados del IPN. México.
- Briceño, E. C. (2013). *El uso de la gráfica como instrumento de argumentación situacional con recursos tecnológicos*. Tesis de doctorado no publicada, Centro de Investigación y de Estudios avanzados del IPN. México.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la matemática educativa: Estudios sobre construcción social del conocimiento*. España: Gedisa.
- Cordero, F. (2003). Lo social en el conocimiento matemático, reconstrucción de argumentos y significados. En J. Delgado Rubí (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 16 (1), 73-78. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Flores, R. C. y Castellanos, R. (2011). Una propuesta de enseñanza para favorecer la transición de la aritmética al álgebra en alumnos de secundaria. En T. Gómez (Ed.), *DIDAC, enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas* 56-57, (pp.43-49). México: Nueva época.
- Lomelí, M. G. (2009). Cómo intervienen las estructuras del lenguaje en la resolución de problemas matemáticos escritos verbalmente. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 22, 327-335. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Rojano, T. (1994). La matemática escolar como lenguaje. Nuevas perspectivas de investigación y enseñanza. *Revista Enseñanza de las Ciencias* 12 (1), 45-56.
- Suárez, L. (2008). *Modelación – Graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio Socioepistemológico*. Tesis de doctorado no publicada, Centro de Investigación y de Estudios avanzados del IPN. México.