CONCEPCIONES DE PROFESORES DE BACHILLERATO SOBRE LA DEMOSTRACIÓN DE LA GEOMETRÍA ESCOLAR

María Victoria Ramos Abundio, Gema Rubí Moreno Alejandri, Efrén Marmolejo Vega
Universidad Autónoma de Guerrero, Unidad Académica de Matemáticas
vick.ramath@gmail.com, alejandrimath@gmail.com, efrenmarmolejo@yahoo.com

Palabras clave: concepciones de profesores, demostración en contexto escolar, geometría
Key words: teacher conceptions, proof school context, geometry

RESUMEN

Este trabajo se enmarca dentro de las investigaciones sobre las concepciones del profesor de matemáticas y de aquellas relacionadas con las prácticas de la demostración en el aula. Se busca con este proyecto reportar concepciones que evidencian profesores de Bachillerato sobre la demostración en la Geometría escolar, teniendo como referencia significativa para el análisis las funciones de la demostración que establece De Villiers (1993).

ABSTRACT

The present work is part of the set of investigations about mathematics teacher's conceptions and those which are related with proving practice in classroom. In this report, we look to show some conceptions that teachers have about pre-universitary geometry proof. The analysis of these conceptions is based on the functions of proof in mathematics established by De Villiers in 1993.

Introducción

La Dirección General de Bachillerato a partir del ciclo escolar 2009-2010 incorporó en su plan de estudios los principios básicos de la Reforma Integral de la Educación Media Superior, en México. Bajo esta reforma el campo disciplinar de **Matemáticas** se integra en cuatro cursos y tiene la finalidad de "propiciar el desarrollo de la creatividad, el pensamiento lógico y crítico entre los estudiantes, mediante procesos de razonamiento, argumentación y construcción de ideas" (SEP, 2013, p.7).

Específicamente, el programa de estudio de la asignatura de **Matemáticas II**, se encuentran declaradas actividades de enseñanza en las que se establece que el profesor "demostrará a los alumnos el teorema de Pitágoras", y "el teorema de Thales". Sin embargo, no se exige que el alumno haga demostraciones. Esta situación hace necesaria la reflexión, puesto que la demostración (concepto central de la matemática como ciencia), ocupa un rol poco esclarecido en los documentos curriculares del bachillerato.

En consecuencia, centrándonos en la labor docente de matemáticas, en la planeación didáctica y la gestión de los procesos de aprendizaje relativos a la demostración, surgen preguntas como las siguientes: ¿cómo concibe el profesor la demostración en las clases de matemáticas?, ¿qué características, en su opinión, poseen las situaciones en las que se cuestiona la validez de argumentos?, ¿cómo gestiona los procesos de argumentación y los procesos de validación?, etc.

Ahora bien, relacionado con estas cuestiones, investigaciones evidencian, al menos, tres líneas directrices: la importancia de las situaciones y procesos de validación, el desempeño de los alumnos ante el proceso de argumentación en el aula (Boero, 1999; Balacheff, 2000; Crespo, 2005; Duval, 1999; Marmolejo y Moreno, 2012), y, concepciones que tiene el profesor ante este mismo proceso (Araujo, Giménez y Rosich, 2006; Crespo, 2005). Esta investigación se perfila en la tercera de estas líneas. Se centra en la pregunta de investigación: *¿Qué concepciones sobre la demostración en la geometría escolar evidencian profesores de Bachillerato?* Así, el objetivo de la investigación es identificar y caracterizar concepciones de un grupo de profesores de Geometría en Bachillerato acerca de la demostración en contexto escolar.

Marco conceptual

En esta investigación asumiremos la definición de concepciones en consonancia con la propuesta por Ponte (1994): "las concepciones son marcos organizadores implícitos de conceptos, con una naturaleza esencialmente cognitiva y que condicionan la forma en que afrontamos las tareas" (p.2). A modo de filtros, las concepciones son, a la par, condición y límite de nuestro conocimiento de la realidad. Además, permiten interpretar esta realidad a la vez que son elementos bloqueadores de esta interpretación (Ponte, 1992).

Tal como señala Gil y Rico (2003), las concepciones son mantenidas con plena convicción, son consensuadas y tienen procedimientos para valorar su validez. En tanto que, "las creencias son las "verdades" incontrovertibles personales en poder de todo el mundo, que se deriva de la experiencia o de la fantasía, con un fuerte componente afectivo y evaluativo" (Pájares, 1992, citado por Gil y Rico, 2003, p.2).

El interés en el estudio de las concepciones se basa en el supuesto de que este substrato conceptual juega un papel esencial en el pensamiento y la acción. En lugar de referirse a conceptos específicos, constituyen una forma de organización de ellos, de ver el mundo, de pensar. Sin embargo no pueden reducirse a los aspectos observables más inmediatos de la conducta y no se evidencian con facilidad.

Ahora bien, aunque es importante el análisis de las concepciones del profesor sobre la demostración matemática como objeto científico, el interés de esta investigación se centrará en analizar cuál es la concepción del profesor sobre este objeto desde la enseñanza. Así que se asume a la demostración matemática no sólo en el sentido formal, sino que también en sus posibles matices escolares. De manera que, el análisis que se hace sobre las concepciones de la demostración en este trabajo de investigación tiene varias dimensiones que se asumen como categorías de análisis: Niveles de Formalidad de la Demostración, Naturaleza de la Demostración en la Matemática Escolar y Funciones de la Demostración Matemática.

■ Niveles de Formalidad de la Demostración

Knuth (2002b) categoriza en tres diferentes grados de formalidad a la demostración, de acuerdo a las respuestas del profesor:

Pruebas formales: Las descripciones son de naturaleza muy ritualista, vinculada en gran medida a los formatos prescritos y/o al uso de un lenguaje en particular.

Pruebas menos formales: Son pruebas que no necesariamente tienen una estructura rígidamente definida o no se perciben como "matemáticamente rigurosa".

Pruebas informales: Las pruebas de esta naturaleza podrían describirse mejor como argumentos en los que uno ofrece razones para justificar las acciones matemáticas propias o presentar ejemplos para respaldar las afirmaciones de uno (en ambos casos, los argumentos no se considerarían pruebas válidas).

Análogamente, en esta categoría se pretende identificar los niveles de formalidad de la demostración en contexto escolar que los profesores conciben.

■ Naturaleza de la Demostración en la ME

Con respecto a la naturaleza de la demostración matemática en bachillerato se asumieron tres subcategorías para el análisis de la información, a continuación se describen:

Importancia de la demostración en la ME. Se refiere a todo aquello que tiene que ver con lo que para el profesor consiste una demostración (como objeto de enseñanza) y la importancia que este le asocia a la demostración para ser enseñada en el aula.

Demostración en el currículo. Tiene que ver con la interpretación que el profesor hace sobre las recomendaciones y particularidades establecidas en los programas de estudios en relación a la demostración.

Demostración para los estudiantes. Se refiere a aquellos aspectos que el profesor considera posee un estudiante para introducirlo a la demostración y en ese sentido que evalúa de ellos al desarrollar una demostración en contexto escolar.

■ Las funciones de la demostración matemática

Se entiende por *función de la demostración* al propósito o a la utilidad que tiene la demostración para quién la propone o para quien la interpreta. En este sentido, es de gran utilidad la caracterización que reporta De Villiers (1993) sobre las funciones de la demostración en matemáticas.

Una caracterización sobre las funciones de la demostración en matemáticas, según De Villiers (1993), sin orden específico de importancia se describe a continuación:

Verificación: La demostración se ocupa de la veracidad de un enunciado.

Explicación: La demostración proporciona información sobre por qué es cierto determinado enunciado.

Sistematización: Otra función es la de organizar varios resultados en un sistema deductivo de axiomas, los principales conceptos y teoremas.

Comunicación: La demostración comunica conocimiento matemático.

Descubrimiento: La demostración juega un papel importante en el descubrimiento o la invención de nuevos resultados.

Aunque las cinco funciones pueden ser diferenciadas unas de otras, a menudo están intrínsecamente relacionadas en casos específicos. En algunos, ciertas funciones pueden dominar sobre otras, en otros casos, algunas de estas funciones son inexistentes.

■ Metodología

Adaptamos la metodología que Knuth (2002a y 2002b) ha utilizado en su trabajo, considerando dos fases para estudiar las concepciones de los profesores: primero, desde la postura del profesor como alguien que tiene conocimiento matemático y segundo, desde la postura como profesor de matemáticas. Nuestra atención se centra en la segunda fase, sin embargo los resultados de la primera fase son de interés en el análisis de la segunda.

■ Sujetos de estudio

Los participantes son profesores de matemáticas de bachillerato en servicio. La selección de dichos participantes se hizo considerando las siguientes características:

Adscritos a distintos planteles del Colegio de Bachilleres del estado de Guerrero.

Con formación afín al área de matemáticas.

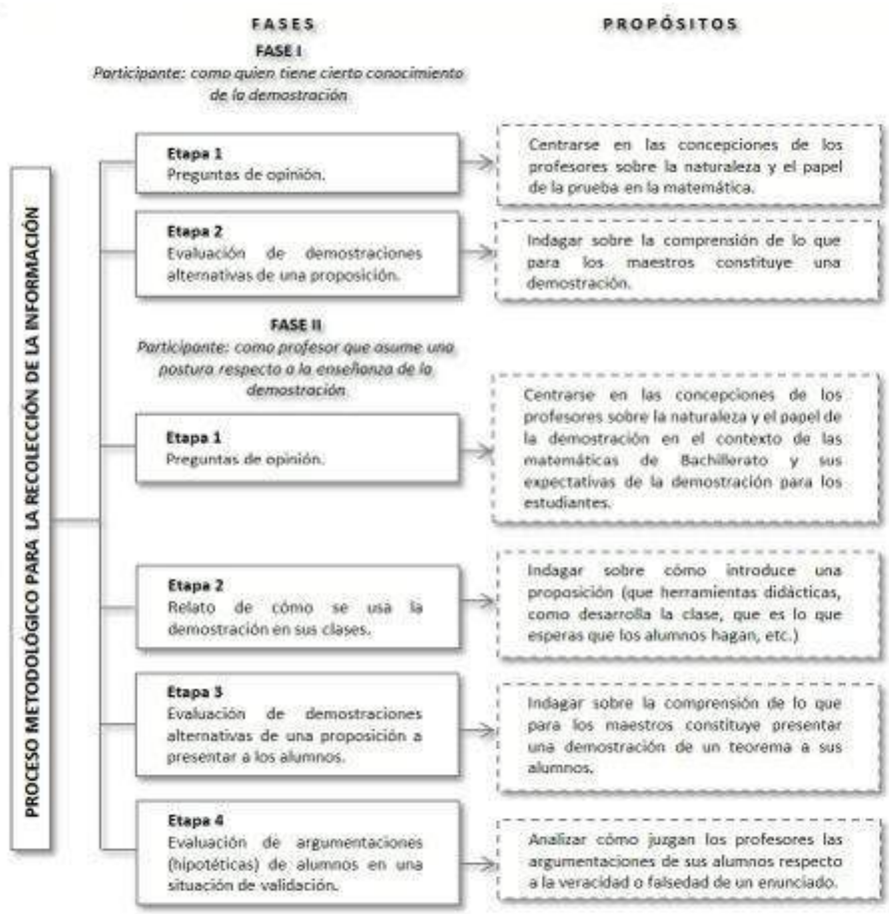
Con más de cuatro años de experiencia docente de Matemáticas en ese nivel educativo.

Que hubiesen impartido al menos un par de veces la asignatura cuyo contenido temático es referente a la Geometría y Trigonometría.

■ Proceso metodológico para la recolección de datos

La fuente de datos consistió en dos entrevistas semi-estructuradas. Cada entrevista duró aproximadamente una hora y media, fue grabada en audio y video, a partir de dos fases distintas constituidas por etapas como se muestra en la figura 1. El objetivo de las entrevistas, es identificar las categorías establecidas en el marco conceptual, en las respuestas del profesor.

Figura 1. Proceso metodológico para la recolección de la información.

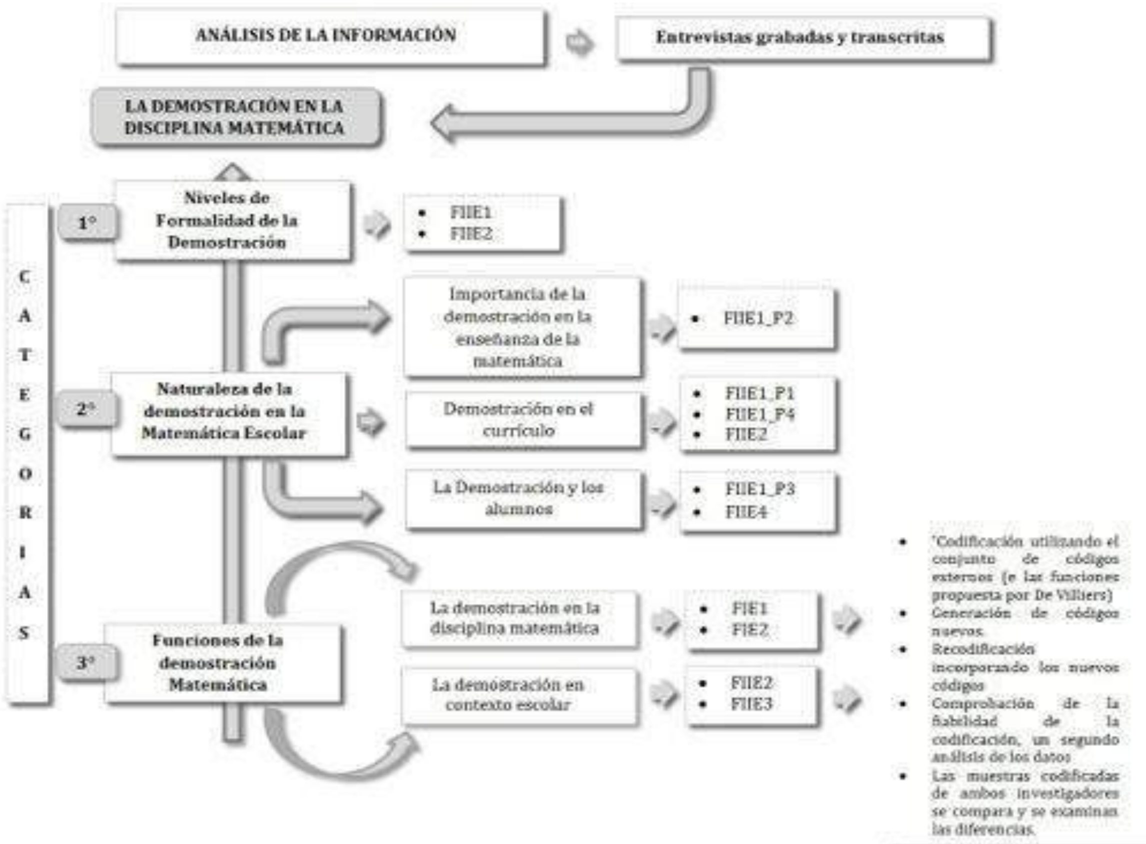


■ Proceso metodológico para el análisis de datos

Para la transcripción de las entrevistas grabadas se optó por considerar las convenciones ortográficas según Farías y Montero (2005), sin embargo se añadieron y/o modificaron algunas de ellas, de acuerdo al contexto en el que se desarrolló la investigación y con el fin de comprender mejor el discurso del profesor.

Una vez realizada la transcripción, se procedió al análisis de estas, considerando las categorías establecidas anteriormente. Como se muestra en la siguiente figura:

Figura 2. Proceso metodológico para el análisis de la información



Resultados Preliminares

Ahora se reportan avances parciales en el análisis de los resultados. Específicamente, el análisis corresponde a la Fase II en su Etapa 1 (ver Figura 1) y está organizado en torno a la segunda categoría (ver Figura 2).

Los tres profesores participantes, poseen antecedentes biográficos, formación profesional y experiencia docente heterogénea. Sus años de experiencia variaban de tres a veintinueve años y sus materias que impartían variaban, pero todos han impartido Geometría en más de 4 ocasiones. Representaremos a cada profesor con Profesor A, Profesor B y Profesor C.

Profesor A

El profesor A se declara a favor de la sugerencia del Programa de estudios acerca de la demostración. Pero, cabe aclarar que concibe a la demostración en la enseñanza de la matemática en el sentido de ***una prueba formal***.

La única función de la demostración en la enseñanza de la matemática que identifica es la de la ***explicación***, pues *"ayuda a que el alumno comprenda realmente de lo que se trata"*. Resaltando así, el papel significativo de la comprensión del alumno para la aplicación. Otro elemento que destaca en el proceso de la demostración es la ***visualización***. En sus palabras: *"[…] para que previamente ellos comprendan de dónde viene, hay que hacer una demostración con todos los elementos analíticos y geométricos para que el alumno lo visualice, lo entienda, lo comprenda y, posteriormente, lo pueda aplicar".*

Sin embargo, reconoce que, debido a factores como la numerosa cantidad de contenidos del programa de estudios y la falta de tiempo para abarcarlos, pasa por alto estas actividades de demostración e introduce, 'únicamente a través de ejemplos' los teoremas. Aunque se lamenta, recalcando la función explicativa de la demostración: *"[…] pero realmente los muchachos no tiene una base, un sustento del porqué… "*

■ Profesor B

Este profesor reconoce que existen contenidos temáticos en la Geometría en los que "*sería conveniente*" abordar la demostración de ciertos teoremas. Sin embargo, reconoce con convicción, desde su práctica, que 'realmente lo que se hace es aplicar' los teoremas como leyes. *"Realmente lo que se hace es aplicar, […] darles los datos y ya sustituirlo en la ley de senos o ley de cosenos y ya llegan al resultado. […] pero realmente que se haga así una demostración así, no. Bueno, por lo menos yo no."*

Muestra un desconocimiento de lo que el programa de estudio sugiere en cuanto a la demostración. Una vez que se familiariza con el programa, interpreta que la demostración es sólo una actividad del profesor para ***explicar*** el porqué de un teorema. Sin embargo, señala que el alumno poco va a captar o recordar del proceso de demostración. Es por ello que su actividad docente se centra en la 'aplicación' del teorema. Esto explica, en cierta medida, porque él ha optado en su práctica por omitir las demostraciones.

Rotundamente este profesor afirma que no ve ninguna utilidad de la demostración en la Educación Media Superior, pues considera que mostrarles a los alumnos una demostración no tendrá ningún impacto a corto plazo en el mundo laboral y la mayoría de ellos no seguirá estudiando. Sostiene que la demostración matemática debería abordarse hasta el nivel superior en las carreras donde tenga pertinencia.

■ Profesor C

Por su parte, el Profesor C plantea que la demostración en este nivel educativo consiste en: una comprobación, una ejemplificación de un procedimiento al aplicar una fórmula o cómo se elabora una "fórmula de un teorema". Mostrando así, una tendencia a concebir la demostración en contexto escolar como una ***prueba informal***. *"Una demostración, vendría a ser, comprobarle al alumno […], hacerle entender cómo se llegó a ver lo que es una fórmula de un teorema, un procedimiento sería de cómo llegar a entender una fórmula, eso vendría a ser una demostración."*

Esta idea se manifiesta con mayor claridad cuando, el profesor asume que "presentar y demostrar a los alumnos el teorema de Pitágoras", como lo marca el programa de estudios, se refiere a ilustrar la fiabilidad del teorema mediante un material concreto o el análisis de la práctica de los albañiles al "escuadrar". Para él, el foco de su labor docente es garantizar la comprensión del teorema y su consecuente aplicación en la resolución de problemas.

Argumenta que, dado que en secundaria ya se incursionaron en este teorema, le sorprende que pareciera que los alumnos no recuerdan nada. Por eso, recalca la centralidad del "*para que le va a servir todo eso*", es decir, que las actividades a desarrollar se encaminen a la aplicación en ejemplos concretos.

También, este profesor asocia a la demostración en contexto escolar sólo la función de la ***explicación***: *"[…] yo creo que es importante porque el alumno debe de saber qué procedimiento algebraico se llevó a cabo, para lograr obtener lo que es un Teorema".*

En conclusión, observamos, de manera preliminar, que profesores del mismo subsistema con un perfil similar, tienen concepciones distintas sobre la demostración en contexto escolar y, cómo es que éstas influyen en la interpretación del programa de estudios y las decisiones que toman en el proceso de planificación. De modo que, esta investigación reafirma que las concepciones inciden en la forma de enseñar del profesor.

Referencias bibliográficas

Araujo, J., Giménez, J. y Rosich, N. (2006). Afectos y demostraciones Geométricas en la formación inicial docente. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, *2* (3), 371-386.

Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas.* Recuperado de: http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/52/01/33/PDF/Balacheff2000Proceso.pdf

Boero, P. (1999). Argumentación y demostración. Una relación compleja, productiva e inevitable en la Matemáticas y la Educación Matemática. *Preuve*. Recuperado de: http://www.lettredelapreuve.it/OldPreuve/Newsletter/990708Theme/990708ThemeES.html

Crespo, C. R. (2005). La importancia de la argumentación matemática en el Aula. *Revista Premisas, 24*, 23-29. Recuperado de: http://www.soarem.org.ar/revistapremisa.htm#

De Villiers, M. (1993). El papel y la función de la demostración en matemáticas. *Épsilon, 26*, 16-30.

Duval, R., (1999). *Argumentar, demostrar, explicar: ¿Continuidad o ruptura cognitiva?* México, D. F.: Grupo Editorial Iberoamérica.

Farías, L. y Montero, M. (2005). De la transcripción y otros aspectos artesanales de la investigación cualitativa. *International Journal of Qualitative Methods, 4*(1), 1-14. Recuperado de: http://www.ualberta.ca/~iiqm/backissues/4_1/ pdf/fariasmontero.pdf

Gil, F. y Rico, L. (2003). Concepciones y creencias del profesorado de secundaria sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Enseñanza de las ciencias: Revista de investigación y experiencias didácticas, 21* (2), 27-48.

Knuth, E. (2002a). Secondary school mathematics teachers'conceptions of proof. *Journal for Research in Mathematics Education. 33* (5), 379–405.

Knuth, E. J. (2002b). Teachers' conceptions of proof in the context of secondary school mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education. 5* (1), 61–88.

Marmolejo, E. y Moreno, G. (2012). La demostración en contexto escolar: Argumentación en la "Demostración". *Trabajo presentado en XIV Evento Internacional "MATECOMPU 2012"*, Noviembre, Cuba.

Ponte, J.P. (1992). Concepçoes dos professores de matemática e processos de formaçao. *Educaçao Matemática*. Lisboa: Instituto de Inovaçao Educacional.

Ponte, J.P. (1994). "Knowledge, beliefs and conceptions in mathematics teaching and learning". En L. Bazzini (Ed.), *Theory and practice in mathematics education. Proceedings of the 'Fifth international conference on systematic cooperation between theory and practice in mathematics education*. Grado Italia.

SEP (2013). *Serie Programas de Estudio: Matemáticas II*. México: DGB.