

CONOCIMIENTO DEL CONTENIDO MATEMÁTICO DE UN PROFESOR PARA LA ENSEÑANZA DE LAS FUNCIONES EN CUARTO AÑO DE SECUNDARIA EN COSTA RICA

Ariana Rodríguez, Miguel Picado, Jonathan Espinoza

Universidad Nacional de Costa Rica (Costa Rica)

arodriguez89@gmail.com, miguepicado@hotmail.com, jonaespinoza@una.cr

Palabras clave: conocimiento matemático, enseñanza, función, secundaria.

Keywords: mathematical knowledge, teaching, function, high school.

RESUMEN

El conocimiento del profesor sobre las matemáticas y su didáctica constituye un tema de interés en el estudio del desempeño docente en esta área. Esta investigación enfoca el conocimiento del contenido matemático del profesor para la enseñanza de los conceptos básicos sobre función. Se enmarca en las investigaciones sobre el conocimiento matemático del profesor para la enseñanza (Hill, Ball y Schilling, 2008). Corresponde a una investigación cualitativa descriptiva basada en los estudios de caso en su fase de ejecución. Se espera establecer indicadores para caracterizar el conocimiento del contenido matemático del profesor sobre los conceptos básicos de función en Costa Rica.

ABSTRACT

Teacher's knowledge about mathematics and didactic is a subject of interest in the study of the teacher's performance in this area. This research focuses on the knowledge about mathematical content of the teacher to teach the basics concepts of function. It is part of the research on the teacher's mathematical knowledge for teaching (Hill, Ball & Schilling, 2008). It corresponds to a descriptive qualitative research based on case studies in its implementation phase. We hope to establish indicators to characterize the teacher's knowledge on mathematical content about the basic concepts of function in Costa Rica.

■ Planteamiento de la investigación

Desde un marco general, el profesor constituye uno de los agentes claves en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Como participante de estos procesos, guía al estudiante en la construcción del conocimiento (Salcedo, 2012). En este sentido, Espinoza, Espinoza, González, Ramírez y Zumbado (2008) destacan que el papel del profesor es esencial. Además de ser un guía, “conoce el saber a enseñar antes de ser presentado al alumno” (p. 50); influye en la calidad de la enseñanza que el estudiante obtiene. Su propósito del profesor es orientar el desarrollo del pensamiento crítico, que se contrapone a la realidad de distintos sistemas educativos donde el estudiante es solamente un receptor del conocimiento (Badilla, et al. 2004).

En Costa Rica, en el año 2010, el Ministerio de Educación Pública (MEP) llevó a cabo una prueba para evaluar los conocimientos de los profesores de matemática. Esta prueba se componía de cuestiones (ítems) similares a las presentadas en el examen de bachillerato (prueba estandarizada aplicada en el último nivel de secundaria). El Informe del Estado de la Educación destaca que el 56,7% de los profesores se ubicó por encima de la media. Esto sugiere que el 43,3% restante no domina los contenidos o buena parte de éstos. Esto evidencia limitaciones en el conocimiento matemático de los docentes que podría incidir en la enseñanza de las matemáticas.

Por otra parte, un análisis realizado a los resultados de la prueba de bachillerato de matemática aplicadas en el 2013 (MEP, 2014) exponen las dificultades de los estudiantes al resolver problemas relacionados con el tema de funciones, dado que se encontró un bajo porcentaje de aprobación para los objetivos correspondientes a este tema (la mayoría menor a 50%), los cuales son menores a los demás objetivos de la prueba de bachillerato. Esto pone de manifiesto posibles dificultades y errores en el aprendizaje de conceptos y procedimientos matemáticos vinculados a las funciones.

Este estudio enfoca al profesor como un agente responsable de la formación de los estudiantes en matemática. Pretende caracterizar el Conocimiento del Contenido Matemático (CCM) de un profesor de secundaria al enseñar los conceptos básicos de función. Busca aportar información a las autoridades educativas del país y los encargados de formar futuros profesores sobre la importancia del conocimiento matemático que deberían tener los docentes, permitiendo fortalecer la formación de estos profesionales en la enseñanza de la matemática, especialmente en aquellos temas con mayor dificultad para los estudiantes.

■ Problema de investigación

¿Qué características sobre el CCM muestra un profesor de matemáticas al enseñar los conceptos básicos de función en décimo nivel de la Educación Matemática en un colegio académico diurno en Costa Rica?

■ Objetivos de la investigación

Objetivo general

Estudiar el CCM de un profesor de matemática para la enseñanza de los conceptos básicos de función a estudiantes de décimo nivel en un colegio académico diurno en la provincia de Heredia, Costa Rica.

Objetivos específicos

1. Describir el proceso de enseñanza de los conceptos básicos de función utilizados por un profesor de matemática.
2. Identificar las componentes del Conocimiento Común del Contenido de un profesor de matemática que enseña los conceptos básicos de función.
3. Identificar los componentes del Conocimiento Especializado del Contenido de un profesor de matemática que enseña los conceptos básicos de función.
4. Identificar los componentes del Conocimiento en el Horizonte Matemático de un profesor de matemática que enseña los conceptos básicos de función.
5. Describir la estructura conceptual de los conceptos abordados por el profesor sobre el tema de funciones.
6. Describir los sistemas de representación utilizados por el profesor para la enseñanza de los conceptos básicos de función.
7. Describir la fenomenología de los conceptos básicos de función utilizados por el profesor.
8. Determinar indicadores sobre el CCM que caracterizan a un profesor de matemática que enseña los conceptos básicos de función.

■ Marco teórico

Estado de la cuestión

Diversas investigaciones han abordado el CCM para la enseñanza. Ball, Thames y Phelps (2008) categorizan este conocimiento en dominios. Climent y Carrillo (2003) subrayan el vínculo entre la investigación educativa y la formación profesional del profesor. Rojas (2010) acentúa el conocimiento para la enseñanza y la calidad matemática de la instrucción. Esta autora propone el análisis didáctico como un instrumento óptimo para medir el conocimiento profesional del docente cuando lo pone en práctica durante las lecciones y la observación de clase como mecanismo para interpretar si el profesor muestra alguna característica del conocimiento profesional, tomando en cuenta que podía el profesor estar consciente o no de ello (Rojas, 2010). Por su parte, Carmona y Climent (2012) desarrollaron un estudio para comprender este conocimiento en un profesor cuando imparte el tema de ecuaciones de una recta.

En cuanto al conocimiento matemático sobre funciones, Shumway (2003) destacó su efecto en la planificación de la lección en secundaria. Haciomeroglu (2006) analizó el conocimiento pedagógico de dos futuros profesores de matemática vinculado al concepto de función. Y, Agarwal (2006) subrayó que existe en los profesores un conocimiento matemático incompleto (sobre funciones) y una falta de lenguaje matemático formal. Estos estudios acentúan el interés por el estudio de aspectos sobre funciones y la caracterización del CCM del profesor en el marco de la Didáctica de la Matemática.

■ Fundamentos teóricos

Conocimiento profesional del profesor de matemática

El conocimiento profesional del profesor se entiende como aquellos saberes y experiencias que pone en práctica el docente, que viene construyendo desde su formación inicial y durante el desarrollo de su carrera (Climent, 2002). Esta investigación se centrará en la experiencia del profesor participante como el medio de la construcción del conocimiento profesional.

Shulman (1986,1987) ha precisado con sus estudios, sobre el conocimiento profesional de los profesores, las diferencias entre el Conocimiento del Contenido y el Conocimiento del Contenido para la Enseñanza. El primero se refiere a la cantidad y a la organización del contenido en la mente del profesor (Shulman, 1986). El profesor debe ser capaz de manejar las definiciones y poder justificar proposiciones en particular, así como conocer cómo se relaciona el conocimiento con otras disciplinas. El conocimiento del contenido para la enseñanza se refiere a la combinación del contenido y la pedagogía (Shulman, 1987). El profesor debe analizar la forma de presentar la materia al estudiante; debe tomar en cuenta las habilidades y dificultades que puedan presentar, además de adaptarla a la diversidad de interés de los jóvenes.

Conocimiento matemático del profesor para la enseñanza

Hill, Ball y Schilling (2008) definen el Conocimiento Matemático para la Enseñanza como “el conocimiento matemático que los profesores utilizan en el aula para producir aprendizaje y crecimiento en los alumnos” (p. 374). Así, el profesor debe poseer un conocimiento específico para la enseñanza que va más allá del conocimiento matemático.

A partir de la propuesta de Shulman sobre el Conocimiento del Contenido y el Conocimiento del Contenido para la Enseñanza, Ball, Thames y Phelps (2008) han establecido un modelo de Conocimiento Matemático para la Enseñanza. En este se destaca una distinción entre el Conocimiento del Contenido y Conocimiento Pedagógico del Contenido. La figura 1 muestra el modelo propuesto Hill, Ball y Schilling (2008).

Figura 1. Dominios de Conocimiento Matemático para la Enseñanza (CME) (Hill, Ball y Schilling, 2008, p. 377).



El Conocimiento del Contenido, que enfoca las matemáticas, se compone de tres subdominios: Conocimiento Común del Contenido (CCC), Conocimiento en el Horizonte Matemático (CHM) y Conocimiento Especializado del Contenido (CEC). El CCC corresponde al conocimiento que adquiere una persona a través de la escuela o la vida. En esta categoría el docente de matemáticas debe ser capaz de

reconocer las respuestas inadecuadas de los estudiantes, hacer uso correcto de la notación e identificar imprecisiones de definiciones propuestas en libros de texto (Gómez, 2007). El CHM se refiere a las relaciones existentes entre temas matemáticos en distintos niveles escolares. El profesor debe saber las conexiones de un contenido respecto a otros temas en matemáticas, como también con otras disciplinas, y además debe saber su importancia durante la trayectoria curricular (Sosa, 2011). El CEC se refiere al conocimiento que le permite al profesor realizar tareas vinculadas con la enseñanza, como proporcionar explicaciones matemáticas precisas y adecuadas (Ball, Hill y Bass, 2005).

El Conocimiento Pedagógico del Contenido acentúa los procesos de enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Se integra por el Conocimiento del Contenido y de los Estudiantes, el Conocimiento del Contenido y de la Enseñanza y el Conocimiento del Currículo. Estos subdominios no serán considerados en este estudio, pues el foco de atención es el CCM.

Análisis didáctico

Gómez (2007) define el Análisis Didáctico como el “procedimiento con el que es posible explorar, profundizar y trabajar con los diferentes y múltiples significados del contenido matemático escolar, para efectos de diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje” (p. 19). Este se integra por cinco análisis parciales: análisis conceptual, análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de actuación o evaluación (Rico y Fernández-Cano, 2013).

El análisis conceptual indaga la variedad de significados, las posibles relaciones entre los términos, las creencias y concepciones de cada campo conceptual. Su objetivo es fundamentar y clarificar conceptos y términos. Este análisis va a sustentar la primera dimensión del análisis del contenido (Rico y Fernández-Cano, 2013). El análisis de contenido explora el significado de un concepto matemático en tres dimensiones: estructura conceptual, fenomenología y sistema de representación. El docente debe disponer de una organización del contenido para elegir las tareas que realizará en el proceso de enseñanza (Rojas, Flores y Ramos, 2013). Esta investigación enfoca únicamente estos análisis parciales desde la perspectiva de Rojas, Ramos y Flores (2013) como procedimiento para identificar conocimiento en la acción.

■ Metodología

Tipo de investigación y participantes

El estudio corresponde a una investigación cualitativa descriptiva basada en los estudios de caso. La fuente de información es un profesor de matemáticas en ejercicio. Su selección responde a una serie de criterios definidos a partir de los propósitos del estudio, los planteamientos del equipo investigador del proyecto en que se enmarca esta investigación y las propuestas de investigaciones previas (Rojas, Carrillo y Flores, 2012). Estos criterios incluyen requisitos para localizar al participante en el contexto y asegurar su disponibilidad. También, requerimientos para seleccionar un profesor experto, es decir “aspectos generales de la experiencia profesional del profesor” (Rojas, Carrillo y Flores, 2012, p. 483).

Recolección de datos y análisis de información

Los datos se recolectarán mediante observaciones (no participantes) de clase. La información se registrará en un protocolo de observación, se grabarán las lecciones en audio y video para mantener un

registro real y cercano a lo acontecido durante la fase de análisis y evitar la omisión de detalles trascendentales para los resultados del estudio.

Para analizar la información se utilizarán las categorías sobre el CCM propuestas por Rojas, Flores y Ramos (2013). Para cada categoría se establecerán una serie de unidades de análisis para estudiar el CCM de un profesor cuando enseña los conceptos básicos de función. Los datos relacionados al Conocimiento Pedagógico del Contenido serán analizados dentro del proyecto en el que se enmarca esta investigación. Se espera que los resultados del estudio permitan establecer indicadores para describir y comprender el CCM sobre los conceptos básicos de funciones del profesor de secundaria. También, que promuevan espacios de reflexión con profesores en formación y en ejercicio, y la realización de investigaciones para describir la incidencia del conocimiento matemático del profesor en el aprendizaje de los estudiantes en Costa Rica.

■ Referencias bibliográficas

- Agarwal, S. (2006). *The Nature of Pre-service Secondary Mathematics Teachers' Knowledge of Mathematics for Teaching of Functions*. Tesis doctoral no publicada. University of New York At Buffalo. Estados Unidos de America.
- Badilla, J., Chaves, L., Herrera, D., Morales, Y., Poveda, R., Roman, J.L., et al. (2004). *Propuesta didáctica para la enseñanza y aprendizaje de álgebra y funciones: clases tipo taller*. Tesis de licenciatura no publica. Universidad Nacional de Costa Rica.
- Ball, D., Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Ball, D., Hill, H. C. y Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *Journal of Teacher Education*, 59, 389-407.
- Climont, N. (2002). *El desarrollo profesional del maestro de primaria respecto de la enseñanza de la matemática. Un estudio de caso*. Tesis doctoral no publicada. Universidad de Huelva, España.
- Carmona, E. y Climent, N. (2012). *Comprensión del conocimiento matemático para la enseñanza que sustenta el diseño de una actividad sobre las ecuaciones de la recta en 1º de Bachillerato*. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 165 - 175). Jaén: SEIEM
- Climont, N. y Carrillo, J. (2003). El dominio compartido de la investigación y el desarrollo profesional. Una experiencia en matemáticas con maestras. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 21(3), 387-404.
- Espinoza, J., Espinoza, J., González, M., Ramírez, I. y Zumbado, M. (2008). *La resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas: una experiencia con la función exponencial, polígonos y estadística*. Tesis de licenciatura no publicada. Universidad Nacional de Costa Rica.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria* Tesis doctoral no publicada, Universidad de Granada, España.
- Haciomeroglu, G. (2006). *Prospective secondary teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge of the concept of function*. Tesis doctoral no publicada, The Florida State University College Of Education.

- Hill, H., Ball, D. y Schilling, S. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teacher's Topic-Specific Knowledge of Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.
- Ministerio de Educación Pública. (2014). *Informe nacional 2013. Resultados de las pruebas nacionales de bachillerato de la Educación Formal*. San José, Costa Rica: Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad.
- Rico, L. y Fernández-Cano, A. (2013). *Análisis didáctico y metodología de investigación*. En Rico, L., Lupiáñez, L. y Molina, M. (Eds.), *Análisis didáctico en educación matemática. Metodología de investigación, innovación curricular y formación de profesores* (pp. 1-22). Granada, España: Comares.
- Rojas, N. (2010). *Conocimiento para la enseñanza y calidad matemática de la instrucción del concepto de fracción: estudio de caso de un profesor chileno*. Tesis de maestría no publicada. Granada, España.
- Rojas, N., Carrillo, J. y Flores, P. (2012). Características para identificar a profesores de matemáticas expertos. En Estepa, A., Contreras, Á., Deulofeu, J., Penalva, M., García, F. y Ordoñez, L. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 79-485). Jaén, España: SEIEM.
- Rojas, N., Flores, P. y Ramos, E. (2013). *El análisis didáctico como herramienta para identificar conocimiento matemático para la enseñanza en la práctica*. En L. Rico, J. L. Lupiáñez y M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en educación matemática. Metodología de investigación, innovación curricular y formación de profesores* (pp. 192-208). Granada, España: Comares.
- Salcedo, F. (2012). Papel del profesor en la enseñanza de estrategias de aprendizaje. *Didasc@lia: Didáctica y Educación*. 3(3), 17-28.
- Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and Teaching: foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Shumway, M. (2003). *Preservice mathematics teachers' knowledge of functions and its effect on lesson planning at the secondary level*. Tesis doctoral no publicada. The University of Iowa. Estados Unidos de América.
- Sosa, L. (2011). *Conocimiento matemático para la enseñanza en bachillerato: un estudio de dos casos*. Tesis doctoral no publicada. Universidad de Huelva, España.