FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA DE LA APROPIACIÓN CONCEPTUAL CON AYUDA DE LAS TIC, EJEMPLIFICADO EN LA DERIVADA

Neel Lobatchewski Báez Ureña, Ramón Blanco Sánchez, Olga Lidia Pérez González
UASD (Rep. Dominicana)
UC (Cuba)
neelbaez@gmail.com, ramón.blanco@reduc.edu.cu, olguitapg@gmail.com

Palabras clave: cálculo diferencial, transferencias, semiótica, conceptos
Key words: differential calculus, transferences, semiotic, concepts

RESUMEN

En el presente, se hace cada vez más cotidiano el uso de las TIC en las clases de Matemática, pero lamentablemente esta cotidianidad es resultado de la intención de estar a la moda, o de cumplir orientaciones institucionales, pero sin una clara conciencia por parte de los maestros del por qué, cuándo y cómo, deben incorporar estas tecnologías en su clase.

Por tales razones el presente trabajo tiene como objetivo ilustrar, en cierta medida, el por qué cuándo y cómo se deben integrar estas nuevas tecnologías con la clase de Matemática tradicional, de modo que resulte un producto pedagógico que posea de forma holística la experiencia de lo tradicional y el aporte de lo nuevo.

ABSTRACT

In the present, every day is more frequent the TIC use in the mathematics classroom, but unfortunately this frequent use is the result from the teacher intention in order to be in the latest trends about it, or to fulfill institutional orientation, but the teachers do not have a clear conscience of the reason to why, when, and how to incorporate these technology in their class.

For these reasons, the present work has as objective to illustrate, in some way, the why and how, these new technology must be integrated in the Mathematical traditional class in order to reach a pedagogical product holding the traditional experience and the contribution of the new in holistic pattern.

Introducción

Dado el carácter no ostensivo de los objetos matemáticos, se presentan entre otras dos dificultades de los estudiantes en el trabajo con estos objetos, una es el trabajar a nivel de símbolo, esto es, el estudiante desconoce el objeto matemático y manipula los símbolos de acuerdo con las reglas de la Matemática pero desconoce el objeto matemático que el símbolo representa o solo lo conoce parcialmente, el otro problema que tiene la misma raíz consiste en que el estudiante tiene dificultades para distinguir entre proceso y objeto. (Sfard, 1991).

El respaldo teórico de esta investigación se encuentra en los principios de la escuela Histórico Cultural de S. L. Vigotsky y sus seguidores (Vigotsky, 1962) desde donde se pueden determinar fundamentos teóricos de la Matemática Educativa, tales como el carácter mediatizado de la psiquis humana y el carácter no ostensivo de los objetos matemáticos. (Vigotsky, 1981).

Los elementos teóricos señalados en el párrafo anterior se conjugan en la teoría de la transferencia de registros semióticos, que tiene a Raymond Duval como su principal protagonista, (Duval, 2006) aunque sus trabajos están muy relacionados con la teoría onto-semiótica de Godino. (Godino, 2002).

Desarrollo

El carácter no ostensivo de los objetos matemáticos, tiene un peso notable en el hecho de que la Matemática utilice un lenguaje propio, basado en la semiótica usada para representar los objetos con los que trabaja. Pero con respecto a este lenguaje se presentan serios problemas, ya que los “lenguajes matemáticos” que utilizan los docentes y los estudiantes no necesariamente son los mismos (Tall, 2009).

El lenguaje matemático es generalmente aprendido en la escuela por imposición. A su vez, es visto como un sistema codificado y acabado que se da de manera planificada y escalonada que se enseña a través de contenidos parciales, distintos conceptos, procedimientos y algoritmos cada vez más abstractos y alejados de la expresión física, lo que lo convierte en un objeto de conocimiento en sí mismo.

Por lo anterior, no siempre logra constituirse en un medio de comunicación efectiva entre las personas, salvo aquellas que lo conozcan y manejen con propiedad; lo que puede implicar que mientras el docente utiliza un lenguaje técnico los educandos pueden interpretarlo coloquialmente.

Esto lleva a un conflicto permanente que contribuye a propiciar la sensación de que el aprendizaje de la Matemática es un fin en sí mismo, contradiciendo el planteamiento de verlas como un lenguaje dentro de la sociedad del conocimiento y como un instrumento para muchas áreas científicas y profesionales ligadas al desarrollo de competencias.

Suele suceder que el estudiante no aprecia las virtudes y necesidad de este lenguaje, por ejemplo en la formulación matemática $s(t) = -16t^2 + 80t$, para describir la altura de una flecha disparada verticalmente en el aire, donde t es el tiempo en segundos, el esquema completo de la relación entre el tiempo y la altura de la flecha es codificado de una manera precisa. Sin embargo usando la semiótica del lenguaje coloquial, se puede señalar solo situaciones específicas, por ejemplo, la flecha está subiendo, o está cayendo, o regresó a la tierra, a diferencia de la descripción completa que brinda la Matemática, descripción que no es posible con ningún otro recurso semiótico.

En Matemática las representaciones semióticas son importantes tanto para los fines de comunicación como para el desarrollo de la actividad matemática. El tratamiento de los objetos matemáticos depende directamente del sistema de representación semiótico utilizado. (García, 2012).

El autor Raymond Duval, hace referencia a que el aprendizaje de la Matemática es un campo de estudio propicio para el análisis de actividades cognitivas importantes como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas y la comprensión de textos. Enseñar y aprender Matemática conlleva que estas actividades cognitivas requieran además del lenguaje natural o el de las imágenes, la utilización de distintos registros de representación y de expresión. (Duval, 2006).

Como ya se ha planteado, los conceptos matemáticos no son objetos reales y por consiguiente se debe recurrir a distintas representaciones para su estudio, y para llevarlo a cabo resulta importante tener en cuenta que las mismas no son el objeto matemático en sí, sino que ayudan a su comprensión. Si no se distingue el objeto matemático (números, funciones, rectas, triángulos, etc.) de sus representaciones (escritura decimal o fraccionaria, gráficos, trazados de figuras, etc.) no puede haber comprensión en Matemática.

Por otra parte, es importante destacar, que las representaciones semióticas no deben confundirse con las representaciones mentales es decir con el conjunto de imágenes y concepciones que un individuo puede tener acerca de un objeto, una situación y sobre todo lo asociado al mismo.

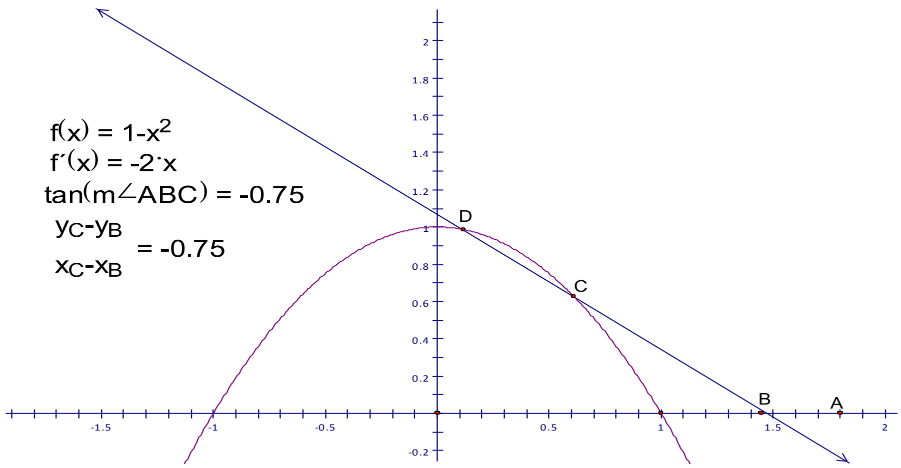
El análisis teórico desarrollado indica cómo y por qué incorporar las TIC en el proceso enseñanza aprendizaje de la Matemática, ya que estas nuevas tecnologías brindan notables recursos para poder efectuar transferencias de registros semióticos con rapidez y eficiencia, lo cual según las consideraciones anteriores es de notable importancia.

La Matemática se vale de la semiótica y la visualización para representar los entes matemáticos, y que ésta no es un fin en sí mismo sino un medio para mejorar la comprensión de dichos entes abstractos. (Font, Godino, D'Amore, 2007). Este proceso de visualización puede realizarse con lápiz y papel, pero el uso de tecnología lo torna más ágil y efectivo. La relación semiótica – visualización se manifiesta en cómo ver las características analíticas de una ecuación a través de las características visuales cualitativas de una representación gráfica de esta y viceversa.

Las figuras geométricas constituyen un registro de representación multifuncional presente en la actividad matemática a través de los distintos estatus que puede llegar a desempeñar, (Marmolejo, Vega, 2012). En particular con el apoyo de las TIC.

En el siguiente ejemplo la materialización semiótica de la variación y cambio de la derivada mediante las TIC permite al estudiante la visualización de estos fenómenos.

Figura 1



En la figura 1, cuando se usa un software de geometría dinámica como el Geómetra o el Geogebra, el estudiante puede ver literalmente, como al acercarse el punto C al D la secante se convierte en tangente y el valor de la derivada coincide con la tangente trigonométrica del ángulo de inclinación de la tangente geométrica de la curva en el punto.

No obstante, es usual que los cursos de Cálculo Diferencial se enfoquen algebraicamente, esto es una vez que se trabaja con el límite, también algebraicamente, se da la definición:
$f'(x)=\lim_{a\to 0}\frac{f(x+a)-f(x)}{a}$, a partir de la cual el trabajo con el Cálculo Diferencial se realiza algebraicamente.

Si bien el álgebra constituye la base para el lenguaje matemático, debe tenerse en cuenta que es diferente al Cálculo. Cada uno de estos campos de la Matemática posee sus propias reglas y características, de manera tal que lo que es verdad en uno no significa que en el otro deba asumirse de igual manera. Al considerarse al Cálculo como una extensión del álgebra, se potencia un aprendizaje sin comprensión, débil, pasajero y, formal, el cual va en contra de la naturaleza histórica del surgimiento de dicha rama de la Matemática.

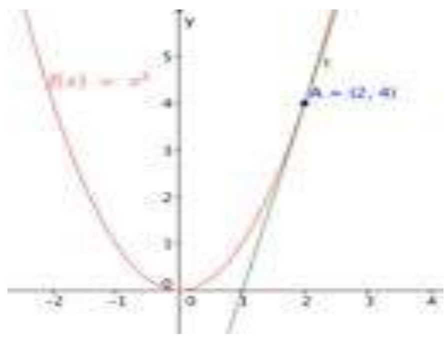
Por otra parte, un aprendizaje de la Matemática –y por ende del Cálculo– visto como una extensión del álgebra, la cual a su vez es considerada como una extensión de la aritmética, ligada generalmente a un uso indiscriminado de las calculadoras, posibilita que el Cálculo termine siendo visto como el resultado de una correcta manipulación de fórmulas, en un marco de descontextualización de la Matemática, contradiciendo el que hacer mismo del Cálculo.

El Cálculo Diferencial trabajado algebraicamente provoca que muchos estudiantes no puedan resolver un problema, tanto clásico como sencillo, como el siguiente: ¿Cuál es la ecuación de la recta tangente a f(x) = x^2 en el punto (2, 4)?

Aunque el estudiante recuerde que puede encontrar la ecuación de una recta si conoce un punto de la misma y su pendiente, si sólo ha trabajado con la derivada algebraicamente es natural que no se le ocurra como calcular la pendiente requerida.

También en este caso el uso de las TIC, permite ilustraciones más precisas y ejecutadas con más facilidad. Figura 2.

Figura 2

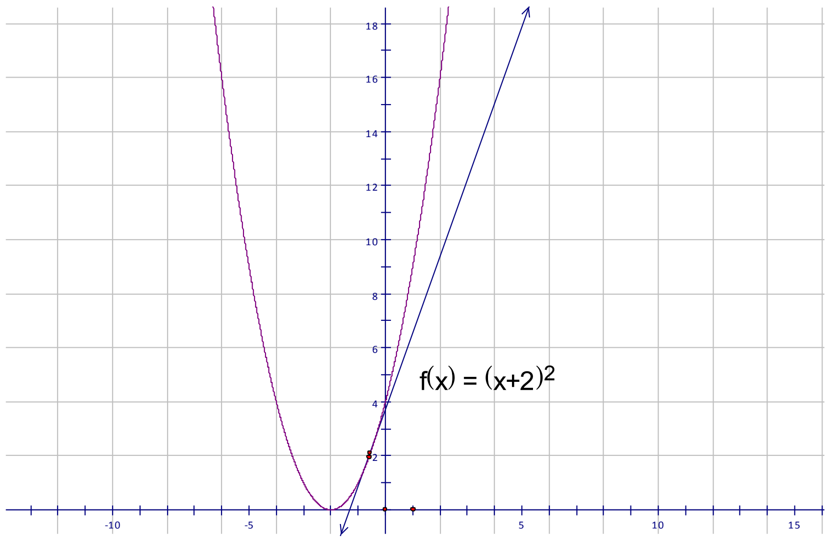


Si el alumno conoce que la derivada en el punto es la tangente trigonométrica, del ángulo de inclinación de la tangente geométrica en el punto, esto es la pendiente de la recta buscada, el problema resulta muy sencillo: Como $f'(x) = 2x$ evaluándola en el punto se tiene: $f'(2) = 4$ ya teniendo la pendiente de la recta buscada y un punto de la misma, la ecuación es: y – 4 = 4(x – 2), o bien: y = 4x – 4.

Otro ejemplo menos inmediato, pero que también requiere del concepto de derivada es el siguiente: Hallar los valores de x para los cuales la recta tangente a la curva y = $(x + 2)^2$ pasa por el origen de coordenadas. Figura 3.

En este caso resulta de mucha utilidad recurrir a un software que permita manipular los gráficos, Figura 3, de modo que se pueda desplazar la tangente a la parábola hasta que esta pase por el origen de coordenadas.

Figura 3



Dado que las pendientes de las rectas tangentes a la curva están dadas por f´(x) = 2x + 4, los valores de x pedidos deben satisfacer tanto la ecuación de la recta que pasa por el origen
y = m.x, que sustituyendo m = f´(x) = 2x + 4, tenemos que y = $2x^2 + 4x$. Como la ecuación de la curva y = (x + 2), lo que nos lleva al siguiente sistema: $\begin{cases} y = (x+2)^2 \\ y = 2x^2 + 4x \end{cases}$ de donde se obtiene: $(x+2)^2 = 2x^2 + 4x$, los valores de x buscado son: x = 2, x = -2, lo que determina las pendientes: m = 0 y m = 8, lo cual se puede comprobar en el gráfico, soportado sobre un software que permita manipular los gráficos.

En el proceso de aprendizaje y enseñanza de la Ingeniería intervienen muchos factores, dentro de los que destacan los referidos a las ciencias básicas. Estos constituyen las bases para las carreras de dicha disciplina y el aprendizaje de la Matemática es un elemento crítico, lo cual conlleva a una situación de debilidad en la formación de los futuros ingenieros, ya que un aprendizaje de la Matemática en general, y del Cálculo Diferencial en particular, de manera indebida o incorrecta, puede dificultar el desarrollo profesional del futuro ingeniero. (García Retana, 2013).

En la formación de los ingenieros una meta importante es que el estudiante sea capaz de modelar, el proceso de modelización matemática es considerado como una actividad científica en Matemática que consiste en la obtención de modelos propios de las demás ciencias. En los últimos años muchas investigaciones trataron de la adaptación de esta actividad científica en la enseñanza de la Matemática y que se convierta en una estrategia didáctica para abordar conceptos matemáticos en el aula con los estudiantes. (Scardigli, Maturelly yTaylor, 2013).

Para que el estudiante logre la capacidad de modelar matemáticamente diferentes fenómenos de las ciencias técnicas, necesita primero lograr un manejo eficiente de los diferentes registros de representación de los objetos y conceptos matemáticos, dado que en el proceso de modelación no solo tiene que saber que herramientas matemáticas usar, necesita además poder usar la representación semiótica de la herramienta requerida mas adecuada al fenómeno que desea modelar.

Referencias bibliográficas

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 103–131.

Font, V., Godino, J., D'Amore, B. (2007). An onto-semiotic approach to representations in mathematics education. *For the learning of Mathematics,* 27(2), 2 – 7.

García, J. (2012). El lenguaje y las dificultades para el aprendizaje de las matemáticas. *Diálogos Pedagógicos*. 10(19), 47 – 59.

García Retana, J. A. (2013). La problemática de la enseñanza y el aprendizaje del cálculo para ingeniería. *Revista Educación*, 37(1), 29-42.

Godino J. D. (2002). Un enfoque ontólogico y semiótico de la Cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22(2.3), 237-284.

Marmolejo G. A., Vega M. B. (2012). La visualización en las figuras geométricas. Importancia y complejidad de su aprendizaje. *Educación Matemática*, 24(3), 7-28.

Tall, D. (2009). Dynamic mathematics and the blending of knowledge structures in the calculus. *ZDM. Mathematics Education*, *41* (4), 481- 492.

Scardigli, M. Maturelly, R. y Taylor, F. (2013). Reflexiones sobre la Modelización Matemática como una Práctica de Enseñanza y de Aprendizaje en Carreras de Ingeniería. *Revista de informática Educativa y Medios Audiovisuales*, *10* (17), 17-21.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics, 22*(1), 1-36.

Vygotsky, L. S. (1962). Thought and language. Cambridge: MIT Press.

Vygotsky, L. S. (1981). The instrumental method in psychology. In J. Wertsch (Ed.), *The Concept of Activity in Soviet Psychology* (pp. 135–143). Armonk, New York: Sharpe.