

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS: ANÁLISIS DEL ENUNCIADO Y USO DE REPRESENTACIONES

NIVIA YELA Y PABLO GIL

Este artículo presenta la experiencia vivida en la elaboración y aplicación de una secuencia de actividades, que a través de promover el análisis cuidadoso del enunciado y el uso de las representaciones, pretenden lograr un mejor desempeño por parte de los estudiantes en la resolución de problemas.

INTRODUCCIÓN

Esta experiencia¹ que se realizó en el Colegio Distrital Carlos Arango Vélez de Bogotá, Colombia, bajo el esquema de investigación-acción hizo parte de las acciones encaminadas a implementar y reforzar la resolución de problemas como estrategia de enseñanza de las matemáticas. Como consecuencia de los resultados poco satisfactorios obtenidos en una etapa exploratoria de resolución de problemas, decidimos promover explícitamente la comprensión del enunciado, por medio del análisis de éste y del uso de diferentes representaciones. Diseñamos entonces una serie de actividades relacionadas con los números enteros, que se llevaron a la práctica agrupadas en cuatro módulos, durante siete semanas aproximadamente.

Para cada módulo se seleccionó un problema situado en un contexto de la vida real y alrededor de dicho problema se realizaron todas las sesiones de trabajo del módulo.

FASE EXPLORATORIA

Con el fin de determinar las dificultades de los estudiantes al solucionar problemas aritméticos, se diseñó una primera fase en la que se planteó una serie de problemas aritméticos que los estudiantes debían resolver. En las soluciones de la mayoría de los estudiantes se encontraron diferentes tipos de situaciones: respuestas numéricas incorrectas, procedimientos no adecuados, uso indiscriminado de operaciones, no consideración de las condi-

1. La experiencia que aquí se presenta tuvo como marco el proyecto MEN-EMA II, el cual fue coordinado por “una empresa docente” con el apoyo financiero del Ministerio de Educación Nacional.

ciones del problema, incomprensión de términos del enunciado. Además vimos que ningún estudiante utilizó una representación no numérica como apoyo a la resolución del problema y tampoco hubo verificación de los resultados obtenidos.

Con base en el análisis de las respuestas y después de indagar con algunos de los alumnos el porqué de sus soluciones, decidimos abordar una de las posibles causas de las dificultades encontradas: las deficiencias en la comprensión de enunciados de los problemas.

FUNDAMENTACIÓN DE LA PROPUESTA

Nuestra propuesta se centró en brindar a los estudiantes herramientas que les aporten a la adecuada comprensión de enunciados, convencidos de que esta comprensión es definitiva para la resolución exitosa de problemas, y estimulados por las ideas de los estándares curriculares del NCTM² (1991, p. 21) que afirman que a medida que los niños entienden los problemas y van teniendo éxito en su resolución, ganan confianza en el uso de las matemáticas.

Se propone entonces que el estudiante para resolver el problema, haga en primer lugar, un análisis del enunciado y en segundo, se ayude con una representación gráfica que le posibilite visualizar mejor o transformar el problema.

Consideramos que analizar el enunciado consiste en plantear y responder preguntas que ubican al resolutor en el contexto, le facilitan determinar las condiciones del problema, y le permiten dividir el texto en partes más cortas y más sencillas de comprender que el texto global del enunciado. Hacer este análisis también incluye realizar distintas representaciones del problema con el fin de tener varias perspectivas del mismo que aporten al proceso de comprensión.

En la revisión bibliográfica que realizamos sobre resolución de problemas en la educación matemática, se destaca que las actividades de análisis del enunciado son de suma importancia en el proceso de enseñanza y aprendizaje de resolución de problemas. En este sentido Puig y Cerdan (1988, p. 183-185) afirma que:

(...) en los PAEV (problemas aritméticos elementales verbales), el camino hacia la comprensión incluye la aprehensión de la estructura de un texto como problema: su lectura comprensiva y análisis de su contenido. (...) Para que haya comprensión se requiere de un peque-

2. NCTM es la sigla del *National Council of Teachers of Mathematics* (Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas) de los Estados Unidos.

ño análisis que descomponga el texto y permita descubrir al menos de quién se habla, qué se dice y qué se desea saber.

Además, el mismo autor plantea recomendaciones sobre la transformación del problema a través de diferentes representaciones:

(...) cuando el análisis del contenido se realiza con problemas de varias operaciones hay que ir más allá de separar la información y realizar por trozos el análisis del enunciado; es necesario valerse de esquemas gráficos, dibujos, etc., para mejorar la comprensión.

De igual manera, Schoenfeld (1979, citado en Puig y Cerdan 1988) hace la siguiente reflexión acerca de la importancia del uso de representaciones para la solución de problemas: “ayudarse de una figura o diagrama siempre que sea posible puede sugerir ideas o respuestas posibles, incluso puede resolver el problema gráficamente”.

DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA PROPUESTA

La propuesta pedagógica que hicimos consiste en cuatro módulos que se centran en la resolución de problemas relacionados con el manejo de los números enteros. Cada módulo está compuesto por: actividades preliminares, una actividad de resolución de problemas y una sesión plenaria.

En las actividades preliminares, tendientes a preparar a los estudiantes en la comprensión del enunciado, se le dan al estudiante herramientas teóricas que aportan a la solución de problemas. Por ejemplo, la secuencia de pasos propuestos por Polya (1971), (citado en Puig y Cerdan, 1988) y por Puig y Cerdan (1988): leer el texto para comprender el problema a través de la identificación de las variables y condiciones del mismo; luego escoger una estrategia para solucionarlo y ponerla a prueba; después comprobar el resultado de acuerdo con lo que se pide. El trabajo de estas sesiones también busca que el estudiante se familiarice con el contexto utilizado; además se miran y explican algunos de los términos y conceptos empleados en los enunciados y los prerrequisitos necesarios para la solución del problema escogido; se elaboran los materiales requeridos y se sugiere cómo representar los datos del problema en forma simbólica, tabular y gráfica.

La actividad central consiste en entregar al estudiante un problema que debe resolver a través de contestar o formular preguntas acerca del mismo y plantear representaciones que ilustren el problema y lo conduzcan a solucionarlo. El maestro apoya este trabajo mediante el análisis de las soluciones

presentadas, la corrección de errores y la elaboración de preguntas complementarias sobre el enunciado, las representaciones y la solución.

Por último la sesión plenaria es donde se destacan los hechos importantes de la actividad anterior y se resaltan los elementos teóricos que se utilizaron. También aquí los estudiantes, en forma individual u organizados en grupos, presentan sus alternativas de solución al problema mediante carteleras, transparencias, o simplemente por escrito. Como resultado de las discusiones acerca de las diferentes propuestas de solución se espera lograr acuerdos y consensos sobre las respuestas adecuadas.

IMPLEMENTACIÓN DE LA PROPUESTA

Primer módulo

Las actividades del primer módulo estaban encaminadas a darle al número entero un significado de avance y retroceso. Para ellas se contó con la experiencia realizada por el Anillo de Matemáticas (Orobio, 1995); se emplearon dados de color rojo y blanco y los estudiantes trabajaron en grupos de cuatro.

En las sesiones preliminares, se presentaron herramientas teóricas para la solución de problemas y los estudiantes elaboraron en cartulina una pista con casillas, un punto de partida y una meta final. Definieron normas para jugar que establecían que los dados rojos se usaban para avanzar y los blancos para retroceder. Luego, jugaron con estos elementos y representaron los resultados de las jugadas en forma verbal, gráfica, simbólica y tabular.

En la siguiente sesión se les planteó un problema relacionado con el juego de los dados rojos y blancos, que debían resolver:

Con dos dados rojos y uno blanco encuentre todas las posibilidades de obtener cinco de avance (5 rojo o 5A).

Además, se les entregó una guía de trabajo con preguntas sobre el enunciado, a las que debían contestar por escrito y se les pidió que representaran el problema utilizando distintos sistemas de representación. Se hizo énfasis de nuevo, en que ésta es una manera de hacer el análisis del enunciado.

El problema pretendía que el estudiante utilizara toda su creatividad para buscar las diferentes posibilidades de obtener los resultados. Se esperaba también que los estudiantes siguieran los pasos sugeridos por Polya en la solución del problema y por lo tanto, que tuvieran en cuenta las condiciones del enunciado y verificaran sus respuestas.

Observamos que en la mayoría de los grupos se expresaron las soluciones por medio de representaciones simbólicas y gráficas. Sólo un grupo de estudiantes presentó varias posibilidades de solución, pero que no cumplían con las condiciones del problema. Ninguno de los grupos verificó que su respuesta estuviera de acuerdo con lo que se pedía.

Respecto a las preguntas que intentaban guiar el análisis del enunciado, encontramos que casi todos los grupos las contestaron de manera adecuada, con una sola excepción en la que la respuesta simbólica era correcta pero verbalmente parecía no tener en cuenta todo lo que se pedía.

Nuestras percepciones del trabajo realizado por los estudiantes como consecuencia del desarrollo de este módulo fueron que en general, son capaces de utilizar los datos según el color para avanzar o retroceder y que interpretan estas acciones adecuadamente; pueden representar tanto gráfica como simbólicamente las situaciones, lo cual creemos ayudó a encontrar por lo menos una posibilidad de solución al problema. Sin embargo, las representaciones empleadas por todos los grupos fueron iguales a las propuestas por los profesores en las sesiones preliminares. Por otro lado, no consideraron la condición del problema que indica encontrar **todas** las posibilidades, talvez debido a que la forma en que se trabajó en las sesiones preliminares siempre fue hallando sólo una solución. También pudo influir el hecho de que las preguntas de guía para el análisis del enunciado no hacían mención a la palabra “todas” o a que había más de una posibilidad de solución.

Segundo módulo

El contexto de trabajo de este segundo módulo estaba relacionado con edades de personas. En todas las actividades se pretendía que el estudiante realizara comparaciones entre números enteros dentro del contexto, más exactamente que estableciera relaciones de orden, usando expresiones como: “tener más edad que” y “tener menos edad que”.

Para apoyar y continuar las actividades del módulo anterior en lo concerniente al significado de los números enteros como avance y retroceso, se inició en la etapa preliminar de este módulo una introducción a la representación en la recta numérica, en la cual se enfatizó la ubicación del cero y de los números positivos y negativos. Además, se propusieron preguntas y situaciones para inducir a los estudiantes a hacer comparaciones.

El problema planteado en la actividad central de este módulo fue el siguiente:

Juan tiene una hermana y un hermano. La hermana tiene 15 años y es 5 años más joven que su hermano. ¿Cuántos años tiene su hermano?

En esta actividad los estudiantes debían también contestar algunas preguntas sobre el enunciado para ayudar al análisis del mismo. Estas preguntas se presentaron en una guía de trabajo e intentaban hacer referencia a todas las palabras usadas en el enunciado y por consiguiente estaban relacionadas con todas las condiciones fijadas y con todo lo que pedía el problema. A diferencia de la actividad del primer módulo no se solicitaba explícitamente usar distintas representaciones.

En el desarrollo del problema casi todos los estudiantes dieron respuesta a las preguntas de guía para el análisis de forma satisfactoria e incluso algunos utilizaron la recta numérica para contestar estas preguntas. De la misma manera, la mayoría empleó la recta numérica para representar el problema, lo cual nos parece natural dado el trabajo que se realizó en las sesiones preliminares. La solución al problema también fue correcta en general, y en los casos en que fue solamente numérica, hubo buenos intentos de justificar los resultados.

Después de terminado este módulo, tuvimos la sensación de que el análisis del enunciado contribuyó a que los estudiantes tuvieran en cuenta todas las condiciones del problema y a que identificaran mejor lo que se pedía. Creemos que el estudiante ahora busca en el enunciado toda la información que necesita para resolver el problema, y relaciona el significado de avanzar en la línea recta, con la suma de números enteros positivos.

No obstante, también tuvimos la inquietud de que los resultados positivos del trabajo en el módulo, podían ser consecuencia de la sencillez del enunciado del problema y de que las preguntas formuladas por nosotros para el análisis, eran casi exhaustivas y por lo tanto, no tenían pierde.

Tercer módulo

En el tercer módulo se trabajaron problemas relacionados con temperaturas. La utilización de este contexto estaba encaminada a que el alumno fuera capaz de realizar comparaciones como: avanzar, retroceder, por encima de, por debajo de, necesarias para la construcción del concepto del número entero. Además se esperaba que el estudiante representara de alguna manera el enunciado del problema y estableciera un procedimiento para solucionarlo.

Para familiarizar a los estudiantes con este contexto, en la actividad preliminar se les pidió que realizaran consultas sobre el significado del concepto de temperatura, las unidades de medida que se acostumbra utilizar, la utilización del termómetro y las diferentes temperaturas de las principales ciudades del país.

En la actividad central se les presentó a los estudiantes en una cartelera, el problema a trabajar. Se les pedía, formular preguntas acerca del enunciado

del problema, representarlo y posteriormente, solucionarlo. El problema fue el siguiente:

En la ciudad de Bogotá, a las 5a.m. el termómetro marca 12° ; a la 1 p.m. la temperatura ha subido 7° desde su última variación. ¿Cuánto marca el termómetro a la 1:00 p.m.?

Para esta sesión el salón se organizó en grupos de cuatro estudiantes, cada uno de los cuales formulaba sus preguntas, las contestaba y leía las respuestas a los demás para discutir las y llegar a acuerdos.

Se les pidió que, en un pliego de cartulina, colocaran las preguntas de análisis del enunciado, las representaciones pertinentes y la solución del problema. Se recogió el trabajo de los estudiantes y se expuso en la sesión plenaria.

Al mirar las preguntas planteadas y sus respuestas, se destaca el hecho de que cada grupo presentó más de diez preguntas diferentes que hacían referencia a los términos, datos y condiciones del enunciado y que por consiguiente eran pertinentes al problema que se debía resolver. También nos llamó la atención la variedad de representaciones gráficas que utilizaron, la mayoría con base en la representación de la recta numérica, horizontal o vertical, pero indicando o dibujando con flechas y otros símbolos, desplazamientos de acuerdo con las variaciones de la temperatura. Casi todas las gráficas presentan puntos de referencia, ubicación de datos numéricos y el resultado final.

En general concluimos que los estudiantes fueron capaces de separar la información del enunciado en partes más pequeñas, reflejar en las preguntas los aspectos importantes del problema, determinar la incógnita y solucionar el problema. La cantidad y la calidad de las preguntas formuladas por los estudiantes, nos dio la idea de que ellos veían la necesidad de conocer y comprender el problema adecuadamente para iniciar el proceso de solución del mismo.

Cuarto módulo

El contexto del cuarto módulo hace referencia a problemas sobre cronologías. En los módulos anteriores se pretendía que los estudiantes se fueran apropiando de las herramientas para análisis de enunciados y representación del problema. En este módulo queríamos verificar si esto ocurría y si los estudiantes podían solucionar el problema sin darles las preguntas de guía. Igualmente nos interesaba observar cuál era la actitud y disposición con que los estudiantes se acercaban a la resolución de problemas.

En este módulo se trabajó con fechas, tomando como punto de referencia el nacimiento de Jesucristo en el año cero. Las fechas antes de Cristo y después de Cristo se tomaron como los números enteros negativos y positivos respectivamente. Además se manejaron relaciones y comparaciones relativas a cronologías.

Para la actividad central planteamos el siguiente problema:

En 1997, Adriana dispone de una nave con la cual puede viajar en el tiempo. Decide avanzar 132 años. ¿A qué año viaja? Si de aquí retrocede 2002 años, ¿en que año se encontraría?

Se pidió a los estudiantes que solucionaran el problema en forma individual, sin solicitarles expresamente la realización de preguntas sobre el enunciado o la utilización de distintas representaciones. Queríamos ver si, para solucionar el problema, el estudiante intentaba ganar comprensión acerca de éste y por tanto hacía uso de las herramientas propuestas a lo largo del trabajo anterior.

Casi todos los estudiantes plantearon cuatro o cinco preguntas para realizar el análisis del enunciado. Algunas preguntas hacían referencia a los datos y condiciones del problema, pero otras contenían datos inventados por ellos. Para responder tales preguntas utilizaron representaciones verbales, gráficas o simbólicas. Todos los alumnos presentaron con mucha seguridad la solución al problema.

Somos conscientes de que los problemas que propusimos a los estudiantes en esta experiencia, no involucran toda la complejidad deseada con respecto al manejo de números enteros negativos, y que esto pudo contribuir a la percepción positiva de los resultados generales obtenidos con la propuesta. Sin embargo, si fue evidente un cambio en los estudiantes en la forma de recibir y abordar las actividades propuestas en este módulo y la que observamos en la etapa exploratoria. Su actitud de alegría hacia lo que pueden hacer para comenzar el proceso de resolución y de confianza al tener una herramienta que les ayuda a solucionar los problemas, nos llevan a concluir que nuestros muchachos aprendieron a utilizar la herramienta de análisis del enunciado para iniciar la resolución de problemas en la clase de matemáticas.

CONCLUSIONES

Consideramos que realizar el análisis del enunciado y hacer uso de diferentes representaciones en la resolución de problemas son estrategias válidas para afrontar dificultades que tienen los estudiantes en la comprensión de enunciados. Así mismo, creemos que la propuesta de llevar a cabo dicho

análisis a través de preguntas, aporta enormemente a esta comprensión. Más aun cuando es el estudiante quien formula las preguntas.

Es importante resaltar que el maestro debe considerar, consultar y discutir con sus alumnos, todos los términos que intervienen en el enunciado del problema y los prerrequisitos implicados en la solución del mismo, con el fin de que las dificultades que se puedan presentar en ellos, no sean por falta de conocimiento del significado de algunas palabras o de los prerrequisitos. También el profesor debe tener en cuenta que el grado de complejidad de los problemas que se trabajan esté acorde, tanto con el nivel de los estudiantes como con la evolución del proceso. En las preguntas para el análisis del enunciado, es necesario enfatizar que se haga referencia a todos los datos y condiciones del problema y a lo que se pide.

Desde otras perspectivas, la experiencia permitió ver cambios en la actitud tanto de los estudiantes como del maestro. No vimos en los alumnos actitudes de copia, por el contrario notamos que se desenvuelven y desempeñan mejor y que se ven más seguros. Con respecto al docente, percibimos que su protagonismo fue diferente en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Aunque en la actividad el maestro se integra y comunica permanentemente con sus alumnos, son ellos los que participan de manera más activa al descubrir, crear, proponer, comunicar, representar y solucionar.

Dados los avances que detectamos en los estudiantes a raíz del desarrollo de los cuatro módulos, estamos considerando diseñar y llevar a la práctica más actividades que continúen este proceso y afiancen los logros alcanzados.

REFERENCIAS

- NCTM (1991). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática* (traducción al español a cargo de J. Alvarez y J. Casado). Sevilla: Sociedad Thales.
- Orobio, H., Ortiz, M., García, M. y López, C. (1995). *El desarrollo del pensamiento matemático en la educación básica*. Bogotá: Asociación Distrital de Educadores, Anillo de Matemáticas.
- Puig, L., y Cerdan, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares* (pp. 183-187). España: Editorial Síntesis.

Nivia Yela
Pablo Gil
Colegio Distrital Carlos Arango Veléz (JT)
Transversal 52 N° 36-42 Sur
Tel.: 7104452 - 7134726
Bogotá, Colombia