

## MODELANDO LO CUADRÁTICO DESDE EL ENTORNO HACIA LA ESCUELA

**Daniela González, Patricio Rodríguez, Leonora Díaz**

Universidad Católica Silva Henríquez. (Chile)

gonzalezchavezdaniela@gmail.com, prrodriguez@miucsh.cl, leonora.diaz@uv.cl

**Palabras clave:** modelamiento matemático, cotidianidad, variación, razón de cambio

**Key words:** mathematical modeling, daily, variation, rate of change

### RESUMEN

Este artículo reporta la aplicación de un diseño de experimentación que explora la relación de los fenómenos cuadráticos con base en modelación que ostentan estudiantes de fines de enseñanza secundaria de Santiago de Chile. La perspectiva teórica en el cual se enmarca el trabajo es la socioepistemología, que aborda el conocimiento desde una perspectiva social y contextualizada. Se comprende, así mismo, a la modelación como la acción de articular dos entidades, con la intención de intervenir en una de ellas a partir de la otra. Se trata de una práctica que, llevada al contexto de aula, favorece establecer puentes entre las prácticas del entorno con la actividad matemática de los estudiantes en la escuela. Se reporta una marcada influencia de lo lineal en los desarrollos estudiantiles, empleando herramientas matemáticas que no se retroalimentan desde y hacia el fenómeno de estudio.

### ABSTRACT

This paper reports the application of an experimental design that explores the relationship of the quadratic modeling phenomena based on students who hold the end of secondary school in Santiago de Chile. The theoretical perspective in which the work is framed is the socioepistemology, which addresses the knowledge from a social and contextual perspective. It is understood, also, to modeling as the action of articular two entities, with the intention of intervening in one after the other. It is a practice that led classroom context; favors build bridges between the practices of environment mathematical activity of students in school. A marked influence of the linear in student development is reported, using mathematical tools that no feedback from and to the phenomenon of study.

### ■ Perspectiva teórica

Hace ya más de un par de décadas que autores tales como Lave (1988) y Walkerdine (1988) reportados por Arrieta (2003) dan cuenta de una profunda separación de la escuela con su entorno. Para Arrieta y Díaz (2014) una especial concepción de la modelación puede constituir una práctica que establezca puentes entre la escuela y su entorno. Reportan episodios vividos en la escuela que dan cuenta de un proceso de naturalización de la dualidad de los mundos de la escuela y de la “vida real”.

Las perspectivas de modelación son variadas en educación matemática (Biembengut, 2011; Kayser y Siraman, 2006). Por ejemplo, una de ellas la considera un proceso o actividad en la que un problema, situación o fenómeno por fuera de la matemática es traído al dominio matemático para ser resuelto o explicado. Otro enfoque lo entiende como un método de enseñanza y aprendizaje que puede ser objeto de enseñanza o un medio para enseñar matemáticas (Córdoba, 2011).

Por su parte, el currículum chileno contempla a la modelación como una de las cuatro estrategias a poner en escena en el aula de matemáticas, junto con resolución de problemas, espacio y forma e incertidumbre (Mineduc, 2013). Entiende a la modelación como un proceso en que se emplean y aplican modelos. Se seleccionan, se modifican y se construyen modelos matemáticos con base en identificación de patrones característicos de situaciones, objetos o fenómenos que se desea estudiar o resolver. Finalmente se evalúan (Bases Curriculares 2012, p. 3).

La perspectiva de la modelación coherente con el marco teórico de la socioepistemología, que vienen planteando Arrieta y Díaz, la concibe como una práctica de diferentes comunidades. Se caracteriza a esta práctica por el acto de modelar. Este acto articula dos entidades con la intención de intervenir en una de ellas a lo que se llama lo modelado, a partir de la otra, a la que se llama modelo.

### ■ Metodología

En este escrito se reporta la aplicación de un diseño adaptado de Arrieta (2003) que explora la relación a fenómenos cuadráticos con base en modelación que ostentan estudiantes de fines de enseñanza secundaria de nuestro país, en el marco de un estudio mayor, cuyo objetivo procura vincular una experimentación discursiva de una situación cotidiana a la actividad matemática de los estudiantes desde un punto de vista físico-matemático referida a lo cuadrático. Se considera como base el estudio de la caída de los libres.

Sigue una metodología de investigación orientada por una pregunta en el marco mayor de una investigación acción. Sus fases siguen una espiral recursiva, donde cada bucle comienza con el rediseño, estas son: encuesta de entrada; adaptación del diseño; elaboración de conjeturas de potenciales respuestas a los reactivos; aplicación; contraste analítico entre conjeturas y respuestas; rediseño con base en nuevos antecedentes y más lecturas de referentes teórico-conceptuales.

Los diseños se aplicaron en tres colegios de Santiago de Chile, de dependencia administrativa particular-subvencionada. Se implementaron a distintos cursos en últimos niveles de educación secundaria de cada establecimiento, debido a que es en estos niveles donde los lineamientos curriculares de Chile expresan que el estudiantado debe: conocer y utilizar procedimientos de cálculo algebraico con expresiones en las

que intervienen raíces cuadradas y cúbicas; plantear y resolver problemas que involucran ecuaciones de segundo grado y sus procedimientos y análisis de solución; analizan la función cuadrática y, reconocer funciones para modelar diversos fenómenos. Se pretende que todos estos objetivos se logren en 30 horas pedagógicas.

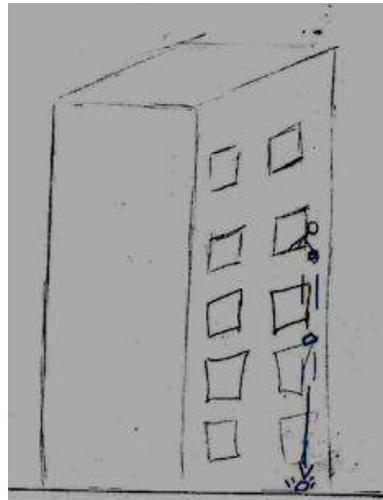
### ■ Estructura e implementación de la secuencia

El diseño de enseñanza refiere a lo cuadrático, tomando como fenómeno la caída de los libres, cuyo estudio inicia Galileo Galilei en el año de 1589. Los estudiantes trabajan con entidades a las que articularán con el fenómeno de caída de una piedra, a saber, las entidades tabular, gráfica y algebraica constituyéndolas en tres modelos respectivos. El diseño solicita a los estudiantes desarrollar actividades en las que: 1) asocien datos tabulares con el experimento discursivo; 2) realicen estimaciones de alturas iniciales en función de un dato tiempo que no figura en la tabla; 3) vinculen el fenómeno físico a una expresión algebraica; y, 4) asocien la situación modelada a un gráfico.

La secuencia didáctica inicia con el experimento discursivo, comprendido por una narración, una figura y una tabla con dos columnas de valores. Los estudiantes levantan una figura que interpreta la narración.

Figura 1. Figuración de caída libre

*“Desde un piso de un edificio en construcción, una persona suelta una piedra (con los debidos resguardos), cayendo está a la superficie.”*



Continúa la narración a la que se añade la tabla que ésta menciona:

*“Con un software especial se determina la altura que lleva el edificio y se obtiene la tabla que se encuentra a continuación. Para cada segundo de tiempo transcurrido, la tabla muestra la distancia de la piedra (en metros).”*

Figura 2. Tabla 1: Caída de la piedra en el tiempo

t(s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d(m)	0	4.9	19.6	44.1	78.4	122.5	176.4	240.1	313.6	396.9	490

Los estudiantes se introducen en un experimento discursivo comprendido por una narración, una figura y una tabla con dos columnas de valores. Predicen al responder consultas por valores del fenómeno no presentes en la tabla. Enseguida identifican en la tabla *razones de cambio* de distancia y *razón de razones de cambios* de distancias, cuyo objetivo es entregar elementos de la matemática del cambio precursores de la diferenciación.

Figura 3. Tabla 2: Razones de cambios distancias.

t(s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d(m)	0	4.9	19.6	44.1	78.4	122.5	176.4	240.1	313.6	396.9	490
$\Delta t = t_2 - t_1$											
$\Delta d = d_2 - d_1$											

Figura 4. Tabla 3: Razón de razones de distancia

t(s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d(m)	0	4.9	19.6	44.1	78.4	122.5	176.4	240.1	313.6	396.9	490
$\Delta t = t_2 - t_1$											
$\Delta d = d_2 - d_1$											
$\Delta[\Delta d] = \Delta d_2 - \Delta d_1$											

Se pide graficar distancia versus tiempo, razón de distancia versus tiempo y razón de razón de distancia versus tiempo para propiciar que obtengan los modelos de variación cuadrática y lineal además del correspondiente a lo constante.

A su vez se pide modelar gráficamente, prediciendo.

Los resultados obtenidos evidencian que los estudiantes despliegan regularidades, relaciones y covariaciones con base al diseño presentado. Entre algunas herramientas más utilizadas para predecir

por los educandos se constatan proporciones directas, regla de tres, puntos medios y puntos cuartos. Existe un desplazamiento a lo cuadrático inducido por el desarrollo de los reactivos. Lo anterior quiere decir que la *razón de cambio* y la *razón de la razón de cambio* pasan a formar parte del repertorio matemático que los participantes utilizan para predecir. (Hecklein, Engler, Vrancken y Müller, 2005).

Cabe notar que los estudiantes al completar las tablas de valores han trabajado con la diferenciación, elemento precursor de cálculo superior.

En cuanto a los desplazamientos entre modelos, la experiencia evidencia logros al articular tanto el modelo tabular como gráfico con el fenómeno mismo, obteniendo en ambos casos la *razón de cambio* y la *razón de la razón de cambio*, logrando predecir desde ellos. En palabras de Arrieta y Díaz (2014) se evidencia la articulación del polo modélico tabular al fenómeno estudiado a través de los reactivos iniciales del diseño; del polo modélico algebraico con los sucesivos reactivos y del polo modélico gráfico con los restantes reactivos. En esta perspectiva los estudiantes modelan cuando predicen desde lo gráfico, lo tabular y lo algebraico, poniendo en escena con cada modelo elementos precursores de lo cuadrático, sin perder de vista la relación biunívoca entre cada modelo y el fenómeno. Asimismo, articulan la variación del parámetro central del modelo algebraico con las variaciones de los parámetros correspondientes de los otros modelos y con el fenómeno en estudio.

### ■ Resultados y conclusiones

Lo anterior arroja evidencias respecto de que el rediseño aplicado favorece el entendimiento de lo cuadrático con base en modelación en tanto genera desplazamientos que vinculan el fenómeno y los modelos (cfr. Arrieta y Díaz, 2014). Cabe observar que el diseño presenta tablas con columnas de diferencias y diferencias de diferencias que evocan un proceso de diferenciación. Si bien ello no se explicita para la actividad de los estudiantes, ellos trabajan con elementos diferenciales de forma implícita en los modelos tabular y gráfico. Con la salvedad de que se han constantificado los tiempos, estrategia usual en la actividad matemática (cfr. Díaz y Arrieta, 2013).

El diseño propone estrategias complejas precursoras del pensamiento matemático superior. Propicia actividad matemática propia de procesos de entendimiento de cálculo universitario naturalizados en educación superior y que el diseño pone en escena en contextos de enseñanza secundaria.

El estudio culmina aportando una extensión al diseño con el fenómeno en la superficie lunar cuyo objetivo pretende establecer una segunda red de modelos para lo cuadrático de modo de descentrar a los estudiantes de ambos fenómenos de forma análoga como se hizo en el primer escenario presentado configurando por analogía en sus entendimientos “lo cuadrático” (Arrieta y Díaz, 2014).

### ■ Referencias bibliográficas

- Arrieta y Díaz (2014). *Una Mirada Socioepistemológica de la Modelación*. México. Artículo en evaluación.
- Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. México: Tesis de doctorado no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.
- Biembengut, M. (2011). *Concepções e Tendências de Modelagem Matemática na Educação Brasileira*. En *Acta Electrónica de la XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. Recuperado el 10 de marzo de 2013 de [http://cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii\\_ciaem/xiii\\_ciaem/paper/viewFile/2875/1149](http://cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2875/1149)
- Contreras, C. (2014). *Desplazamiento de prácticas socioescolares desde una experiencia de modelación*. Seminario para optar al grado de Licenciado en Educación y al título de Profesor de Educación Media en Matemática e Informática Educativa. Chile: UCSH.
- Córdoba, F. (2011). *La modelación en matemática Educativa: Una práctica para el trabajo de aula en ingeniería*, Tesis de maestría no publicada. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN. México.
- Díaz, L. y Arrieta, J. (2013). *Metáforas de tiempo en la caída de los libros de Galileo*. Chile: XVII JNEM.
- Hecklein, M, Engler, A, Vrancken, S y Müller, D. (2005). *Variables, funciones y cambios. Exploración de las nociones que manejan alumnos de una escuela secundaria*. Argentina: Universidad Nacional del Litoral.
- Kaiser, G. y Siraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302-310.
- Ministerio de Educación de Chile (2012). *Bases Curriculares 2012*. Aprobadas por Decreto 439. Chile.
- Ministerio de Educación de Chile (2013). *Programa de Estudio Segundo Año Medio Matemática*. Chile.