

## CONOCIMIENTO MATEMÁTICO DE UN PROFESOR DE SECUNDARIA Y SU ACTUACIÓN DOCENTE EN EL TÓPICO DE FRACCIONES

**Ivón García Díaz, Guadalupe Cabañas-Sánchez, Leticia Sosa, C. Miguel Ribeiro**

Universidad Autónoma de Guerrero. (Méjico)

Universidad Autónoma de Zacatecas. (Méjico)

Universidad de Algarve. (Portugal)

UNESP, Rio Claro. (Brasil)

bony\_999@hotmail.com, gcabanas@uagro.mx; lsosa19@hotmail.com, cmribeiro@ualg.pt

**Palabras clave:** conocimiento matemático para la enseñanza, fracción

**Key words:** mathematical knowledge for teaching, fractions

### RESUMEN

El estudio presentado en este artículo es parte de una investigación en curso centrada en el conocimiento matemático para la enseñanza, de un profesor de secundaria. Nos centramos en la práctica del profesor y en el conocimiento revelado en torno a la enseñanza al abordar el concepto de fracción -específicamente en términos de conocimiento del contenido y Enseñanza-. Para el análisis nos centramos tanto en la planificación del profesor sobre el tema de las fracciones como en su desarrollo en el aula.

### ABSTRACT

The study presented in this paper is part of an ongoing investigation focusing on a secondary teachers' Mathematical Knowledge for Teaching. We focus on the teacher practice and on the knowledge revealed by the teaching when addressing the concept of fraction – specifically in terms of Knowledge of Content and Teaching. For the analysis we focus on both the planning made by the teacher on the topic of fractions and on its development in the classroom.

## ■ Introducción

En este artículo se asume como problemática a la práctica profesional de un profesor de matemáticas de primer año de secundaria, enfocándonos en el estudio de los conocimientos que pone en acción durante su actuación docente, mientras aborda el tópico suma de fracciones. La pregunta que orienta el estudio es la siguiente: *¿qué conocimientos pone en acción el profesor de matemáticas en su práctica, en el marco de la enseñanza de suma de fracciones, con estudiantes de primer año de secundaria?* El interés por este tipo de investigación se motiva por al menos dos cuestiones. Una de ellas, porque la forma en como ocurre el proceso de enseñanza depende en gran medida, del papel del profesor, pues las decisiones que toma influyen directamente en todo el proceso (Ribeiro, Carrillo & Monteiro, 2014) y la otra, por el hecho de que el profesor, como representante oficial del currículum es quien lo interpreta, lo pone en funcionamiento y encara dificultades (Clarke, Emanuelsson, Mok & Jablonka, 2006). La toma de decisiones y las acciones del profesor durante el proceso de enseñanza están condicionadas de algún modo, por los conocimientos que posee sobre el currículum, el contenido a enseñar, sus creencias, los medios y métodos de enseñanza que utiliza, por citar algunos aspectos. Por ello consideramos que para contribuir en la mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje, es insuficiente con centrar la atención en lo que hacen o dejan de hacer los alumnos, también de lo que sabe (y debería saber) el profesor acerca del contenido (y su enseñanza), de sus acciones y las decisiones que toma en diversos momentos de su práctica profesional.

La comprensión del conocimiento que pone en acción un profesor de matemáticas de secundaria en la enseñanza del tópico suma de fracciones, implica tomar en consideración aspectos como los siguientes: a) el conocimiento que tiene sobre el currículum (Plan y programas de estudio, libros de texto y orientaciones didácticas sobre el tema), b) acerca de los procesos de aprendizaje de sus estudiantes (conocimientos previos, fortalezas, errores y dificultades con determinados tópicos, creencias, de lo que les resulta más motivante, etc.), c) las estrategias de enseñanza que pone en juego (las que usa para asegurar el nivel de partida, introducir un tema o lección, de su desarrollo y valoración de la construcción de conocimiento nuevo por los estudiantes), d) cómo se articula el tema o lección con otros contenidos independientemente de la disciplina, e) del conocimiento del contenido matemático a enseñar, y; f) del conocimiento especializado del contenido. Significa, estudiar el conocimiento matemático para la enseñanza que pone en acción un profesor de matemáticas en diferentes momentos de su práctica profesional. En este trabajo, nos enfocamos en el estudio de los tres primeros.

## ■ Marco teórico

Para dar respuesta a la cuestión nos sustentamos en el modelo de conocimiento matemático para la enseñanza de Ball y colaboradores (Ball et al, 2008), en la concepción de estrategias de enseñanza de Monereo (1994) y en la categoría de estrategias de enseñanza propuestas en Díaz Barriga y Hernández (2002). El modelo de Ball y colaboradores (Ball et al, 2008) se toma como base, para comprender el conocimiento didáctico del contenido que pone en acción un profesor de matemáticas en la enseñanza de la suma de fracciones. El concepto de estrategia (e.g. Monereo, 1994) así como la clasificación de Díaz Barriga y Hernández (2002), en el análisis y entendimiento de las formas de enseñanza que planifica y desarrolla. Ambos aspectos, se estudian en dos momentos de la práctica profesional del profesor, durante la planificación y en el salón de clases.

## ■ Conocimiento Matemático para la Enseñanza

Ball y colaboradores (Ball et al, 2008) modelizan el conocimiento necesario para enseñar matemáticas diferenciando dos dominios, el *Conocimiento del Contenido (SMK)* y el *Conocimiento Didáctico del contenido (PCK)*. El primero, lo dividen en tres subdominios: El *Conocimiento común del contenido (CCK)*, el *Conocimiento especializado del contenido (SCK)* y el *Horizonte matemático*. Mientras que el segundo, en el cual se focaliza este trabajo, en el *Conocimiento del contenido y los estudiantes (KCS)*, *conocimiento del contenido y la enseñanza (KCT)*, y *conocimiento del contenido y el currículo*.

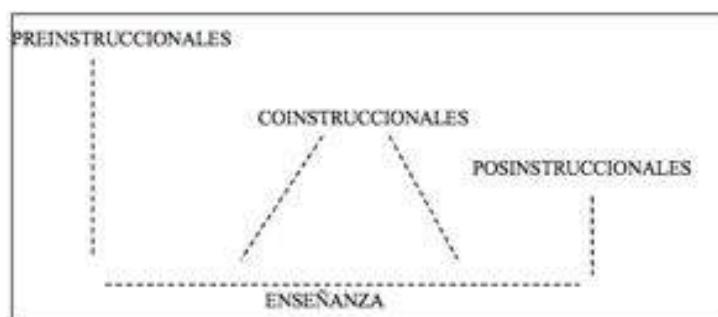
## ■ Estrategias de Enseñanza

La noción de estrategia es fundamental. Se concibe en el sentido de Escoriza (2003) como procedimientos intencionales, deliberados, propositivos y cuya ejecución requiere control (regulación y evaluación) sistemático y continuado durante el proceso orientados al logro de los objetivos previstos. En el plano educativo se distingue entre las *estrategias de enseñanza* y las *estrategias de aprendizaje*:

- *Estrategias de Aprendizaje* referidas a los procesos de toma decisiones (conscientes e intencionales) en los cuales el alumno elige y recupera, de manera coordinada, los conocimientos que necesita para cumplimentar una determinada demanda u objetivo, dependiendo de las características de la situación educativa en que se produce la acción (Sánchez, 2010, citado en Pastrana, 2012); y
- *Estrategias de Enseñanza*, que consisten de una serie de acciones sistemáticamente organizadas por el profesor y que tienen la intención de producir aprendizaje en los estudiantes (Monereo, 1994, citado en Pastrana, 2012).

Por las características del trabajo, nos enfocamos en las estrategias de enseñanza, en razón de que involucran aspectos como: diseño y empleo de objetivos e intenciones de enseñanza, preguntas insertadas, ilustraciones, modos de respuesta, organizadores anticipados, redes semánticas, mapas conceptuales y esquemas de estructuración de textos, entre otros (Díaz Barriga & Hernández, 2002). Este tipo de aspectos son fundamentales al momento de analizar la planificación de un profesor de matemáticas, métodos y estrategias de enseñanza. Díaz Barriga y Hernández (2002) afirman que este tipo de estrategias permiten abordar aspectos como el diseño y empleo de objetivos e intenciones de enseñanza, preguntas insertadas, ilustraciones, modos de respuesta, organizadores anticipados, redes semánticas, mapas conceptuales y esquemas de estructuración de textos, entre otros. presentan un listado de las estrategias de enseñanza que el docente puede emplear con la intención de facilitar el aprendizaje significativo de los alumnos. Estas estrategias pueden incluirse en ciertos momentos según su uso y presentación: *Antes* (preinstrucionales), *durante* (coinstrucionales) o *después* (posinstrucionales) de un contenido curricular específico, ya sea en un texto o en la dinámica del trabajo docente (Figura No. 1).

Figura 1. Estrategias de enseñanza según el momento de su presentación.



## ■ Metodología

La investigación se inscribe en un estudio de casos, el cual es considerado como una forma de estudiar a un individuo o a una institución en un entorno o situación único y de una forma lo más intensa y detallada posible (Castillo, 2008). En el estudio colaboró el profesor Ricardo, ingeniero de profesión y con una maestría en Docencia de la Matemática. En su elección se consideró: a) Que fuese profesor de matemáticas en ejercicio, en el primer año de secundaria o séptimo grado de educación básica, y; Que estuviese dispuesto a colaborar en la investigación, aportando implícita o explícitamente elementos sobre el Conocimiento Didáctico del Contenido en el tópico suma de fracciones.

Los datos se obtuvieron a través de lo siguiente:

- Una entrevista semi-estructurada.* Para la aplicación se elaboró un guión, con preguntas se enfocaron a indagar sobre los tres aspectos ya señalados. Se aplicó previo a la entrega por el profesor Ricardo, de la planificación, así como de la observación de las sesiones de clase en que desarrolló el tema planteado en ella. Esta entrevista tuvo una duración aproximada de una hora.
- La planificación del profesor respecto al tópico “suma de fracciones”.* Se solicitó al profesor durante la entrevista y fue proporcionada días posteriores.
- La observación de las sesiones, en que desarrolló la planificación del tópico.* Se recurrió a las transcripciones de las sesiones. De aquí obtuvimos las unidades de análisis, las cuales consistían de los diálogos del profesor y sus interacciones en el medio y con los estudiantes.

## ■ Análisis de los datos

El análisis presentado en este reporte está centrado en la planificación elaborada por Ricardo la que contribuyó a tener una mayor comprensión acerca de los conocimientos que pone en acción en la enseñanza del tópico en cuestión. Con base en el aprendizaje esperado que declara, las tareas de cada actividad que la componen, y del objetivo específico para cada una, se reconocieron además, los subdominios del PCK que revelan sus acciones.

## ■ La planificación de Ricardo

Ricardo manifiesta que en general, sus planificaciones toman como base los objetivos y el enfoque de enseñanza establecidos en plan de estudios secundaria en nuestro país, y el programa de enseñanza de matemáticas, así como en los materiales didácticos, entre ellos, el libro de texto de matemáticas y las orientaciones didácticas para el profesor. Con base en su experiencia, reconoce que en el caso del libro de texto de matemáticas, las actividades que comprenden las lecciones de los diferentes temas, son poco robustas, y que ello no se contribuye a que los estudiantes profundicen y reflexionen sobre el contenido que se está enseñando. Por ello considera conveniente que para el estudio de determinados temas, el profesor debe elaborar sus propios diseños. En el caso del tema en cuestión, planteó una planificación con secuencias de actividades más robustas desde su perspectiva, en las involucra material concreto. Las actividades de esta planificación las sometió a un proceso de validación con un grupo de estudiantes de séptimo grado en un ciclo escolar previo al que se llevó a cabo esta investigación, en este caso, durante el ciclo: 2012-2013. Con base en esa validación las actividades se mantuvieron sin cambios. La planificación evidencia una estructura general, constituida por tres momentos:

- *Momento de apertura.* Se constituye por tres tareas (T1, T2 y T3), ubicadas en la sección a la que llama: *a trabajar*;
- *Momento de desarrollo.* Se compone de nueve tareas (T4, T5,..., T12) y las ubica en la sección: *a comer ostias, y*;
- *Momento de cierre.* Se compone de tres tareas (T3, T14 y T15) y se localizan en la sección: *A sumar fracciones*.

## ■ Descripción de las Tareas de la Planificación de Ricardo

Las tareas T1 y T2 se plantearon con la finalidad de que los estudiantes recuperen conocimientos acerca de: a) la suma de fracciones con igual denominador; b) fracciones equivalentes, y; c) el mínimo común múltiplo. El contexto se considera familiar a los estudiantes, pues se les sitúa a trabajar en torno al reparto de pasteles. En T1 el reparto es sobre tres pasteles dividido en ocho partes iguales. Con base en ello, se espera que los estudiantes reconozcan el significado de la operación que les permitirá determinar la cantidad de pastel han comido, si de cada uno de los tres pasteles han tomado una rebanada. Mientras que en T2, trabajan con un cuarto pastel, dividido en dieciséis rebanadas, del mismo tamaño. En el mismo contexto que en T1 y T2, Ricardo propuso T3 a la que ubica en el momento de apertura. Su función es problematizar el tema de la suma de fracciones con diferente denominador, un tema que es nuevo para los estudiantes. La situación consiste de la partición de tres pizzas en dos, cuatro y ocho partes iguales respectivamente. Con base en ello, los estudiantes deben reconocer en primera instancia, qué parte del todo (pastel) es la sombreada en cada caso y seguidamente representarla. Luego, deben ser capaces de reconocer qué significado de las operaciones básicas es la que les permitirá determinar el total de las partes que se comieron de los tres pasteles, y plantear la suma correspondiente. Se enfrentan ahora con un problema cuya solución requiere de la suma de fracciones con diferente denominador, tema nuevo para ellos, pues hasta ahora sólo han resuelto problemas articulados a la suma de fracciones con el igual denominador. Ello propiciará un conflicto cognitivo. Se espera que se den cuenta que los algoritmos hasta ahora estudiados en el marco de las fracciones, les impedirán determinar de manera exitosa las exigencias de T3 (Figura No. 2).

Figura 2. T3 problematiza el tema objeto de enseñanza.

Asistes a una fiesta en la cual hay 3 pasteles del mismo tamaño pero de diferente sabor, cada uno dividido en 8 partes iguales, pero como tú deseas probar de los 3, tomas una rebanada de cada uno.



a) ¿Qué fracción del pastel representa cada una de las rebanadas?

b) ¿Qué debes realizar para saber cuánto pastel comiste en total?

c) Entonces: ¿Cuánto pastel comiste en total? \_\_\_\_\_

El propósito de T4, T5 y T6 es que los estudiantes adquieran y organicen conocimiento nuevo en torno a la suma de fracciones, se les plantea otra situación en la cual se le ubica a trabajar con el consumo de ostias. En el caso de T4 y T5 espera que reconozcan que para la determinación exitosa de la cantidad de ostia consumida, deben recurrir a una suma de fracciones con diferente denominador. En T6 los sitúa a trabajar con las fracciones sobre material tangible (foami), con el que representa dos ostias, una dividida en dos partes iguales (medios) y la otra, en cuatro partes iguales (cuartos). De este modo, les entrega dos círculos en material foami, a los que se les indica que son dos ostias. En ese contexto, se les sitúa a trabajar por momentos (M): En el primero (M1) se les pide “tomar”  $\frac{1}{2}$  de una ostia y  $\frac{1}{4}$  de la otra. En un segundo momento (M2), deben representar sobre otras ostias elaboradas en foami a  $\frac{2}{4}$  y  $\frac{1}{4}$ . En un momento tres (M3) deben comparar las fracciones de ostias de M1 con las de M2 en el orden que aparecen, es decir,  $\frac{1}{2}$  con  $\frac{2}{4}$  y  $\frac{1}{4}$  con  $\frac{1}{4}$ . Con base en ello, deben reconocer que son equivalentes. En un momento cuatro (M4) se les pide que sumen las fracciones de M1, apoyándose de las fracciones equivalentes obtenidas en M3. En T7 y T8 continúan trabajando sobre foami con las fracciones. En T7 se les pide determinar la cantidad total de ostia que han comido si de una se comieron la mitad ( $\frac{1}{2}$ ) y de la otra un quinto ( $\frac{1}{5}$ ), es decir, determinar a qué equivale  $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$  y se les plantea de ese modo. Para su solución, se les pide que se apoyen de las representaciones de ostia. Primeramente deben obtener fracciones equivalentes a  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{1}{5}$  y que además, deben tener el mismo denominador. A partir de ello, deberán resolver la operación correspondiente, a fin de determinar la cantidad de ostia total que han comido. El problema de T8 es análogo al de T7, deben realizar el mismo procedimiento para resolver el problema y determinar a qué equivale  $\frac{1}{6} + \frac{1}{4}$ .

En T9 los pone a trabajar con las fracciones de T6, T7 y T8. En un primer momento (M1) los estudiantes deben reconocer las fracciones dadas (a las que denominan fracciones iniciales) y las fracciones

equivalentes obtenidas en T6, T7 y T8. En el segundo momento (M2), deben obtener el mínimo común múltiplo (mcm) de los denominadores de las fracciones iniciales. Finalmente en un tercer momento (M3) tienen que comparar el mcm obtenido en M3 con el denominador de las fracciones equivalentes.

En T10, a manera de síntesis, el profesor Ricardo les presenta de manera escrita, en una hoja, el procedimiento que debe realizarse para obtener el resultado de una suma de fracciones con diferente denominador. A modo de cierre de la actividad, el profesor les hace saber otra forma de obtener fracciones equivalentes, la cual consiste en multiplicar tanto el numerador como el denominador por un mismo número. T11 y T12 están diseñadas para que los estudiantes fortalezcan su conocimiento sobre la suma de fracciones con diferente denominador. Plantea problemas que involucran a un valor faltante. Es así que la tarea les pide: a) Describir el procedimiento que siguen para obtener una fracción equivalente a otra utilizando un factor multiplicativo, que es el valor faltante; b) Determinar un factor multiplicativo y el numerador de una fracción equivalente. Por último se plantea un problema en el que deben determinar el resultado de una suma de tres fracciones con diferente denominador. T13 (Figura No. 2), T14 y T15 por su parte, tienen como finalidad que los estudiantes apliquen lo aprendido hasta ahora sobre suma de fracciones con diferente denominador, mientras resuelven problemas contextualizados.

### ■ Reflexiones finales

En términos generales, por la forma en que presenta su planificación el profesor Ricardo en los tres distintos momentos que coloca las tareas (de apertura, de desarrollo y de cierre), se reconocen dos tipos de estrategias de enseñanza (EE): Las preinstruccionales (PREI) y las coinstruccionales (COI). Las del primer tipo, como se declaró en el capítulo 3, preparan y alertan al estudiante a qué y cómo aprender, y; las del segundo tipo, apoyan los contenidos curriculares durante el proceso de enseñanza. En este sentido, se identificó que las tareas correspondientes al momento de *Apertura* (M1) se relacionan con EE-PREI denominada *Organizador Previo*, pues tienen como finalidad el recuperar conocimiento previo sobre fracciones equivalentes, mínimo común múltiplo y suma de fracciones con igual denominador mientras resuelven problemas contextualizados. Además, recurre a la EE-COI denominada *Ilustraciones* para representar de manera visual, mediante círculos que representan los pasteles y pizzas, involucrados en los problemas. Otra EE-COI que se articula a este momento es la denominada *Preguntas Intercaladas* la cual sirve de apoyo para obtener información relevante, que permitirá resolver las tareas e identificar los conocimientos puestos en juego y las limitaciones que esto conlleva.

En el momento de *Desarrollo* (M2), se presentan la EE-COI, *Preguntas Intercaladas* con la finalidad de que los estudiantes reconozcan información relevante para poder resolver suma de fracciones con diferente denominador, en este caso debían reconocer que para poder resolver problemas que involucren este tópico, deben convertir las fracciones con diferentes denominadores en otras equivalentes, de tal manera que ambas tengan el mismo denominador y así puedan resolver la suma de fracciones con igual denominador. Además se recurre a la EE-COI, *Resumen* procura que los estudiantes asimilen el procedimiento que debe seguirse para resolver suma de fracciones con diferente denominador, este se presenta de manera escrita.

En el tercer momento (M3) se observa la EE-POS, *Analogías* ya que las tareas que se presentan son semejantes a las previas, aunque con variantes, como el contexto en que se plantearon los problemas. De manera general se reconoce que el profesor Ricardo se apoya de diversas estrategias para diseñar su planificación. Destaca su interés por incorporar aspectos sobre los procesos de aprendizaje de los estudiantes, como: asegurar el nivel de partida (conocimientos previos) y con sus dificultades en torno al concepto de fracción, su operatoria (sumas con igual denominador), así mismo, de articular lo que debe saber el estudiante, con el contenido a enseñar. También se apoya del uso de material didáctico como un recurso para motivar a los estudiantes en el aprendizaje del tópico en cuestión.

## ■ Referencias bibliográficas

- Ball, D., Thames, M. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education* 59, 389-407.
- Castillo, M. (2008). *Proyectos de Investigación. Metodología de investigación científica USN. Método de estudio de caso*. Recuperado de: [www.itescham.com/Syllabus/Doctor/r1614.DOC](http://www.itescham.com/Syllabus/Doctor/r1614.DOC)
- Clarke, D., Emanuelsson, J., Mok, I. & Jablonka, J. (2006). The Learner's Perspective Study and International Comparisons of Classroom Practise. In D., Clarke, J., Emanuelsson, E., Jablonka & I., Mok (Eds.) *Making Connections: Comparing Mathematics Classrooms Around the World*: Rotterdam: Sense Publishers.
- Díaz Barriga, F. & Hernández G. (2002). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. México, McGraw-Hill.
- Pastrana, F. (2012). Estrategias desarrolladas por estudiantes de Nivel Medio Superior al resolver problemas matemáticos de la prueba PISA. (Tesis inédita de licenciatura). Universidad Autónoma de Guerrero, Chilpancingo, Gro.
- Ribeiro, M., Carrillo, J. & Monteiro, R. (2012). Cognições e tipo de comunicação do professor de matemática. Exemplificação de um modelo de análise num episódio dividido. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 15(1), 93-121.