

CONHECIMENTOS DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO BRASIL SOBRE PROBABILIDADE

José Ivanildo Felisberto de Carvalho, Ruy C. Pietropaolo, Tânia M. M. Campos

Universidade Anhanguera de São Paulo. (Brasil)

ivanfcar@hotmail.com, rpietropaolo@gmail.com, taniammcampos@hotmail.com

Palavras-chave: probabilidade, educação probabilística, formação de professores

Key words: probability, probabilistic education, teacher education

RESUMO

Apresentamos uma discussão sobre resultados iniciais de uma pesquisa de doutoramento que investiga os conhecimentos de professores de matemática para ensinar Probabilidade a estudantes de 11 a 14 anos, desenvolvida no âmbito do Programa Observatório da Educação no Brasil. Expomos neste texto a análise de apenas quatro dos oito itens propostos para o diagnóstico do grupo. Os resultados mostraram que os professores pesquisados têm domínio não satisfatório de noções como a de aleatoriedade, espaço amostral e a quantificação de probabilidades. Foi possível também identificar que as estratégias utilizadas pelos professores para ensinar probabilidade não são muito diversificadas. Assim, é preciso considerar que há necessidade de um avanço significativo por parte dos professores no que diz respeito aos conhecimentos do conteúdo e conhecimentos pedagógicos do conteúdo para o ensino de probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental.

ABSTRACT

We present a discussion on initial results from a Ph.D. research that investigates math teachers' knowledge for teaching Probability to students from 11 to 14 years old, developed under Programa Observatório da Educação in Brazil. We expose in this article the analysis of only four out of eight items proposed for the group's diagnosis. The results showed that researched teachers do not have a satisfactory domain of notions like randomness, sample space and probabilities quantifiers. It was possible also to identify that strategies used by teachers to teach probability are not diversified. Thus, it is necessary to consider there is need for significant advancements by teachers regarding content knowledge and pedagogical knowledge for probability teaching on years of Middle School.

■ Introdução

Currículos de matemática escolar de diversos países introduziram o conhecimento probabilístico como um dos tipos de pensamento matemático a ser desenvolvido na educação básica. Pesquisadores como Gal (2005) e Batanero, Henry e Parzysz (2005) destacam o importante papel do conhecimento probabilístico nos dias de hoje. Para que cidadãos tenham um bom desempenho em probabilidade é crucial um trabalho com este conhecimento em todos os níveis da Educação Básica. É na Educação Básica que os estudantes, desde cedo, devem entrar em contato com situações de caráter probabilístico, inclusive numa perspectiva mais experimental. As indicações apresentadas pelos documentos curriculares oficiais, que no Brasil tomamos como exemplo os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN para os anos finais do Ensino Fundamental (MEC-SEF, 1998), estão no sentido de um trabalho que valorize uma abordagem mais experimental em detrimento a uma perspectiva puramente procedimental e de uso excessivo de fórmulas.

As noções que envolvem o conceito de probabilidade, tais como a aleatoriedade – podem ser difíceis de serem compreendidas pelos estudantes. Corroborando com as ideias de Pietropaolo, Campos, Felisberto de Carvalho e Teixeira (2013) intuitivamente não é fácil, sobretudo para um estudante do Ensino Fundamental, aceitar, por exemplo, que após ter jogado oito vezes uma moeda honesta e ter obtido cara em todas as jogadas, a probabilidade de obter cara na 9ª jogada é exatamente a mesma de obter coroa. A percepção do acaso, experimentos aleatórios e a noção de probabilidade são elementos que devem ser trabalhados visando o letramento probabilístico dos estudantes (Coutinho, 2001) e os professores devem estar preparados para lidar com essas noções.

Batanero, Contreras e Díaz (2012) desenvolveram um estudo tomando por base oficinas realizadas com 166 professores – em formação ou exercício, sobre probabilidade. Comprovaram que, aproximadamente, um terço dos participantes propôs estratégias incorretas ao começo da oficina, que foram evoluindo para a solução correta na maioria dos casos como consequência da atividade. Os referidos pesquisadores indicam que os professores necessitam de apoio e formação adequada para conseguir alcançar um correto equilíbrio entre a intuição e o rigor no ensino da probabilidade.

Estas reflexões conduziram a centrar nosso olhar para os conhecimentos necessários aos professores de matemática para ensinar probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental.

■ Marco teórico

Escolhemos como marco teórico os estudos sobre o Conhecimento Matemático para o Ensino desenvolvido por Ball, Thames e Phelps (2008). Estes pesquisadores descrevem o conhecimento matemático para o ensino como “o conhecimento matemático que o professor usa na sala de aula para que o aluno construa o conhecimento”. As bases desse modelo apresentam duas categorias gerais – o conhecimento do conteúdo (nas facetas: comum, especializado e horizontal) e o conhecimento pedagógico do conteúdo (nas facetas: do currículo, dos estudantes e do ensino). Discorreremos abaixo sobre as facetas de cada categoria.

■ Conhecimento do conteúdo

O conhecimento comum do conteúdo é o conhecimento colocado em jogo por qualquer pessoa para resolver determinados problemas matemáticos. No tocante ao ensino de probabilidade, o professor dos anos finais do Ensino Fundamental, deve ter a capacidade de, por exemplo, discriminar eventos aleatórios de outros não-aleatórios, eventos certos, eventos impossíveis, e ainda, compreender situações de equiprobabilidade e também não equiprobabilidade, com eventos mais ou menos prováveis.

O conhecimento especializado do conteúdo inclui, por exemplo, aspectos como identificar ideias matemáticas que dão base a resolução de um problema. Em relação ao ensino da probabilidade, o professor dos anos finais do Ensino Fundamental deveria saber a epistemologia do conceito de probabilidade em que neste processo encontramos diferentes significados. Conhecer ainda as limitações e avanços de cada significado, a saber: clássico, frequentista, subjetivo e axiomático. Com este domínio o professor pode propor situações em que ajude os estudantes a construir o conhecimento em probabilidade numa perspectiva integral ao relacionar todos os significados.

E por fim o conhecimento horizontal do conteúdo, que é o conhecimento da relação com outras disciplinas e as conexões intradisciplinares, a título de exemplo, com a história da matemática e da própria probabilidade.

■ Conhecimento pedagógico do conteúdo

O conhecimento do conteúdo e do currículo está relacionado com a compreensão dos programas curriculares para um determinado conteúdo. O professor, por exemplo, deve ter um conhecimento sobre a pertinência ou não da inclusão de um conteúdo em um determinado nível escolar e as implicações didáticas que advém desta escolha.

O conhecimento do conteúdo e dos estudantes tem haver com o conhecimento de como um estudante aprende determinado conteúdo; por exemplo, o professor, ao saber que seus alunos têm dificuldades no mapeamento do espaço amostral, deve incentivar que eles busquem estratégias para a superação dessa dificuldade.

O conhecimento do conteúdo e do ensino resultante da integração do conhecimento do conteúdo matemático e do ensino desse conteúdo; por exemplo, o professor poderá discutir com seus alunos diferentes registros para a determinação do espaço amostral, como tabelas de dupla entrada e diagramas de árvore. Nesse âmbito, o professor deverá também ter conhecimento de estudos e pesquisas que aborde o ensino de probabilidade. Outro exemplo é compreender que ainda que os alunos não tenham desenvolvido plenamente o raciocínio combinatório, o professor deve ter ciência de que a própria probabilidade poderá ser um dos contextos e estratégias para esse desenvolvimento.

■ Escolhas metodológicas

O desenho de uma pesquisa envolve o diagnóstico dos conhecimentos que os professores apresentam – ao qual discutimos neste texto, e uma formação mobilizando os conhecimentos necessários aos professores para o ensino de probabilidade.

Na fase diagnóstica, aplicamos um questionário de entrada a um grupo de 38 professores. Este instrumento foi composto por oito itens que mobilizavam diferentes noções de probabilidade, organizados de forma a identificar elementos do conhecimento do conteúdo e do conhecimento pedagógico do conteúdo dos professores proposto no modelo de Ball et al (2008). A tabela I apresenta os itens relacionados com as duas categorias gerais deste modelo.

Para a fase de formação, nos baseamos fundamentalmente na sequência de atividades concebidos por Nunes, Bryant, Evans, Gottardis e Terlektsi (2012) em que se propõe um estudo gradual que perpassa desde as ideias mais simples sobre aleatoriedade até a quantificação de probabilidades e o entendimento sobre risco. Adotamos outras atividades da literatura sobre probabilidade tais como jogos e falácias. Este conjunto de atividades foi articulado para desenvolveros componentes descritos no modelo de Ball et al (2008).

Tabela I: Questionário de entrada e o modelo de conhecimento do professor de Ball et al (2008)

ITENS	Categorias Gerais do Conhecimento	
	Conhecimento do Conteúdo	Conhecimento Pedagógico do Conteúdo
1. Em sua opinião, quais seriam os motivos da inclusão da probabilidade no Ensino Fundamental e Médio?		X
2. A probabilidade tem aplicações práticas? Quais?	X	
3. Explique o que é um fenômeno aleatório?	X	
4. Como você definiria probabilidade?	X	X
5. O que é espaço amostral? Dê exemplos, não necessita uma definição formal.	X	
6. Dedique alguns minutos para escrever quais os tópicos ou conceitos relacionados com a probabilidade que você acha que são importantes para ensinar no Ensino Fundamental e Médio?		X

O item 7 aborda a quantificação de probabilidades a partir dos dados apresentados em uma tabela, o leitor pode verificar este item na seção de resultados e discussões. O item 8 abordou a ideia de risco apresentados também por meio de uma tabela de dupla entrada. Ambos os itens (7 e 8) mobilizam o conhecimento do conteúdo de probabilidade comum e especializado.

■ Resultados e discussões

Nesta seção apresentamos os resultados e discussões sobre quatro itens do questionário, a saber: item 1 – que mobiliza o conhecimento pedagógico do conteúdo na faceta curricular e os itens 3, 5 e 7, que mobilizam o conhecimento comum e especializado do conteúdo.

No primeiro item objetivo foi diagnosticar as concepções iniciais dos professores sobre a inclusão da probabilidade no currículo da Educação Básica. Percebemos que alguns professores apontam a importância da inclusão como aplicação cotidiana e/ou presença no cotidiano. O protocolo abaixo o

professor discorre claramente como uma ampliação para discussão de problemas contextualizados e sobre vários temas do cotidiano.

Figura 1: Protocolo sobre inclusão da probabilidade no currículo

1. Em sua opinião, quais seriam os motivos da inclusão da Probabilidade nos currículos do Ensino Fundamental e do Médio?

Os motivos da inclusão da Probabilidade nos currículos dos ensinos fundamental e médio, seria uma ampliação no desenvolvimento dos problemas contextualizados, as discussões sobre vários temas cotidianos etc.

Destacamos o protocolo a seguir, por apresentar o motivo da inclusão da probabilidade no currículo para que seja utilizada no Ensino Médio como uma ferramenta de trabalho.

Figura 2: Protocolo sobre inclusão da probabilidade no currículo

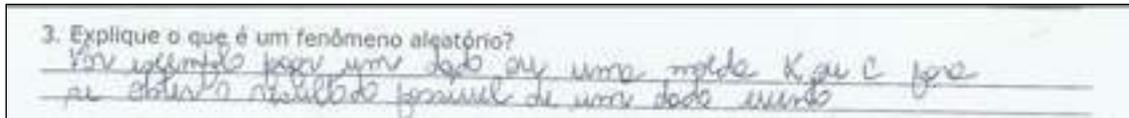
1. Em sua opinião, quais seriam os motivos da inclusão da Probabilidade nos currículos do Ensino Fundamental e do Médio?

o aluno tem que ter o contato com a probabilidade no ens fundamental para que no ensino médio isso se torne uma ferramenta de trabalho.

A visão posta pelo professor acima pode limitar o desenvolvimento de um trabalho significativo nos anos finais do Ensino Fundamental. A probabilidade não deve ser incluída nos anos finais apenas como ferramenta para outros conteúdos do Ensino Médio; em si, a probabilidade contribui para um raciocínio matemático mais estruturado e que leva em conta situações contra intuitivas. Inclusive um dos professores discorre que *acredita que a probabilidade é bem vista, pois estimula o desenvolvimento de certas habilidades, como investigação, senso crítico e autonomia*- esta concepção é bem positiva, porém poucos professores deste grupo fazem essa relação. Outros professores, em consenso, justificam por fazer parte de uma preparação para o mundo profissional do estudante. Esta discussão está imersa no conhecimento do conteúdo e do currículo que o professor deve também dominar.

O item 3 solicitava a explicação de um fenômeno aleatório. Os dados do questionário revelaram um bom desempenho dos professores em explicar essa noção utilizando-se de exemplos envolvendo a aleatoriedade por meio de jogos, dados e/ou urnas. Como podemos ver no protocolo abaixo.

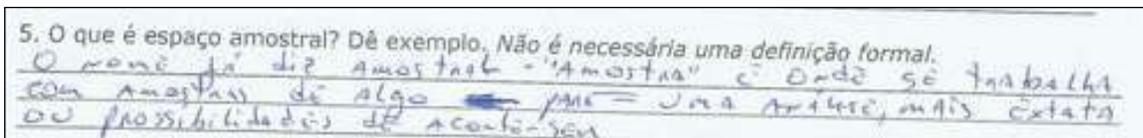
Figura 3: Protocolo sobre fenómeno aleatório



No entanto, não há um consenso quanto à definição de aleatoriedade. Temos respostas relacionando com a ideia de acaso, outros explicando com base nas ideias de regularidade, regra, ordem e até sequências. Este item põe em jogo o conhecimento comum de probabilidade particularmente com a noção de aleatoriedade. Destacamos que, sete professores dos trinta e oito, apresentaram grande distanciamento da noção de aleatoriedade na sua explicação e que são difíceis de categorizar. São pensamentos do tipo “*não eliminar nenhuma hipótese dentro de um conjunto*” e “*é sugestivo, pode ser, talvez*”.

Concernente ao item 5 sobre espaço amostral os professores apresentaram lacunas no conhecimento do conteúdo especializado bem como nos conhecimentos pedagógicos necessários ao trabalho em sala de aula. Constatamos, por exemplo, dificuldades em responder este ítem, dois professores inclusive deixaram esta pergunta sem resposta. No protocolo seguinte o professor confunde espaço amostral com amostra.

Figura 4: Protocolo sobre espaço amostral



E ainda, os exemplos que os professores lançam mão são limitados aos dados, moedas e baralhos. Há uma dificuldade em perceber a probabilidade em outros contextos. Existe uma concordância no sentido de explicar espaço amostral envolvendo a teoria dos conjuntos, porém com erros conceituais.

Apresentamos abaixo uma das atividades envolvendo a quantificação de probabilidades apresentada aos professores neste diagnóstico.

Figura 5: Questão de quantificação de probabilidades com base em tabelas

Observe a tabela com as quantidades de peças de formatos e cores diferentes que foram colocadas em um caixa. O total de peças é 80.

	Triangulares	Circulares	Retangulares
Branças	12	10	6
Pretas	15	11	7
Amarelas	8	9	2

Sorteando uma das peças dessa caixa, qual é a probabilidade de que a peça seja: a) amarela e retangular; b) apenas amarela e c) apenas retangular.

Temos que 15,78% dos professores erraram todas as alternativas devido à dificuldade de encontrar o espaço amostral correto. E ainda, 39,5% não responderam corretamente a alternativa da letra “a” em que solicitava a probabilidade de que uma peça seja amarela e retangular. Com este item de quantificação de probabilidade – conhecimento comum do conteúdo, apontamos uma necessidade de intervenção junto aos professores no que diz respeito à probabilidade.

■ Considerações

De forma geral, a análise do instrumento diagnóstico de entrada, aponta que este grupo de professores, sujeitos de nossa pesquisa, precisa avançar no que diz respeito às categorias de conhecimento necessários ao professor, propostos no modelo de Ball et al (2008), para o ensino de probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental. Existem lacunas na compreensão do conteúdo de probabilidade por parte dos professores que envolvem os conhecimentos do conteúdo comum e especializado; bem como, dificuldades na mobilização dos elementos do conhecimento pedagógico do conteúdo.

Ponderamos que, na formação inicial dos professores de matemática, nem todos receberam uma adequada preparação para o ensino de probabilidade. Almejamos com este trabalho fortalecer as discussões sobre o ensinar e aprender probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental.

■ Referências bibliográficas

- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407.
- Batanero, C., Henry, M. & Parzysz, B. (2005). The nature of chance and probability. In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp.16-42). New York, USA: Springer.
- Batanero, C., Contreras, J. M. y Díaz, C. (2012). Sesgos en el razonamiento sobre probabilidad condicional e implicaciones para la enseñanza. *Revista Digital Matemática, Educación e Internet*. 12 (2).
- Coutinho, C. Q. S. (2001). *Introduction aux situations aléatoires dès le Collège: de la modélisation à la simulation d'expériences de Bernoulli dans l'environnement informatique Cabri-géomètre II*. Tese de doutoradonão publicada - Université Joseph Fourier, França.

- Gal, I. (2005). Towards “probability literacy” for all citizens: building blocks and instructional dilemmas. In G. A. Jones, (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*. (pp.39-63). New York, USA: Springer.
- MEC-SEF. (1998). Parâmetros curriculares nacionais: Matemática, 5ª a 8ª série. Brasília, Brasil: Ministério de Educação e Cultura – Secretaria de Ensino Fundamental.
- Nunes, T., Bryant, P., Evans, D., Gottardis, L. & Terlektsi, M. (2012). *Teaching primary school children about probability. Teacher handbook*. Departamento de Educação, Universidade de Oxford. [CD-ROM].
- Pietro Paolo, R. C., Campos, T. M. M., Felisberto de Carvalho, J. I., e Teixeira, P. (2013). Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos iniciais. *Anais do IV Seminário do Observatório da Educação da CAPES*. Brasil. Acessado de <http://seminarios.capes.gov.br/observatorio-da-educacao/resumos/108-educacao-basica>.