DIFICULTADES DE LOS ESTUDIANTES DE PROFESORADO EN RELACIÓN AL ÁLGEBRA

Patricia Lestón
Instituto Superior del Profesorado "Dr. Joaquín V. González". (Argentina)
patricialeston@gmail.com

Palabras clave: errores, currículum escolar, intervención
Key words: mistakes, scholastic curriculae, intervention

RESUMEN

El presente trabajo propone presentar algunas de las dificultades que los estudiantes de Primer Año de Profesorado en Matemática evidencian al enfrentar un primer curso de álgebra. Se analizaran algunas de las problemáticas detectadas apoyados en la teoría socioepistemológica, considerando las cuatro componentes de la construcción del conocimiento matemático (social, didáctica, epistemológica y cognitiva). En base a ese análisis y al estudio del discurso matemático escolar propio del Instituto de Formación Docente que se toma como ejemplo, en este caso, el Instituto Superior del Profesorado "Dr. J. V. González"; se plantearan algunas ideas para el rediseño del curso.

ABSTRACT

This paper aims to introduce some of the difficulties students that are beginning their Mathematics teacher's training course meet when taking their first Algebra class. Some of these problems are going to be analyzed through a socioepistemological view, considering the four elements present in knowledge construction (social, didactic, epistemological and cognitive). After this analysis and considering the peculiar mathematical discourse of Instituto Superior del Profesorado "Dr. J. V. González"; some ideas for reconstructing the algebra class will be suggested.

Introducción

Este trabajo es parte de un análisis contínuo que un grupo de docentes del Instituto Superior del Profesorado "Dr. Joaquín V. González" llevamos a cabo desde una mirada socioepistemológica con intención de reflexionar sobre la formación docente en nuestro país, y en especial en nuestra institución. Esta reflexión, cuyo escenario es un centenario instituto, dedicado enteramente a formar docentes de diversas disciplinas desde su fundación en 1904; tiene por objetivo hacer aportes concretos a la mejora de los planes de estudios así como a la actividad cotidiana que en él se lleva a cabo.

En la actualidad, el Diseño Curricular del Profesorado de Matemática se organiza en base a tres ejes: uno relacionado con la formación común de docentes, otro relacionado con el conocimiento disciplinar y el tercero relacionado con la realidad y práctica docente. En este último hemos hecho hasta ahora algunos trabajos de investigación que han logrado modelizar y organizar las tareas que se llevan a cabo para mejorar el aprovechamiento que los alumnos tienen de las materias que cursan en las cuales se reflexiona sobre la actividad docente propiamente dicha; llamados Trabajo de Campo. (Crespo, Homilka y Lestón, 2012; Lestón, 2012; Lestón, 2013; Lestón, 2014).

En esta oportunidad en cambio, decidimos volcar la mirada sobre la formación *matemática* de estos mismos alumnos. Con ese objetivo analizamos las características del discurso matemático escolar de la materia Álgebra I del Profesorado de Matemática, así como lo que ocurre con los alumnos que transitan por este espacio cuando se enfrentan a la resolución de problemas o actividades, tanto en clase como en actividades de examen. Nos interesa saber qué dificultades tienen, analizar de dónde surgen y a qué responden, para poder proponer alternativas de acción que nos ayuden a mejorar su desempeño académico. Estamos convencidos que hay cosas por mejorar en todo lo que hacemos en la formación de futuros profesores; y es esa convicción la que nos mueve a mirar, pensar, reflexionar y actuar.

El eje de la formación específica

El eje de la formación específica se conforma de una serie de materias que tienen por objetivo dar al futuro docente las herramientas y conocimientos matemáticos para su actividad profesional una vez que egrese. Álgebra I convive en el primero de un total de cuatro años de formación de los docentes con otras tres materias de este eje: Análisis Matemático I, Geometría I y Taller de Matemática. Además, tiene continuidad en segundo y tercer año con Álgebra II y Álgebra III.

Los contenidos de Álgebra I que es la materia que nos ocupa, se organizan en un total de 12 unidades en su programa, de acuerdo al diseño vigente; que pueden resumirse en Lógica y Conjuntos, Conjuntos Numéricos, Polinomios, y Estructuras Algebraicas. Estas 12 unidades deben desarrollarse a lo largo de unas 100 horas reloj, dispuestas 4 semanalmente a lo largo de 25 semanas, sin contar las semanas que se destinan a exámenes, revisiones y otras cuestiones, que dan un total de 30 semanas, valor aproximando del ciclo lectivo de nivel superior. Los contenidos, bibliografía y tipo de ejercicios que forman parte del discurso de esta materia pueden caracterizarse al menos, como clásicos. Las actividades varían entre clases expositivas, lecturas de bibliografía, prácticas individuales y trabajos en grupo con participación de los alumnos en la propuesta de resolución de ejercicios.

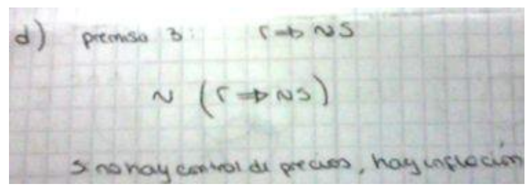
Muchos de estos contenidos son después continuados en Álgebra II y Álgebra III, con lo cual repensar estos contenidos y su modificación implica repensar todo un conjunto de materias que se conectan e interactúan de manera directa con ella. Los cambios curriculares no son los más sencillos de implementar, sin embargo, las políticas educativas que obligan a la actualización de los diseños dan oportunidades para que se lleven a cabo estos cambios.

Algunos errores que aparecen de forma recurrente

A continuación describiremos y presentaremos algunos errores que aparecen año a año en muchos alumnos frente a determinadas actividades que se proponen en las distintas unidades. Como característica general, todos los ejercicios que se mencionan a continuación son resueltos y discutidos en clase; y sin embargo, subsisten errores como los que se mencionan.

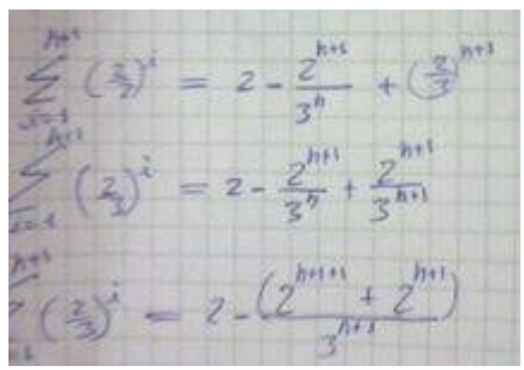
Lógica

"Niegue la premisa *Si hay control de precios, no hay infación* en lenguaje coloquial y simbólico"



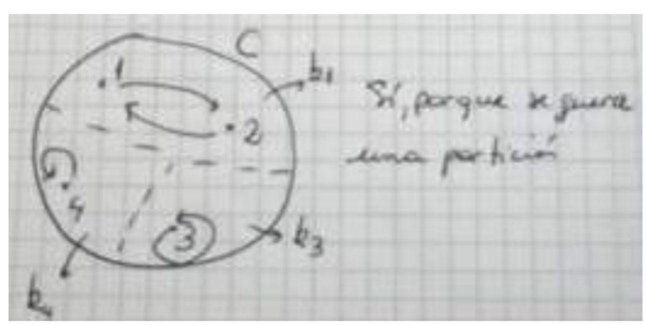
La distribución de la negación en la lógica proposicional aparece en la resolución que los alumnos hacen de forma continua, aún a pesar de haber analizado tablas de verdad, equivalencias y diversos ejemplos con propiedades o afirmaciones conocidas por los estudiantes.

Método de Inducción Completa



El error que aquí se presenta, que aparece en un ejercicio de una demostración de una propiedad numérica en el conjunto de los números naturales no es propio de la demostración sino de un error aritmético de nivel escolar. La asociatividad de una fracción negativa y otra positiva conservando el signo negativo como antecesor de la fracción resultante de la suma es uno de los errores que surgen; y el segundo la equivalencia de la fracción $\frac{2^{h+1}}{3^h}$ como la fracción $\frac{2^{h+1+1}}{3^{h+1}}$. Este tipo de errores que se suponen no deberían aparecer en estudiantes que ya han acreditado su educación de nivel medio son muy habituales y difíciles de desterrar.

Relaciones de equivalencia

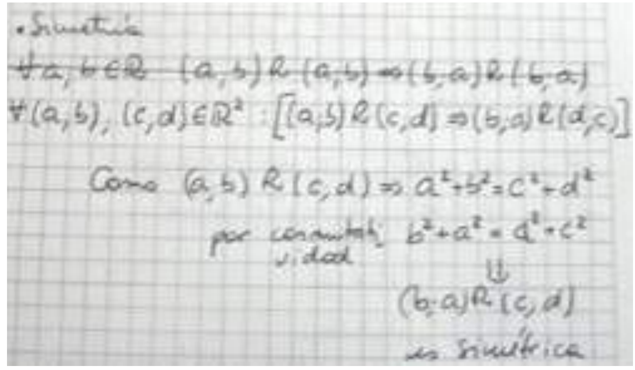


El tema relaciones de equivalencias resulta central para Álgebra I, ya que será elemento de definición para los números enteros, racionales y complejos, como particiones de N^2, Z^2 y R^2, respectivamente. Se trabaja intensamente con cuestiones de propiedades, demostraciones, particiones y clases de equivalencias. Sin embargo; los errores que se mencionan a continuación suelen verse año tras año y en muchos de los estudiantes.

"¿Es la siguiente una relación de equivalencia? Justifique."

Una relación, aun cuando no cumple la definición; si parece poder generar una partición en el conjunto se reconoce como de equivalencia. Esta dificultad asociada con la consideración de sólo algunos elementos de la definición hace que confundan definición con propiedades.

"Demuestre la simetría para la relación R"

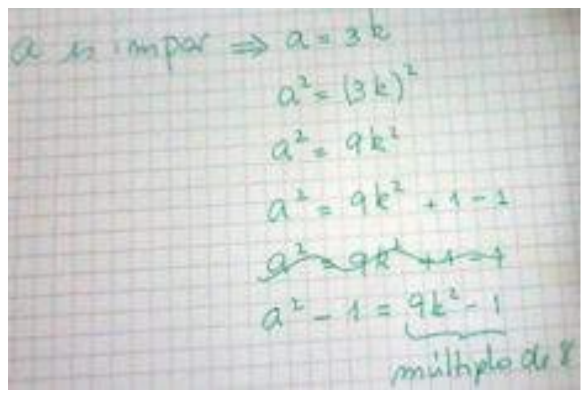


En este caso, hay dos errores, uno detectado por el propio alumno; el segundo, arrastrado hasta el final del ejercicio. El trabajo con pares ordenados, que se inicia sobre el fin de la escuela primaria no logra, aún en alumnos que están iniciando el nivel superior que reconozcan al par ordenado como objeto. Les cuesta entender que el elemento del conjunto es el par ordenado y no cada una de sus componentes.

Números enteros

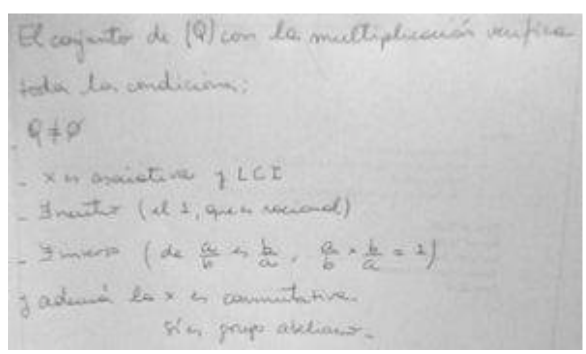
Este ejemplo presenta un error que resulta mucho más habitual de lo esperado. La confusión entre la representación algebraica de número impar y múltiplo de tres es llamativa; y aun cuando se discute en clase, resulta hasta obvio para todos los alumnos. Sin embargo, sigue apareciendo en ejercicios como el siguiente.

"Demuestre que si a es impar a^2-1 es múltiplo de 8"



Grupos abelianos

En este caso, se presenta el análisis que un alumno hace de la estructura formada por el conjunto de los números racionales y la multiplicación para analizar si era o no un grupo abeliano. En este caso, el error radica en la existencia de inverso multiplicativo, que en el caso de cero no existe. Esto no se considera y se concluye erradamente en que el conjunto verifica las condiciones. Las discusiones sobre el cero y sus peculiaridades están muy presentes en las clases de Álgebra I, pero parece no ser suficiente.



¿Qué hacemos ahora según la socioepistemología?

La socioepistemología postula la construcción del conocimiento matemático como el resultado de la acción sistémica de cuatro componentes. Según Cantoral (2013), esas cuatro componentes se pueden pensar como se las presenta en la ilustración.

Son esas interacciones las que permitirán a un conocimiento ser construido por un grupo en base a las prácticas sociales asociadas a él que se den en el seno de ese grupo. Ese grupo, que no es el que dio origen ni sentido al conocimiento en cuestión tendrá que enfrentarse a acciones didácticamente seleccionadas para hacerlo surgir con sentido y significado, que no serán los originales, sino aquellos con que el grupo los requiere.

> El nombre de *Socioepistemología* plantea, en sí mismo, una *relación social al saber* que la ubica como teoría que modela *la construcción social del conocimiento*. Ahora bien, dado que el saber matemático se ha constituido socialmente en ámbitos no escolares, su introducción al sistema educativo le obliga a una serie de modificaciones que afectan su estructura y su funcionamiento; de manera que afectan también, a las relaciones que se establecen entre estudiantes y profesor. (Cantoral, 2013, p. 26).

Esto que ocurre con el conocimiento es lo que hace que podamos organizar nuestros cursos en base a una institución, una carrera y un objetivo. Sin embargo, esas adaptaciones a veces hacen que los conocimientos pierdan su esencia.

> Al momento de introducir el saber al aula se producen *discursos* que facilitan la comunicación de conceptos y procedimientos matemáticos y en consecuencia el saber se *despersonaliza y descontextualiza*. Este proceso permite la formación de consensos sobre qué y cómo enseñar, que se alcanzan a costa de una pérdida *en el sentido y el significado* original del saber, reduciéndolo a temas aislados, cuidadosamente secuenciados, denominados “contenidos” o “unidades temáticas” de una asignatura. (Cantoral, 2013, p. 26).

Lamentablemente, nuestros programas actuales en los Diseños Curriculares vigentes toman esa estructura: el conocimiento está organizado en contenidos, que parecen aislados del resto; con un significado “prefabricado”, no asociado con aquello para lo cual será utilizado en esa materia, o en otras posteriores. Y es ese el motivo por el cual nos resulta tan complejo comprender cómo hacer para rediseñar y resignificar lo que hacemos en Álgebra I. Por un lado nos interesa que los alumnos aprendan matemática y esos contenidos “enlistados”; pero por otro, necesitamos que lo conozcan para transitar exitosamente por otros espacios, donde esos contenidos serán usados para construir con ellos o sobre ellos, otros conocimientos nuevos.

> Entendemos que la matemática escolar no sólo se limita a la parte del currículo que se consigna en programas y temas de estudio, sino que atañe también a los procesos de pensamiento que ellos ponen en funcionamiento: tal sería el caso de la *abstracción*, la *demostración*, el *razonamiento bajo hipótesis* o *la resolución y planteamiento de problemas*..
>
> Por lo que una de las problemáticas de nuestro quehacer docente en el campo de las matemáticas, sería plantearse el siguiente cuestionamiento: ¿cómo conciliar esta doble función de la matemática escolar: ser a la vez una herramienta al servicio de otros dominios y así mismo un objeto de conocimiento? (Farfán, 2012b, p. 49).

Esta cuestión que Farfán (2012b) claramente postula es uno de los elementos que necesariamente deberán ser atendidos al tiempo de repensar estos contenidos y el sentido con que se los presenta y construye. Lo que es importante recordar es que estamos pensando este rediseño en una Institución centenaria, y eso quiere decir que los cambios son complejos y lentos; y provocan mucha resistencia. Resulta para muchos de los profesores y alumnos de nuestra institución algo impensado que se considere "cambiar la matemática". El conocimiento resulta algo indiscutible, transparente, no modificable. Sin embargo, hay algunos elementos de la socioepistemología que nos permitirían poner en el centro de la discusión la posibilidad de cambio. Uno de esos elementos es el reconocimiento de la distinción entre la matemática y la matemática escolar.

> Habrá que reconocer que un docente tiene como objeto de enseñanza a la matemática escolar, no propiamente a las matemáticas. En este sentido, se abre para la comunidad educativa una posibilidad de intervención formidable. La matemática escolar es rediseñable con fines de aprendizaje. El matemático educativo entonces no sólo discute cómo enseñar, sino qué enseñar, a quién enseñar y cuándo enseñar. […] Atendiendo sus racionalidades contextualizadas y el relativismo epistemológico correspondiente. De este modo, podrá intervenir sobre el qué enseñar, aceptará por tanto, que es posible *rediseñar el discurso Matemático Escolar.* (Cantoral, 2013, p. 138).

Este rediseño entonces tendrá como elementos esos errores de los que hablamos en el apartado anterior, pensando en estos aportes que nos hace la teoría socioepistemológica. Y la mirada puesta en estos errores también tendrá que ver con lo que la teoría nos provee para entenderlos, explorarlos, explotarlos e intentar revertirlos. Tenemos la suerte de hacer investigación desde la institución misma, y desde las aulas. Y como dice Cantoral (2013) al respecto:

> Una de las fuentes más ricas para detectar dificultades y errores en el aprendizaje de los alumnos es la experiencia directa frente al salón de clases; ésta nos permite percibir singularidades del proceso de apropiación de conceptos, producto de diversos factores presentes en este proceso. (Cantoral, 2013, p. 79).

Algunos errores los conocemos, los registramos y somos capaces de anticiparlos. La experiencia en las aulas y la cotidianeidad de interacción con los alumnos hacen que tengamos evidencias concretas de lo que ocurre y de las dificultades que suelen aparecer. El problema es cómo hacemos para interpretar esos errores.

> Una visión determinista de la matemática escolar, no aceptaría como válidas más de una respuesta a un problema, sin embargo, las situaciones de aprendizaje propuestas por la Socioepistemología, privilegian la diversidad de las argumentaciones y considera a la Matemática como la herramienta que ayuda a la toma de decisiones, en donde la respuesta depende de la interpretación y argumentación del estudiante, considerándose, todas como válidas si sus argumentaciones son coherentes con su racionalidad. […] Por tanto, se entiende que la validez del saber es relativa al individuo y al grupo (contextual), y particularmente, la Socioepistemología, acepta que dentro de aquellas argumentaciones que sean "erradas" existe un pensamiento matemático que debe ser estudiado y considerado, para de allí, desarrollar el pensamiento matemático y construir conocimiento. (Cantoral, 2013, p. 161).

Esa es la política que elegimos tener frente a los errores de nuestros alumnos. Y es ese el interés sobre el error y su origen y significado el que nos mueve a revisarlos, registrarlos y continuar el camino con este estudio.

■ Referencias bibliográficas

Cantoral, R. (2013). *Teoría socioepistemológica de la matemática educativa.* Barcelona: Gedisa

Crespo Crespo, C., Homilka, L. y Lestón, P. (2012). Ambivalencias del discurso matemático escolar. En R. Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 25*, 1049-1058. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Farfán, R. (2012a). *Socioepistemología y ciencia.* Barcelona: Gedisa

Farfán, R. (2012b). *El desarrollo del pensamiento matemático y la actividad docente.* Barcelona: Gedisa.

ISP "Dr. J. V. González". (2005). *Diseño Curricular. Profesorado de Matemática.* Departamento de Matemática.

Lestón, P. (2012). El infinito como evidencia de conflictos en discurso de los docentes. En R. Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 25*, 1069-1078. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Lestón, P. (2013). Hacia una formación docente con la mirada en el aula. En R. Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 26*, 1761-1772. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Lestón, P. (2014a). El rol de las publicaciones en la construcción de la profesionalización docente. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 27*, 2043-2053. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Lestón, P. (2014b). *Programa de Álgebra I – 1° E.* Departamento de Matemática. Buenos Aires: Instituto Superior del Profesorado "Dr. Joaquín V. González"