

UNA PROPUESTA PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN

ROSA C. BELTRÁN, MARÍA I. FONSECA Y ANA M. PEÑA

En este artículo se exponen algunas reflexiones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares de grado sexto. Dichas reflexiones se refieren específicamente a la experiencia vivida al planear, diseñar y desarrollar una unidad temática sobre los sistemas de numeración, para estudiantes de grado sexto del colegio.

INTRODUCCIÓN

Las reflexiones que se presentan aquí, acerca de actividades diseñadas y desarrolladas para la enseñanza-aprendizaje del sistema de numeración decimal, fueron el fruto de la participación del grupo de profesores de matemáticas del colegio Sorrento de Bogotá, en los programas de formación ofrecidos por “una empresa docente” de la Universidad de los Andes, en particular en el proyecto MEN-EMA II¹.

Para la planeación de la unidad mencionada se reflexionó sobre cómo se enseñaba el tema y qué aprendían los estudiantes acerca de éste. Luego se vio la necesidad de hacer un análisis más profundo tanto del tema de conocimiento, como de la metodología a emplear en la enseñanza y de las actividades que el alumno debería realizar para lograr un aprendizaje duradero y significativo.

La unidad temática desarrollada consta de 10 actividades para los estudiantes, que se llevaron a la práctica en una hora de clase cada una. Las respuestas de los alumnos a las diferentes preguntas y situaciones planteadas en estas actividades se analizaron y nos llevaron a concluir que con esta nueva estrategia metodológica, los resultados de los estudiantes son mejores que los obtenidos anteriormente.

1. Este proyecto fue desarrollado durante 1997 y 1998 y financiado por el Ministerio de Educación Nacional.

ANTES DEL PROYECTO

Normalmente el programa de matemáticas de grado sexto se iniciaba con la unidad temática “Sistemas de numeración”, en la cual los temas que la componen eran tratados en el siguiente orden: sistema de numeración en las culturas babilónica, egipcia, maya, china, japonesa, hindú, árabe; conversión de cantidades del sistema decimal a sistemas de diferentes civilizaciones y viceversa; sistemas de bases 2, 3, 4,...; conversión de base decimal a cualquier base y conversión de cualquier base a base decimal.

Los objetivos propuestos para esta unidad eran que el alumno conociera y aprendiera los símbolos y equivalencias en las diferentes culturas; fuera capaz de convertir cantidades del sistema decimal a los sistemas de las diferentes culturas e hiciera conversiones del sistema decimal al sistema de base y viceversa (Villegas, 1991). No se le daba significado, importancia y utilidad al tema en la vida cotidiana y los aportes que éste podía ofrecer a la cultura del estudiante.

Generalmente se empezaba a abordar este tema con lecturas alusivas a la historia del número y a los sistemas de numeración de diferentes civilizaciones antiguas. Se esperaba que el estudiante, a partir de las lecturas, conociera los signos utilizados y las equivalencias respectivas; hiciera comparaciones entre los distintos sistemas para encontrar semejanzas y diferencias y conociera la evolución histórica de la numeración hasta llegar a la que hoy conocemos como sistema decimal.

Conocidos los signos y equivalencias de las diferentes civilizaciones se hacían conversiones del sistema decimal al sistema de otra civilización y viceversa. Se hacía mayor énfasis en el sistema romano por utilizarse todavía hoy en día.

Después se seguía con el sistema de numeración en base dos, tres, cuatro, etc., donde se explicaba al alumno el algoritmo para pasar del sistema decimal a sistemas de otras bases. En seguida los alumnos debían repetir el proceso realizando varios ejercicios.

Por último, se explicaba el algoritmo para pasar de sistemas de otras bases al sistema decimal y nuevamente los alumnos realizaban ejercicios similares a los explicados en clase.

La metodología utilizada consistía en que el profesor decía y hacía y el alumno repetía e imitaba lo que el profesor hacía. De esta forma el alumno tenía poca oportunidad de participar activa y creativamente en el proceso enseñanza-aprendizaje. Su participación de forma creativa y autónoma se reducía a la consulta de la historia de la numeración en diferentes textos.

En el desarrollo del tema encontrábamos errores en el trabajo de los alumnos, especialmente en el sistema de numeración romano para el cual

usaban indistintamente los símbolos. Por ejemplo, algunos alumnos escribían el número 4 en romano como IIII o VI. Además no podían reconocer un sistema de numeración como aditivo, multiplicativo o posicional, ni explicar porqué reciben estos nombres. Tal vez esto se debía a la forma de tratar el tema, donde el alumno simplemente memorizaba símbolos y equivalencias, sin tener en cuenta las reglas del sistema. O tal vez no entendían el significado de expresiones como anteponer a..., preceder a..., escribir antes de..., repetir hasta..., que se utilizan para expresar las reglas de construcción y operación de cantidades en los sistemas.

Después de finalizar las actividades para la unidad temática y de haber realizado la evaluación de los estudiantes sobre el tema, se daba por terminado el tópico. No se averiguaba, buscaba o investigaba la causa de los errores cometidos por los alumnos ni mucho menos se buscaba una solución para los mismos. Se continuaba con la secuencia de temas del programa sin analizar la continuidad y coherencia entre ellos.

LA PROPUESTA

Después de mirar el contenido que se abordaba en la unidad temática, la forma de enseñarlo y lo que aprendía el alumno del tema, identificamos una serie de preguntas que apuntaban a problemáticas claves relacionadas con el tema y que guiaron nuestra reflexión. A saber:

- ¿Los alumnos llevan 5 años estudiando matemáticas, cómo es su comprensión del concepto de número?
- ¿Qué significado tiene para el estudiante un sistema de numeración y cuáles de los elementos necesarios para construir un sistema conoce?
- ¿Para qué se utilizan las reglas de un sistema de numeración?
- ¿Qué le aporta este tema al alumno en la vida cotidiana y en su cultura?

Estas inquietudes nos hicieron ver la necesidad de reestructurar el tema en su contenido y buscar una nueva estrategia en el proceso enseñanza-aprendizaje del mismo.

Es así como para la propuesta se estableció el “sistema de numeración” como eje temático y “la necesidad de contar” (Gómez, 1989) como eje problemático. Pensamos que de esta forma se podría suscitar la motivación y el interés del alumno por el estudio del tema.

Tanto para la planeación como para el diseño de las actividades se consultó bibliografía sobre el tema de sistemas de numeración. Con el propósito de replantear el contenido del tópico y para encontrar la relación y secuencia de los subtemas que lo conforman, se elaboró la estructura que se ilustra en la Figura N° 1.

Esta estructura nos dio una orientación acerca de cómo debía ser la relación y secuencia de las distintas actividades a ser realizadas por el alumno en esta unidad temática para el logro de su aprendizaje.

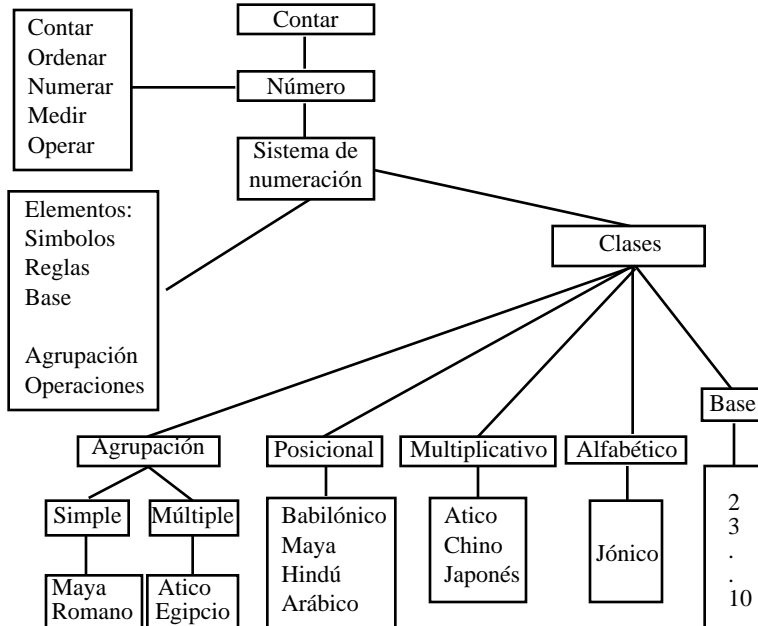


Figura N° 1.

Específicamente en esta unidad quisimos involucrar al alumno en un proceso de invención o recreación del sistema de numeración, pues consideramos que era una manera de reflexionar y analizar cómo el hombre ha creado y perfeccionado el conocimiento y cómo de forma análoga, toda invención humana ha pasado por este proceso.

La idea era propiciar en el alumno un aprendizaje significativo en el que a partir de los conocimientos previos que tiene respecto al tema, con la guía y orientación del profesor y mediante sus propias capacidades y habilidades mentales, progresara en la apropiación del conocimiento y en el alcance del logro propuesto. Con este ánimo se planearon las actividades de tal forma que posibilitaran que el alumno se involucrara en forma directa y activa en

el proceso histórico de la numeración y pudiera recrear este conocimiento. A su vez que dichas actividades indujeran al estudiante a ejercitar habilidades del pensamiento tales como: observar, comparar, relacionar, clasificar, ordenar, crear, imaginar, describir y concluir.

En la ejecución de las actividades planeadas se buscaba que el alumno describiera, analizara y comparara los distintos sistemas de numeración en aspectos tales como: símbolos, reglas de construcción y operación, base, etc. y determinara para cada uno de los sistemas si es posicional, aditivo, o multiplicativo. También se pretendía que comparara los sistemas de numeración de las diferentes civilizaciones antiguas con el sistema de numeración actual (decimal), siguiera el proceso de su evolución y reconociera las comodidades que este sistema ofrece en su manejo (Gómez, 1989). Adicionalmente, se esperaba que el estudiante llegara a la conceptualización de número y de sistema de numeración y su clasificación; hiciera conversiones de cantidades entre los diversos sistemas de numeración. Para esto se utilizaron cantidades numéricas significativas para los alumnos como fechas de nacimiento, cumpleaños, edades de los miembros de la familia y fechas históricas.

Las actividades

La primera actividad realizada fue diseñada teniendo en cuenta el eje problemático definido. Esta actividad de trabajo en grupo, buscaba crear en los estudiantes la necesidad de encontrar formas comunes de contar y por lo tanto que así pudieran ver la importancia del tema. Presentaba la estructura de aprendizaje del tópico para dar una idea global del mismo, el objetivo, el logro y los indicadores de logro propuestos, las instrucciones para la realización de todo el trabajo de la unidad temática y la descripción de las actividades que deben desarrollar los alumnos. Proponía tareas para que en cada grupo los alumnos discutieran, analizaran y sugirieran soluciones a las diferentes situaciones planteadas. Dichas situaciones comenzaban por suponer circunstancias primitivas donde se debía imaginar y proponer formas rústicas para contar. Continuaban con propuestas que requieren la creación y el registro de símbolos elementales hasta llegar a formas más sofisticadas de simbolización y sistematización del proceso.

La siguiente actividad planteaba una discusión acerca del concepto de número. A través de preguntas que sugieren diversas posibilidades, se esperaba que el estudiante propusiera un significado para número, que se predecía que estaría asociado a símbolo o a signo. En las actividades posteriores se proponía trabajar con diversos conjuntos y las posibles relaciones entre ellos. Se intentaba así llevar al alumno a ver el número como característica cuantitativa de conjuntos de determinadas cantidades de elementos.

Después las actividades hacían referencia al sistema decimal que utilizamos y se esperaba que los alumnos fueran capaces de identificar los símbolos y la base, de expresar las reglas y de explicar el nombre “decimal”.

Luego se facilitaba a los estudiantes lecturas sobre los sistemas de numeración de las civilizaciones antiguas, con el objeto de que observaran y discutieran entre ellos para identificar en cada una, los símbolos y sus equivalencias, la base y las reglas. La expectativa era que, con base en esta actividad, los alumnos pudieran explicar el significado y la utilidad de los componentes de un sistema de numeración para luego crear su propio sistema que incluyera esos elementos.

La actividad final que se sugería era la puesta en común del trabajo desarrollado, con el propósito de intercambiar ideas y sacar conclusiones con la participación del mayor número posible de estudiantes.

La última actividad que se propuso no hacía parte de las 10 actividades inicialmente diseñadas. En esta actividad, que fue trabajada de forma individual, se introdujeron los sistemas de numeración con base. Los alumnos debían aportar materiales como botones, palillos, granos, para construir sistemas en diferentes bases. Se propusieron situaciones para diferentes bases que implicaban agrupar los materiales correspondientemente y manejar la representación gráfica. También se propuso expresar explícitamente los algoritmos utilizados con el objeto de reforzar temas como la división y potenciación. Se hizo énfasis además en el sistema de base dos, por ser el sistema utilizado en las máquinas digitales de extendido uso hoy en día.

PUESTA EN PRÁCTICA Y RESULTADOS

El desarrollo de esta unidad temática se realizó durante 10 sesiones de clase de 45 minutos cada una. Inicialmente se dieron indicaciones sobre la forma de trabajo para que los alumnos se organizaran en grupos de 4 y se les indicó que todos los integrantes del grupo debían participar en las discusiones, análisis y conclusiones de cada una de las actividades.

El papel del profesor en este nuevo esquema fue el de guía y orientador de las actividades de los estudiantes. El maestro interactuó constantemente con los alumnos, observó su desempeño, respondió inquietudes, hizo comentarios y apoyó el trabajo de todos para darles ánimo y confianza y para motivarlos a participar activamente.

A los alumnos les llamó la atención la primera actividad en la cual tenían que remontarse a épocas antiguas e imaginar animales de aquellos tiempos para contar. Los alumnos dibujaron los animales como los imaginaban o de acuerdo a libros que consultaron. Al comienzo querían que se les aprobara o desaprobara todo lo que hacían, lo que nos llevó a darles reiteradamente

ánimo y confianza en su labor. Más tarde cada grupo siguió trabajando en forma más independiente y organizada.

En las dos actividades siguientes la gran mayoría de los alumnos pudieron realizar simbolizaciones, agrupamientos y expresar valores para los símbolos. Se suscitaron discusiones alrededor de la búsqueda de la forma más adecuada para organizar un sistema de conteo. En ese momento se vieron progresos en la simbolización, sobre todo en el uso de símbolos que representan cantidades pequeñas.

De los 30 grupos participantes, el 95% hizo la recreación y construcción de un sistema de conteo hasta llegar a la creación de símbolos con equivalencias. Iniciaron el proceso haciendo marcas a los animales hasta llegar al uso de símbolos geométricos o letras. Un dato curioso es que el 10% de estos estudiantes utilizó para esta actividad animales conocidos por ellos y no los surtidos en el enunciado. El 5% restante no realizó la actividad.

En cuanto al concepto de número, varios grupos (50%) dieron definiciones más cercanas a la definición de número que se quería llegar, de lo que esperábamos. Además, aunque no se pedía en la guía, expresaron para qué se utiliza un número. Creemos que en esto pudo influir el hecho de que en las clases se habían insinuado algunas posibles expresiones relativas a número. El 40% no expresó la idea con claridad y el 10% restante no dio respuesta alguna.

En el trabajo con el sistema decimal se vio que el 99% de los grupos conoce los símbolos del sistema decimal pero no tiene una idea clara de por qué se llama “decimal”. Los estudiantes evidenciaron dificultades para expresar las reglas de construcción de cantidades y de operación y la base. Para el 35% de los grupos las reglas del sistema decimal se reducen a la escritura de cantidades utilizando unidades, decenas, centenas, etc., pero no tienen claro el significado de las mismas. Expresaron que el cero a la izquierda no tiene valor. El 29% relacionó las reglas con la relación mayor que..., menor que... Por estos resultados, en ese momento consideramos necesario realizar algunas actividades extras que llevaran a los alumnos a descubrir las reglas y la importancia del papel que juega el cero en el sistema decimal.

Los alumnos se entusiasmaron con la información que encontraron sobre los distintos sistemas numéricos de civilizaciones antiguas, en los libros y fotocopias que se les facilitaron. En especial les llamó mucho la atención, la simbología usada en dichas civilizaciones. El 60% identificó sin mucho problema la base, los símbolos y las reglas de los diferentes sistemas; el 35% representó los símbolos con sus respectivas equivalencias en las diversas culturas. Por iniciativa propia escribieron varias cantidades en cada uno de los sistemas vistos. El 5% de los grupos no realizó la actividad.

Después de estas actividades cerca de la mitad de los grupos pudo sintetizar y generalizar el concepto de sistema de numeración al describirlo nombrando los diferentes componentes y explicando la función de cada uno. El 30% apenas enumeró los componentes. Algunos se quedaron simplemente en la simbología. El 20% no realizó la actividad.

También el 50% de los grupos logró crear su propio sistema de numeración haciendo uso de símbolos geométricos o letras. Adicionalmente explicaron apropiadamente a sus compañeros la forma de usarlo. El 40% alcanzó a crear los símbolos pero no explicaron en qué consisten ni cómo se utilizan y el 10% restante no creó sistema alguno.

Una vez terminadas las actividades planeadas desde el inicio, se hizo la exposición del tema con la participación de los alumnos. En ella se enfatizó el concepto de sistema de numeración. Fue un momento importante donde algunos alumnos, que no habían realizado las actividades, tuvieron la oportunidad de expresar lo que aprendieron de las exposiciones de los compañeros.

El trabajo con los sistemas de numeración en otras bases fue presentado oralmente por los profesores a los alumnos, pues no se había elaborado guía para esto. Los estudiantes trabajaron individualmente y aportaron el material. Se trabajó el agrupamiento en diferentes bases con énfasis en la base dos. Se observó que los alumnos agruparon acertadamente los granos y formaron cantidades de unidades de acuerdo a la base escogida. Fueron capaces de pasar a la representación gráfica e identificar cuantas unidades y grupos de cada orden se iban formando. Con la ayuda del profesor para resumir y resaltar aspectos importantes del proceso, un 70% logró relacionarlo con la operación de la división. No obstante, el otro 30% presentó dificultades en el proceso de división y potenciación. También al intentar expresar el algoritmo éstos y otros alumnos tuvieron dificultades.

CONCLUSIONES

En general a los alumnos se les vio agrado, entusiasmo y motivación en el desarrollo de las diferentes actividades. Fue evidente el interés por participar de manera activa en el trabajo.

Aunque los resultados del trabajo de la mayoría de los estudiantes fueron buenos, es difícil afirmar que lograron en su totalidad la comprensión y conceptualización que buscábamos. Aún así, si se compara con lo que sucedía anteriormente, creemos que fue una experiencia que dejó mejores satisfacciones y sensaciones tanto en ellos como en nosotros. Así mismo, facilitó detectar más concretamente posibles problemas y dificultades que pueden servir para iluminar y guiar el desarrollo de nuevas actividades.

Los alumnos tuvieron la oportunidad de mostrar su imaginación y creatividad. No se vieron limitados a dar una única respuesta, se les dio la oportunidad de reflexionar, analizar y plantear diferentes alternativas de solución. Se observó que fueron capaces de comparar y evaluar las distintas propuestas, establecer relaciones entre distintas representaciones, clasificar sistemas de numeración de acuerdo a características definidas. La principal dificultad detectada en el desarrollo de la unidad temática fue el limitado vocabulario de los estudiantes. Su forma de expresarse obstaculizó muchas veces la comunicación, pero al indagar un poco con ellos vimos que casi siempre era problema de desconocimiento de palabras.

Consideramos que un aspecto que vale la pena resaltar es que la propuesta abordó también, de alguna manera, la resolución de problemas. A lo largo de toda la guía el estudiante estuvo enfrentado a problemas para los que no conocía la solución y que lo llevaron a imaginar, proponer, probar y evaluar, compartir, discutir y llegar a consensos con los compañeros.

El desarrollo de este trabajo, nos lleva a hacer una reflexión acerca de los programas de matemáticas que usamos en nuestro quehacer cotidiano. Nos empuja a hacer un análisis sobre qué, cómo, a quién y para qué enseñamos matemáticas, si lo que estamos haciendo es lo que corresponde a la realidad que viven nuestros alumnos. Es decir debemos estudiar y analizar y profundizar en los contenidos, la metodología, y las actividades que se programan para el desarrollo de cada tema. Debemos tener en cuenta los conocimientos previos que tiene el alumno, bien sea adquiridos en una educación formal, o a través de sus vivencias cotidianas en su entorno familiar y social. Debemos entonces como consecuencia, planear nuevas actividades que permitan a nuestros alumnos llegar a conocimientos significativos.

En definitiva esta experiencia debería impulsarnos a dar un vuelco a los programas de matemáticas utilizados en nuestros colegios.

REFERENCIAS

- Gómez, B. (1989). *Numeración y cálculo*. Madrid: Editorial Síntesis.
- Villegas, M. (1991). *Matemáticas 2000. Grado sexto*. Bogotá: Editorial Voluntad.

Rosa C. Beltrán
María Isabel Fonseca
Ana Mercedes Peña
Colegio Distrital Sorrento (JT)
Carrera 52 A # 8 -78
Tel.: 2626929
Bogotá, Colombia