

MODELACIÓN MATEMÁTICA COMO HERRAMIENTA EDUCATIVA DESDE LA MIRADA DE ESTUDIANTES DE BACHILLERATO

**Claudia Flores Estrada, Josep Jonathan Huerta Martínez,
Liliana Suárez Téllez y Adriana Gómez Reyes**

Instituto Politécnico Nacional. (México)

cfloreses@ipn.mx, jjhm3796@gmail.com, lsuarez@ipn.mx, orodelsilencio@yahoo.com.mx

Palabras clave: aprendizaje, enseñanza, estrategias didácticas, modelación

Key words: learning, teaching, didactical strategies, simulation

RESUMEN

La enseñanza de las matemáticas pretende que los alumnos sean capaces de emplear y hacer uso de los conocimientos para resolver problemas en su vida cotidiana y otras áreas. Debido a esto la matemática educativa a lo largo de su desarrollo ha buscado generar estrategias y herramientas que den pauta a cambios en el proceso de enseñanza-aprendizaje. El eje del presente trabajo es la búsqueda y análisis, por parte de dos estudiantes de bachillerato, de tres afirmaciones sobre la modelación matemática como una herramienta que permite al alumno y al docente cambios positivos en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

ABSTRACT

The teaching of mathematics intended that students are able to use and make use of knowledge to solve problems in their daily life and other areas. Due to this mathematics education throughout its development has sought to develop strategies and tools that give pattern to changes in the teaching-learning process. The axis of this work is the search and analysis, by two high school students, three statements about mathematical modeling as a tool that allows students and teachers positive changes in the teaching-learning process.

■ Introducción

La matemática educativa, a lo largo de su desarrollo por más de cuarenta años, ha proporcionado conceptos, teorías, metodologías que la constituyen como un campo disciplinar aportando conceptos, explicaciones, teorías y metodologías que contribuyen al saber disciplinar. Pero también el desarrollo de la Matemática Educativa aporta ideas, estrategias y, en general, herramientas que el docente puede implementar en el salón de clases transformando su práctica y mejorando los aprendizajes de nuestros estudiantes. Una de las estrategias que se desprende de una línea de investigación es la relacionada con modelación matemática (Cordero, 2008) y su impacto en la mejora dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje y en la construcción del conocimiento matemático. Este trabajo toma como estudio de caso el diálogo que tres investigadores han compartido con docentes en sesiones de seminario establecido en tres de las sesiones del Seminario Repensar las Matemáticas (SRM). Este seminario permite la vinculación entre investigadores en matemática educativa con docentes para así obtener una comunicación bilateral que sirva de apoyo para ambas partes, véase por ejemplo las sesiones del octavo ciclo (Suárez & Ruiz, 2013). Se abordan varias líneas matemáticas como la didáctica del Cálculo o la enseñanza de la Geometría pero también temáticas de la matemática educativa más generales como la incorporación de la tecnología o, el que ahora en nuestro caso, la modelación matemática. También se tratan algunas otras problemáticas más generales como la formación docente o la relación de las matemáticas con otras disciplinas.

■ Desarrollo

La búsqueda y análisis de este estudio se concentra en la identificación, por parte de un estudiante de bachillerato, acerca de tres afirmaciones relacionadas a la modelación matemática en tres sesiones del Seminario Repensar las Matemáticas. El alumno de bachillerato se encuentra dentro del programa BEIFI (Beca de Estimulo Institucional para el Fortalecimiento de la Investigación) que es un programa que permite vincular a los estudiantes del Instituto Politécnico Nacional de México a la investigación en diversas áreas, en este caso en la matemática educativa, por medio de una beca que permite la dedicación de veinte horas a la semana dedicadas a actividades de apoyo a los proyectos de investigación en los que se encuentra inscrito.

Cada sesión del SRM ofrece un bloque conformado por 1) el material de referencia, que es un documento científico con resultados de investigación de la temática elegida para la sesión; 2) el diálogo entre el investigador y los docentes dialogantes grabado en video y; 3) el foro de discusión donde todos los participantes del seminario continúan el diálogo iniciado en la sesión. Para el análisis que se reporta en este escrito sólo se toman en cuenta los primeros dos dispositivos de las sesiones elegidas, sesión S66 Modelación y tecnología en Ecuaciones Diferenciales, sesión S30 Uso de las gráficas en la modelación y su importancia para el cálculo y la sesión S52 Matemática y Cultura: Aportes desde la Modelación Matemática retomadas de la página web del Seminario.

■ La introducción de la modelación no es transparente ni lineal

La modelación matemática es una herramienta que permite comprender situaciones específicas mediante diversos modelos matemáticos. Pero, como estudiantes de bachillerato, crece la duda de conocer ¿en qué situaciones reales se pueden observar casos que permitan introducir la modelación matemática? Y que al mismo tiempo estas situaciones sean complejas con el fin de tener un impacto alto

en el aprendizaje. (Rodríguez, 2010) hace un análisis de actividades en modelación, encontrando que estas presentan ciertas deficiencias. Las deficiencias que destacan se numeran a continuación: 1) la transformación entre la situación real y el modelo concreto no es dejado al alumno; 2) que el alumno establezca un modelo físico de una cierta situación real es poco solicitado y 3) La falta de ejercicios que le permitan al alumno transitar del modelo concreto a un modelo real.

Pero, (Rodríguez, 2010) no solo hace mención de estas deficiencias sino que también hace mención de las partes sustanciales en el proceso de modelación y que en lo mencionado anteriormente quedan inconclusas. Estas ideas apuntan a la reflexión de que incluir la modelación como una actividad en el salón de clases, no necesariamente le permite al alumno enfrentar situaciones reales y por lo tanto no le da la posibilidad de comprender esta realidad. Como estudiantes de bachillerato es importante que tomemos un papel activo en el diseño y aplicación de actividades que se enfoquen en la modelación matemática, pero siempre tomando en cuenta que deben ser aplicables en situaciones reales.

■ Introducción de la modelación en todos los niveles educativos

La modelación ha sido reconocida como una herramienta de suma importancia para los planes educativos de matemáticas. Pero, su estudio estuvo asignado en niveles de educación superior, maestría y doctorado, esto ha ido cambiando al enfocar la modelación y su enseñanza desde el nivel básico destacando su papel como herramienta para la generación de conocimiento matemático en los niveles básico y medio superior es decir en el bachillerato. Sobre lo anterior (Suárez, 2014) analizan diversas perspectivas que permitan incorporar a la modelación en la enseñanza de las matemáticas, específicamente en el nivel medio superior. Se puede destacar que habitualmente el trabajo con gráficas parte en primera instancia de la asociación realizada con la función.

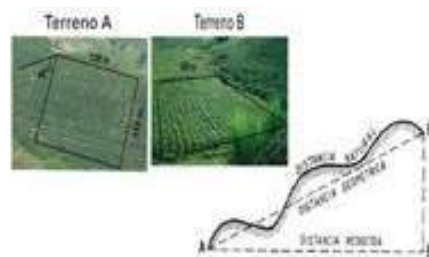
Enfatizando este uso de la modelación se mencionan tres usos propios de la modelación para la enseñanza en el nivel medio superior. De ellos uno se encuentra relacionado con el uso de las TIC en particular software y hardware que permita la graficación de situaciones específicas. Retomando el tercer uso se puede destacar el uso de sensores y calculadoras con poder de graficación que permiten recabar datos relacionados a situaciones reales donde existen cambios, como es el caso de la velocidad, la temperatura, el ph, entre otros. Esto último nos hace pensar en una interrelación de la matemática con otras disciplinas permitiendo así una mejor construcción y posterior aplicación del conocimiento en áreas diferentes a la matemática. Lo anterior permite en el caso específico de bachilleratos bivalentes (es decir que imparten carreras técnicas) como el brindado por el Instituto Politécnico Nacional en México, que los alumnos que cursan este tipo de bachilleratos obtengan mediante la modelación matemática herramientas que en el campo laboral les den la posibilidad de desarrollarse de una forma eficaz, mediante el desarrollo de competencias que sean aplicables en áreas específicas. Debido a lo anterior, es importante que las actividades enfocadas a la modelación matemática permitan que los alumnos conozcan la posibilidad de aplicar esta herramienta a diversas áreas de la ciencia.

■ La modelación como una representación clara de la realidad

Para los estudiantes no sólo de bachillerato conocer la aplicación de las matemáticas en su contexto cotidiano es algo que resulta de suma importancia, por ejemplo en el nivel básico las matemáticas se ven observadas en las compras realizadas por los padres de familia. En el bachillerato las matemáticas

presentan mayores dificultades en su aplicación en el contexto cotidiano. Debido a esta falta de introducción de las matemáticas a la realidad las clases continúan siendo de tipo expositivo algo que no provoca la motivación necesaria en los estudiantes de bachillerato. (Villa-Ochoa & Jaramillo, 2011) identifican al sentido de realidad como la sensibilidad que un profesor debe tener frente la realidad, incluye la intuición y la capacidad para detectar situaciones y oportunidades en los contextos socio-culturales hacia los cuales el conocimiento matemático de los estudiantes puede construirse. Este sentido entonces permitiría relacionar el mundo real con las matemáticas y así poder obtener un conocimiento más significativo.

Tabla 2. Resumen de las observaciones y análisis del problema 4 del Examen de Cierre.



Pero en este mismo estudio, también se plantea la forma en como introducir este sentido de realidad a las actividades matemáticas permiten que los alumnos conozcan la importancia del conocimiento matemático. Pero, en este esfuerzo de introducir la realidad a las actividades matemáticas se presentan varios problemas como una realidad inaccesible. Desde el punto de los estudiantes del bachillerato del Instituto Politécnico Nacional, esta realidad se puede ver vinculada directamente a las carreras técnicas que se imparten en este nivel, obteniendo así profesionales más capacitados y estudiantes con un mayor interés en las matemáticas.

Las tres investigaciones revisadas enfatizan las TIC pueden introducir el sentido de realidad en las actividades de modelación matemática, para ejemplo de esto los estudiantes han encontrado el software Tracker™ que permite vincular directamente situaciones de movimiento con la modelación matemática y que sería una herramienta fundamental en el diseño de actividades que involucren la modelación matemática.

■ **Aplicación de actividades de modelación en estudiantes de bachillerato**

Para vincular a los estudiantes de bachillerato con la modelación matemática, se les dio la tarea de resolver experimentos de modelación-graficación tomados de (Suarez, Cortez & Gamboa, 2014). Se hizo la elección de este material didáctico ya que daba la posibilidad de que los alumnos modelaran actividades cotidianas, como caminar, correr o jugar y asimismo hicieran uso de las TIC de forma adecuado.

Para efecto de este reporte, se tomará como ejemplo la actividad denominada “Representando el movimiento” la cual consiste en simular el movimiento de una estudiante que olvida su libreta en la biblioteca, por lo cual, debe ir y regresar a su salón de clases en un tiempo específico. Esta actividad se resolvió de dos formas diferentes. Sin importar la forma se estableció una distancia y un tiempo proporcional al del texto a resolver. La primera forma se hizo tomando los datos de tiempos y distancias con apoyo de cronómetros y a observación de los estudiantes, estos datos se graficaron como lo requería la actividad con apoyo sólo de lápiz y papel. Con esto los alumnos mostraron que esta forma de trabajo les era agradable, ya que lograban los objetivos académicos y al mismo tiempo desarrollaban habilidades diversas donde aplicaban los conocimientos matemáticos que habían adquirido durante su paso en el bachillerato. Por otro lado, los alumnos buscaron las herramientas necesarias para poder cumplir con los objetivos de la actividad, pero demostraron que con la implementación de la modelación desarrollan otro tipo de habilidades como el trabajo en equipo, la comunicación y otras que no sólo son necesarias en matemáticas o la vida académica.

Para poder obtener un mejor análisis de la situación los alumnos propusieron poner en práctica conocimientos computacionales y haciendo uso de hojas de datos analizaron los datos obtenidos para así obtener un análisis integral y mediante otro punto de vista. Pero, con el fin de obtener un aprendizaje más significativo en los estudiantes se les dio la tarea de realizar esta actividad con el uso de las TIC. Para lograrlo se hizo uso del software Tracker™ el cual permite hacer análisis de movimientos lineales, estos análisis se hacen mediante la tabulación, graficación y obtención de diferentes modelos matemáticos correspondientes al movimiento. Para el análisis se requiere de un video, para lo cual los alumnos se apoyaron de una videocámara y un espacio abierto que les permitiera una grabación completa. Los alumnos tomaron en cuenta las distancias y tiempo marcadas en el primer momento y realizaron la grabación correspondiente, para obtener un mayor beneficio de la actividad se realizaron varias grabaciones y todas fueron analizadas. Posteriormente los alumnos hicieron el análisis con el software antes mencionado.

Al análisis los alumnos agregaron varios puntos que habían quedado omitidos con el primer análisis, lo anterior debido a la potencialidad del software y su facilidad de uso. Debido a lo anterior los alumnos lograron enriquecer el texto de las actividades que habían resuelto, ya que se presentó la idea de que la actividad quedaba inconclusa con las preguntas que se planteaban en la misma. La actividad matemática que realizaron los estudiantes permitió identificar características esenciales a tomar en cuenta para la modelación matemática, pero en el último momento de resolución también identificaron aquellas características que permiten que una actividad genere un conocimiento integral y significativo en los estudiantes de bachillerato. Partiendo de este punto los alumnos se propusieron el diseño e implementación de una actividad relacionada a la modelación matemática.

■ Diseño e implementación de actividades de modelación matemática por parte de alumnos de bachillerato

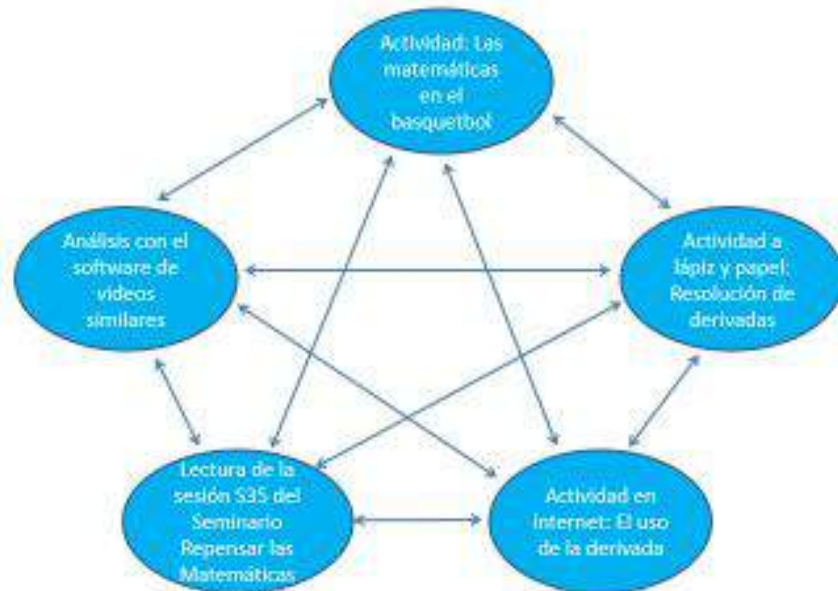
Como última etapa los estudiantes diseñaron cuatro actividades diferentes, pero para efectos de este reporte sólo se tomará en cuenta una que lleva por título “Las matemáticas en el basquetbol” la cual pretende que los alumnos hagan el análisis de los tiros libres en basquetbol y puedan ser capaces de modelar este movimiento.

Para efectos de realizar esta actividad los alumnos propusieron como tema central de la actividad las ecuaciones de segundo grado, debido a que este tema permite que los alumnos lo vean desde diversas perspectivas matemáticas (álgebra, geometría y cálculo diferencial). La idea de utilizar este tema surge de la necesidad de que la actividad sea aplicable a diversos semestres del bachillerato mexicano. Asimismo, para el diseño de la actividad se tomó en cuenta el uso de las TIC en especial del software Tracker™ debido a los beneficios mostrados anteriormente.

Se plantearon 4 momentos para la resolución adecuada 1) En el primer momento los alumnos realizaban la grabación de varios tiros libres, donde ellos modifican variantes como la posición del tirador o la altura de la canasta; 2) Los alumnos realizaban el análisis con el software Tracker™ en específico de la tabla y la gráfica que arrojaba el software; 3) Con las diferentes herramientas del software y haciendo uso de sus conocimientos previos los alumnos identificarían el modelo matemático correspondiente a los tiros presentados; 4) Los alumnos con apoyo del texto brindado realizarían un análisis minucioso del tiro, tomando en cuenta el modelo matemático y las propiedades que presenta una ecuación de segundo grado.

Con el fin de poder obtener un conocimiento integral y poder generar una mayor comunicación en la resolución de la actividad, se diseñó una red de actividades, esta red de actividades se vincula desde perspectivas diferentes y se articulan de varias maneras para cumplir diversos objetivos didácticos (Flores, *et al*, 2009). A continuación se presenta el gráfico correspondiente a la red de actividades.

Figura 2. Red de Actividades “Las matemáticas en el basquetbol”.



Una vez diseñada la actividad, los mismos alumnos invitaron a otros compañeros a resolverla. Durante esta resolución los alumnos volvieron a percatarse de la utilidad del software y la forma en cómo este generaba una comunicación activa entre los integrantes del equipo. Por otra parte, se identificó que los alumnos lograban observar las diferentes perspectivas de resolución de la actividad y por lo tanto identificaron diversos caminos para llegar al resultado.

■ A manera de conclusión

Desde la mirada de los estudiantes, se puede concluir que la modelación matemática es un tema que les concede el potencial de aplicar los conocimientos matemáticos de una forma más concreta y, por lo tanto, tener más elementos para interpretar los problemas de su vida cotidiana y de otras áreas de la ciencia en términos matemáticos y así pueden resolverlos de manera más significativa. Por otra parte, las TIC se observan como una herramienta que sirve de gran apoyo para la enseñanza y aprendizaje de la modelación. Estos resultados son los primeros de una exploración en la que abarcaremos la línea de modelación que se ha trabajado en más sesiones del SRM. Por otra parte, que los alumnos participarán en el diseño de actividades en modelación permitió que estas se acoplaran de mejor forma en el objeto de estudio que eran los estudiantes, ya que los alumnos conocían mejor las necesidades e intereses de las personas a las cuales está dirigida la actividad. Pero, la forma en cómo se realizó este trabajo con estudiante fue de gran importancia ya que les permitió en primer punto observar una actividad ya realizada previamente y así partir a ellos realizar una similar con mejoras planteadas por ellos mismos y sustentadas en lo visto en el Seminario Repensar las Matemáticas.

Agradecimientos. La realización de este proyecto ha sido posible gracias al apoyo otorgado al Proyecto Multidisciplinario 1571 de la Secretaría de Investigación y Posgrado del Instituto Politécnico Nacional a través de los registros: 20140544 y 20140485.

■ Referencias bibliográficas

- Cordero, F. (2008). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. En R. Cantoral, O. Covián, R. Farfán, J. Lezama, & A. Romo, *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano*. (págs. 285-309). México DF: Díaz de Santos-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.
- Flores, C., Suárez, L., Torres, J., Gómez, R., & Ortega, P. (2009). Una red de actividades de aprendizaje de cálculo y su relación con una situación de movimiento. *Memoria digital del IV Foro de Investigación Educativa del IPN*.
- Rodríguez, R. (2010). Aprendizaje y enseñanza de la modelación: El caso de las ecuaciones diferenciales. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 191-210.
- Suárez, L., & Ruiz, H. (2013). Seminario Repensar las Matemáticas: Octavo ciclo. *Revista de Investigación Educativa*, 165-170.
- Suárez, L. (2014). *Modelación-graficación para la matemática escolar*. México DF: Díaz de Santos.
- Suárez, L., Cortez, A., & Gamboa, J. (2014). Cuaderno de experimentos para la modelación gráfica en las matemáticas del bachillerato. En L. Suárez, *Modelación-graficación para la matemática escolar* (págs. 189-218). México DF: Díaz de Santos.
- Villa-Ochoa, J., & Jaramillo, C. (2011). Sense of reality through mathematical modelling. En G. Kaiser, *Trends in teaching and learning of mathematical modelling*. Springer Science-Business.