

Un Estudio de Alicia en el País de las Maravillas y
Alicia A Través del Espejo con un Enfoque en la
Enseñanza de las Matemáticas

Diana María Benavides Bohórquez



UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
PROGRAMA ACADÉMICO LICENCIATURA EN
MATEMÁTICAS Y FÍSICA
SANTIAGO DE CALI

2016

Un Estudio de Alicia en el País de las Maravillas y
Alicia A Través del Espejo con un Enfoque en la
Enseñanza de las Matemáticas

DIANA MARIA BENAVIDES BOHÓRQUEZ

Trabajo de grado presentado al Programa Académico de
Licenciatura en Matemáticas y Física como requisito para
optar al título de Licenciada en Matemáticas y Física

Dirigido por

Mg. MÓNICA ANDREA APONTE MARÍN

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
PROGRAMA ACADÉMICO LICENCIATURA EN
MATEMÁTICAS Y FÍSICA
SANTIAGO DE CALI

2016

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
PROGRAMA ACADÉMICO LICENCIATURA EN
MATEMÁTICAS Y FÍSICA
SANTIAGO DE CALI
2016

DIANA MARÍA BENAVIDES BOHÓRQUEZ
0840733

Un Estudio de Alicia en el País de las Maravillas y
Alicia A Través del Espejo con un Enfoque en la
Enseñanza de las Matemáticas

Materias o temas: Lenguaje, matemáticas, educación matemática.

Nota de Aprobación

El trabajo de grado titulado: UN ESTUDIO DE ALICIA EN EL PAÍS DE LAS MARAVILLAS Y ALICIA A TRAVES DEL ESPEJO CON UN ENFOQUE EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS, presentado por: Diana María Benavides Bohórquez, para optar por el título de Licenciada en Matemáticas y Física, fue revisado por el jurado y calificado como:

Director

Primer Jurado

Segundo Jurado

TABLA DE CONTENIDO

AGRADECIMIENTOS	8
RESUMEN.....	10
INTRODUCCIÓN	11
CAPÍTULO I.....	14
PERTINENCIA DE LA PROBLEMÁTICA.....	14
1.1 ANTECEDENTES	14
1.1.1 <i>Algunos antecedentes de la relación matemática y literatura.</i>	15
1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	33
1.3 OBJETIVOS.....	34
1.3.1 <i>Objetivo General.</i>	34
1.3.2 <i>Objetivos específicos.</i>	34
1.4 JUSTIFICACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA DEL TRABAJO.....	35
1.5 DISEÑO METODOLÓGICO	37
CAPÍTULO II	39
CAPÍTULOS EXTRAIDOS DE LAS OBRAS DE CARROLL Y PERTINENCIA	
MATEMÁTICA	39
2.1 JUSTIFICACIÓN DE LA ELECCIÓN DE LOS CAPÍTULOS	39
2.1.1 <i>Párrafos de Alicia en el País de las Maravillas.</i>	41
2.1.2 <i>Párrafos de Alicia A Través del Espejo.</i>	50
2.2 VARIABLES PARA EL ESTUDIO MATEMÁTICO DE LAS OBRAS	60
2.2.1 <i>Gabriela Arbeláez, Jorge Arce, Edgar Guacaneme y Guillermo Sánchez -</i> <i>Análisis de textos escolares de Matemáticas – (1999) –</i>	61

2.2.2 Manuel Garrido – <i>Alicia en el país de las maravillas A través del espejo (2013)</i>	
–	65
2.3 REJILLA DE COMPARACIÓN – CONTRASTE ENTRE LOS PÁRRAFOS DE LAS DOS OBRAS DE CARROLL Y LAS MATEMÁTICAS.	67
CAPÍTULO III.....	70
ANÁLISIS EN LAS OBRAS DE CARROLL QUE CONTRIBUYEN EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS Y CONCLUSIONES	70
3.1 ANÁLISIS DE LAS OBRAS DE LEWIS CARROLL BASADA EN LOS PRECEDENTES MATEMÁTICOS	71
3.1.1 <i>En Alicia en el País de las Maravillas</i>	72
3.1.2 <i>Alicia A Través del Espejo</i>	78
3.2 CONCLUSIONES	82
BIBLIOGRAFÍA.....	85

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.	Capítulos de las Obras dedicadas a Alicia por el autor Lewis Carroll.....	38
Tabla 2.	Capítulos, número del párrafo, párrafos citados y páginas de Alicia en el país de las maravillas.....	44
Tabla 3.	Capítulos, número del párrafo, párrafos citados y páginas de Alicia a través del espejo.....	53
Tabla 4.	Libro, número del párrafo (basado en las tablas 2 y 3) y noción matemática que contienen los párrafos seleccionados.....	68

AGRADECIMIENTOS

A Dios por todo lo vivido durante mi carrera y por poner en mi camino seres maravillosos de los cuales aprendí, a mi madre y mi padre por sembrar en mí el amor al conocimiento, a mi hijo por ser mi inspiración, a mi familia por su cariño y apoyo, a mis amigos que me acompañaron en este proceso, a mi compañero de estudio y de la vida por su amor y apoyo incondicional, a la Profesora Mónica Aponte por su amistad, dedicación y enseñanzas, las cuales quedaron plasmadas en éste trabajo.

RESUMEN

Cuando se enseñan las matemáticas se debe tener claros los conceptos que se abordarán en la clase, pero no se puede dejar de lado que dichos conceptos surgieron en un momento histórico y que fueron construidos por estudiosos de las matemáticas bajo un contexto determinado, lo cual sirve para conocer el por qué surgieron las matemáticas, para qué se enseñan en la escuela, qué se debe enseñar y qué esperan los estudiantes aprender, debido a que constantemente se preguntan si las matemáticas les servirá de algo en su día a día.

Las matemáticas se van construyendo y se enriquecen de nociones, muchas veces explícitas como bien se conoce, o en otras implícitas como es el caso que se observa en diversas obras literarias. Específicamente, en este trabajo se abordarán algunos capítulos de dos libros que parecen ser solo para un público infantil, se trata de “Alicia en el país de las maravillas” y “Alicia a través del espejo”, escritos por un matemático inglés de la época victoriana, Charles Lutwidge Dodgson, más conocido en la literatura como Lewis Carroll.

Pues bien, para poder comprender estas dos obras desde la mirada matemática, se hizo necesario partir no solo del desarrollo matemático de la Inglaterra victoriana, sino también conocer una edición comentada de las obras por parte del autor Manuel Garrido y desde la filosofía del lenguaje, por lo cual se tomaron como referente los trabajos del filósofo Jairo Urrea Henao quien a su vez menciona varios filósofos que han realizado un estudio de las obras de Carroll, dado que es a través de los juegos del lenguaje y la noción de la lógica del sinsentido donde se pueden evidenciar algunas nociones matemáticas de la época del reverendo Dodgson, para aportar reflexiones educativas desde la literatura hacia la enseñanza de las matemáticas en el bachillerato.

PALABRAS CLAVES: Matemáticas, literatura, lógica, sinsentido y enseñanza de las Matemáticas.

INTRODUCCIÓN

En el entorno se pueden encontrar formas, figuras, objetos o hechos que se pueden explicar a partir de las matemáticas, pero en algunos casos se requiere de un análisis profundo y la manipulación de objetos abstractos que la hacen parecer complicada y explicada solo desde la teoría. Sin embargo, en el colegio las matemáticas pueden ser expuestas a los estudiantes desde las situaciones del contexto que es el cómo se aplican y para qué sirven en la vida diaria. Los procesos tanto de enseñanza, como de aprendizaje en ocasiones se vuelven complejos, de tal forma que trae como consecuencia que algunas personas prefieran dejar de lado las matemáticas escolares desconectándolas de su vida, sobre todo en ese nivel escolar. Entonces, es un deber del maestro de matemáticas tener un equilibrio entre el contenido de lo que enseñará y las diversas maneras de enseñar, pero guardando siempre la creatividad y teniendo presente la transversalidad con otras áreas del conocimiento.

Sí los maestros dejan perder la “magia” de las matemáticas a medida que la van enseñando, carece de sentido para los estudiantes aprenderlas, debido a que no ven la parte práctica en su contexto, ni la posible conexión que existe con las otras materias que se abordan en el colegio, por ejemplo la literatura, que al igual que las matemáticas estimula la imaginación, pero ¿qué pasa si permitimos que esa imaginación y capacidad creativa se pueda estimular a partir de la literatura y sirva como base para la construcción de nuevos conocimientos?

Pues bien, este trabajo nace de la contemplación visual de las obras de grandes artistas, escritores y científicos, que plasmaron cada día en su quehacer vivencias llenas de matemáticas. Para entrar en detalle, la idea es el fruto de una admiración profunda desde hace muchos años, hacia dos obras de **Lewis Carroll**¹, se trata de **Alicia en el país de las**

¹Matemático lógico del siglo XIX. Primero fue bibliotecario de la universidad de Oxford (Inglaterra) y luego se convirtió en profesor de lógica de la misma universidad, en la cual realizó sus estudios y donde también

maravillas y **Alicia a través del espejo**, que ha dado lugar para que se realicen traducciones y con cada traducción un conjunto de ilustraciones,² obteniendo así algunos párrafos que pueden ser explicados desde las matemáticas.

Tanto **Alicia en el país de las maravillas**, como **Alicia a través del espejo**, están vigentes desde el momento en que Lewis Carroll publicó sus primeras ediciones (El primer libro mencionado en 1865 y el segundo libro en 1871) y la magia de los mundos que visita Alicia en sus sueños cautiva a todo tipo de público en cualquier parte del mundo. “Lewis Carroll (...) acertó plantear en sus relatos problemas de interés humano, social, lingüístico y lógico, con ayuda de una original red de símbolos y metáforas que han deslumbrado a innumerables adultos” (Garrido, 2013, p. 8). Pero ¿qué hace que estas dos obras no sean solo atractivas sino también interesantes? Es ese juego con las palabras, es poder estudiarla desde cualquier campo de investigación como desde el psicoanálisis, las costumbres de la época victoriana, la lógica que habita en los discursos y los hechos de esos mundos de sueño de la joven Alicia, entre otras cosas.

Dado que Charles Lutwidge Dodgson estudió matemáticas y utilizaba el seudónimo de Lewis Carroll en sus obras literarias, se plantea la pertinencia de empezar el presente trabajo, para hacer una lectura desde las matemáticas y así evidenciar si existe alguna relación entre los libros que escribió inspirado en la pequeña Alicia y los estudios que realizó en la universidad de Oxford.

Si bien es cierto que el enfoque de éste trabajo es en la enseñanza de las matemáticas, no se puede dejar de lado la importancia de la filosofía del lenguaje para tener una base concisa de la estructura de la lógica del sinsentido en los dos libros mencionados, que a simple vista

conoció a su musa de inspiración, la pequeña Alicia Lidell. A Carroll le gustaba la fotografía, la literatura, jugar con las palabras, es por eso que en sus obras se encuentra un gran número de juegos con palabras cuya estructura es lógica.

²Como lo menciona el mismo Carroll al comenzar con el relato de Alicia en el país de las maravillas: “...*Her sister was Reading, but Alice had nothing to do. Once or twice she looked into her sister’s book, but it had no pictures or conversations in it. And what is the use of a book - thought Alice -without pictures or conversations?*” (2003, p. 1).

parecen hacer parte de la literatura infantil. Por esta razón se profundizará en el capítulo I en la indagación y estudio que se realizó a los escritos como **“Juegos con el lenguaje en la obra literaria de Lewis Carroll”** y **“Lógica del sinsentido en la obra de Lewis Carroll”** del profesor *Jairo Urrea Henao*.

Para comenzar el estudio de las obras de Carroll, se realizó una lectura a los dos libros, **“Alicia en el país de las maravillas”** traducida por Mercedes Guhl Corpas y **“Alicia a través del espejo”** traducida por Luis Maristany, pues en el capítulo II de éste trabajo se justificará la elección de los capítulos de las obras de Carroll junto con los parámetros matemáticos pertinentes para el presente estudio. Se recurrió también al libro **“Análisis de textos escolares de Matemáticas”** de *Gabriela Arbeláez, Jorge Arce, Edgar Guacaneme y Guillermo Sánchez*, para así explicar de manera clara el estudio de las dos obras de Carroll enfocado en la relación con las matemáticas y de su enseñanza. Así mismo se dio paso a buscar un documento con un punto de vista desde las ciencias y en particular de las matemáticas, encontrando así una edición comentada de *Manuel Garrido* llamada **“Alicia en el País de las Maravillas A Través del Espejo”**, también sirvió de referente para el desarrollo de “la contextualización del trabajo de Lewis Carroll” en el capítulo I, que a su vez se complementó con fragmentos del documento **“Evolución de la fotografía a través de la obra de Lewis Carroll”** de la autora Nieves Sánchez Garre, debido a que tanto Garrido como Sánchez describen aspectos relacionados con la vida de Carroll.

Finalmente, se debe aclarar que hay libros que tienen una estrecha relación entre las obras de Carroll y las matemáticas, tal es el caso de **“Malditas Matemáticas, Alicia en el país de los números”** de *Carlo Fabretti*, también un escrito de *José María Sánchez Delgado* llamado **“Matemáticas en el país de las maravillas”** y un libro de *Martin Gardner* **“Izquierda y derecha en el cosmos”**, los cuales aparecen citados en diversos párrafos desarrollados en el presente trabajo.

CAPÍTULO I

PERTINENCIA DE LA PROBLEMÁTICA

1.1 Antecedentes

Al revisar un fragmento³ del propio Lewis Carroll: *“No puedo poner en marcha la invención como un reloj: si te sientas sin inspiración a escribir, lo único que lograrás es uno de esos artículos aburridos de leer... Alicia nació de cabos e ideas sueltas que vinieron solas, pobres tal vez, pero las mejores que supe ofrecer”*. (Lewis Carroll, (s.f)) se puede observar y explicar de manera global la inspiración del autor al realizar sus obras, pues en su pensamiento matemático habitaba la lógica y a su vez la simplicidad del mundo. Lo que muestra un camino que se puede recorrer con imaginación y creatividad, donde los maestros tienen la posibilidad de “moldear” los conocimientos de los estudiantes por medio de la lectura debido a que los libros permiten viajar a otros mundos, desconocidos e infinitos, que estimula la imaginación.

En este sentido, es fundamental conocer la vida y obra del autor, para este fin se hizo necesario indagar algunos autores que hubiesen investigado sobre la vida de Charles Lutwidge Dodgson, Nieves Sánchez Garre (2004) dejó evidencia de ello en su trabajo, donde relata que el seudónimo de Lewis Carroll se inició en 1856, bajo la sugerencia del editor Edmund Yates. Dicho nombre son los nombres del reverendo Dogson en latín “Carolus, Ludovicus y en orden inverso inspiraron a éste seudónimo” (Garrido, 2013, p. 41). Dogson nació en Daresbury – Inglaterra, el 27 de enero de 1832. Fue el mayor de Once hijos (cuatro hombres y siete mujeres). Hombre de gran mente, que tenía un equilibrio entre la matemática, la literatura y el arte.

³Fragmento que el lingüista y filólogo José María Sánchez Delgado (S.f) cita en su documento “Matemáticas en el país de las maravillas” (p. 9).

En un recuento del texto de Sánchez (2004) se concluyó hechos sobre la vida de Dogson, que en lo emocional era introvertido y algo inocente, muestra de ello es que se enamoró de una forma singular y platónica de la pequeña Alice Liddell de cuatro años, una de los cuatro hijos del decano de la Universidad de Oxford Christ Church College, a la pequeña le encantaba jugar con sus hermanas (Edith y Lorina) en los jardines aledaños a la biblioteca que Carroll atendía. Al conocerlas se revivió en él las ganas de imaginar nuevos mundos, que complemento con sus conocimientos matemáticos, su amor a la fotografía y sus ganas de seguir soñando como cuando era un niño, esto quedo expresado en su totalidad tanto en su diario, como en el libro “Alice’s adventures in wonderland” (Carroll, 1865), que después seguiría con otras obras enfocadas a sus estudios matemáticos y muchos juegos de lógica, como los Puzzles.

1.1.1 Algunos antecedentes de la relación matemática y literatura.

Cuando se piensa en las materias que se abordan en el colegio, se tiende a pensar en todas por separado, entonces si se acerca un poco a la idea de una transversalidad en el currículo, es más fácil encontrar una relación entre algunos temas que se deben enseñar en matemáticas, con las otras materias que son obligatorias en el colegio, por ejemplo lenguaje, en ese sentido esta es una de las razones por la cual se toman las dos Alicias de Lewis Carroll.

Estas dos obras de Lewis Carroll se desean abordar desde las matemáticas, pero primero se realizó un recorrido por el cómo leer e interpretar estas obras, por lo tanto se estudiará el nonsense o sinsentido⁴ desde el punto de vista de la filosofía del lenguaje, haciendo uso de

⁴En los trabajos del profesor Urrea se refieren al nonsense, sin-sentido o sinsentido como la misma noción, referente a un juego de palabras que da como conclusión un hecho. Por esta razón de igualdad entre esas palabras, en el presente trabajo se tomará siempre como sinsentido.

los textos escritos por el profesor Jairo Urrea Henao, quien trae a colación varios investigadores⁵ en el campo del discurso, la retórica, el lenguaje y la comunicación. De esta forma, describe qué es el sinsentido y cómo se ve reflejado en las obras de Carroll. En consecuencia, se hará necesario entender la parte lingüística y los juegos de palabras que dan lugar a hechos aparentemente ilógicos en el país de las maravillas y al otro lado del espejo.

Si bien es cierto que se necesitan de estos libros para comprender el fondo matemático, de las dos obras dedicadas a Alicia, es fundamental comprender el contexto y la época en la que vivió el autor de estas historias, recordando así que el matemático – lógico, profesor de la Universidad de Oxford, el señor Charles Luitwidg Dogson, vivió en la Inglaterra de la época victoriana, entonces donde se tratará de indagar los avances en matemáticas en dicho tiempo, para comprender si ese sinsentido o juegos del lenguaje son burlas hacía algún avance matemático, un reflejo del poder en su país o simplemente una idea matemática que el autor quería expresar.

Por otra parte, se indaga acerca de la conexión de la lógica desde las matemáticas y la lógica en la filosofía enfocada en el juego de palabras y lo que expresa durante las historias de los sueños de Alicia para llegar a una conclusión que en un principio puede parecer incoherente para el lector, pero que si se tiene como base los parámetros suficientes para entenderla se puede extraer una parte matemática desde la estructura que se conoce en el estudio de ésta ciencia pura, por lo cual se parte del sinsentido, tratando de enfocarlo desde las matemáticas para así poder tener la herramienta básica en el estudio de las obras, debido a que este proyecto se dejará a disposición para trabajar en Colombia, hay que conocer cuáles son las expresiones que tiene los dos libros de Lewis Carroll en relación con el enfoque hacia

⁵Tales como: Chaim Perelman, John L. Austin, Paul H. Grice, Jean Gattégno, María Victoria Escandell, Jean Bessière, Noam Chomsky y Leopoldo María Panero.

el sinsentido. Sin perder de vista la importancia de conocer el propósito y lo que llevó a Carroll a escribir dos libros con una estructura muy original y poco conocida.

Entonces, la idea es comprender con qué contaba este autor para escribir sus libros y por qué parecen mundos fantásticos desde una perspectiva general, pero que cuando se adentra en la lectura, este autor parece describir desde las matemáticas, con los juegos lógicos, cada personaje y dónde se sitúan, así como las conversaciones que sostienen con Alicia. Y en cuanto a ella, es pertinente conocer un poco más de quién era, pues fue la pequeña musa que inspiró a Carroll.

Con el material nombrado y recopilado, se debe enfocar siempre la importancia del presente estudio en el campo de la enseñanza de las matemáticas, pretendiendo así tener los criterios suficientes para comprender fragmentos de los doce capítulos de las dos obras de Carroll.

Al indagar sobre el sinsentido se encuentra en la obra de Manuel Garrido como “disparate, fenómeno lingüístico que inmortalizó a Carroll” (Garrido, 2013, p. 19). Además menciona que para comprender el sinsentido hay que basarse en la lógica, donde la “definición del disparate en sentido carrolliano: una frase que parece gramaticalmente correcta pero que, a efectos reales, no significa nada” (Garrido, 2013, p. 30). Por ende éste autor se tomará como base para analizar la lógica en las obras de Carroll, desde el enfoque matemático de éste trabajo, sin embargo, cabe anotar que no es el único que lo menciona, de hecho, son muchos los autores que han estudiado las dos Alicias de Carroll, desde diferentes perspectivas. Algunos de estos autores son:

1.1.1.1 Jairo Urrea Henao – Juegos con el lenguaje en la obra literaria de Lewis Carroll (2002).

En este documento el profesor Urrea (Licenciado en Literatura y Magister en Filosofía de la Universidad del Valle) muestra su interés por entender a fondo las Alicias de Carroll entorno a la filosofía del lenguaje. Comienza mostrando el porqué de su interés en estas obras y algunas perspectivas desde las que se pueden analizar: La religión y la psicología.

Cuenta también los intereses que tiene Charles Lutwidge por el arte: el teatro, la creación de títeres y la ilustración en pequeñas revistas que creaba en su juventud y por supuesto, cómo nace Alicia en el país de las maravillas. Da a conocer además la riqueza literaria, del uso del lenguaje y las expresiones lógicas en las dos obras dedicadas a Alicia Liddell.

Entonces, para entrar en detalle se retoma la siguiente frase del propio Carroll “cuando soñamos volvemos a ser niños” (Urrea, 2002, p.215). Es curioso que tanto “Alicia en el país de las maravillas”, como en “Alicia a través del espejo”, empieza la gran aventura en el momento en el que la niña se queda dormida, entra en ese estado y como la mayoría de seres humanos por experiencia conocen todo lo que es posible, las reglas pueden ser violadas en cierta manera y surgen por ejemplo las ganas de ser libres o de regresar a algunas etapas que han marcado la vida con momentos significativos.

Ahora bien, en “Alicia en el país de las maravillas” el relato comienza cuando la pequeña Alicia se encuentra al lado de su hermana, quien está leyendo un libro que a la niña le resulta aburrido, pues no tiene ilustraciones, Urrea hace la aclaración que el libro que lee la hermana de Alicia (Lorina) es muy propio de la época victoriana, pero si se observa la realidad de la época actual, se evidencia por experiencia en contacto con los pequeños este mismo hecho, los niños se aburren cuando un libro que leen, consultan o que sus padres o maestros les leen, no tiene ilustraciones. Regresando a la historia de Alicia, ella en ese estado de aburrimiento

entra al estado del sueño donde “la realización de sus deseos reprimidos”⁶ y comienza toda la aventura cuando ve pasar rápidamente al conejo blanco.

El profesor Urrea, menciona que “la estructura del sueño está sustentada sobre unas reglas representadas en el juego, en un naípe de póker, de donde salen varios de sus personajes que representan la nobleza y a su forma de gobernar” (Urrea, 2002, p 216). Lo cual es válido, debido a que es mediante el juego que el niño es capaz de extraer que para todo hay una norma, unas reglas que hay que seguir, según el lugar y el momento en el que se encuentren, además al estar relacionado con otros niños, se desarrolla el lenguaje, formando así “un puente” para pasar de niño a adolescente en “la vida social”. Al final, en la historia que vive Alicia en aquel país lleno de cosas extrañas, “lanza por los aires los personajes que se van convirtiendo en cartas de naípe, y por último en la hierba que le ha caído mientras dormía en el jardín” (Urrea, 2002, p. 216).

En “Alicia a través del espejo” la niña se encuentra castigada en su cuarto, “porque quiso ser como los grandes al tomar el té con ellos, pero dejó caer una tasa, por lo que fue enviada a su cuarto”⁷ (Urrea, 2002, p. 216). En medio de su aburrimiento se va quedando dormida mientras habla con Dina y los cachorritos que esta gata tiene, paralelo a esto, se empieza a preguntar que hay al otro lado del espejo y resulta atravesándolo (en este instante ya está dormida) y transcurren muchos hechos que a simple vista parecen ilógicos, hasta el momento que se despierta que es cuando levanta a uno de los personajes que se le va convirtiendo en una ficha de ajedrez y por último en uno de los gatitos.

El lenguaje uno de los tantos enfoques que se les da a las Alicias de Carroll y es justo donde se sustenta una verdad: cómo Carroll muestra en sus obras la inmersión de la

⁶El profesor Jairo Urrea, menciona que esto se debe a la tesis planteada por el padre del psicoanálisis: Sigmund Freud “la plástica del sueño, sus leyes internas: la del desplazamiento y de la condensación” (Urrea, 2002, p. 216).

⁷En este punto cabe aclarar que este es el inicio que plantea el profesor Urrea, pero que el libro que se leyó de Alicia a través del espejo para desarrollar el presente trabajo fue de Terramar Ediciones (2010) presenta el inicio desde que Alicia estaba reprendiendo al gatito negro, Mino y describiendo como Dina lavaba a sus gatitos, en particular al gato Blanco, Copito.

comunicación de un adolescente en donde hay adultos, pero lo hace por medio del absurdo⁸, conocido como sinsentido, como lo señala Urrea, donde se “rompen las formas ordinarias de comunicar” (Urrea, 2002, p. 217). Viene entonces un nuevo planteamiento: “cómo la obra de Carroll nos señala de una manera masiva las violaciones que se pueden cometer en la comunicación cuando hablamos” (Urrea, 2002, p. 217). Esto ha sido desarrollado por varios filósofos de lenguaje centrados en los problemas de la comunicación, donde se explica en el siguiente fragmento que expone Urrea:

“Lewis Carroll ha construido sus dos Alicias desde lo anómalo de la comunicación, desde el absurdo en la comunicación, pero de esta manera nos devuelve de una forma renovada la misma comunicación exitosa” (Urrea, 2002, p. 218).

Es decir, que al parecer los sinsentidos ayudan a dar un salto más fácil para el entendimiento en un dialogo a partir de la negación. A partir de lo anterior, Urrea plantea una cuestión acerca de qué significa el sinsentido, y resulta que varios autores que han estudiado las obras de Carroll, dicen que corresponde a “un sin – sentido especial que denominan sinsentido Carrolliano” (Urrea, 2002, p. 218), y está en estrecha conexión con los juegos del lenguaje. A su vez, esto tiene un significado en la forma de cómo se lleva la comunicación a partir de las violaciones a convenios y reglas de la comunicación y se hace evidente, como lo menciona el profesor Urrea, en las dos obras dedicadas a Alicia, la niña se encuentra con varios personajes con los cuales Alicia intenta comunicarse y le es totalmente imposible ya que estos la enredan con una serie de absurdos y juegos con palabras.

Urrea cita en su obra a un filósofo contemporáneo, Chaïm Perelman⁹ que hace mención a la argumentación en una comunidad “es al parecer, la existencia de un lenguaje común, de una técnica que permita la comunicación” (Perelman, 1989, p. 219). De esta manera

⁸Desde la lógica, el absurdo sería $p \wedge \neg p$.

⁹(1912 – 1984) Filósofo (del derecho) Belga de origen Polaco. Estudió en la Universidad Libre de Bruselas y luego ejerció en la misma Universidad como profesor. Se le atribuye la creación de una nueva retórica.

Perelman (1989) explica que cuando Alicia entra al país de las maravillas los seres que se encuentra la entienden en la medida de lo posible, sin embargo la niña no entra fácilmente en un dialogo con ellos, porque busca la discusión y en el mundo de las maravillas no hay ningún motivo para que las discusiones comiencen.

Por otra parte, para comprender a fondo de qué se trata el sinsentido, el profesor Urrea (2002) trae a colación al filósofo inglés John L. Austin¹⁰, sus investigaciones se centran en el lenguaje, propiamente en “las proposiciones que usamos” (Urrea, 2002, p. 219), las que tienen sentido se llaman constantativas, sirven para informar y pueden tomar un valor de verdad. Otro tipo de enunciados son los realizativos, como su nombre lo indica dan a entender una acción y son exitosas o no. Por tanto, sobre éste último existen dos tipos de eventos que Austin (1989) distingue como afortunados (si se pasa de lo que se dice a la acción) o infortunios (que se queda en la palabra) y presenta todo un mecanismo para su distinción, que sirve para analizar desde el punto de vista de la filosofía del lenguaje, las Alicias de Carroll, se muestra en el siguiente ejemplo: “La Reina Blanca le dice a la reina Roja lo siguiente: ‘te invito al banquete que dará Alicia esta tarde’. Alicia reacciona indignada pues hasta ahora no se había enterado de que estuviera ofreciendo una fiesta. ‘Pues en ese caso – dice Alicia – debería ser yo la que invite’” (Urrea, 2002, p. 220), lo cual hace parte de las malas invocaciones de una convención.

Como se observa en el ejemplo anterior, se necesitan más que las palabras para entender de qué se habla, entonces se hace necesario conocer en dónde se desarrolla el dialogo, para lo cual Austin (1989) aclara que los enunciados realizativos dependen del contexto donde se desarrolle el dialogo y que “cada que hablamos estamos haciendo algo” (Urrea, 2002, p. 221) y por ende todo enunciado está compuesto por tres actos: Locucionario, ilocucionario y el perlocucionario.

¹⁰(1911 - 1960) Filósofo británico, estudió en la Universidad de Oxford y luego fue profesor de la misma.

El acto locucionario, que a la vez se subdivide en tres pequeños actos: el fónico, el fático, el rético, de los cuales se hablará más adelante. Éste acto locucionario es clave para entender el sinsentido en las obras de Carroll, debido a que hay diálogos donde se distingue el sub acto fónico “emisión de sonidos reconocidos por una comunidad lingüística” (Urrea, 2002, p. 221), el fático “qué es la emisión de esos sonidos inscritos en un léxico y usados según las reglas gramáticas perteneciente al idioma en que se emiten” y el rético “que consiste en que esos sonidos fónicos organizados según una gramática tengan, más o menos, un sentido y una referencia” (Urrea, 2002, p. 221).

En el segundo acto que menciona Austin (1989) es el “ilocucionario, que consiste en usar las convenciones lingüísticas y los convenios sociales de tal manera que la locución tenga un sentido y esté sustentado en referencias concretas” (Urrea, 2002, p. 221). Urrea (2002) destaca que éste acto ilocucionario está claro en las Alicias, pues cada vez que la niña intenta sostener un dialogo con algún personaje, éste por su parte parece guiar la conversación por otro sentido totalmente distinto. Entonces, Urrea (2002) concluye que en las dos obras de Alicia cada personaje interpreta las palabras emitidas como quiere y por lo tanto no hay comunicación.

El último acto es el perlocucionario, que “depende del interlocutor y del contexto. No siempre que se pregunta se obtienen respuestas” (Urrea, 2002, p. 223) se toma entonces como ejemplo un fragmento de “Alicia a través del espejo” para explicar este tipo de sinsentido:

“El León y el Unicornio se baten con ferocidad, de pronto deciden descansar, el rey que está observando el combate, se molesta porque se hace algo sin su consentimiento, así que ordena diez minutos de descanso. Es una orden fuera de lugar” (Urrea, 2002, p. 223)

Urrea (2002) nombra otro filósofo del lenguaje, se trata de Paul H. Grice¹¹, quien establece que para la conversación pueden existir fórmulas, así como existen fórmulas para la lógica, es decir que “para que haya conversación debe existir un principio cooperativo. Si no cooperamos cuando hablamos, entonces no hay comunicación” (Urrea, 2002, p. 223), para lo cual Grice distingue que para que exista una comunicación efectiva se da “la Máxima de la Cantidad” (Urrea, 2002, p. 223) es dar la información suficiente, sin exagerar.

En “Alicia en el país de las maravillas” se evidencia este hecho cuando la niña le pregunta “al Gato Cheshire que a dónde puede ir. Termina por convencerla que vaya a donde vaya irá donde los locos, porque todos estamos locos” (Urrea, 2002, p. 223). Grice anota también que “la Máxima de la Cualidad, trata de hacer que tu contribución sea verdadera” (Urrea, 2002, p. 223) lo cual se hace evidente cuando “La Reina de Corazones se la pasa ordenando que corten la cabeza a todo el que no está de acuerdo con sus absurdas demandas” (Urrea, 2002, p. 223), esto es falso y carece de pruebas, porque siempre da la misma orden pero no hay muestra de que esto se realice.

Otra de las Máximas es la “de la relación, que consiste en ser pertinente o sé pertinente, ‘vaya al grano’” (Urrea, 2002, p. 223) y por último, menciona la “Máxima del Modo, ésta tiene que ver con la forma en que se dice lo que se dice. Sé intelegible” (Urrea, 2002, p. 223) el ejemplo de ésta última máxima en “Alicia a través del espejo” es cuando la Tortuga Falsa, que es más o menos una parodia a la educación, le explica a Alicia como fue su educación antes de que se convirtiera en Tortuga Falsa, en realidad viola todos los principios de la conversación.

Según todo lo anterior, Urrea (2002) hace una aproximación de lo absurdo en las obras que estudia en su artículo, donde explica que Alicia cuando se sumergió en el país de las maravillas y cuando atravesó el espejo, nunca entró en el contexto, pero ahí está la clave de

¹¹(1913 – 1988) Filósofo del lenguaje, de origen Inglés. Uno de sus estudios fue en torno a la relación entre la lógica y la conversación. Estudió en la Universidad de Oxford y luego ejerció en esta Universidad como profesor.

todo, porque Lewis Carroll la escribió de tal forma que el lector logra entender el contexto de mundos que aparentemente son raros.

Perelman en el siglo XX “propone una nueva retórica basada en la de Aristóteles” (Urrea, 2002, p. 224) distinguiendo “la demostración lógico – formal, y la argumentación que comprende las técnicas que esgrime el orador para persuadir a su auditorio” (Urrea, 2002, p. 224) para organizar la sustentación de dicha propuesta, Perelman clasifica las premisas así:

“Las tienen que ver con lo real, que son las verdades, sistemas teóricos aceptados por el auditorio; los hechos, que están avalados por las verdades; y las presunciones que son los hechos presuntos” (Urrea, 2002, p. 224)

Pero estas no funcionan para las obras de Carroll dedicadas a Alicia, la razón que expone el profesor Urrea, es que son mundos donde hay un absurdo permanente, y cada interlocutor habla desde una verdad que sólo él entiende de que se trata. Los personajes juegan con las reglas diferentes de las que hacen parte del sentido común de Alicia, por ejemplo cuando Alicia trata de sostener una conversación con Humpty – Dumpty, él le dice palabras a la niña que solo le significan a él, eso hace que sea imposible continuar el proceso de comunicación entre ellos.

El profesor Urrea (2002) al finalizar su artículo, expresa que en las Alicias “lo real es absurdo y lo extraordinario la realidad a la que estaba acostumbrada Alicia” (Urrea, 2002, p. 226) y que según Jean Gattégno¹² son consecuencias de los errores que se cometen cuando el lenguaje “no se usa con cuidado”.

La importancia de este artículo para el desarrollo del presente trabajo, es que da las bases del sinsentido, a partir de la filosofía del lenguaje, donde el profesor Jairo Urrea deja ver la relación cuidadosa entre el significado de lógica en la filosofía (para el desarrollo de la comunicación) y la lógica que se maneja en las matemáticas (que hace un uso más formal

¹²(1935 – 1994) Intelectual francés y uno de los más conocidos biógrafos de la vida y obra de Lewis Carroll.

para demostrar enunciados propios de este campo específico del conocimiento), deja así de manera implícita la explicación del por qué un matemático como Charles Lutwidge Dodgson uso la lógica como una herramienta para la escritura de un texto creativo que no tenía ningún otro fin que entretener a unas niñas y que resultó tener un juego completo con el lenguaje.

1.1.1.2 Jairo Urrea Henao –Lógica del sin-sentido en la obra de Lewis Carroll (2010).

En este libro el profesor Urrea expone la lógica aristotélica, la lógica matemática y los juegos del lenguaje, para explicar en qué consiste el sinsentido, retoma a los filósofos del lenguaje que estudió en el artículo expuesto en párrafos anteriores.

La obra se estudió haciendo énfasis en los tres primeros capítulos, debido a que aclaran y desarrollan el estudio del significado del sinsentido en las Alicia de Carroll y cómo funciona la lógica en la filosofía para efectos del habla. Sin embargo, se tocará de manera tangencial los temas abordados por el autor en los dos primeros capítulos de su obra.

En este libro Urrea (2010) plantea otro interrogante y es acerca de la lógica en la estructura literaria y por ende cómo saber cuándo algo es literatura, para lo cual explica que “la literariedad no reside en las propiedades lingüísticas de un texto” (Urrea, 2010, p. 18) donde especifica que es así como lo expone María Victoria Escandell¹³ en su libro “Introducción a la pragmática” Urrea cita a esta autora la cual menciona que:

“(…) no hay ni palabras, ni construcciones, ni tipos de estructuración particular que puedan considerarse exclusivos del lenguaje literario y que sirvan para caracterizar inequívocamente la literatura frente a las demás artes o a otras manifestaciones expresivas” (Urrea, 2010, p. 18).

¹³De nacionalidad española, enfocada en los estudios de Lingüística.

Por tanto, es de vital importancia para entender la comunicación, en el marco de las formas lingüísticas desde la línea de la pragmática en la filosofía del lenguaje, como lo explica Urrea (2010) entonces “el texto literario está hecho con el lenguaje que nos comunicamos” (Urrea, 2010, p. 19) y esa comunicación viene desde la primera infancia para socializar desde distintas formas de expresión, lo que se piensa. Esta obra va más allá de comprender el sinsentido Carrolliano, el cual funciona más bien como un ejemplo de las fallas en la comunicación, así es como lo expresa el profesor Urrea (2010).

En el primer capítulo de esta obra “la literatura en el campo de la retórica” (Urrea, 2010, p. 21) el autor hace un breve recorrido por la historia de la argumentación, desde el punto de vista de Aristóteles que la definía bajo tres elementos: “el que habla, aquello de lo que habla y aquél a quien habla; pero el fin se refiere a éste último, quiero decir al oyente. Ahora bien, el oyente es, por fuerza, o un espectador o uno que juzga” (Aristóteles, 1994, p. 193), para luego explicar los géneros del discurso retórico desde el punto de vista de Aristóteles, como “el deliberativo, el judicial y el epidíctico” (Aristóteles, 1994, p. 194). Del cual hace un desarrollo desde la política, dando a entender sus orígenes en la democracia Griega, que a su vez tenía algo pedagógico.

Pero resulta ser que si se va a estudiar la retórica hay que saber un poco en qué consisten “los diálogos de Platón” según lo menciona Urrea (2010) quien hace énfasis citando a Perelman: “Platón atacaba a los sofistas y a los maestros de la retórica porque estaban más preocupados por halagar a sus auditores que enseñar la verdad, tan querida por Sócrates” (Perelman, 1997, p. 12 y 13). Se plantea según los trabajos de Aristóteles que la diferencia entre dialécticos y retóricos reside en que “mediante diálogos se llega a la verdad, mediante argumentos se llega a un acuerdo”(Urrea, 2010, p. 30). También, Urrea (2010) menciona que Perelman planteó que la dialéctica y la retórica hacen parte de un todo y es entonces cuando Perelman plantea una nueva retórica como “una disciplina que se propone reivindicar todos

los discursos y ampliarlos en la medida que se han multiplicado los medios de comunicación y de expresión” (Urrea, 2010, p. 30).

Urrea (2010) presenta la nueva retórica, cita a varios autores (que se mencionan en los siguientes párrafos) que la explican desde sus puntos de vista, pero donde prevalece Perelman. Además, muestra cómo se desarrolla la literatura dentro del campo de la retórica basado en los trabajos de Jean Bessière quien fue discípulo de Perelman y que expuso que “el discurso literario es una forma argumentativa que aprovecha al máximo las técnicas de esta naturaleza y genera tal presencia de una manera plástica” (Urrea, 2010, p. 53). Por tanto, Urrea (2010) concluye en este capítulo que la literatura contiene retórica, basado en los argumentos de Perelman.

El segundo capítulo “El concepto de competencia en la pragmática del lenguaje” en general Urrea (2010) describe qué es el concepto de competencia desde una mirada lingüística, por una parte y por otra desde la filosofía del lenguaje, donde estos dos campos del saber se intersectan en la pragmática e invita a comprender cómo nos comunicamos a partir de la “maquinaria lingüístico – lógica del lenguaje” (Urrea, 2010, p. 57).

En el tercer capítulo “El sinsentido en la obra de Lewis Carroll”. Para comenzar, Urrea (2010) plantea algunos puntos a tener en cuenta para poder analizar las Alicias de Carroll. Uno de estos es que las obras originales están en inglés y que fueron escritos en plena época victoriana, donde tal vez use aspectos irónicos. El otro es su estructura con juegos del lenguaje parecen obedecer a los sinsentidos. Y por último, que Carroll no deja de lado su pensamiento matemático a la hora de escribir los cuentos para Alicia, donde expresa la lógica y algunas inquietudes hacia la ciencia.

Ahora bien, el autor de este texto aborda el significado del sinsentido, haciendo un rastreo entre varios autores que han comentado la obra de Carroll, desde diferentes perspectivas, pero con algo en común, se trata de comprender a fondo si las dos Alicias obedecen a una lógica

en particular, para entender así cómo se logra la conexión de la filosofía del lenguaje en un ser de pensamientos matemáticos y artísticos.

Resulta ser que en una de las traducciones de un poema de Carroll “The Hunting of the snark”¹⁴ traducido como “A la casa del snark” por Leopoldo María Panero¹⁵, da una aproximación del sinsentido, por la forma como está escrito el poema, como lo menciona Urrea (2010). Carroll hacía algunas referencias que dejaba abiertas a la interpretación de la lógica, el sinsentido o la ironía que utilizaba en sus obras. Un fragmento que sustenta éste hecho es del propio Carroll: “He recibido cartas corteses de extranjeros que querían saber si *The Hunting of the Snark* es una alegoría o contiene alguna moraleja oculta o constituye una sátira política; y para todas esas preguntas de este tipo tengo una sola respuesta: ¡No lo sé!” (Carroll, 1980, p. 12).

Por otra parte, hace referencia a que “las palabras no significan sólo lo que hemos tenido intención de expresar al emplearlas: de manera que la significación de un libro debe ciertamente rebasar las intenciones del autor” (Carroll, 1980, p. 13). Esto se explica un poco en lo que se presenta en “Alicia a través del espejo” cuando la niña trata de mantener una conversación con Humpty Dumpty y él usa las palabras a su modo sin tener en cuenta los convenios sociales que se dan para determinar los nombres de los objetos, como lo menciona en este capítulo el profesor Urrea (2010).

Luego, hace un recorrido por los diccionarios (de la lengua inglesa, de la lengua española y filosóficos) y diversos comentaristas de las obras de Carroll, para dar el significado del sinsentido, donde Urrea (2010) aclara que desde el punto de vista de Austin el significado lo da es un conjunto de palabras en una oración y no cada una por separado.

¹⁴“Poema compuesto en 1874 y publicado en 1876, posterior al trabajo de las Alicias” (Urrea, 2010, p.78)

¹⁵(1948 – 2014) poeta Español, con largas producciones poéticas y algunas obras narrativas y de ensayo.

1.1.1.3 Contextualización del trabajo de Lewis Carroll.

El conocido Lewis Carroll a nivel mundial, desde hace un poco más de un siglo, gracias a sus obras aparentemente infantiles, presentadas como cuentos narrados hacía una niña que él estimaba y a quien constantemente llevaba de paseo junto a sus hermanitos para narrarles de manera espontánea muchas historias, según cuentan varios investigadores que hacen referencia a la vida desarrollada dentro del contexto de Carroll, en particular Jairo Urrea Henao (2002) y Manuel Garrido (2013).

Ahora bien, ¿qué ocurría con los desarrollos en las matemáticas en la época que vivió Dodgson y cuáles fueron sus aportes? ¿En las Alicias él trata de mostrar cómo va el desarrollo de esta ciencia desde su punto de vista? Estos son algunos interrogantes que surgieron en el proceso de investigación para plantear el proyecto de grado, dado que “Carroll, políticamente conservador y poco abierto a la novedad conceptual de algunas revoluciones científicas de su época –aunque sí lo estuvo a la lógica simbólica–” (Garrido, 2013, p. 20) da unos indicios que sus obras se pudieran observar como parte del inconformismo con los trabajos en matemáticas de su época.

A pesar de haber estudiado matemáticas, él era un amante del arte en toda su expresión y la prueba está en que además de escribir, realizó ilustraciones a sus libros, que cuando fueron editados, Jhon Tenniell, ilustrador de la época, las reconstruyó basado en los borradores de Carroll. Además, aún están los retratos que le tomo a Alicia Liddell disfrazada en la mayoría de ocasiones, como lo menciona Urrea (2002).

Urrea (2002) también menciona que Lewis Carroll fue el nombre de pila que el matemático Charles Lutwidge Dodgson utilizó para que no se mezclaran sus trabajos en la matemáticas y sus escritos literarios, que aunque estaban basados en la lógica, una lógica especial, no hacían parte de su trabajo en el “Church College” de la Universidad de Oxford, en donde “enseñó matemáticas durante varias décadas (...) escribió varios libros y muchos

artículos y panfletos de matemáticas, casi todos ellos faltos de interés sustancial” (Garrido, 2013, p. 40), lo cual parece indicar que los trabajos que realizó en matemáticas no eran muy aceptados en su comunidad, aunque Garrido (2013) menciona que el autor Peter Heath planteaba que Dogson era un gran matemático y utilizaba el seudónimo para sus obras infantiles, pero es de notar que “en un siglo en que brillan matemáticos ingleses como Cayley, Sylvester o Clifford e irlandeses como Hamilton, la figura de Dogson, que sólo aporta contribución meritoria en materia de didáctica y de computación práctica” (Garrido, 2013, p. 40).

Dogson manejó la lógica de una manera diferente, a simple vista sus estudios parecen carecer de valor, pero cuando se leen las obras infantiles que creó, en particular los dos libros de Alicia desde una mirada matemática, se logra abstraer el uso que le dio a la lógica ya no desde una ciencia, sino como un arte, tal como lo menciona Garrido (2013). Por tanto es evidente que “su figura está también lejos de ser comparable a la de sus compatriotas y padres de la lógica simbólica Augustus de Morgan y George Boole, que lo precedieron” (Garrido, 2013, p. 40). A pesar de esto, Garrido (2013) también afirma que en los últimos años del reverendo Dogson, se dedicó a sus estudios y aportes en matemáticas, en particular en lógica y en la teoría de la votación. Es importante destacar que se le atribuye a Carroll como uno de los padres del “nonsense” y esto hace que en la literatura tenga un alto reconocimiento, como lo menciona Garrido (2013).

De los textos que hacen referencia a la vida y obra de Charles Lutwidge Dogson, se puede concluir algunos datos importantes para el estudio del presente trabajo, pues vivió en la Inglaterra victoriana y por tanto en sus obras (en particular las Alicias) plasma implícitamente lo que vive en su época y en su contexto y que le pone el sello a sus obras, porque Alicia esta vestida de un único modo, propio de la época, tiene los modales de una niña de la clase alta, como se deja interpretar en la obra, también existen los Reyes en el relato, hay normas y

reglas que se deben cumplir, los personajes tienen objetos como el reloj de bolsillo del conejo.

Cuenta la historia que la fecha, el lugar y las circunstancias que dieron lugar a la creación de Alicia en el País de las Maravillas, “fue en la tarde del 4 de julio de 1862 y en las cercanías de Oxford, en una barca de remos tripulada por dos clérigos y tres niñas” (Garrido, 2013, p. 43) se cuenta que iban en particular por el río Támesis, Dogson era uno de los clérigos, el otro era un compañero de Dogson y las tres niñas eran las hermanitas Liddell que como se mencionó líneas atrás eran hijas del Decano del “Church College”. Garrido (2013) cita un texto extraído del diario de Dogson donde da cuenta de dicho viaje:

“Allí tomamos el té, y o volvimos a Christ Church hasta las ocho y cuarto de la tarde. Tras llevarlas a mis habitaciones para enseñarles mi colección de microfotografías, fueron devueltas al Decanato poco antes de las nueve” (Garrido, 2013, p. 43)

Garrido (2013) menciona también, que en el registro de los diarios de Dogson contaba que acostumbraba a relatarle constantemente cuentos inventados por él a las tres niñas, en esa tarde fluyeron las ideas de la historia que él plasmó en su libro y que en un inicio fue solo el relato que la niña Alicia pidió que registrara y que Dogson realizó para dárselo de regalo de navidad el 16 de noviembre de 1864 a su musa de inspiración. El primer nombre fue “Las aventuras subterráneas de Alicia” pero éste nombre hacía referencia a algo abajo del suelo que no era propiamente lo que quería dar a entender para aquella historia de un lugar mágico, por esta razón logró transformarlo hasta el conocemos hoy en día y al cual agregó más relatos volviéndolo más extenso que el original.

En aquel libro de Alicia se nombran varios personajes, algunos asociados a la realidad de Dogson, de lo que se conoce a partir de la investigación de Garrido (2013) el capítulo II se tiene que el pato es el clérigo que los acompañaba ese día en su excursión, su nombre era Duckworth, el Dodo era Dogson que al ser tartamudo pronunciaba varias veces el inicio del

apellido, un loro que parece tener relación directa con el nombre de una de las hermanas de Alicia llamada Lorina y el aguilucho a la otra hermana que se llamaba Edith. “Rodha era una hermana de las tres Liddell más joven que ellas (Carroll le reservó el papel de la Rosa en el jardín de las flores vivas de A Través del Espejo)” (Garrido, 2013, p. 13)

Años más tarde, ya en 1871 sale Alicia A Través del espejo, y aunque la diferencia con el primer libro fue de 6 años, aparece en la obra Alicia de siete años y medio, no obstante “Alicia cambia la voracidad por la locuacidad, y la intensidad emotiva de sus vivencias y aventuras le suceden conversaciones más razonables” (Garrido, 2013, p. 55). Dogson o en el contexto literario Carroll, plasmo en Alicia A Través del espejo su mundo surdo, la lógica que conocía y que había aprendido en sus años de estudio, pero lo enmarcó con una lógica divertida que la hace tener un lugar de historia fantástica.

Entre muchas cosas, al leer los dos libros donde Alicia es la protagonista, se observa que las reinas descritas por Carroll “comparadas con sus maridos, las tres soberanas, que parecen testimoniar, cada una a su modo, la omnipresencia ejercida en tiempos de Carroll por la Reina Victoria” (Garrido, 2013, p. 35) deja ver una relación estrecha entre la Reina Victoria y aquellas tres reinas de los dos cuentos, la Reina de Corazones, con su respectivo esposo, el Rey de corazones que no tiene mucha fuerza a la hora de mandar en **Alicia en el país de las maravillas**, donde los reyes hacen parte de una baraja de naipes y la Reina es la que da las ordenes, principalmente de ejecutar. En **Alicia a través del espejo** hace referencia a una partida de ajedrez, donde las Reinas Roja y Blanca, tienen cada una su respectivo Rey, el rey Rojo que se encuentra dormido de principio a fin y el Rey Blanco carece de carácter al dar órdenes. Es de notar entonces que los dos libros exhiben un juego que es válido bajo ciertas reglas y normas que Carroll muestra de manera ilógica para exponer de manera divertida el lugar que tenía la Reina de Inglaterra.

1.2 Planteamiento del problema

Son diversos los escritores que en sus obras han incluido conceptos matemáticos, de manera intencional o porque la estructura literaria tiene de manera implícita las matemáticas. Específicamente el caso de Lewis Carroll en varios de sus escritos, él muestra su contexto y sus conocimientos en su especialidad, pero ¿cómo llegó este matemático a escribir las dos grandes obras basadas en Alicia que parecen ser más del lado de la literatura?

Pues bien, Alicia si existió, su nombre era Alice Liddell¹⁶ a la que le escribió “*Alicia en el país de las maravillas*” y “*Alicia a través del espejo*” deja ver aquí su contexto y sus conocimientos en lógica, usando el juego con las palabras, que al inicio parece una locura, pero que si se analiza obedece a una lógica del sinsentido, como lo menciona el profesor Jairo Urrea Henao (2010) desde la perspectiva de la filosofía del lenguaje.

Es importante tener presente, el poder de abstracción que posee el ser humano, para explicar eventos que suceden a su alrededor y que pertenecen a una lógica que convencionalmente conocemos como normal, pero ¿qué pasa cuando algo no cumple unas normas o parámetros? se puede llegar a pensar que es una locura, y eso es lo que sucede en Alicia en el país de las maravillas, desde sus personajes, hasta cada suceso y dialogo.

Es trascendente conocer la relación que tiene las matemáticas con las otras áreas del conocimiento, es por esto que existe la necesidad de que los maestros en formación puedan llegar a “atar” con un hilo conductor cada contenido con los temas que se abordan en las distintas etapas del colegio, propiamente los últimos grados, donde los jóvenes se empiezan a preguntar si las matemáticas les van a servir, sin saber que a cada instante las utilizan, desde que cuentan su tiempo de vida, es decir su edad, como lo menciona Carlos Fabretti (2000) en

¹⁶Alice era la menor entre los cuatro hijos de los esposos Liddell. Esta familia llegó en el año 1855 al Christ Church de la Universidad de Oxford, pues el padre, el señor Henry George Liddell, era el nuevo decano de este College, donde Carroll trabajaba como bibliotecario para ese entonces.

la obra “Alicia en el país de los números” cuando tiene una conversación con Alicia y le cuenta la importancia del orden en los números y la relación de esto con su edad.

Por todo lo anterior, se plantea el problema de investigación que hace énfasis en el siguiente cuestionamiento:

Reconocer las matemáticas inmersas en algunos fragmentos de Alicia en el país de las maravillas y de Alicia a través del espejo, para determinar elementos que contribuyan a la enseñanza de las matemáticas en la educación media escolar.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General.

Estudiar desde las matemáticas, párrafos de los capítulos de las obras “Alicia en el país de las maravillas” y “Alicia a través del espejo” de Lewis Carroll, para dar un aporte educativo en los grados de la educación media en Cali - Colombia, donde se pretende mostrar cómo se pueden relacionar los conceptos matemáticos con parte de la literatura que se aborda en el colegio contenida en las obras de Carroll.

1.3.2 Objetivos específicos.

- Estudiar desde las matemáticas las dos obras de Lewis Carroll, para entender cómo un texto perteneciente a la literatura puede contener potencial para explicar conceptos que parecen solo estar enfocado desde las matemáticas.
- Comprender de qué se trata la lógica en la filosofía y realizar una contrastación con la lógica matemática, para encontrar un punto de convergencia que permita entender la estructura matemática de las obras a estudiar.
- Realizar a manera de sugerencia a los docentes de matemáticas un punto de vista

diferente de la enseñanza de ésta materia que les permita abordar algunas temáticas con un enfoque más integral, en el que rescate, se aprecie y se valore la relación de las matemáticas con la literatura.

1.4 Justificación de la problemática del trabajo

Los maestros, en general, deben contar con diversas herramientas para sus clases, pues el cambio continuo de la sociedad exige que cada vez se usen más estrategias para la enseñanza y que el aprendizaje se logre dar por parte de los estudiantes, de manera fluida. Una de esas estrategias es el juego, que aporta a los estudiantes en formación no solo conocimientos, sino también trabajo en equipo, que a su vez requiere el respeto para dar turnos, el seguimiento de un orden y de las normas. Otra estrategia es por medio de la lectura (que se requiere en el desarrollo de las otras materias que se enseñan en el colegio) que abre la imaginación hacia otros mundos estimulando así el pensamiento y la capacidad de crear.

Aunque la matemática no parezca ser una materia donde los estudiantes no tienen que crear porque ya está todo dado y es abstracta (si no se sabe aterrizar en el contexto donde se enseñan) y son materias que requieren de la lectura y por ende de su comprensión para interpretar un problema, buscar la operación (en el caso de las matemáticas), para dar una solución con su respectiva respuesta. Por esta razón, los docentes de esta área, podrían contar con más estrategias para estimular esa imaginación en los estudiantes por medio de otras actividades, como la propuesta que se desarrolla en el presente trabajo, que tiene como finalidad divulgar cómo una obra literaria se puede emplear en una clase de matemáticas, pero siempre teniendo claro que es para dar continuidad a los temas específicos que se trabajan en la educación media en la enseñanza de las matemáticas.

Si bien es cierto que es de gran interés mostrar otras alternativas para enseñar un concepto matemático por medio de una actividad lúdica enfocada a la literatura, no hace parte solo de

la lectura, hace parte de ella también la comprensión y la interpretación, por eso es interesante ver como una obra que ha sido catalogada como infantil¹⁷ es para todas las edades y contiene diversas formas de analizar, desde la religión, cultura, sociedad, psicología, lingüística, filosofía del lenguaje, física y matemáticas, donde algunos estudiosos hacen referencia a algún suceso de este escrito desde su área del conocimiento, realizando así una abstracción que les permite conocer una de las tantas intensiones que puso Carroll en su obra.

En particular y a lo que se refiere en el presente trabajo, el enfoque es matemático de ahí que las lecturas de los dos libros **Alicia en el País de las Maravillas** y **Alicia A Través del espejo** se realizaron cuidadosamente para abstraer párrafos que después se acomodaron en las tablas 2 y 3 del capítulo II, para después organizar cada párrafo seleccionado con el concepto asociado a las matemáticas en general y nombrado en la tabla 4 del capítulo II. Esto se realizó con el fin de dar una ubicación ordenada al lector y también como una guía de conceptos que se podrían trabajar en el colegio, que sean más explícitas, para escoger cual es el que mejor se acomoda a la clase que el maestro quiere enseñar y que posteriormente pueda verificar en el análisis del capítulo III el desarrollo de la parte matemática que estudió de los dos libros, se dio relevancia en un primer plano a algunos conceptos geométricos, a lo que él concebía como tiempo y a los conjuntos numéricos, en un segundo plano serán tenidos en cuenta los cambios de proporción y el concepto de función.

Cabe aclarar que para el análisis desarrollado en el capítulo III se tuvo en cuenta los conocimientos previos vistos durante toda la carrera de la Licenciatura en Matemáticas y Física, así como la experiencia docente ejercida hasta la fecha y el material mencionado en la introducción que sirvieron como una base para argumentar desde la parte matemática la relación entre los libros de Carroll y matemáticas, así como la estructura que los componen

¹⁷Desde la perspectiva cinematográfica, producida en 1951 por Walt Disney.

llamada sinsentido que se aleja de ser una locura así signifique disparate y que finalmente logra entretener al público que lo lee.

Partiendo de dicha premisa, es que también se tomó en cuenta que si son obras agradables para los niños pueden crear un puente para el aprendizaje de las matemáticas, donde lo que se pretende no es reemplazar estos libros por los que convencionalmente se trabajan en el colegio durante la clase de matemáticas, sino por el contrario, que sirva de complemento de unos minutos para crear por ejemplo el hábito de la reflexión en matemáticas a partir de un texto distinto y que después se puede explicar o socializar para que no quede en el plano de las ideas, sino que sea concreto para que así se logre la funcionalidad en la enseñanza.

1.5 Diseño metodológico

El presente trabajo de grado, se ejecutó considerando cuatro fases:

- Primera fase: Corresponde a la búsqueda de elementos teóricos concernientes a la problemática planteada, los cuales brindaron para estructurar el marco teórico, especialmente en lo concerniente a la relación entre las matemáticas con la literatura, también con esto se pudo delimitar la elaboración del planteamiento del problema y la justificación de la problemática del trabajo, así como la formulación de objetivo general y específicos
- Segunda fase: en esta fase del trabajo se seleccionaron algunos capítulos que se analizarán en este trabajo, entre los criterios de selección de los capítulos de los dos libros (Alicia en el país de las maravillas y Alicia a través del espejo, se tomaron en cuenta aspectos matemáticos, tales como proporciones, sistemas numéricos, simetrías, figuras y sus opuestos, entre otros, de igual manera en esta fase se elaboró la rejilla de

la rejilla de análisis para los capítulos. A continuación se ilustran los capítulos seleccionados en cada obra.

Tabla 1

Capítulos de las Obras dedicadas a Alicia por el autor Lewis Carroll

LIBRO	CAPÍTULOS
ALICIA EN EL PAÍS DE LAS MARAVILLAS	I: Por la madriguera del conejo
	II: Charco de lágrimas
	III: Una carrera de comités y un cuento largo
	IV: El conejo envía una nota
	V: Consejos de una oruga
	VI: Cerdo y pimienta
	VII: Un té loco
	VIII: La cancha de croquet de la reina
	IX: La historia de la Falsa Tortuga
	X: La cuadrilla de la langosta
	XI: ¿Quién robó las tortas?
	XII: La declaración de Alicia
ALICIA A TRAVÉS DEL ESPEJO	I: La Casa del espejo
	II: El jardín de las flores vivas
	III: Insectos del espejo
	IV: Tweedledum y Tweedledee
	V: Lana y agua
	VI: Humpty Dumpty
	VII: El León y el Unicornio
	VIII: De mi propia invención
	IX: La Reina Alicia
	XII: ¿Quién lo soñó?

- Tercera fase: Aquí se realizó el análisis de los capítulos escogidos por medio de la implementación de la rejilla que facilitó este proceso, en la cual se delimitaron los elementos de estudio permitiendo la organización de la información obtenida.
- Cuarta fase: Posterior a los procedimientos anteriores, se realizaron observaciones de los resultados, y se presentaron las conclusiones correspondientes a los procesos de análisis, teniendo en cuenta los elementos del marco teórico.

CAPÍTULO II

CAPÍTULOS EXTRAIDOS DE LAS OBRAS DE CARROLL Y PERTINENCIA MATEMÁTICA

2.1 Justificación de la elección de los capítulos

Se conoce que los libros de Carroll son enmarcados en el género literario, sin embargo se pueden abordar desde otros puntos de vista, pues se evidencia a través de la lectura “en la que unas veces predomina la intención lúdica y otras, la didáctica.” (Garrido, 2013, p. 13). Al leer los libros **Alicia en el país de las maravillas** y **Alicia a través del espejo**, se identificaron algunos párrafos que al parecer contienen matemáticas, no solo con números, sino también con problemas enmarcados en dentro del lenguaje, que a su vez es una herramienta que se usan en los dos mundos mágicos para comunicarse, pero que implícitamente se puede extraer una noción matemática. Se puede decir entonces, que Carroll plasmo en sus libros un poco de la lógica que años más tarde “hizo explícita en sus ensayos lógicos” (Garrido, 2013, p. 9).

De manera general, los párrafos en las dos obras se puede notar direccionalidad, distancias, cambio en las proporciones, movimiento relativo, centro de masa, posibilidades de solución (incluyendo la parte lógica, puedo llegar a un lugar o a otro, pero no a los dos al tiempo), el tiempo, la restricción en las operaciones y el uso de los números, simetrías, conjuntos numéricos, proporcionalidad directa.

Ahora bien, la escogencia de los párrafos está enfocada como se planteó en el capítulo anterior y en pocas palabras, como un recurso que puede servir en la enseñanza de las matemáticas para que no se dé de manera convencional. Al trabajar estos libros de Carroll

hay algo en particular en cuanto al público que va dirigido (niños y adolescentes) debido a que “mediante el lenguaje del sueño, el secreto terror que le produce a todo niño la experiencia de crecer” (Garrido, 2013, p. 8), esta puede llegar a ser una razón por la cual es favorable utilizar estas dos obras dedicadas a Alicia en la enseñanza de una materia que muchos estudiantes consideran no muy agradable, además porque a estas edades “su mente se abre, como la de Alicia, al uso de la razón, cuando las fronteras entre lógica, realidad y experiencia aún no están dibujadas” (Garrido, 2013, p. 9).

Cabe aclarar que Garrido (2013) complementa en cierto modo lo que plantea el profesor Urrea y que se abordó en el capítulo I de éste trabajo en “Juegos con el lenguaje en la obra literaria de Lewis Carroll” (2002) en referencia con el sueño y el despertar de Alicia, donde dice “casi todos los episodios del cuento terminan con una crisis de angustia o de indignación de la heroína” (Garrido, 2013, p. 36) como ejemplo vemos que en el primer libro, **Alicia en el País de las Maravillas** la frustración la hace llorar hasta crear un charco donde más tarde, al cambiar de tamaño, nada en sus propias lágrimas. En ambos libros Carroll plantea el despertar como “la tensión (...) entre el mundo de los niños y el de los mayores (...) la negación de la vida infantil no es solo la muerte, sino la madurez” (Garrido, 2013, pp. 36 y 37).

A continuación se presentan en los apartados 2.1.1 y 2.1.2 dos tablas (tabla 2 y tabla 3), para cada libro respectivamente, las cuales se organizaron los párrafos pertenecientes a cada capítulo y las páginas para la fácil ubicación del lector, sobre todo para el capítulo III donde se mostrará el sentido matemático de algunos párrafos, como la concepción de tiempo, algunos conceptos geométricos y a los conjuntos numéricos, con su respectiva descripción en un segundo plano se tomaron los conceptos de proporcionalidad y de función, sin hacer tanto énfasis, pero lo que finalmente se pretende es que el análisis de la tabla 4 sea una base, para que así mismo se decida bajo qué año de escolaridad y en cuál tema se puede aplicar dentro

de la clase de matemáticas, sin dejar de lado que los otros párrafos con su perteneciente concepto matemático (también de la tabla 4) pueda servir como herramienta para los educadores.

2.1.1 Párrafos de Alicia en el País de las Maravillas.

Los 46 párrafos mostrados en la tabla 2 expuesta en éste apartado muestran a groso modo la parte matemática y la parte física, donde esta última solo se mencionará, pues el fin concreto de éste trabajo es enfocarlo a las matemáticas y propiamente para la enseñanza de la misma.

Antes de mostrar dicha tabla, es pertinente aclarar que el viaje durante el sueño que realiza Alicia “muchos de los principios y leyes que consideramos válidos en el mundo real ceden el paso a otros muy distintos, de manera parecida a como cede en el sueño, según Freud” (Garrido, 2013, p. 14).

Al realizar un rastreo general de conceptos matemáticos en éste libro, se evidenció un cambio constante de tamaño, el orden de los números en especial de los naturales que parece en algunos apartados estar a favor y en otras tomarlo al azar o en desorden. Carroll hace explícito que Alicia intenta sobrellevar de algún modo su estadía en el país de las maravillas, donde se encuentra personajes humanos y animales, en cuanto a los humanos un poco parecidos a los profesores de Oxford, tal como lo menciona Garrido (2013).

Aquellos disparates que hacen de **Alicia en el País de las Maravillas** una obra divertida realmente “enuncia la atrevida tesis de la locura universal en el peregrino País” (Garrido, 2013, p. 23), y esto se hace notar cuando el Gato de Cheshire (en el capítulo VI del libro) le

dice a Alicia que todos en éste mágico lugar están locos y si ella está ahí, pues ha de estar también loca. Aunque se sabe que en la locura es un parámetro social para denotar a alguien que no cumple con las reglas o es diferente, y en casos particulares pertenece a enfermedades psiquiátricas como tal, Carroll muestra a manera de pasajes divertidos que es para él más bien un parámetro social que muestra a través del sueño de Alicia, es decir “la vigilia del sueño es la frontera que divide a la razón de la locura” (Garrido, 2013, p. 24) un ser posee la razón o la locura, pero no los dos al tiempo, lógicamente es válido, debido a que la letra “o” como conector lógico excluye una de las opciones para poder decidir si una proposición compuesta es verdadera.

El Gato de Cheshire que es un personaje que aparece y desaparece, a veces dejando su sonrisa que parece un pedazo de luna, Garrido (2013) hace referencia a esto como un contrasentido que va en sentido contrario a lo que se conoce del mundo real y por ende de los principios lógicos, Garrido (2013) menciona que Gardner atribuye éste hecho a la manera clásica (de los pensadores griegos) de abstraer formas que están en el mundo físico al mundo de la imaginación. Se tiene entonces un Gato que en términos probabilísticos 50% que aparezca y 50% que desaparezca, es entonces donde surge la duda en la relación entre el gato de Carroll y el del físico Schrödinger “en un experimento mental que pretendía reducir al absurdo el principio de indeterminación de la escuela de Copenhague¹⁸” (Garrido, 2013, p. 25) como consecuencia el gato se encontraría vivo y muerto a la vez.

Cambiando de personaje, ahora veamos al Sombrero Loco, que en contraste con el Conejo Blanco que mantiene acelerado pensando que no le alcanzará el tiempo y que llegará tarde a todo como se observa en el capítulo I, el Sombrero le atribuye al tiempo la función del reloj, que como bien se conoce es el instrumento con el que se mide y es desde éste punto

¹⁸Esta escuela planteaba la probabilidad de un 50% de emisión de una partícula que se emite desde una fuente radiactiva y de un 50% de una no emisión, tal como lo explica Garrido (2013).

donde se evidencia qué es el tiempo para él, como lo menciona Garrido (2013). El Sombrero parece entonces tener una concepción del tiempo como algo estático como una consecuencia al haberlo matado, lo cual se ve de manera clara en el capítulo VII, pero que se hace notar en otro escrito donde se explica un poco mejor:

“Carroll había formulado una paradoja indicativa de la relatividad y la arbitrariedad de nuestros aparatos de medir el tiempo: si a uno le dieran a elegir entre un reloj que marca bien la hora dos veces al día y otro ni una sola vez al año, optaríamos sin vacilar por el primero; pero un reloj parado, cuyas agujas marquen, por ejemplo, las ocho en punto, marcará bien esa hora las dos veces al día que den las ocho, mientras que un reloj que se atrasase un minuto por día necesitaría perder 12 horas (que suman 720 minutos) para volver a marcar bien en un determinado momento, y perder eso (a razón de minuto por día) le llevaría dos años.” (Garrido, 2013, pp. 29 - 30).

Hablando propiamente de Alicia, en el libro Carroll la describe como una niña de siete años, por esta razón es de esperar que actúe con orden de acciones como “el orden natural y social aprendido por una niña en el Oxford de la Inglaterra de la Reina Victoria era único e indestructible” (Garrido, 2013, p. 31) por tanto es de esperar también que Alicia tenga en sus aprendizajes matemáticos la estructura del conjunto de los números naturales solamente, que es el primero que se aprende en la época escolar, además de las tablas de multiplicar.

Por esta razón las reglas que son un orden en las acciones y consecuencias, que cambian cuando atraviesa al país de las maravillas parecen carecer de sentido, hacen que la niña entre en “contradicción” entre lo que piensa y lo que sucede, pero finalmente la rutina del país de las maravillas la acapara y termina acostumbrándose a las cosas inusuales que le suceden. Un ejemplo es cuando la Reina de Corazones quiere ejercer control sobre el juego del croquet mandando a decapitar, y resulta ser para Alicia algo ilógico que “seres bidimensionales desprovistos de profundidad, simples naipes, dictan las reglas de un juego absurdo” (Garrido, 2013, p. 32).

Al finalizar el libro, cuando Alicia entra en contacto con la realidad, la hermana la manda a tomar el té cuando la niña se despierta, Garrido (2013) explica desde el punto de vista del filósofo Hume¹⁹, que es la mejor manera de salir de una conversación cuando se tiene un pensamiento filosófico, es decir que se interrumpe por algo que se está acostumbrado a realizar, en este caso tomar el té en particular en la Inglaterra de la época victoriana. Sin embargo, la hermana de Alicia sueña lo que soñó Alicia, en el capítulo III, en el análisis enfocado en matemáticas, la concepción de tiempo, algunos conceptos geométricos y los conjuntos numéricos, en un segundo plano se mencionan algunos aspectos de proporcionalidad y de función, sin dejar de lado la posibilidad de relacionar otros párrafos de la obra con otros conceptos matemáticos.

Tabla 2

Capítulos, número del párrafo, párrafos citados y páginas de Alicia en el país de las maravillas

Capítulos	Número del párrafo	Párrafos citados	Páginas
I: Por la madriguera del conejo	1	“O bien el poso era muy profundo, o Alicia caía muy despacio”	3
	2	“Abajo, abajo, abajo. ¿Sería que la caída nunca iba a terminar? -Me pregunto cuántas millas habré caído hasta ahora –dijo en voz alta-. Debo estar cerca del centro de la Tierra. A ver: Eso deben ser cuatro mil millas hacía abajo, creo.”	
	3	“¿Qué tal que caiga a través de la Tierra? ¡Sería muy chistoso salir entre la gente que camina con la cabeza hacia abajo!”	4
	4	“¡Extraño hacer una <i>reverencia</i> cuando uno va cayendo! ¿Podrían hacerlo?”	
	5	“Porque las cerraduras eran muy grandes, o la llave muy pequeña (...)”.	
II: Charco de lágrimas	6	“Un gran charco a su alrededor, de unos diez centímetros de hondo, que cubría la mitad del salón.”	15

¹⁹ David Hume, filósofo Inglés que vivió entre 1711 y 1776, autor de “Tratado de la naturaleza humana” en 1739 y “Ensayos morales y políticos” en 1742.

	7	“Veamos: cuatro veces cinco es doce, y cuatro veces seis es trece, y cuatro veces siete es... ¡a ese paso nunca voy a llegar a veinte!”	17
	8	“No entiendo el significado de la mitad de esas palabras tan largas” (el Anguilucho)	28
III: Una carrera de comités y un cuento largo	9	“Primero marcó la pista de la carrera, una especie de círculo (“la forma exacta no importa”, dijo), y después todos fueron situados en la pista, aquí y allá. No hubo grito de “en sus marcas, listos, fuera”, sino que empezaron a correr cuando quisieron, así que no era fácil saber cuándo terminaba la carrera. Sin embargo, cuando habían corrido durante media hora o algo así, y estaban bastante secos, el Dodo gritó repentinamente: -La carrera terminó- (...) -¿Quién ganó? El Dodo no podía contestar esta pregunta sin pensarlo bien (...) Al fin el Dodo dijo: -Todos ganaron, y todos recibirán premios”.	29
	10	“(…) Había exactamente uno para cada uno (…)”	30
	11	“(…) «¡Deberían escribir un libro sobre mí! Y cuando sea grande, escribiré uno; pero ahora soy grande», añadió con tono afligido, «y, por lo menos aquí, no hay espacio para crecer más». «Pero entonces», pensó Alicia, «¿nunca seré mayor de lo que ahora soy? Sería un alivio, una manera de... de nunca ser una vieja» (…)”	41 y 42
IV: El conejo envía una nota	12	“(…) ahora era unas mil veces más grande que el conejo y no tenía por qué temerle”.	42
	13	“«Si me como una de esas galleticas», pensó Alicia, «seguramente va a haber algún cambio en mi tamaño; y como no puedo agrandarme más, me debo achicar, supongo»”.	47
	14	“Había un gran hongo cerca de ella, más o menos del mismo tamaño que ella; y cuando miró debajo del hongo, se le ocurrió que también podía mirar sobre él”.	51
	15	“(…) cambiar de tamaño tantas veces en un día confunde mucho.”	54
	16	“-¿Así que piensas que has cambiado? -Me temo que sí, señora –dijo Alicia-. No recuerdo cosas que antes sabía, ¡y además tampoco conservo el mismo tamaño durante diez minutos seguidos!”	55
V: Consejos de una oruga	17	“-¿De qué tamaño quieres ser? –preguntó. -No me importa mucho –dijo Alicia apresuradamente- lo que no quiero es estar siempre cambiando de tamaño”.	58
	18	“-Pues debería ser un poco más grande, señora, si no le importa –dijo Alicia-, siete centímetros es una estatura ínfima.”	
	19	“-Una mitad te hará crecer, y la otra te hará achicar.”	59
	20	“Su barbilla estaba tan cerca de sus pies que apenas podía abrir la boca; pero al fin lo hizo y se las	60

		arregló para tragar un mordisco del pedacito de la mano izquierda.”	
	21	“(…) todo lo que podía ver cuando miraba hacia abajo, era un cuello larguísimo, que parecía elevarse como un tronco entre un mar de hojas verdes que se veía a lo lejos allá abajo.”	
	22	“Como parecía que no podía llevarse las manos a la cabeza, trató de llevar la cabeza a las manos, y quedó fascinada al ver que su cuello se doblaba fácilmente en cualquier dirección, como una serpiente.”	61
	23	“Después de un rato recordó que todavía tenía pedazos del hongo en las manos, así que comió primero del uno y luego del otro, agrandándose y achiquitándose, hasta que encontró su tamaño normal. Hacia tanto tiempo que no tenía ese tamaño que al principio se sintió extraña; pero se acostumbró a los pocos minutos (…) ¡Todos estos cambios me confunden mucho! ¡Nunca sé lo que va a pasar en el próximo minuto! Pero ya volví a mi tamaño normal!”	64
	24	“(…) había una casita que medía algo más de un metro. «¡Quién quiera que viva ahí, no puedo acercarme con este tamaño porque le daría un susto terrible!». Así que tomó un poquito del pedazo de la mano derecha, y no se aventuró a acercarse a la casa hasta que tuvo veinticinco centímetros de altura.”	65
VI: Cerdo y pimienta	25	“¡Piense lo que pasaría con el día y la noche! Mire, la Tierra tarda veinticuatro horas en dar una vuelta sobre su eje... -Hablando de ejes –dijo la Duquesa-, ¡jejecútela!”	73
	26	“-Veinticuatro horas, creo; ¿o son doce? Yo... -¡Oh, no me moleste! No soporto los números – dijo la Duquesa.”	74
	27	“La mesa era bastante grande, pero los tres estaban apiñados en un extremo (...) y se sentó en un gran sillón que estaba en el extremo de la mesa.”	83
	28	“-¡Qué reloj tan divertido! –anotó-. ¡Dice el día, pero no la hora! -¿Por qué debería hacerlo? –murmuró el Sombrerero-. ¿A caso tu reloj dice el año? -Claro que no –contestó Alicia rápidamente-, pero es que un año dura demasiado tiempo. -Ese es el caso de mi reloj –dijo el Sombrerero.”	87
VII: Un té loco	29	“-Creo que ustedes debían hacer algo mejor con el tiempo –dijo-, que gastarlo en adivinanzas que no tienen respuesta. -Si conocieras el Tiempo tan bien como yo, sabrías que no es una cosa y no hablarías de desperdiciarlo –dijo el Sombrerero-. Es alguien... -No entiendo –dijo Alicia. -¡Claro que no! –dijo el Sombrerero, moviendo la cabeza con desprecio-. ¡Te apuesto que nunca has hablado con el Tiempo!”	88 – 91

	-Tal vez no –contestó Alicia con cautela-, pero sé que tengo que medirlo cuando estoy aprendiendo música.	
	-¡Ah! ¡Es por eso! –dijo el Sombrero-. No soporta que lo midan. Ahora, si sólo te mantuvieras en buenos términos con él, te dejaría hacer casi todo lo que quisieras con el reloj. Por ejemplo, supón que son las nueve en punto de la mañana, el momento de empezar las lecciones: sólo tendrías que susurrarle al Tiempo una clave, ¡y el reloj comenzaría a dar vueltas como loco! ¡Sería la una y media, hora de almorzar!	
	(...) –Eso sería increíble, sin duda –dijo Alicia pensativa-, pero entonces no tendría hambre para almorzar.	
	-Tal vez no al principio –dijo el Sombrero-, pero podrías hacer que el tiempo estuviera a la una y media todo lo que quisieras.	
	-¿Así como usted lo hace? –preguntó Alicia.	
	(...) Peleamos en marzo pasado, justo antes que ella se volviera loca (señaló a la Liebre de Marzo) en el gran concierto que ofrecía la Reina de Corazones, y yo tenía que cantar.	
	(...) –Bueno, apenas se había terminado la primera estrofa –dijo el Sombrero-, cuando la Reina vociferó: «¡Está asesinando al tiempo!. ¡Córtenle la cabeza!.»	
	(...) –Y desde entonces –continuó el Sombrero en tono triste- no hace nada de lo que le pido. Ahora son siempre las seis de la tarde.	
	(...) Siempre es la hora del té, y no tenemos tiempo para lavar la loza.	
	-Entonces se la pasan dándole vueltas a la mesa, ¿supongo? –dijo Alicia.	
	-Exactamente –dijo el Sombrero-. A medida que vamos usando los platos.	
	-¿Y qué pasará cuando lleguen otra vez al principio? –se aventuró a preguntar Alicia.	
	-Mejor cambiemos de tema –interrumpió la Liebre de Marzo bostezando-. Me estoy cansado de esto.”	
30	“-Toma un poco más de té –le dijo muy amablemente la Liebre de Marzo a Alicia. -No he tomado nada –contestó Alicia ofendida-, entonces no puedo tomar más. -Quieres decir que no puedes tomar menos –dijo el Sombrero-; es muy fácil tomar más que nada.”	93
31	“-Quiero una taza limpia –interrumpió el Sombrero-. Movámonos un lugar hacia adelante. Se movió mientras hablaba, y el Lirón lo siguió; la Liebre de Marzo se corrió al lugar del Lirón, y Alicia tomó el lugar de la Liebre de Marzo sin muchas ganas.”	95
32	“Después comió un poco de hongo (...) hasta que tuvo unos treinta centímetros de altura.”	97 y 98

		<p>“-¡Cuidado Cinco! ¡No me salpiques de pintura! -No lo puedo evitar –se quejó Cinco con un tono malhumorado-. Siete me empujó el codo. A lo que Siete contestó: -¡Muy bien, Cinco! ¡Siempre son los demás los que tienen la culpa! -¡Mejor te callas! –dijo Cinco-. Apenas ayer oí a la Reina decir que merecías que te cortaran la cabeza!”</p>	99
VIII: La cancha de croquet de la Reina	33		
	34	<p>“Primero aparecieron diez soldados con tréboles; tenían la misma forma de los tres jardineros, cuadrada y plana, con las manos y los pies en las esquinas; después venían diez cortesanos, adornados con diamantes, y caminando de dos en dos, como los soldados. Tras ellos venían los niños reales; eran diez, (...) en parejas; todos adornados con corazones. (...) Después seguía la Jota de Corazones, llevando la corona del Rey en un cojín de terciopelo y carmesí; y al final de la gran procesión venían EL REY Y LA REINA DE CORAZONES.”</p>	101 y 102
	35	<p>“Los jugadores jugaban todos a la vez sin esperar su turno, (...) al poco rato la Reina estaba hecha una furia, y empezó a gritar «¡que le corten la cabeza!», casi cada minuto.”</p>	107
	36	<p>“-¿Cómo te va? –dijo el Gato, que apenas tuvo boca para hablar. Alicia esperó hasta que aparecieron los ojos, y después asintió. «No sirve de nada hablarle», pensó, «mientras no aparezcan las orejas, o por lo menos una de ellas». Al minuto apareció la cabeza completa, y después Alicia dejó su flamenco, y empezó a relatarle el juego, (...) Y parece que no tienen ninguna regla en particular; por lo menos si las hay, nadie parece seguirlas.”</p>	108
IX: La historia de la tortuga falsa	37	<p>“-¿Y durante cuántas horas tenía usted clases? –dijo Alicia con prisa de cambiar el tema. -Diez horas el primer día –dijo la Tortuga Falsa-, nueve el siguiente, y así sucesivamente. -¡Qué curioso! –exclamó Alicia. -Por eso se llaman clases –anotó el Grifo-. Porque son de una clase diferente cada día. (...) –Entonces, ¿el undécimo día era de vacaciones? -Claro que sí –dijo la Tortuga Falsa. -¿Y qué pasaba el duodécimo día? –continuó Alicia ansiosa. -Ya está bien hablar de clases –interrumpió el Grifo con tono decidido-.”</p>	128 - 129
	38	<p>“(...) –Pues –dijo el Grifo-, primero todos se ponen en fila a lo largo de la playa... -¡Dos filas! –gritó la tortuga Falsa-. (...) –Uno avanza dos veces... -¡Cada uno con una langosta de pareja! –gritó el Grifo.”</p>	132 - 133

		-Claro –dijo la Tortuga Falsa-, uno avanza dos veces, se pone en parejas...	
		-Cambia las langostas y se retiran en el mismo orden –continuó el Grifo.	
		(...) –Cambiar las langostas de nuevo, y esa es la primera figura”.	
		“(…) –se brillan con luz, de la mer – luz –a (...) – Si yo hubiera sido la merluza, le hubiera dicho al delfín: «Por favor señor, hágase a un lado».	
	39	-No podía, estaba obligada a no molestarlo –dijo la Tortuga Falsa-, porque ningún pez puede andar por ahí sin un fin, ¿me entiendes? La merluza no podía separarse del-fin.	137
		-¿No podía? – dijo Alicia sorprendida.	
		-Claro que no –dijo la Tortuga Falsa-. Si un pez me dijera que se va de viaje, yo le diría «¿con qué fin?»	
		-¿Quiere decir con qué propósito? –dijo Alicia.”	
	40	“-Les puedo contar mis aventuras desde esta mañana –dijo Alicia, con un poco de timidez-, pero no sirve empezar desde ayer, porque ayer yo era otra persona.”	138
		“-Su Majestad perdonará que traiga esto, pero no había terminado de tomar el té cuando fui llamado.	
		-Debería haber terminado –dijo el Rey-. ¿Cuándo comenzó?	
	41	El sombrerero miró a la Liebre de Marzo, que lo había seguido a la corte, del brazo del Lirón.	148 - 149
		-Creo que fue el catorce de marzo –dijo.	
		-El quince –dijo la Liebre de Marzo.	
		-El dieciséis – añadió el Lirón.	
		-Escriban eso – le dijo el Rey al jurado, y el jurado escribió ansiosamente las tres fechas en sus pizarras, luego las sumaron, y transformaron las respuestas en chelines y peniques.”	
	42	“Alicia sintió una curiosa sensación que la desconcertó bastante hasta que supo lo que era: comenzaba de nuevo a agrandarse, y pensó que lo mejor sería levantarse y abandonar la corte, pero luego decidió quedarse mientras hubiera suficiente espacio para ella”.	149 - 150
		“En ese momento, el Rey que había estado muy ocupado por un rato escribiendo en su cuaderno, gritó:	
		-¡Silencio! –y leyó en su libreta-. Regla 42: todas las personas que midan más de una milla de alto deben dejar la sala.	
	43	Todos miraron a Alicia.	160
		-No mido una milla de altura –dijo Alicia.	
		-Sí –dijo el Rey.	
		Casi dos millas –añadió la reina.	
		-Pues no me voy a ir por ningún motivo –dijo Alicia-. Además, esa no es una regla de verdad; usted la acaba de inventar.	

	-Es la regla más antigua del libro –dijo el Rey. -Entonces debería ser la número 1 – dijo Alicia. El Rey se puso pálido y cerró su libreta con prisa.”	
44	“-Comience por el comienzo –dijo el Rey gravemente-, y continúe hasta llegar al final, allí pare.”	
45	“Yo le di una, ellos dos a él, tu nos diste tres o más; todas pasaron de él a ti, aunque eran más y de nadie más.”	162
46	“-¡No, no! –dijo la Reina-. Primero la sentencia, después el veredicto. -¡Disparates y tonterías! –dijo Alicia-. ¡A quién se le ocurre la idea de dictar la sentencia primero!”	165

2.1.2 Párrafos de Alicia A Través del Espejo.

Seis años después que Lewis Carroll escribiera Alicia en el País de las maravillas, exactamente en 1871 creo **Alicia A Través del Espejo**, que al igual que la primera, la niña (con medio año más de edad en el cuento) realiza un cambio a otra dimensión espacial, esta vez a través del espejo, pero también en medio de un sueño, enmarcado en un juego en este caso de ajedrez y donde interactúa con personajes que manejan una lógica que se sale de lo convencional para Alicia.

Por experiencia se sabe que al ver su figura reflejada la parte derecha coincide con la izquierda del espejo y la izquierda con la derecha, es decir que la imagen se invierte verticalmente y una de las razones es la simetría corporal humana. Es de esperar entonces que cuando se pone un libro en frente del espejo cada letra se invierte aunque hay muchas que carecen de simetría forman un conjunto que llega a los ojos como si estuviera en un lenguaje ajeno al convencional. Carroll en este mundo invertido logra contar un cuento que parece para niños por la forma divertida, pero que al ser “a la inversa” de lo real, merece atención para poder entender un poco mejor la obra.

En consecuencia “si el país de las maravillas era, como dijo el Gato de Cheshire, un mundo de locos, el universo a través del espejo es un mundo enantiomorfo del nuestro, un universo zurdo o invertido” (Garrido, 2013, p. 64) Alicia no se le invierte el razonamiento cuando ingresa a éste mundo para entender los personajes que en él habitan y las cosas que suceden. Es fascinante la idea de poder entrar a otro mundo simplemente atravesando un espejo, sería como presenciar qué sucede lo contrario a lo que se esperaría que sucediera, tal como lo vive Alicia en su segundo viaje, sería también extender el mundo a un sinnúmero de posibilidades o particularmente a la interpretación que un estudiante de primaria tiene del paso de los números naturales a los números enteros, donde se presenta dificultad para comprender el orden y la estructura que se guarda en éste último, tal como le sucede a Alicia que en su cabeza lleva una cantidad de conceptos previos, conceptos de un estudiante de primaria que aún se ve en la época actual y tal vez por esta razón algunas cosas que le suceden parecen ser ilógicas para la niña.

Si bien Alicia atraviesa el espejo y encuentra sucesos que se salen de su realidad, éstos están enmarcados en una partida de ajedrez, en general los juegos han ayudado al desarrollo social de los niños debido a que enseña normas, hay que esperar un turno y se rige por un orden secuencial. Hablando específicamente del juego de ajedrez “la metáfora del espejo nos sitúa en un ámbito de inversiones y reflejos físicos. La metáfora del ajedrez describe un mundo de inversiones y reflejos lógicos” (Garrido, 2013, p. 71). Por tanto, en la segunda obra dedicada a Alicia Carroll plantea dos variables, una tangible que se da en el mundo físico (el otro lado del espejo) y otra intangible que se da en el plano de las ideas o representaciones mentales (a partir del juego de ajedrez) para comprender de qué se está hablando y qué es lo que le quieren decir a partir de los juegos con las palabras.

En la partida de ajedrez es Alicia, una niña la que sueña que está jugando y que por descripción durante el cuento gana en once movimientos jugando como peón blanco, tal como lo menciona Garrido (2013). Sin embargo, detrás de Alicia está el autor con su pensamiento lúdico, creativo y matemático, que es quién logra plasmar el mundo a la inversa en su obra, por tanto es de esperar que Carroll en el “esfuerzo de indagar las condiciones de verosimilitud o congruencia que satisface, dentro de la incongruencia, la lógica de éste juego de ficción” (Garrido, 2013, p. 69).

Carroll en el capítulo II muestra al lector la gran escala del tablero de ajedrez al describir cualitativamente como estaba compuesto, donde dicho tablero no era plano como el convencional sino que ya pasaba a tener zonas montañosas, donde Alicia avanza a una hora determinada y pensando que anochecerá trata de seguir rápidamente, la cuestión está en que en el mundo contrario del espejo no anochece a medida que avanza el tiempo sino que se vuelve en día o se aclara más. “Alicia recorre, casilla tras casilla, el itinerario que le fue trazado sin enterarse apenas de lo que sucede a su alrededor. A sus ojos, las piezas con capacidad de moverse a larga distancia aparecen y desaparecen súbita y fantasmagóricamente” (Garrido, 2013, p. 70). En el recorrido Alicia se encuentra con diversos personajes, unos que hacen parte de la partida como tal y otros con los que entabla diálogos que parecen seguir cierta lógica si se mira propiamente desde las matemáticas desde la estructura y lo que se interpreta desde el lenguaje y que se verán ejemplificados en el capítulo III de este escrito.

A continuación se muestra la tabla 3 que contiene 49 párrafos, los cuales están llenos de contenidos matemáticos y físicos, aunque esta última solo se mencionará a pesar que el mismo espejo y las figuras que se reflejan hacen parte del estudio de los rayos de luz que inciden sobre un espejo plano en cierto ángulo y la reflejan dejando el espejo con un ángulo

igual, esto hace parte de la óptica que incluso se enseña en el colegio, pues el fin concreto de éste trabajo es enfocarlo a las matemáticas y propiamente para la enseñanza de la misma.

Tabla 3

Capítulos, número del párrafo, párrafos citados y páginas de Alicia a través del espejo

Capítulos	Número del párrafo	Párrafos citados	Páginas
I: La Casa del espejo	1	<p>“-Ahora, Mino, si prestas atención y no hablas tanto, voy a contarte todo lo que yo pienso de la Casa del Espejo.</p> <p>En primer lugar, está el cuarto que ves en el espejo y que es exactamente igual que nuestro salón, salvo que las cosas están a la inversa. Si me subo a una silla, puedo ver todo el cuarto menos la parte que está detrás de la chimenea. ¡Oh, como me encantaría ver ese trocito! ¡Y qué ganas tengo de saber si en invierno encienden allí fuego! De esto nada se sabe, a no ser que nuestras brasas humeen, porque entonces, al subir el humo, sube también el de ese cuarto... Pero tal vez no sea otra cosa que apariencia, simplemente para dar la impresión de que hay fuego encendido. Luego, fíjate, los libros son parecidos a los nuestros, sólo que tienen las palabras escritas al revés. De eso sí que estoy segura, porque un día puse ante el espejo uno de nuestros libros y, entonces, los del otro cuarto alzaron uno de los suyos.”</p>	17 - 18
	2	<p>“Se puso luego a mirar a su alrededor y advirtió que lo que del viejo cuarto podía ver era bastante banal, sin interés, y en cambio todo lo demás era bien extraño. (...) y hasta el reloj de la repisa (en el espejo, naturalmente, sólo puede verse la parte de atrás) adoptaba la cara de un viejecito que le sonreía.</p> <p>-Este salón está algo más desordenado que el otro – pensó Alicia, al ver caídas entre las cenizas varias piezas de ajedrez”</p>	19
	3	<p>“La Reina se sentó al fin, muy sofocada: el súbito viaje por los aires le había cortado el aliento”</p>	21
II: El jardín de las flores vivas	4	<p>“-¿Hay a parte de mí, alguna otra persona en el jardín?-preguntó Alicia (...)</p> <p>-En el jardín hay otra flor que puede desplazarse como tú –dijo la Rosa (...)</p> <p>-¿Se parece a mí? –preguntó con impaciencia Alicia (...) –Bueno, tiene por lo menos el mismo tipo desmañado –dijo la Rosa (...) –Quizá la veas pronto (...) es de ésas que tiene nueve pinchos, ya sabes.</p> <p>-¿Dónde los lleva? – preguntó con curiosidad</p>	33

	Alicia. -¡Dónde va a ser! En torno de la cabeza –replicó la Rosa-. Me preguntaba si no tendrías algunos pinchos tú también. Pensé que ésta sería la regla general.”	
5	<p>“-Creo que voy a saludarla –dijo Alicia (...) -Así no lo conseguirás –dijo la Rosa-. Te aconsejaría que caminases en dirección contraria. Eso le pareció absurdo a Alicia y sin dignarse contestar, se encaminó directamente hacía la Reina. Enseguida, con gran sorpresa, la perdió de vista y se encontró una vez más caminando en dirección a la puerta de la casa. Un poco irritada, volvió sobre sus pasos y, después de mirar por todas partes para ver dónde estaba la Reina (al final la divisó a lo lejos), decidió que, esta vez, seguiría el camino en sentido opuesto.”</p>	34
6	<p>“-Cuando dices «colina» -interrumpió la Reina-, podría mostrarte colinas a cuyo lado ésta llamarías un valle. -Esto sí que no –dijo Alicia, sorprendida de contradecir nada menos que a la Reina-: es evidentemente un disparate...”</p>	36
7	“(...) Así que ahora empezarás a jugar en la segunda casilla y, cuando llegues a la octava, serás reina”.	
8	<p>“Lo más curioso era que los árboles y las demás cosas que las rodeaban permanecían totalmente inamovibles: por más que corrieran, no conseguían adelantar nada. «¿No será que todo se mueve con nosotras?», se preguntó muy intrigada la pobre Alicia.”</p>	37
9	<p>“Alicia miró con gran sorpresa a su alrededor: - ¡Pero si yo diría que hemos estado bajo éste árbol todo el rato! ¡Todo está igual que estaba! -Claro que si -dijo la Reina-. ¿Pues qué te creías? -Bueno, en nuestro país –dijo Alicia, todavía un poco jadeante-, si una corre un buen rato como lo hemos hecho nosotras, generalmente acaba llegando a un lugar distinto. -¡un país bien lento! –dijo la Reina-. Aquí, como ves, se ha de correr a toda marcha simplemente para seguir en el mismo sitio. Y si quieres llegar a otra parte, por lo menos has de correr el doble de rápido.”</p>	38
10	“Alicia no supo nunca cómo ocurrió, pero en el preciso instante que llegó la Reina a la última estaca, desapareció. Si se volatilizó en los aires o se hundió materialmente en el bosque («¡y a qué velocidad podría correr!», pensó Alicia) es cosa que no pudo adivinar”.	40
III: Insectos del espejo	<p>11 “Durante todo este tiempo, el inspector se la había quedado mirando, con el telescopio primero, luego con microscopio y, por último, con unos gemelos de teatro. Al final le dijo: -Te has equivocado de dirección. –Cerró la</p>	43

		ventanilla y se marchó.”	
	12	“La regla parecía exigir que todos hablasen por turno (...)”	44
	13	“(...) Pero, después de pensárselo, decidió seguir adelante: «pues, desde luego no voy a volverme atrás y éste es el único camino que conduce a la octava casilla»”.	50
	14	“«(...) Y ahora, vamos a ver: ¿cuál de estos dos postes indicadores voy a seguir?» No era una cuestión muy difícil de resolver, pues había un solo camino que se adentraba en el bosque y los dos postes indicaban la misma dirección. «Lo decidiré –se dijo Alicia- cuando llegue a la bifurcación y las dos manos señalen caminos diferentes.»”	52
	15	“(...) De a cuatro en cuatro es posible dar la mano a cada cual.”	60
	16	“(...) La condujeron a donde el Rey dormía. (...) –Ahora está soñando –dijo Tweedledee-. ¿Y en qué crees que sueña? -¿Quién puede saberlo? –dijo Alicia. -¿Cómo qué no? Sueña contigo –exclamó Tweedledee, batiendo palmas, triunfantemente-. Y si dejara de soñar contigo, ¿dónde crees que estarías? -Pues donde ahora estoy, claro –dijo Alicia. -¡Ni hablar! –replicó con desprecio Tweedledee-. Tu no estarías en ninguna parte. ¡Pero si tú no eres más que un objeto de su sueño! -Si el rey aquí presente se despertara –añadió Tweedledum-, te apagarías, ¡tss!, ¡igual que una vela!”	64 - 65
IV: Tweedledum y Tweedledee	17	“-Es absolutamente necesario que luchemos un poquito, aunque no sea por mucho rato –dijo Tweedledum-. ¿Qué hora es? El otro consultó su reloj y dijo: -Las cuatro y media. -Pues podemos luchar hasta las seis y cenar después –dijo Tweedledum. -Muy bien –dijo con cierta tristeza el otro-; y ella que nos mire... pero no te acerques mucho –añadió- porque en general, cuando la sangre se me altera, arremeto contra todo lo que veo. -Y yo, contra todo lo que alcanzo –exclamó Tweedledum-, ¡lo vea o no!”	68 - 69
	18	“-Ya sabes que sólo hay una espada –dijo Tweedledum a su hermano-, pero tú puedes usar el paraguas, que para el caso es igual de puntiagudo.”	69
V: Lana y agua	19	“(...) Francamente, ¡a usted le falta una doncella! -Con mucho gusto, de veras, te tomaría a mi servicio –dijo la Reina-. A diez céntimos por semana y mermelada los demás días. Alicia soltó la risa. -No quiero que me contraten –dijo- y, además, no me gusta mucho la mermelada. -Es una mermelada muy buena –insistió la Reina. -Bueno, en todo caso hoy no me apetece.	72 - 73

	-Aunque te apeteciera, no la tendrías –dijo la Reina-. Pues la regla es: mermelada mañana y mermelada ayer... pero nunca mermelada hoy.	
	-Alguna vez tocará «mermelada hoy» -objetó Alicia.	
	-No, imposible –dijo la Reina-. La mermelada es para los otros días y hoy nunca es otro día, ¿lo ves?	
	-No lo entiendo –dijo Alicia-. ¡Es terriblemente confuso!”	
	“-Esto es lo que pasa cuando se vive a la inversa – dijo amablemente la Reina-: al principio siempre da cierto vértigo.	
	-¡Cuando se vive a la inversa! –repitió, muy asombrada, Alicia-. ¡Nunca había oído una cosa semejante!	
	-... pero esto tiene una gran ventaja, y es que se ejerce la memoria en ambos sentidos.	
20	-Pues bien mala tu memoria, si solo funciona hacía atrás – le aseguró la reina.	73
	-¿De qué cosas se acuerda usted mejor? –se atrevió a preguntarle Alicia.	
	-¡Oh! De lo ocurrido en las próximas semanas – contestó sin inmutarse la Reina-. Por ejemplo (...) ahí tienes al mensajero del Rey. Ahora está en la cárcel, castigado; el juicio no empieza hasta el próximo miércoles; y el crimen, naturalmente, viene al final.”	
	“-¿Qué es lo que pasa? –le dijo, cuando vio la ocasión de hacerse oír-. ¿Se ha pinchado el dedo?	
	-Aún no –dijo la Reina-, pero me lo voy a pinchar de un momento a otro... ¡Ay, ay, ay!	
21	-¿Cuándo calcula que ocurrirá? –le preguntó Alicia, casi sin poder contener la risa.	74
	-Cuando me vuelva a sujetar el mantón –gimió la pobre Reina-: el broche se me va a desprender. ¡Ay, ay!	
	-Y apenas lo había dicho cuando, bruscamente, el broche se le desprendió y, con gesto frenético, la Reina lo agarró para sujetárselo.”	
	“-¡Comprar! –como un eco repitió Alicia en un tono entre asombrado y temeroso, (...)	
23	-Quería comprar un huevo por favor –dijo tímidamente-. ¿A cuánto los vende?	82
	-A quince céntimos uno..., a cinco céntimos dos – contestó a oveja.”	
24	“Yo diría que el huevo se va alejando a medida que me aproximo.”	83
VI: Humpty Dumpty	25 “-¡Siete años y seis meses! –repetí pensativamente Humpty Dumpty-. Una edad bien incomoda. De pedirme a mí un consejo, te habría dicho: «Deténte en los siete años»... pero ahora ya es demasiado tarde.	89
	26 “(...) Me lo dieron como regalo de cumpleaños.”	90
	27 “-Cuando yo empleo una palabra –dijo Humpty Dunmpty con el mismo tono despectivo-, esa palabra	91

	significa exactamente lo que yo quiero que signifique, ni más ni menos. -La cuestión es saber –dijo Alicia- si se puede hacer que las palabras signifiquen cosas diferentes. -La cuestión es saber –dijo Humpty Dumpty- quién dará la norma... y punto.	
	“-En caso de que nos volviéramos a ver, seguramente no te reconocería –repuso de mal humor Humpty Dumpty (...) –Tú eres exactamente igual que todo el mundo. -Por lo general, a la gente se le distingue por la cara –señaló con aire pensativo Alicia. -De eso justamente me quejo –dijo Humpty Dumpty-. Tu cara es como la de cualquiera..., no se distingue en nada: dos ojos ahí –y los ubicó en el aire con el pulgar-, la nariz en el medio, la boca debajo. Todo igual. Si en cambio tuvieras los ojos del mismo lado de la nariz, por ejemplo..., o la boca en la frente..., me daría alguna pista. -Pero no sería bonito –objetó Alicia. Pero Humpty Dumpty cerró los ojos y concluyó-: Pruébalo antes de juzgar.”	99
	“Al cabo de un instante, de todas partes del bosque llegaron corriendo unos soldados, primero en grupos de dos o tres, luego en pelotones de diez o veinte y, finalmente, en regimientos multitudinarios, que parecía que iban a llenar el bosque entero”	101
	“La regla era que si tropezaba un caballo caía en el acto el jinete.”	
VII: El León y el Unicornio	“(...) Pequeña, ¿no has visto por casualidad, mientras venías por el bosque, a unos soldados? -Sí, desde luego –dijo Alicia-. Varios miles, según mis cálculos. -Cuatro mil doscientos siete es el número exacto.”	102
	“-¿Tendría usted... la bondad –jadeo Alicia, tras correr un poquitín más –de parar un minuto... solo para retomar aliento? -Bondad sí tengo –dijo el Rey-: lo que me falta es fuerza. Y tú sabes que un minuto se va volando. ¡Intentar pararlo sería como detener a un Bandersnatch!”	106
	“¡Es de tamaño natural y dos veces más real!”	109
	“El ruido decreció gradualmente hasta que al fin se extinguió en un silencio de muerte.”	115
VIII: De mi propia invención	“Ahora bien, la razón por la que cae el pelo está en que cuelga hacia abajo... Las cosas nunca caen hacia arriba, como sabes muy bien.”	119
	“Siempre que se detenía el caballo (lo cual ocurría muy a menudo), se caía por delante; y siempre que arrancaba de nuevo (lo cual hacía por lo general de forma más bien brusca), se caía por detrás.”	120
	“Me dije a mi mismo: «La única dificultad estriba en los pies, pues la cabeza de por sí ya está bastante alta.» Así pues, primero, pongo la cabeza encima de la	122

		cerca..., entonces la cabeza está lo bastante alta... Luego me pongo cabeza abajo, con las piernas al aire..., entonces, ¿ves?, los pies ya están a suficiente altura... y entonces paso la cerca, ¿lo ves?”	
		“-¡Qué curiosos yelmo lleva usted! –dijo jovialmente-. ¿Es también de su propia invención? (...) –Sí –dijo-; pero he inventado otro todavía mejor... en forma e pan de azúcar, Cuando lo usaba, si me caía del caballo, el yelmo tocaba el suelo enseguida y así yo caía a una distancia muy corta, ¿comprendes...? El único peligro era en caer materialmente dentro. Esto me ocurrió una vez... y lo peor de todo fue que, sin darme tiempo para salir de él, vino el otro Caballero Blanco y se lo puso creyendo que era su propio yelmo. (...) pero su imperdonable descuido es que se pusiera el yelmo de otra persona..., persona incluida.”	123 - 124
	38	“-¿Qué puede importar la transitoria posición de mi cuerpo? –dijo-. Mi cabeza sigue funcionando igual. De hecho, cuanto más tiempo estoy cabeza abajo tanto más crece mi capacidad de inventar nuevas cosas.”	
	39	“(…) Fue la invención de un nuevo budín mientras estábamos en el plato de carne. -¿A tiempo para que lo sirvieran inmediatamente como el siguiente plato? –preguntó Alicia-. ¡Vaya, eso sí que fue un trabajo rápido, realmente!	125
	40	-Bueno, no tanto – dijo en tono pensativo y parsimonioso el Caballero-, para el plato siguiente desde luego no. (...) De hecho (...) ¡no creo que ese budín se prepare nunca! ¡De hecho, no creo que ese budín se prepare jamás! Y, sin embargo, con ese budín di la prueba de mi gran inventiva.”	
	41	“-Y luego los ojos... sin duda están ambos demasiado de frente. Lo mismo da tener dos ojos que uno si han de estar pegados.”	136
		“(…) –Los buenos modales no se aprenden con lecciones –dijo Alicia-. Las lecciones son para enseñar a una a sumar y cosas por el estilo. -¿Sabe sumar? –le preguntó la Reina Blanca-. ¿Cuánto es uno más uno? -No lo sé dijo Alicia -. Perdí la cuenta. -No sabe hacer una adición –la interrumpió la reina Roja-. ¿Y la sustracción? Resta nueve de ocho.	
IX: La Reina Alicia	42	-Nueve de ocho, imposible, claro –contestó enseguida Alicia-; pero... -No sabe restar –dijo la Reina Blanca-. ¿Sabes hacer una división? Divide un pan por un cuchillo... ¿qué contestas a eso? -Supongo – empezó Alicia, pero la Reina Roja intervino y repuso por ella-: «Tostadas de pan con manteca por supuesto. Prueba otra resta. Si a un perro le quitas un hueso, ¿qué queda?» Alicia reflexionó.	141 - 142

	<p>-Desde luego el hueso no, ya que se lo tomó el perro y el perro no va a quedarse tan tranquilo: intentará morderme... así que, al final, ¡tampoco yo me quedaría!</p> <p>-¿Tú crees entonces que no queda nada?</p> <p>-Creo que esa es la respuesta.</p> <p>-Te equivocas, como siempre –dictaminó la Reina Roja-: quedaría la paciencia del perro.</p> <p>-No veo cómo...</p> <p>-¡Está muy claro! –gritó la Reina Roja-. El perro perdería la paciencia, ¿no es así?</p> <p>-Posiblemente –respondió con cautela Alicia. –Pues entonces, si el perro se aleja, ¡la paciencia es lo único que queda! –Exclamó triunfalmente la Reina.”</p>	
43	<p>“-¡No tienes ni idea de operaciones! – recalcaron a unisono las dos Reinas.</p> <p>-¿Y usted sí? – dijo Alicia, volviéndose de pronto hacía la Reina Blanca, pues estaba harta de tanta crítica. La Reina, boquiabierta, cerró los ojos.</p> <p>-Sé hacer una adición –dijo- si me das tiempo... pero una sustracción, ¡nunca, bajo ningún pretexto!”</p>	142
44	<p>“-¡Qué horrible tormenta tuvimos el martes...!, quiero decir uno de los últimos grupos de martes, se entiende.</p> <p>Alicia se quedó perpleja.</p> <p>-En nuestro país –observó- no hay más que un día a la vez.</p> <p>-Pues vaya miseria la vuestra –dijo la Reina Roja-. Aquí, en cambio, la mayoría de las veces los días y las noches van de dos en dos o de tres en tres, y en ocasiones, en invierno, hasta de cinco en cinco..., claro, para estar así más calentitos.</p> <p>-¿Entonces cinco noches juntas suman más calor que una? –se atrevió a preguntar Alicia.</p> <p>-Cinco veces más, por supuesto.</p> <p>-Pero, por la misma razón, cinco veces menos...</p> <p>-¡Exactamente! –exclamó la Reina Roja-. Cinco veces más cálidas y cinco veces más frías..., de igual modo que soy cinco veces más rica que tú y cinco veces más inteligente.</p> <p>Alicia suspiró y se dio por vencida. «Es como un acertijo sin solución», pensó.”</p>	144
45	<p>“-Su majestad debe excusarla –dijo la Reina Roja a Alicia, mientras tomaba una de las manos de la Reina Blanca entre las suyas y las acariciaba suavemente-: su intención es buena pero, por regla general, no puede evitar decir tonterías.”</p>	145
46	<p>“Justo entonces se entreabrió la puerta y una figura con un pico largo asomó por un instante la cabeza y dijo:</p> <p>-¡Prohibida la entrada hasta la semana después de la próxima!”</p>	
47	<p>“(...) En aquel preciso instante se abrió de par en par la puerta (...) ¡salud, oh Reina Alicia, trecientas</p>	149

		veces tres! (...) Alicia pensó: «Trecientas veces tres son novecientas. ¿Habrá alguien que lleve la cuenta?»»	
	48	“(...) ¡Seiscientas veces seis, salud, oh Reina Alicia! -¡Seiscientas veces seis! –repitió con desesperación Alicia-. ¡Oh, así no acabarán nunca!”	150
XII: ¿Quién lo soñó?	49	“-Y ahora, Mino, pensemos quién fue el que soñó todo esto. (...) Mira, Mino: o fui yo o fue el Rey Rojo. Él, por supuesto, figuraba en mi sueño, pero también yo figuraba en el suyo. ¿Existió el Rey Rojo, Mino? Mino, tú eras su mujer, de modo que deberías saberlo... ¡Oh, ayúdame a aclararlo! (...) Y vosotros ¿quién creéis que fue?”	163

2.2 Variables para el estudio matemático de las obras

Las siguientes variables se escogieron con el fin de tener una herramienta sólida en la argumentación de los párrafos escogidos y mostrados en las tablas 2 y 3. La primera variable pretende mostrar la importancia y pertinencia de un libro de texto en matemáticas, donde los dos libros de Alicia no son propiamente textos escolares enfocados totalmente en el marco de la enseñanza, pero que según el objetivo trazado pretende dejar una sugerencia para los maestros de matemáticas enfocada en un material externo a la clase que se conecta con otras áreas del conocimiento y que se puede manejar en cualquier grado de escolaridad.

La segunda variable tiene como base el contexto del autor que en cierta forma influenciaron la creación de algunos personajes de las dos obras de Alicia, así como el rastreo de la definición del sinsentido y las extracciones científicas que contienen los libros de Alicia en el País de las Maravillas y Alicia A Través del Espejo que servirán para determinar la pertinencia de los párrafos escogidos en relación con la matemática.

2.2.1 Gabriela Arbeláez, Jorge Arce, Edgar Guacaneme y Guillermo Sánchez - Análisis de textos escolares de Matemáticas – (1999) –

A la hora de establecer la rejilla para poder mostrar de manera más clara la relación entre cada párrafo escogido y lo que se logra abstraer desde el punto de vista matemático enfocado a la educación, se tuvo en cuenta algunos capítulos de éste libro que contextualiza el análisis de texto que los maestros dentro de su labor podrían revisar. Se tomará la parte pertinente que ayudará a argumentar el porqué de la tabla 4.

Para comenzar hay que aclarar que una cosa es conocer matemáticas y otra muy distinta es saber enseñarla, para lo cual no hay una fórmula mágica que indique los pasos a seguir para ser un buen maestro. Sin embargo, las personas que se preparan para ser docentes aprenden en el marco de sus carreras qué se enseña en cada grado escolar y en particular hablando de la Educación Matemática; cómo un concepto matemático que parece estar ajeno a los estudiantes por la estructura o el formalismo que contiene pero que se puede “desmenuzar” para obtener de él partes sencillas de explicar, usando un lenguaje no tan sofisticado que se acerque más a la realidad de los estudiantes, sin perder de vista el rigor matemático.

Se trata entonces de la “transposición didáctica” término dado por Yves Chevallard de la Universidad de Grenoble en Francia (1985), como lo menciona Carlos Eduardo Vasco (1999): “la relación entre los saberes científicos que circulan en los frentes de investigación en una disciplina científica, en un momento de la historia, y los esquemas y resultados consignados en un libro de texto de esa misma disciplina” (Arbeláez, Arce, Guacaneme & Sánchez, 1999, p. 17). Vasco (1999) menciona además que es todo un proceso el que debe llevar el autor del libro de texto que van acompañadas de estrategias.

Lo anterior era respecto al autor del libro de texto, ahora bien en cuanto a la persona que lo selecciona debe tener en cuenta la elección del texto bajo ciertos parámetros y saber bien qué se escoge y con qué fin se realiza, pues “la inercia de los textos hace inoperante toda renovación curricular hasta que ésta no se plasme en nuevos textos y esos nuevos textos sean seleccionados por un número significativo de colegios y maestros” (Arbeláez et al, 1999, p. 11).

Entonces, se podría seleccionar además del libro de texto basado solamente en matemáticas, otro libro que logre “abrir” un poco más el pensamiento y la capacidad de abstracción que tienen los estudiantes, de tal forma que se trate que las matemáticas no tengan un uso exclusivo de lo que se debe aprender en esta materia, sino que “se puede también introducir habilidades de pensamiento en los textos de las distintas áreas curriculares. Hasta hace poco se pensaba que era mejor hacer cursos paralelos de “aprender a pensar”” (Arbeláez, Arce, Guacaneme & Sánchez, 1999, p. 19).

Si bien es importante entender y comprender el contexto donde se aplicará la utilización de un texto de matemáticas para su escogencia, las cuales enmarcan a su vez el costo, el lenguaje, entre otros, tomar un segundo texto de referencia sería tal vez peligroso a la hora de complementarlo por la resistencia que crea el miedo por parte de los maestros a no cumplir con el currículo planteado para el año escolar y por no dar una formación adecuada en matemáticas si se toman las otras áreas que ven los estudiantes, como lo menciona Vasco (1999) debido a que se piensa que esta materia está desarrollada con procesos y ejercicios que logren agilidad en su solución, pero en muchos casos no se tiene presente la importancia de la interpretación del lenguaje para poder comprender los problemas.

Dicho complemento cumpliría con que “el texto no sería el centro de gravedad del proceso de enseñanza, sino el elemento organizador de las experiencias de aprendizaje”

(Arbeláez et al, 1999, p. 17), es decir que aunque el texto escogido para trabajar en un año escolar determinado es importante en el desarrollo de los temas, no debería ser el único, por tanto se podría utilizar más herramientas que logren conectar a los estudiantes con las matemáticas desde otras áreas y que es el caso del desarrollo del presente trabajo de grado en relación con la literatura, se podría esperar entonces del libro de texto como lo cita William Mejía Botero (1999) y en éste caso del segundo libro de texto que se propone (alguna de las dos obras de Alicia del autor Lewis Carroll):

“Como herramienta de trabajo, asume una conducción del estudiante en su proceso de aprendizaje. Un texto posee calidad en esta perspectiva cuando:

- propicia la participación activa del alumno, evitando que se convierta en un espectador pasivo o en un repetidor de la información ofrecida;
- motiva al estudiante a aprender y a mantenerse interesado mientras trabaja con el texto; (...)
- estimula procesos de análisis, creatividad y toma de posición razonada;
- genera habilidades y actitudes que le sirven al alumno para aprender a aprender,
- invita al alumno a buscar información, a investigar” (Arbeláez et al, 1999, pp. 9 -10).

En consecuencia con la transposición didáctica en matemáticas, se debe prestar atención en las diferencias entre el libro de texto para usar en el colegio y el libro que habla propiamente en el contexto matemático de definiciones, teoremas, axiomas y corolarios. Los textos escolares están desarrollados con ejemplos para que después los estudiantes logres ejercitar, tal como se describe en Arbeláez et al (1999).

Para el análisis de textos escolares se debe tener en cuenta varios parámetros, entre ellos las definiciones y se plantea que “Una definición se puede configurar a través de diferentes arreglos del lenguaje. (...) aquellas que son de uso frecuente en la formulación de los textos escolares de matemáticas” (Arbeláez et al, 1999, p. 109). Los autores enfatizan que existen tres tipos de definiciones, **las nominales** que son las que hacen referencia de los términos que se utiliza en matemáticas y cómo se representa o cómo se les llamará. El otro tipo de

definición es la que contiene una **estructura**, en especial lógica que por ende utiliza conectores tales como el “entonces (\rightarrow)” el “sí, y sólo si (\leftrightarrow)” para dar a entender las condiciones necesarias para que se cumpla cada definición. Y por último describen las definiciones a manera de **conjuntos** que son universales y contienen varias condiciones para describir que se da algo en particular.

Siguiente a las definiciones Arbeláez et al (1999) plantean que también está el marco de la ejemplificación, que puede ser un **ejemplo**, que aparece después de la definición nominal y logra expresar de manera clara el cómo se utiliza la definición o la característica general de la misma. También puede ser un **no ejemplo**, que se usa en el caso de la definición estructural, específicamente en la que hace el uso del conector “sí, y sólo si” para mostrar o señalar la condición necesaria de la definición, es decir mostrar que dado un ejemplo éste no cumple la condición propuesta en la definición. Por último se muestra el **contraejemplo**, que es para dar evidencia de la falsedad de la definición.

En cuanto al lenguaje en los textos de matemáticas, Arbeláez et al (1999) hacen referencia a las distintas formas que son: el **ordinario**, que hace referencia al lenguaje usado en la vida diaria pero que incluyen a su vez palabras que tienen un significado propiamente en matemáticas. El lenguaje **simbólico** juega un papel muy importante porque es la manera del cómo se escribe en matemáticas, es decir “cada símbolo matemático utilizado es definido de una manera precisa en la teoría” (Arbeláez et al, 1999, p. 118). Y por último está el lenguaje **gráfico**, en el cual están contenidos “Las fotografías, los íconos, las tablas, los dibujos, los diagramas, los esquemas, etcétera se constituyen en los elementos fundamentales de expresión de dicho lenguaje” (Arbeláez et al, 1999, p. 118).

2.2.2 Manuel Garrido – Alicia en el país de las maravillas A través del espejo (2013) –

Éste libro se escogió porque es una versión comentada de las dos obras de Carroll que se desarrollaron en el presente trabajo, además “acentúa el punto de vista lógico y lingüístico. Un socorrido estereotipo asocia el interés de Carroll por el disparate a la destrucción de la lógica” (Garrido, 2013, p. 8). Por otra parte, describe el sinsentido y contextualiza las obras de Carroll en el marco cultural que vivió, lo cual es de gran importancia para comprender mejor las dos obras de Alicia, pero también para estudiar y abstraer la parte matemática y realizar así el análisis del capítulo III.

Como se mencionó en el capítulo I de éste trabajo (específicamente en el apartado 1.1.1) existen varios autores que han trabajado el sinsentido, en especial en las dos obras de Carroll dedicadas a Alicia, en donde Jairo Urrea nombra a varios filósofos. Pues bien, Manuel Garrido en este libro esboza el significado y menciona que el nonsense “se puede traducir por sinsentido, dislate o disparate. Pero una cosa es emplear esta palabra y otra saber lo que quiere decir” (Garrido, 2013, p. 76) que en este caso Garrido asocia con la idea del absurdo.

Ahora, el sinsentido visto propiamente en la redacción es “un conjunto de palabras sintácticamente bien ordenadas que producen la ilusión de referirse a algo sin referirse efectivamente a nada” (Garrido, 2013, p. 76), es decir, es como si las oraciones se vieran como un conjunto con ciertos elementos numerables ordenados que lo hacen completo, el cual lo que expresaría la oración sería “la nada” o el vacío que es el complemento de dicho conjunto. Entonces el sinsentido establece un orden y una estructura propia que a simple vista no es tan fácil de entender y como lo menciona Garrido (2013) su fabricación hace parte de un arte.

En la estructura de los libros de Alicia “Carroll puso de relieve, entre otras cosas, la necesidad de distinguir entre premisas, que son ingrediente material de toda demostración, y las reglas de inferencia o leyes lógicas, que regulan formalmente, desde «fuera» del razonamiento y sin intervenir materialmente en él” (Garrido, 2013, p. 89). Uno de los escritos de lógica que dejó Lewis Carroll fue en 1895 que le dio el nombre de “Lo que la tortuga le dijo a Aquiles” como se conoce en la historia de las matemáticas Zenón (filósofo griego que vivió entre los años 490 a.c y 430 a.c) fue quién planteo una paradoja que hacía referencia a estos personajes, Aquiles era un humano muy rápido y sin embargo nunca podría alcanzar al animal más lento que es la tortuga, a pesar que la tortuga haya salido antes. En el escrito de Carroll Aquiles alcanza la tortuga “cabalga sobre ella, se dispone a establecer una conclusión partiendo de un par de premisas” (Garrido, 2013, p. 88) A lo que la tortuga va incluyendo paulatinamente más proposiciones para poder hacer una inferencia que lleve lógicamente a una conclusión, hasta hacerlas tender al infinito, tal como lo menciona Garrido (2013).

El lenguaje que manejó Carroll en su segunda obra dedicada a Alicia, hace referencia específica en cada personaje que Alicia se encuentra o en los lugares que visita, ejemplo de ello es en el capítulo VI, donde Humpty Dumpty maneja las palabras bajo sus reglas, es como “un sumo pontífice de la lógica en el mundo al otro lado del espejo” (Garrido, 2013, p. 74) que es un personaje que refleja la época de Carroll, explícitamente a “los profesores de Oxford” (Garrido, 2013, p. 74). Para Alicia los nombres son puestos sin darles un significado o que cada nombre tenga consigo una definición; en contraste, para Humpty Dumpty cada nombre implica una cantidad de significados que él en su capricho y prepotencia decide que es lo que quiere que signifique.

Garrido (2013), hace notar que en el libro *Symbolic Logic* Carroll defiende la idea que el autor de un libro puede realizar convenciones para que las palabras signifiquen para el lector

lo que el autor quiere que signifiquen, es decir que plasma en Humpty Dumpty ésta idea. Otra idea que se plasma en Humpty Dumpty es la de las palabras maleta, que se abren en dos significados, que son principalmente las palabras que componen “Jabberwocky”.

Otro personaje que causa curiosidad por los disparates es el Caballero Blanco, que es un gran inventor según el cuento y que “piensa mejor cuando está puesto del revés, con la cabeza para abajo y los pies hacia lo alto” (Garrido, 2013, p. 85) donde se menciona que éste personaje es el propio Carroll. Este caballero es quien salva a la niña (peón en la partida de ajedrez) “Alicia fuese la dama que el extravagante paladín llevara en su corazón” (Garrido, 2013, p. 90).

2.3 Rejilla de comparación – contraste entre los párrafos de las dos obras de Carroll y las matemáticas.

Para realizar la rejilla de comparación entre cada párrafo escogido en Alicia en el País de las Maravillas y en Alicia a través del espejo, se tuvo en cuenta la numeración que se le dio a cada párrafo, que se puede observar en las tablas 2 y 3, además de las siguientes observaciones:

Del primer libro se tomaron 46 párrafos en total divididos de la siguiente manera: Capítulo I – 5 párrafos, capítulo II – 2 párrafos, capítulo III – 3 párrafos, capítulo IV – 4 párrafos, capítulo V – 10 párrafos, capítulo VI – 2 párrafos, capítulo VII – 6 párrafos, capítulo VIII – 4 párrafos, capítulo IX – 1 párrafos, capítulo X – 3 párrafos, capítulo XI – 2 párrafos y capítulo XII – 4 párrafos.

Del segundo libro se tomaron 49 párrafos en total divididos de la siguiente manera: Capítulo I – 3 párrafos, capítulo II – 7 párrafos, capítulo III – 6 párrafos, capítulo IV – 2 párrafos, capítulo V – 6 párrafos, capítulo VI – 4 párrafos, capítulo VII – 5 párrafos, capítulo VIII – 8 párrafos, capítulo IX – 7 párrafos, y capítulo XII – 1 párrafos.

Ahora bien, se tomó como base lo desarrollado en párrafos anteriores, en particular en el capítulo I, apartado 1.1.1.1., junto con los apartados 2.2.1 y 2.2.2 sirven de parámetros para describir de una manera más clara el análisis en el siguiente capítulo del trabajo (capítulo III).

La lectura de los dos libros de Alicia se realizó desde una mirada propiamente matemática para poder así extraer los conceptos que están inmersos en el desarrollo de los párrafos, aunque algunos pertenecen a la física, éstos solo se mencionaron pues el enfoque del trabajo esta es en la parte de Educación Matemática.

Tabla 4

Libro, número del párrafo (basado en las tablas 2 y 3) y noción matemática que contienen los párrafos seleccionados

Libro	Número del párrafo	Noción matemática que contiene
Alicia en el País de las Maravillas	1, 2 y 4	Conceptos físicos de relatividad, caída libre y centro de gravedad.
	3	Diámetro – radio. Esfera.
	25, 26 y 28	Tiempo.
	5	Proporción.
	34 y 45	Conjuntos.
	15, 23, 24, 32 y 42	Cambio de proporción.
	6	Capacidad volumétrica.
	7	Existencia de las tablas de multiplicar hasta el 10 y el uso de otro sistema numérico.
	8	Funciones.
	9	La circunferencia.
	10	Función uno a uno.
	11	Concepto implícito de límite.
	14	Ubicación espacial.
	16	Cambios de una figura volumétrica.
	17	Función constante.
18	Razones.	

	19	Extensión del conjunto de los números naturales a los racionales sin mostrar el paso por los enteros. También puede ser tratado como fracción.
	20, 21 y 22	Deformación de una figura tridimensional.
	27	Punto de acumulación.
	29	Tiempo estático.
	30	La posibilidad del paso de los números naturales a los números enteros, mediante la operación de la resta.
	31	Sucesiones y presentación implícita del infinito.
	33	Figuras en dos dimensiones (geometría plana).
	35 y 36	La negación del orden de los números.
	37	Función uno a uno.
	38	El conjunto de los números naturales como la unión de lo pares y los impares.
	39	Negación de la existencia del infinito.
	40	Números siguientes y no anteriores.
	41	Función compuesta o transformación.
	43	Conteo y orden en los números naturales.
	44	El conjunto de los números naturales como un conjunto numerable.
	1 y 2	Simetría.
	3, 8, 9, 10, 30, 35 y 36	Conceptos físicos de caída libre, movimiento relativo, velocidad relativa, velocidad, lentes, ley de acción – reacción (leyes de Newton), fuerza de gravedad, punto de referencia.
	4, 18 y 28	Semejanza.
	5, 14 y 21	Vectores.
	6	Comparación de figuras.
	7 y 12	Orden en los números naturales.
	9	Función: velocidad – distancia.
	12, 4, 29 y 45	Reglas.
	13	Negación de las restas en la recta numérica.
	15 y 31	Múltiplos de 4 y 7.
Alicia a través del Espejo	16, 22, 26, 27, 44 y 49	Conjuntos.
	17, 20 y 32	Tiempo.
	19 y 46	Función par o impar.
	23, 34 y 39	Proporciones (inversa o directa)
	24 y 29	Límite.
	25	Función parte entera.
	29	Ecuaciones.
	31	Sumas en los números naturales.
	33	Negación del conjunto vacío.
	37	Cambio del sistema de referencia.
	38, 47 y 48	El infinito.
	40	Diferencia entre conjunto numerable y conjunto no numerable.
	42	Operaciones en los números naturales y en conjuntos de objetos.
	43	Imposibilidad de sustraer siempre en los números naturales.
	47 y 48	Multiplicaciones.

CAPÍTULO III

ANÁLISIS EN LAS OBRAS DE CARROLL QUE CONTRIBUYEN EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS Y CONCLUSIONES

Como primera base para el análisis, se consideró las materias cursadas y aprendidas en la Licenciatura de Matemáticas y Física de la Universidad del Valle, pues partiendo de éste referente es que se logró dar una mirada desde las matemáticas (y física, en la cual no se profundizará) a los dos libros escogidos de Lewis Carroll **Alicia en el País de las Maravillas** y **Alicia A Través del espejo**. Y como referente se tomaran los capítulos I y II del presente trabajo, con el fin de poder analizar la parte matemática de cada párrafo extraído de los dos libros de Carroll, extrayendo así temas pertenecientes a la geometría, la concepción de tiempo, conjuntos numéricos, proporciones y funciones. Sin dejar de lado la posibilidad de usar la tabla 4 como referente para los maestros en la elección de los capítulos relacionando éstos con el concepto.

Sin embargo, es pertinente aclarar que no se explicará cada párrafo escogido a partir de su concepto, se hará énfasis en los conceptos de geometría, las concepciones de tiempo de la época de Carroll, conjuntos, los problemas con los cambios de proporcionalidad, así como la forma en la que aparecen en los dos libros la manera implícita de mostrar las funciones matemáticas y operaciones.

Se pretende entonces en éste capítulo dar el análisis y la conclusión que resultó el estudio desde la mirada matemática como una sugerencia del uso de algún o algunos párrafos en las clases de matemáticas en la educación básica y media de Colombia.

3.1 Análisis de las obras de Lewis Carroll basada en los precedentes matemáticos

En la tabla 4 se mostraron los conceptos asociados a los párrafos seleccionados en Alicia en el País de las Maravillas y Alicia A Través del Espejo donde lo primero que se notó fue que en éstos dos libros la niña se sumerge en un sueño, están presentes el juego (normas y turnos), las Reinas con sus respectivos esposos (los Reyes), los poemas, los diálogos con personajes que la inducen al pensamiento lógico de la situación, la sátira del tiempo y el no cumpleaños (en el primer libro) y el incumplimientos (en el segundo libro) que finalmente hacen referencia al mismo concepto.

Para el desarrollo del presente capítulo se tuvo en cuenta el desarrollo del ítem 2.2.1 donde se dio la importancia de la transposición didáctica y se desarrolló el uso del lenguaje, la ejemplificación de cada definición, el lenguaje (ordinario, simbólico o gráfico) que deben contener los textos de matemáticas. Por tanto, las implicaciones del libro de texto en las clases, en particular de matemáticas, donde nace la sugerencia de tomar como referentes los dos libros de los mundos mágicos de Alicia para desarrollarlos a manera de ejemplificación, debido a que Alicia en cada libro vive situaciones donde debe decidir y donde dialoga con seres poco particulares que parecen decir disparates pero que al leer con calma e interpretar tienen algún tipo de lógica o simplemente contienen algún concepto matemático, lo que hace que se pueda relacionar que se estén trabajando durante la clase.

En el análisis de los dos libros de Carroll se enfocará en conceptos que él concebía tales como tiempo, algunos conceptos geométricos y los conjuntos numéricos, que son los que más se relacionaron con su contexto de matemático y en un segundo plano serán tenidos en cuenta

los cambios de proporción, el concepto de función que serán analizados pero no con tanta rigurosidad como el primer grupo de conceptos que se mencionó.

Los párrafos 1, 2 y 4 de la tabla 2, junto con los párrafos 3, 8, 9, 10, 30, 35 y 36 de la tabla 3, hacen referencia a conceptos físicos que no se desarrollarán en éste trabajo como se planteó en el capítulo II, pero que se registraron para evidenciar que dentro de los cuentos de Carroll se encuentran además de los conceptos matemáticos, algunos conceptos físicos.

3.1.1 En Alicia en el País de las Maravillas.

En el párrafo 3 señalado en la tabla cuatro, se menciona el concepto: Diámetro – radio de una esfera, debido a que se refiere al planeta Tierra. Alicia piensa que las personas del otro lado del planeta caminan de cabeza al parecer la niña utiliza el siguiente razonamiento durante la caída por la madriguera: ella está en un punto del planeta (esfera con diámetro \overline{CD}) sea \overline{AB} un segmento que representa a Alicia, donde el punto A indica la cabeza y el punto B indica los pies, luego si el segmento ingresa por la esfera de diámetro \overline{CD} , el punto B sería el primero en estar en contacto con cada parte de ésta figura volumétrica, por tanto sería fácil imaginar que cuando termina la trayectoria del segmento dentro de la esfera quedaría el punto A tocando la superficie de la esfera y el punto B quedarían hacia arriba, de ahí que la niña se imagine que la gente camina con la cabeza tocando la superficie de la esfera.

En los párrafos 25, 26, 28 y 29 se encontró el tiempo como concepto o en algunos casos como aparato de medición. En la actualidad se le conoce al tiempo como una cuarta dimensión, en la época de Carroll el matemático Irlandés William Hamilton (1805 – 1865) estaba planteando su teoría sobre los cuaterniones, como lo menciona José Manuel Sánchez Muños (2011) que es una teoría muy valorada en el campo de la física cuántica y da cuenta

de la unión entre el espacio físico y el tiempo, que al inicio había planteado como una tripleta basado en el desarrollo de los números complejos (de dos dimensiones), dicha tripleta satisfacía la suma y la resta, pero no el producto, para solucionar éste inconveniente en 1843 dio la solución con cuatro términos: $a + bi + cj + di$, donde a, b, c y $d \in R$ y tomando i, j y $k \in C$ (R representa los números reales y C los números complejos), estos cuaterniones se multiplican a través de matrices.

Para Dogson era imposible concebir la idea que el tiempo tomara una cuarta dimensión, pues como se le conoce²⁰ era estudioso y defensor de la geometría Euclidiana, partiendo de ésta hipótesis al revisar los párrafos donde expresa ideas acerca del tiempo dejan ver a manera de sátira que la idea de tiempo es móvil o inmóvil (como si tuviera vida o estuviera muerto) dependiendo de cómo se mire y para qué se quiera utilizar, pero tomando como referente el aparato de medición del tiempo como tal que es el reloj, por cierto un elemento que no le puede faltar a los ingleses.

Por otra parte, Garrido (2013) nombra la similitud entre el Lirón y J. E. McTaggart²¹, basado en que el Lirón se la pasaba dormido malgastando el tiempo que obedece al planteamiento del lógico McTaggart que continuamente negaba la realidad del tiempo.

A continuación los párrafos relacionados con el tiempo y cada uno de ellos explicado:

a. Párrafo 25: Alicia hace referencia a lo que ha aprendido, que el planeta Tierra se demora 24 horas en dar una vuelta sobre su eje, luego duda si este es el verdadero tiempo y reduce este tiempo a la mitad (párrafo 26). Con esto trata de demostrarle a la Duquesa la imposibilidad de que el mundo anduviera más rápido, pero no tiene en cuenta que la expresión de la Duquesa se refiere a que si las personas no se detienen a ocuparse de los

²⁰A partir de los libros que se tomaron como referencia que hablaban de su vida y obra.

²¹Filósofo británico que vivió entre los años 1866 y 1925, uno de sus planteamientos era acerca del tiempo y la materia como irrealidades fenoménicas.

asuntos de las demás personas pueden ir rápido y producir más. Es decir que la Duquesa hace referencia con la palabra “mundo” al conjunto de personas que conforman el planeta y el ritmo de tiempo al que deberían ir, mientras que Alicia denota “mundo” como el lugar que habitan las personas que es el planeta Tierra, de aquí parte el mal entendido para la niña.

- b.** Párrafo 28: El asunto que acontece en este párrafo es el aparato de medición del tiempo que es el reloj y la comparación de las unidades de tiempo, entre hora, día y año, tal como se explicó en el planteamiento de Carroll en el apartado 2.1.1 del capítulo II.
- c.** Párrafo 29: En éste párrafo se encuentra el referente hacia el tiempo, pero esta vez como algo que puede ir rápido o despacio en la medida que se establezca una buena relación con él. La cuestión está en que el Sombrero y la Liebre de Marzo se tomaron al pie de la letra la expresión “está asesinando al tiempo” es decir que ellos le atribuyen al tiempo la propiedad de ser alguien más de que sea algo, cuando la Reina pronuncio ¡está asesinando el tiempo! Que en inglés es “to kill time” lo que significa es cantar desacompañado, como lo menciona Guhl (1997) en los comentarios de la traducción del libro, pero el Sombrero y la Liebre toman el lenguaje como algo concreto tal y como se pronuncia de ahí parte que se le dé al tiempo la propiedad de ser alguien.

En los párrafos 19, 30, 35, 36, 38, 39, 40, 43 y 44 hacen referencia al conjunto de números, ya sea para afirmar o para negar éste hecho, también se muestran algunos ejemplos con operaciones. Partiendo que Alicia es una niña solo tiene conocimiento de los números naturales, por tanto está acostumbrada no solo al orden social de su época y entorno, sino también el de éste campo numérico y por ende para contar ordenadamente.

- a.** Párrafo 19: Cuando la oruga le pasa a Alicia el hongo, que es la unidad, lo divide entre dos pedazos, $\frac{1}{2}$ la hará crecer y $\frac{1}{2}$ la hará achicar, dándole una parte de la solución al problema que la niña se planteaba de permanecer con estatura constante (párrafo 17). Sin embargo

- es de notar que hay un paso de los naturales a los racionales, saltando la extensión de los naturales a los números enteros. Aunque no está mal que se haga este paso, pero no con números racionales sino simplemente con el concepto de fracción, que se ve en primaria a pesar que se están trabajando los números naturales.
- b.** Párrafo 30: En éste párrafo el Sombrero hace referencia implícita al uso de los números naturales solamente, pues le plantea a Alicia que si no tiene nada (en este caso la nada representa el cero) no podría tomar menos (que representaría la resta, por ejemplo $0 - 1 = -1$ que no pertenece a los naturales) lo que sí podría hacer es tomar más (que representa la suma, por ejemplo $0 + 1 = 1$ que si pertenece a los naturales). En el párrafo 40 se observa una estructura similar, donde “el hoy” sería el cero y no se puede contar lo de ayer.
- c.** Párrafo 36: En éste párrafo Alicia pretende comenzar una conversación con el Gato pero a él aun no le han aparecido las orejas, la niña hace la aclaración que por lo menos con que tenga una de las orejas sería suficiente para que la escuche. Luego le cuenta al Gato su inconformismo por el desorden en el juego de Croquet, que viene siendo la consecuencia de la negación de la posibilidad de ordenar los números, en éste caso los naturales.
- d.** Párrafo 38: En este párrafo se hace referencia al baile de la langosta, que la descripción hace referencia a la existencia de los números pares ($2n$) para denotar la posición de un conjunto de langostas y de los impares ($2n+1$) para denotar la posición del otro grupo de langostas, de cuya unión resultan los números naturales (tomando n desde 1). Dicho de otro modo, a cada animal marino le corresponde una langosta que puede ocupar una posición par o una posición impar.
- e.** Párrafo 39: La Tortuga falsa en medio de la conversación cuenta que ningún pez se puede separar del fin (que al inicio lo propone como el animal delfín) lo cual indica que se propone una negación de la existencia del infinito, pues si hay un fin no puede extenderse a más desde ahí, eso es lo último que existiría. Alicia interprete con que no hay fin a lo que

en el contexto se le conoce como andar sin propósito, es aquí donde existe de nuevo el juego con las palabras del autor.

- f. Párrafo 43: Para Alicia el orden está presente tanto que cuando el Rey propone de la nada la regla número 42 y dice que es la más antigua, Alicia le hace notar que si fuera así sería la regla número 1, que normalmente es donde se empieza a contar y dado que es la más antigua de las reglas el lugar 42 está muy lejos de ser el primera.
- g. Párrafo 44: Más que los números naturales el Rey hace referencia a que los números con los que se pueden contar tienen un inicio y un fin, por tanto se pueden usar para contar objetos, aunque en este caso se refiere es para leer los versos.

En los párrafos 5, 12, 13, 15, 23, 24, 32 y 42 dan cuenta de la comparación del tamaño de objetos como la llave y las puertas que Alicia se encuentra cambios de proporción de Alicia cuando ingresa al país de las maravillas. El primer planteamiento de la niña sucede en el párrafo 5 donde muestra la comparación de tamaños entre la llave y las puertas que encuentra por el momento a su alrededor. En el resto de los párrafos mencionados Carroll hace referencia al cambio de proporciones de Alicia, en unos casos se vuelve pequeña proporcionalmente al ingerir bebidas o alimentos del país de las maravillas, en otros se agranda proporcionalmente pero con mucha diferencia de su estatura normal y en otros casos queda deforme, por ejemplo en los párrafos 20 y 21, donde se muestra la consecuencia de los cambios del cuerpo de la niña que se podrían ver como deformación de figuras de tres dimensiones al no estar proporcionada.

En los párrafos 8, 10, 17, 31, 37 y 41 se muestra la relación del libro de Alicia con el concepto de función:

- a. Párrafo 8: En éste caso se muestra la siguiente relación: $f(x) = \frac{x}{2}$, donde x es las cosas que el Dodo dice y f(x) lo que el Aguilucho entiende.

- b.** Párrafo 10: Se describe la función uno a uno, donde el dominio (conjunto de salida) que son la cantidad de dulces que Alicia guardaba en su bolsillo le corresponde un solo elemento del rango (conjunto de llegada) que son los animales que participaron en la carrera de comités descrita en el párrafo 9.
- c.** Párrafo 17: Alicia manifiesta que no quiere cambiar más de tamaño (el libro no lo dice pero se infiere que es por el tiempo de su visita en el mágico país donde ha cambiado constantemente de tamaño en intervalo aparentemente corto de tiempo) por tanto Alicia quiere permanecer en una estatura constante.
- d.** Párrafo 31: En este párrafo prevalece es el cambio de lugar, pero dicho cambio de lugar puede representar a su vez que si se tiene un conjunto de personas en donde cada una ocupa una posición distinta x y al siguiente momento se deben cambiar a una posición $x+1$, todos habrán cambiado de lugar teniendo así que repetir varias veces el cambio de posición para llegar de nuevo al lugar inicial, cosa que no sucede en el país de las maravillas, pues el cambio de lugar se da bajo el argumento que el Sombrero desea una taza limpia, lo que da cabida a que el cambio se puede dar infinitas veces y nunca terminar en el mismo lugar. Además de ver el cambio de lugar como una función que es $f: x \rightarrow x + 1$ con x que pertenece a los naturales, hace referencia a la existencia del infinito, que más tarde David Hilbert (1862 – 1943) estudiaría planteando “el gran hotel de Hilbert”.
- e.** Párrafo 37: Lo que la Tortuga Falsa le plantea a Alicia se puede representar con una función de la siguiente manera: En el conjunto de salida están los días de clase y en el conjunto de llegada la cantidad de horas de clase al día, la correspondencia será uno a uno (o función inyectiva), a 1 día le corresponde 10 horas, a 2 días le corresponde 9 horas y así sucesivamente hasta llegar a que en el día 11 ya habrán 0 horas de clase, es decir que en el día 11 estarían en vacaciones, a lo que la niña pregunta qué pasará en el día doce, es claro

que al día 12 le correspondería el -1, pero el Grifo interrumpe y cambia el tema haciendo notar que en el país de las maravillas no hay cabida para los números enteros.

- f. Párrafo 41: En este caso se hace referencia a la función compuesta, teniendo tres conjuntos: A, B y C. El conjunto A contiene las fechas, el conjunto B contiene las sumas y el conjunto C contiene el dinero en chelines y peniques. Aquello que parece no tener sentido se puede explicar desde este concepto debido a que si $f: A \rightarrow B$ y $g: B \rightarrow C$ lo que jurado hizo fue $(f \circ g)(x)$ es decir que transformaron las fechas en dinero mediante una función compuesta.

Cabe anotar por último que en el párrafo 7 donde Alicia plantea unas multiplicaciones que parecen carecer de sentido, debido a que no cumple con la multiplicación - base 10. Sin embargo al realizar un cambio de base partiendo del resultado en el sistema decimal de 4x5 el resultado que se obtiene es 20 y al determinar la base del otro sistema se llega al número 18 que es el que utiliza Alicia, es decir que la niña está realizando las multiplicaciones con base 18, bajo el cual son verdaderas las operaciones que plantea.

3.1.2 Alicia A Través del Espejo.

En los párrafos 17, 20 y 32 se relacionaron con el concepto del tiempo de la siguiente manera:

- a. Párrafo 17: Los personajes Tweedledee y Tweedledum comenzarán una lucha, donde los dos parecen estar muy conscientes del tiempo que transcurre y el que transcurrirá, es decir que aquí se encuentra un tiempo sin anomalías.
- b. Párrafo 20: La memoria en el mundo del otro lado del espejo parece ir en dos direcciones opuestas, hacia el pasado y hacia el futuro, que por ende hacen referencia al tiempo, pues

la Reina plantea que es más fácil recordar lo que pasará (futuro) que recordar lo que ya paso (pasado).

- c. Párrafo 32: El Rey identifica el tiempo como algo que no se puede parar y que hay que tener mucha fuerza para probar parar el tiempo que va a toda velocidad, que es lo contrario que sucede en el país de las maravillas donde el tiempo a muerto para el Sombrero. En el mundo del espejo va siempre en marcha.

En los párrafos 4, 18 y 37 se observaron algunos conceptos geométricos, tales como semejanza entre figuras y cambio en el sistema de referencia.

- a. Párrafo 4: En este párrafo se plantea la semejanza entre figuras, entre Alicia y una flor, pero más que realizar la comparación entre las figuras, la Rosa plantea es similitud en características, en este caso, que las dos se desplazan y tienen el mismo semblante torpe, por tanto si esto es lo que tienen semejante la Rosa concluye que Alicia es totalmente semejante con la flor que se desplaza y por ende también debe tener espinas alrededor de su cabeza.
- b. Párrafo 18: Tweedledum analiza que solo hay una espada para la lucha y la cogerá él, entonces que su hermano tome el paraguas. A simple vista estos dos objetos carecen de similitud en la forma, la funcionalidad, pero en ésta última establece que los dos objetos son puntiagudos por tanto sirven para lo mismo, entonces bajo esta característica serían semejantes.
- c. Párrafo 37: El Caballero Blanco en medio de sus invenciones propone implícitamente un cambio en el sistema de referencia (esto es usado principalmente en física para resolver problemas) para poder pasar fácilmente una cerca. Sea el segmento \overline{AB} la representación del cuerpo del Caballero, donde el punto A es la cabeza y el punto B son los pies, al estar parado al lado de la cerca \overline{CD} donde C es el borde superior y D es el borde inferior

$(\overline{CD} > \overline{AB} \text{ o } \overline{CD} < \overline{AB} \text{ o } \overline{CD} = \overline{AB})$. Si el sistema de referencia se fija en los pies del Caballero la altura en este punto sería $h_B = 0$ y la altura del caballero sería $h_A = H$, el Caballero propone que así no podrá pasar la cerca pues sus pies son los que le permiten avanzar y se encuentran muy lejos del punto superior de la cerca, por tanto debe pararse de cabeza de tal forma que ahora $h_B = H$ y $h_A = 0$, por tanto logrará pasar la cerca.

En los párrafos 7, 12, 13, 31, 40 y 43 se encuentran conceptos relacionados con los números naturales, la ordenación, operaciones y algunas negaciones o la imposibilidad de tener éstos conceptos.

- a. Párrafo 7: En éste párrafo se muestra el orden de las casillas con un inicio (casilla 1) y un final (casilla 8) para que Alicia tenga conocimiento en cuál terminará para llegar a ser reina. Por tanto se establece una relación directa con la posibilidad de ordenar los números con un fin específico: que Alicia pueda jugar. Al igual que en el párrafo 12 pues en el mundo al otro lado del espejo lo rigen las reglas y una de ellas es hablar por turnos, lo cual establece un orden único para cada persona que desea intervenir.
- b. Párrafo 13: Alicia lleva en su cabeza los conceptos del mundo real y uno de estos es que para llegar a un lugar hay que avanzar, por ejemplo si se está parada en el punto 1 de la recta de los números naturales, para poder avanzar debe ir hacia adelante y nunca hacia atrás (en este caso no se podría, pues si se tratara de devolver en los naturales partiendo del uno sería imposible llegar a algún lugar) por tanto la niña se pregunta y se responde que solo es posible avanzar hacia adelante y da como resultado la imposibilidad de restar números naturales en la recta numérica.
- c. Párrafo 31: En éste párrafo el Rey Blanco le pregunta a Alicia si ha visto unos soldados y da un número exacto, que al dividirlo por la parte entera de la edad de Alicia (en el segundo libro de Carroll, Alicia tiene siete años y medio) da un número exacto que es 601,

Ahora bien partiendo del párrafo 29 donde se describe las cantidades que van llegando y que para Alicia es imposible contar, por eso responde que ha visto varios miles.

- d. Párrafo 40: El Caballero Blanco le cuenta a Alicia una de sus invenciones que fue un budín, pero éste no se puede preparar, y establece la diferencia entre nunca y jamás, es decir que extiende el tiempo de un $t = n$, pues nunca tendría fin y lo extiende a un $t = N$, donde N al ser jamás tal vez no tenga fin. Está presente entonces el indicio del concepto de infinito numerable e infinito no numerable al establecer la relación entre estas dos palabras: “nunca” y “jamás”
- e. Párrafo 43: Después de que las Reinas Roja y Blanca le establecieran a Alicia operaciones con números y con objetos como se puede observar en el párrafo 42 de la tabla 3, donde Alicia no logra responder las operaciones y le plantea a la reina que ella tampoco sabe, para sorpresa de Alicia la Reina reconoce que efectivamente solo sabe sumar pero que no sabe restar, por tanto este párrafo da el indicio de la posibilidad de sustraer dos números naturales cualquiera.

En los párrafos 9, 19, 25 y 46 se observa el concepto de función como se muestra a continuación:

- a. Párrafo 9: Alicia se preocupa un poco al ver que van muy rápido y sin embargo parecen no avanzar, la Reina le plantea que si quiere avanzar deberá tener el doble de la rapidez. Entonces: si $d_1 = 0$ es el desplazamiento en el mundo del espejo, la velocidad será $v_1 = x$, luego si se quiere tener una distancia es porque existe un desplazamiento al que se denotará como d_2 y la velocidad será $v_2 = 2x$.
- b. Párrafo 19: La Reina le exhibe a Alicia una regla para acceder a la mermelada aunque a Alicia no le guste la mermelada, la puede obtener el día anterior o el día siguiente pero nunca hoy. Se puede partir de ordenar los días, si se para en un día par $(2n)$ podrá obtener la mermelada un día impar $(2n+1)$ siguiente o anterior y si se para en un día impar, podrá

- obtener la mermelada en el día par siguiente o anterior, tomando en ambos casos $n = 1, 2$ y
3. Entonces se puede tomar la siguiente función para describir la condición de la mermelada, $f(x) = x \pm 1$, con $x = 2, 3, 4, 5$ y 6 (es decir que no se toman los extremos de los días) y donde $f(x)$ representa el día que se puede comer la mermelada y x es “hoy”.
- c. Párrafo 25: Aquí se describe la función parte entera que Humpty Dumpty le establece a Alicia con su edad, pues a él le parece mejor situarse en los 7 años exactos. $f(x) = \llbracket x \rrbracket$ donde x es la edad de Alicia.
- d. Párrafo 46: Parece un acertijo lo que el ave le propone a Alicia en este párrafo, la semana después de la próxima, esto en funciones sería $f(x) = 3X$, donde x indica el número de la semana y la función como tal el día que Alicia debe tocar.

3.2 Conclusiones

A pesar que los dos libros de Alicia pertenecen a la literatura, específicamente infantil como se destacó durante el trabajo, se mostró desde los autores Jairo Urrea (desde la filosofía del lenguaje) y Manuel Garrido (desde los conceptos matemáticos y el contexto de Carroll) que el matemático Charles Lutwidge Dodgson plasmo aspectos de su contexto de la Inglaterra de la época victoriana al mencionar reglas y normas en comportamientos durante los diálogos, junto con los parámetros sociales de su época (o la negación de los mismos).

Al leer los libros que Lewis Carroll escribió de los mundos mágicos en los que la pequeña Alicia visitó en sus sueños, se comprendió que se puede analizar desde varios aspectos, en éste caso con el fin que se tenía que era una mirada desde las matemáticas, por esta razón se mostró en el capítulo II la elección de párrafos en los cuales tienen inmerso algún contenido matemático, notando así que al ser obras dirigidas para el público infantil tienen un gran

potencial para ser usadas durante la clase de matemáticas a manera de ejemplificación de un concepto como se mostró la relación en la tabla 4 y el análisis correspondiente en el capítulo III, ítem 3.1.

Se llegó a la conclusión que al ser Alicia una pequeña (en los dos libros de Carroll que se estudiaron) que se encuentra varios personajes fantásticos con los que trata de entablar conversaciones, que contienen juegos de lenguaje y que por ende la llevan a la reflexión lógica, hacen de éstas dos obras una herramienta que se puede valorar durante una clase y hace que los estudiantes tengan familiaridad con el lenguaje que se maneja en éstos libros, recordando también que Carroll mostraba el cambio de la niñez a la adolescencia que es en general los rangos de edad que se manejan en la educación básica y media en los colegios de Colombia.

Cabe aclarar que no se enfatizó en un grado de enseñanza específico porque la clasificación fue escogida por conceptos, como se registró en la tabla 4 y en el análisis de los párrafos, se pueden desarrollar en cualquier grado de escolaridad durante el tiempo que se esté viendo el tema relacionado con uno o varios de los conceptos mostrados en dicha tabla y por ende el uso paralelo de **Alicia en el País de las Maravillas** o de **Alicia A Través del espejo**, no el libro completo pero si algunos párrafos durante la clase de matemáticas, para ejemplificar un concepto y así explicar mejor una definición o incluso para introducir un tema de una forma distinta. Por ejemplo, para introducir la función parte entera se podría comenzar con el párrafo 25 (de la tabla 3) y establecer preguntas que induzcan a una solución matemática por parte de los estudiantes, en éste caso del por qué Humpty Dumpty le parece que siete años y medio es una edad complicada, en cuanto a lo numérico y cómo se podría solucionar dicho inconveniente desde las matemáticas.

Se deja así la sugerencia abierta para los maestros de matemáticas de los grados de básica y secundaria el uso de los dos libros estudiados y analizados en el presente trabajo como herramienta adicional, para que a partir de la literatura que contiene a su vez un lenguaje matemático implícito, los estudiantes puedan manejar a partir de la comprensión de lectura la abstracción matemática que posteriormente servirá a la interpretación de problemas planteados desde la propia matemáticas. Debido a que la literatura permite al lector sumergirse en la imaginación de personajes, lugares y tiempos, también es concreta en cuanto a la comprensión que es la que servirá de puente entre la comprensión de un texto al planteamiento matemático.

BIBLIOGRAFÍA

- Arbeláez, G., Arce, J., Guacaneme, E. & Sánchez, G. (1999). *Análisis de textos escolares de Matemáticas*. Cali, Colombia: Universidad del Valle.
- Austin, J. (1989). *Ensayos filosóficos*. Madrid, España: Alianza Editorial.
- Carroll, L. (2010). *Alicia a través del espejo. La caza del Snark* (1ra Ed.). (L. Maristani, Trad.). La Plata, Argentina: Terramar Ediciones. (Trabajo publicado en 1865).
- Carroll, L. (1997). *Alicia en el país de las maravillas* (1ra Ed.). (M. Guhl, Trad.). Santafé de Bogotá, Colombia: Panamericana Editorial. (Trabajo publicado en 1871).
- Chevallard, Y. (1985) *La transposición didactique*. Grenoble: Pensée Sauvage.
- Fabretti, C. (2000) *Malditas Matemáticas. Alicia en el país de los números*. Madrid, España: Alfaguara Juvenil.
- Gardner, M. (1986) *Izquierda y Derecha en el Cosmos. Espejos*. España: Alianza Editorial.
- Garrido, M. (2013) *Alicia en el país de las maravillas ° A través del Espejo y lo que Alicia encontró allí*. Cátedra Letras Universales, Traducción de Ramón Buckley. Madrid, España: Ediciones Cátedra, Grupo Anaya S.A.
- Gattégno, J. (1991). *Lewis Carroll*. México: Fondo de cultura económica.
- Heath, P. (S.f.). *The Philosopher's Alice*. Londres: Academic Edition.
- Perelman, Ch. (1989). *Tyteca. El tratado de la argumentación*. Madrid, España: Editorial Gredos.
- Sánchez, J. (S.f.). *Matemáticas en el país de las maravillas. Lewis Carroll*. Recuperado de <http://www.epsilon.es/material/baul/016-lewis-carroll.pdf>
- Sánchez, J. (2011). *Historias de Matemáticas Hamilton y el Descubrimiento de los Cuaterniones*. (*Revista Pensamiento Matemático*, (1), pp. 1-27) Recuperado de http://www2.camino.upm.es/Departamentos/matematicas/revistapm/revista_impresa/numero_1/hamilton_y_el_descubrimiento_de_los_cuaterniones.pdf

- Sánchez, N. (2004). *Evolución de la fotografía a través de la obra de Lewis Carroll: Alicia en el país de las maravillas y a través del espejo*. (Tesis de doctorado). Universidad Complutense de Madrid, Madrid, España. Recuperado de <http://biblioteca.ucm.es/tesis/inf/ucm-t27129.pdf>
- Urrea, J. (2002). *Serie lunes de debate. Lenguaje y cultura. Juego con el lenguaje en la obra literaria de Lewis Carroll*. Cali, Colombia: Grupo Praxis.
- Urrea, J. (2010). *Lógica del sin sentido en la obra de Lewis Carroll. El Sin sentido en la obra de Lewis Carroll*. Medellín, Colombia: La Carreta Editores E.U.