



**SISTEMATIZACIÓN DE UNA EXPERIENCIA PEDAGÓGICA ACERCA DE LAS  
SEIS RELACIONES TRIGONOMÉTRICAS, Y LA LEY DE SENOS Y COSENOS,  
REALIZADA EN EL COLEGIO LUIS HORACIO GÓMEZ.**

**VIVIANA PATRICIA MUÑOZ MUÑOZ**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE  
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA  
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA  
CALI, COLOMBIA**

**2015**



**SISTEMATIZACIÓN DE UNA EXPERIENCIA PEDAGÓGICA ACERCA DE LAS  
SEIS RELACIONES TRIGONOMÉTRICAS, Y LA LEY DE SENOS Y COSENOS,  
REALIZADA EN EL COLEGIO LUIS HORACIO GÓMEZ.**

**VIVIANA PATRICIA MUÑOZ MUÑOZ**

**Trabajo de grado presentado para optar por el título de**

**Licenciada en Matemáticas y Física**

**Dirigido por:**

**Mg. MÓNICA ANDREA APONTE**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE**

**INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA**

**ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

**CALI, COLOMBIA**

**2015**

## TABLA DE CONTENIDOS

.....	1
AGRADECIMIENTOS.....	8
INTRODUCCIÓN.....	10
CAPÍTULO 1 .....	13
1. PRELIMINARES .....	13
1.1. Descripción y delimitación del problema.....	13
1.2 Problema de investigación.....	13
1.3 Justificación de la problemática .....	14
1.4. Antecedentes.....	16
<i>1.4.1. Breve acercamiento histórico al concepto de Sistematización .....</i>	<i>16</i>
<i>1.4.2. Enfoques y Marcos de referencia en propuestas de Sistematización .....</i>	<i>19</i>
<i>1.4.3 Aprendizajes significativos en la práctica pedagógica .....</i>	<i>20</i>
1.5. OBJETIVOS .....	24
<i>1.5.1 Objetivo General .....</i>	<i>24</i>
<i>1.5.2 Objetivos Específicos.....</i>	<i>24</i>
1.6. DISEÑO METODOLÓGICO .....	24
<i>1.6.1 Elementos y características de la Investigación Acción Participativa como elementos metodológicos.....</i>	<i>26</i>
1.6.2 Breve acercamiento histórico a la caracterización de los conceptos trabajados en la sistematización.....	27

CAPÍTULO 2 .....	31
2. APROXIMACIÓN CONCEPTUAL.....	31
2.1. Algunos fundamentos matemáticos con respecto a las Relaciones Trigonómicas	31
2.1.1. Ley de seno .....	33
2.1.2. Ley de cosenos .....	33
2.2. Algunos conceptos básicos desde los estándares que permiten sustentar la salida pedagógica .....	34
2.2.1 Pensamiento métrico y sistema de medida .....	34
2.2.2 Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos .....	35
2.2.3 Pensamiento espacial y sistemas geométricos .....	36
CAPÍTULO 3 .....	38
3 CONTEXTUALIZACIÓN DE LA EXPERIENCIA PEDAGÓGICA.....	38
3.1. Historia Institucional .....	39
3.2. Filosofía Institucional .....	40
3.2.1 División de edades del individuo. Septenios .....	40
3.3. Misión Institucional.....	44
3.4. Concepción del Área de Matemáticas .....	44
3.5. Fundamentos de las matemáticas en la secundaria del colegio Luis Horacio Gómez .....	45
3.6. Posición del colegio frente a las salidas pedagógicas.....	46

3.6.1. Caracterización de la salida de campo en trigonometría .....	47
3.6.2 Condiciones de la salida pedagógica.....	48
3.6.3 Enfoque y objetivos de la salida pedagógica .....	49
3.6.4 Indicaciones generales para su implementación .....	49
3.6.5 Integración de áreas .....	50
3.6.6 Materiales de trabajo .....	51
3.7 Características generales y objetivos de las experiencias realizadas en la salida pedagógica.....	53
3.7.1 Actividad 1: cálculo de pendientes y generación de curvas de nivel .....	53
3.7.2 Actividad 2: Determinación del ancho de un río .....	54
3.7.3 Actividad 3: Dimensionamiento espacial y manejo de escalas .....	54
3.7.4 Actividad 4: Triangulación con topografía óptica .....	55
3.7.5 Actividad 5: Georeferenciación de cuadrantes con GPS.....	55
3.8. Descripción de las actividades que se tomaron para el proceso de sistematización..	56
3.8.1. Metodologías empleadas en cada actividad.....	78
3.8.2 Logros y limitaciones de la experiencia .....	79
3.8.3. Hallazgos de los aprendizajes que se generan con la experiencia.....	81
4. CONCLUSIONES.....	83
4.1 Conclusiones con respecto a la Actividad 1: Determinación del ancho de un río .....	83

4.2 Conclusiones con respecto a la Actividad 2. Georeferenciación de cuadrantes con la ayuda de GPS .....	83
4.3 Aprendizaje significativo en el desarrollo de las actividades de determinación del ancho de un río y la georeferenciación de cuadrantes con la ayuda de un GPS.....	84
BIBLIOGRAFÍA .....	87
ANEXOS .....	0

### **TABLA DE ILUSTRACIONES**

Ilustración 1 Trabajo de mediciones.....	34
Ilustración 2 Trabajo de mediciones.....	35
Ilustración 3 Trabajo de mediciones.....	36
Ilustración 4 Trabajo de análisis.....	37
Ilustración 5 Trabajo de análisis.....	37
Ilustración 6 Fotografía del Colegio Waldorf Luis Horacio Gómez .....	39
Ilustración 7 Trabajo de mediciones.....	48
Ilustración 8 Trabajo individual en el trabajo diario .....	49
Ilustración 9 Trabajo con los instrumentos de medición.....	50
Ilustración 10 Materiales de trabajo .....	52
Ilustración 11 Procedimiento empleado por la estudiante 1 .....	58
Ilustración 12 Cálculos Estudiante 1 .....	59
Ilustración 13 Cálculos estudiante 1 .....	60

Ilustración 14 Procedimiento empleado por la estudiante 2.....	61
Ilustración 15 Procedimiento empleado por la estudiante 2.....	62
Ilustración 16 Cálculos estudiante 2.....	63
Ilustración 17 Resultados estudiante 2 .....	64
Ilustración 18 Conclusiones estudiante 2 .....	65
Ilustración 19 Conclusiones estudiante 2 .....	66
Ilustración 20 Georeferenciación. Procedimiento estudiante 2.....	68
Ilustración 21 Georeferenciación. Cálculo estudiante 2.....	69
Ilustración 22 Georeferenciación. Cálculo estudiante 2.....	70
Ilustración 23 Georeferenciación. Conclusiones estudiante 2.....	71
Ilustración 24 Georeferenciación. Procedimiento estudiante 1 .....	72
Ilustración 25 Georeferenciación Cálculos estudiante 1 .....	73
Ilustración 26 Georeferenciación. Cálculos estudiante 1 .....	74
Ilustración 27 Georeferenciación. Cálculos estudiante 1 .....	75
Ilustración 28 Georeferenciación estudiante Cálculos estudiante 1 .....	76
Ilustración 29 Georeferenciación cálculo estudiante 1.....	77
Ilustración 30Georeferenciación Resultados estudiante 1.....	78





# **AGRADECIMIENTOS**

La elaboración de este trabajo Sistematización de una Experiencia Pedagógica ha sido posible gracias a la participación y el apoyo de muchas personas. En primer lugar, quiero agradecer a Dios, mi directora Mónica Andrea Aponte por su confianza y colaboración durante la realización de este trabajo de investigación. Agradezco también a mi familia por su apoyo y fortaleza en los momentos difíciles. Quiero también dar un sentido agradecimiento al Colegio Waldorf Luis Horacio Gómez por brindarme un contexto en el que la experiencia está en la base del aprendizaje y por introducir a mi desarrollo profesional la sensibilidad por el desarrollo humano.

## **RESUMEN**

En este trabajo de grado se pretende realizar una aproximación a la sistematización de una salida pedagógica de aula realizada con los estudiantes de grado décimo del Colegio Luis Horacio Gómez de la ciudad de Cali. Este acercamiento se hace alrededor de la aplicación de las seis relaciones trigonométricas de un triángulo rectángulo, (ley de senos y de cosenos) vistas en Trigonometría a través de diferentes experiencias concretas, que permiten que el estudiante no se quede con la imagen de lo abstracto y teórico de las matemáticas -en este caso de la trigonometría- si no que puedan darle un sentido a la matemática y su relación con otros campos; además de esto, para que los estudiantes a quienes les cuesta la comprensión de algunos conceptos trigonométricos, puedan lograr un acercamiento diferente a esta asignatura por medio de experiencias pedagógicas significativas.

**Palabras Clave:** Sistematización, experiencia significativa, relaciones trigonométricas, ley de seno, ley de coseno, matemáticas aplicadas.

## INTRODUCCIÓN

Las distintas prácticas al interior de las escuelas, denominadas algunas veces como contextuales, responden a necesidades específicas de la población de estudiantes. En ciertos momentos las actividades y prácticas deben ser evaluadas desde diferentes puntos de vista.

La reflexión al interior de los acontecimientos de la escuela siempre será necesaria. Esto porque desde la reflexión se parte siempre hacia nuevos objetivos o alcances. Pero la reflexión debe siempre estar seguida de una recolección de datos que ella arroje. Sin esta recolección de información la reflexión y sus resultados serán obsoletos en poco tiempo.

A este proceso de recopilación de información escrito y tangible, conocido como sistematización, se puede siempre acceder y consultar, se puede recurrir siempre como referente de aquello a lo que se concluyó en un momento de reflexión previa. Esta sistematización es, pues, el resultado final del análisis, de la comprensión de lo estudiado. Este proceso se configura como etapa final de todo análisis y es el punto de partida hacia la toma de decisiones futuras.

Para el caso específico de este trabajo, la sistematización es el eje sobre el que girarán las experiencias futuras y las prácticas que tuvieron lugar en la institución Luis Horacio Gómez en momentos venideros, pues lo que se intenta demostrar es, en qué medida, conceptos que usualmente se consideran tácitos o teóricos, pueden emplearse en la vida diaria, en mediciones reales, etc.

Es necesario mencionar que el Colegio Luis Horacio Gómez, fundamentado en la pedagogía Waldorf, da una gran relevancia a las salidas pedagógica dentro de los procesos de formación, en la medida que dichos espacios de experimentación representan una forma vivencial de construcción y apropiación del conocimiento. Además, estas experiencias van dirigidas al logro de objetivos específicos para cada etapa del desarrollo personal y académico en las dimensiones cognitiva y social. Al aportar vivencias necesarias que estimulan los procesos de apropiación de conocimientos en temas específicos, se logra dirigir un proceso de aprendizaje significativo.

A través de la consulta de algunos autores intentaremos establecer los lineamientos a seguir en el proceso de sistematizar experiencias matemáticas de una actividad pedagógica. También, como parte de la lectura de este trabajo, debemos de considerar la filosofía de la institución en la cual se enmarca este proyecto. En el apartado del marco teórico se intentará pues, dar luces sobre los aspectos que componen este trabajo.

A lo largo del trabajo se desarrollaron cuatro capítulos, en el primer capítulo se hace referencia al problema de investigación, la justificación del mismo; la parte histórica de cómo surge la sistematización y las características fundamentales de la misma según Ghiso (1998), puesto que es la línea en la cual se enmarca y fundamenta el trabajo. El segundo capítulo está relacionado con los fundamentos matemáticos, particularmente las relaciones trigonométricas, la ley de senos y cosenos y algunos estándares que sustentan la salida pedagógica sistematizada.

Posteriormente, en el tercer capítulo se encuentra todo lo relacionado con el proceso de sistematización de la salida pedagógica, ésta se sustenta en los principios de la pedagogía Waldorf, este capítulo es el eje central del trabajo, de esta manera se finalizará con un cuarto capítulo relacionado con las conclusiones, a las que se llegan después de la experiencia.



# CAPÍTULO 1

## 1. PRELIMINARES

A lo largo de este capítulo se intentará mostrar todo lo concerniente con la problemática del trabajo de sistematización, para ello ilustraremos algunos antecedentes conceptuales que nos permitirán fundamentar nuestro trabajo, los objetivos y la metodología seguida en el mismo.

### 1.1. Descripción y delimitación del problema

La situación surge desde la asignatura de matemáticas, teniendo en cuenta actitudes que se han observado en estudiantes de grado décimo quienes asignan comúnmente valores subjetivos al considerar sus contenidos, expresando de forma verbal sus inquietudes al respecto. Sostienen algunos que los contenidos de la materia son bastante abstractos, estáticos o, de forma negativa, poco útiles. Desde la perspectiva filosófica del colegio que sirve como marco para la investigación, todos los contenidos vistos responden a las necesidades que viven los estudiantes en el momento. Todos los contenidos estudiados son importantes, trascendentales, imprescindibles. Son además vistos en el momento específico o propicio.

Este trabajo sistematizará una experiencia pedagógica realizada con los estudiantes de grado décimo del colegio Luis Horacio Gómez sobre la aplicación de las seis relaciones trigonométricas, leyes seno y coseno en la vida cotidiana.

### 1.2 Problema de investigación

La trigonometría es una de las ramas de las matemáticas que no es la excepción a esta problemática, además de ser un amplio campo de razonamiento, donde a los estudiantes se les dificulta la comprensión de nuevas relaciones y contenidos matemáticos. Surgen

dificultades que se presenta en el aprendizaje de contenidos matemáticos en el área de trigonometría, que nos llevan a investigar los siguientes interrogantes. ¿Cuál es la interpretación de los estudiantes sobre los conceptos de trigonometría? ¿Qué aspectos deben considerarse en la enseñanza y aprendizaje de trigonometría? ¿Qué contenidos previos debe tener el estudiante antes de iniciar este curso? ¿Qué tipo de actividades son propicias para la enseñanza y aprendizaje de trigonometría?

Por otra parte se debe tener en cuenta el interrogante que se plantean los estudiantes ¿Por qué es importante aprender trigonometría? En otras palabras cuál es la aplicabilidad de estos contenidos matemáticos a las actividades prácticas de la vida diaria. En este sentido se ha considerado como pregunta problema al trabajo de sistematización la siguiente:

*¿Cómo a partir de la sistematización de una experiencia pedagógica alrededor de la aplicación de las relaciones trigonométricas, ley de senos y de cósenos, se puede fortalecer un aprendizaje más significativo en los estudiantes del grado decimo del Colegio Luis Horacio Gómez de la ciudad de Cali?*

### **1.3 Justificación de la problemática**

Este trabajo es necesario dado que ayudará en el proceso de articulación entre el trabajo del aula de clase para que el joven tenga un aprendizaje desde la vivencia hasta la construcción de otros elementos teóricos que subyacen en la trigonometría de este grado. Los estudiantes usualmente asocian las matemáticas con saberes estáticos o poco prácticos. La experiencia que consistió en llevarlos a un área en la que debían realizar operaciones comunes mediante el uso de algoritmos nos conduce a la reflexión de cómo podemos emplear estos saberes en la vida cotidiana. Esta es la articulación o empalme que se busca fortalecer o desarrollar. Jara “Una sistematización se realiza para lograr una apropiación crítica de las experiencias, para involucrar a todos los actores de un proceso educativo. Para fortalecer la construcción conceptual o a la estructuración de teorías o conocimientos” (Jara, 2011. p. 68).

En este sentido la sistematización de la experiencia, podrá llevarse a cabo dado que como docente de la institución participé de la experiencia a la que se refiere. Esto es requisito indispensable desde el enfoque de la sistematización participativa: la vivencia de lo que se busca llevar dentro de un sistema.

Este trabajo tiene como propósito evidenciar una articulación pertinente entre los conocimientos adquiridos y la práctica, y los más próximos beneficiarios serán los estudiantes del colegio, pues desde la asignatura que se ofrece, se realizarán mayor número de aplicaciones de estos “conocimientos estáticos” a la realidad.

Desde la profesión docente se hace necesario realizar reflexiones al interior de las prácticas, con el objetivo de dar sentido y significados a los quehaceres diarios educativos. La razón de toda reflexión son los cambios que a partir de ella puedan surgir. Sin éstos, todo el proceso de pensar las actividades y analizarlas es inútil. Este es el sentido del cual está investido este trabajo de investigación: la sistematización de unas experiencias pedagógicas en el colegio Luis Horacio Gómez.

La importancia de realizar este trabajo de sistematización es comprender las dificultades que suceden en procesos de enseñanza y aprendizaje de los conceptos básicos de trigonometría, a través del desarrollo sistemático de una experiencia pedagógica que surge de una necesidad en común por parte de la comunidad educativa del colegio Luis Horacio Gómez. Esto porque consideramos que la sistematización de una experiencia pedagógica es una estrategia que aporta a las necesidades actuales de la Educación Matemática, ya que nos permite comunicar la experiencia vivida en la comunidad de práctica educativa, permitiendo que se generen nuevas estrategias pedagógicas en las matemáticas.

En este tipo de trabajo se debe reconocer una metodología diferente en la medida que permite vincular a los estudiantes y docentes en la construcción de su propia experiencia desde la práctica de unos saberes considerados hasta el momento como teóricos. La



realización de una experiencia pedagógica permite al estudiante reconocerse como un actor principal en la construcción y desarrollo de su propio aprendizaje significativo, puesto que le permite participar de una experiencia que lo conlleva a plantear sus estrategias cognitivas, logrando de esta manera un estudiante autónomo, creativo, interesado por el desarrollo de los temas, con el fin de ayudar al desarrollo de destrezas procedimentales y la capacidad de enfrentarse a diversas situaciones de la vida diaria.

## **1.4. Antecedentes**

A continuación se delimitarán algunos antecedentes conceptuales a la Sistematización de experiencias pedagógicas.

### ***1.4.1. Breve acercamiento histórico al concepto de Sistematización***

Hacia fines de la década de 1970, se hizo necesario el surgimiento de propuestas que llevasen a una superación o, tal vez, transformación de los fenómenos sociales entonces vistos. En estos momentos se evidenciaba una mezcla de clases, de ideologías que se superponían, se integraban y a veces se oponían o negaban. Fue la época de proliferación de nuevos modelos sociales desde los cuales se quería tener el poder. Se llevó a cabo entonces la lucha por la libertad de Nicaragua y de El Salvador. Germinaron paros y protestas cívicas en Colombia. Fueron momentos difíciles para las economías y gobiernos (políticamente hablando), pues se expresó la incapacidad o quizá incompetencia de los sectores o clases dominantes para asimilar nuevas posibilidades que fuesen diferentes a las de la pobreza extrema en la que vivía la mayoría. Y esta incapacidad e inhabilidad evidentes se extendía también a otros fenómenos florecientes: la desaparición forzada, la muerte y la represión o el miedo.

De acuerdo con Ghiso (1998), “Surge, en este período para responder a los desafíos contextuales y a los interrogantes que presentaban las diversas propuestas de educación popular y de trabajo social alternativo, un llamado a "sistematizar las prácticas" como un esfuerzo consciente de capturar los significados de la acción y sus efectos; como lecturas

organizadas de las experiencias, como teorización y cuestionamiento contextualizado de la praxis social, para poder comunicar el conocimiento producido. En resumen, si bien la sistematización no es un concepto unívoco, aparece como un tipo de tarea reflexiva, que todos podíamos hacer y que al recuperar organizadamente la práctica permitía volver a intervenir en ella y en la realidad con mayor eficacia y eficiencia”.

Como todo, en aquellos momentos, las condiciones socio-políticas, culturales, económicas y ambientales en la que estos procesos se articularon fueron cambiantes: algunas veces se envisten de un carácter evolutivo, progresista, de avance; mientras que otras veces, de involución o de retroceso.

Diversos actores sociales estuvieron a cargo de la dinamización de los proyectos y prácticas que llevaban a la transformación tanto de la vida como del ser, del vivir. Todo dentro de una toma de poder, de posicionamiento frente a unas autoridades. Estos cambios son bastante veloces, imperceptibles y, en muchos casos, irrepetibles.

La época tenía ciertos requerimientos. Se veía con gran necesidad la superación de algunos problemas sociales, como el crecimiento demográfico, la identidad social, las comunicaciones y su eficacia. Estos aspectos se hacían visibles en los proyectos de tipo político, económico, cultural y social Ghiso (1999).

La resolución de estos interrogantes dependía de un proceso de conciencia acerca de lo que se realizaba; y esto era posible por medio de registro, análisis y de una interpretación posterior de lo archivado, de lo conocido, de lo experimentado. Esto no es otra cosa sino una intención clara, evidente, de otorgarle cierta organización a las prácticas. Esta organización (a saber, sistematización) resulta de un esfuerzo consciente; nunca se trata, pues, de fruto del azar o de un simple devenir. Se trataba de “capturar” los significantes de las acciones, de lo que éstas producen, todo como un registro de experiencias, como un

constructo de teorías y como un cuestionamiento sobre lo que se realiza al interior de las sociedades, para poder, después, compartir o comunicar el conocimiento producido.

Ahora pues, en este sentido o significancia, la sistematización se puede entender como el proceso o conjunto de pasos para generar nuevos conocimientos. Estos pasos o etapas articuladas están relacionados con intervenciones intencionadas o con experiencias investigativas. Dan cuenta del ordenamiento y de la forma en la que se clasifican los datos o las informaciones. “A toda sistematización le antecede una práctica. A diferencia de otros procesos investigativos a éste le antecede un "hacer", que puede ser recuperado, recontextualizado, analizado y reinformado a partir del conocimiento adquirido a lo largo del proceso” (Ghiso 1998, p.8)

Podemos decir que la sistematización articula procesos que han sido o han estado descontextualizados, divididos, fragmentados, separados. Parece abrir posibilidades de diálogo, puesto que luego de una reflexión pone en diálogo diferentes voces y mensajes.

Diversos autores comparten diferentes posturas sobre lo que es sistematización. Para Gajardo (citado en Ghiso, 1999) se trata de una síntesis de antecedentes empíricos y conceptuales, los cuales hacen posible dar cuenta de las prácticas en Educación Popular. De acuerdo con (Jara, 2011) se trata de comprender la razón por la cual un proceso sigue un curso determinado; se trata de entender e interpretar lo que sucede en el momento en que sucede, a partir siempre de una reconstrucción de lo que ha sucedido en el proceso.

Es relevante destacar, hasta el momento, que lo que se da gran consideración al momento de establecer lo que significa o lo que da sentido a la sistematización son, en el discurso de Ghiso (1999), las experiencias, los proyectos, las acciones o las prácticas, sin lo cual la actividad teórica o de reflexión sería nula.

Haciendo pues una lectura a lo establecido por Ghiso (1999), podemos decir que la sistematización se direcciona a:

- a) Recuperar hechos: los dados en una experiencia, alrededor de un mismo proceso. Intenta dar una estructura coherente a la experiencia.
- b) Mirar de forma crítica el proceso. Otorgar una intencionalidad en los participantes.
- c) Un contexto específico (sea social, histórico o político)

#### ***1.4.2. Enfoques y Marcos de referencia en propuestas de Sistematización***

Toma tiempo conocer o dar cuenta precisamente de lo realizado en América Latina respecto a lo que es la sistematización de experiencias durante los últimos años. Toda sistematización está antecedida o va después de una práctica, un hacer que puede ser recuperado o puesto otra vez en contexto. A su vez, cada participante de la experiencia es un sujeto que posee un saber y un conocimiento que debe ser valorado. Desde esos saberes se parte para realizar la sistematización.

La sistematización se configura desde varios enfoques o puntos de vista. Uno de ellos es verla como escenario en el que se crean o desarrollan nuevos conocimientos. Conocimientos puestos al alcance no solo de quienes participan sino de toda una comunidad que se involucra indirectamente a través de aquéllos. Para Palma (1992) una sistematización debe descubrir la verdad por medio de la práctica, que luego será comprobada y desarrollada.

De esta manera podemos decir, que este trabajo de grado, es un estudio, enmarcado en la propuesta de la sistematización de una experiencia pedagógica de aula, en donde la propuesta metodológica que aquí en este trabajo de grado se presenta puede ser un aporte más, que ayude en la comprensión y aplicabilidad de los distintos conceptos y relaciones trabajados en trigonometría, como lo son las relaciones trigonométricas, la ley de senos y cosenos, además de otros conceptos matemáticos, geométricos y físicos vistos como: distancia entre dos puntos, cálculo de áreas de polígonos irregulares, caudal de un río; por eso este trabajo nos presenta una propuesta metodológica que posibilita:

- Una revisión conjunta y compartida de nuestra práctica.
- Una apropiación de saberes por parte de quienes han vivido la experiencia.
- Nuevos aprendizajes que posibilita la vinculación de lo reflexivo y de lo académico con prácticas concretas.
- Pistas para nuevas propuestas.

### ***1.4.3 Aprendizajes significativos en la práctica pedagógica***

Según el psicopedagogo Ausubel (1983), el aprendizaje humano va más allá de un simple cambio de conducta, teoría que defiende la pedagogía conductista, para este autor, el aprendizaje conduce a un cambio en el significado de la experiencia, teniendo en cuenta que la experiencia humana se enriquece en el encuentro entre pensamiento y afectividad. De esta manera en la labor educativa se pone de manifiesto tres elementos fundamentales: La didáctica del maestro, el currículo específico y el contexto social en el que se desarrolla el aprendizaje.

Una teoría del aprendizaje, basada en la psicopedagogía, implicaría entonces que el maestro descubra por sí mismo el método de enseñanza para lograr que la experiencia en la que el aprendizaje está implícito, se consolide y sea eficaz.

La Teoría del Aprendizaje Significativo que plantea Ausubel, se fundamenta en la relación cognitiva que se establece entre los saberes preexistentes del alumno- conjunto de conceptos e ideas sobre un tema específico- con la nueva información que ofrece la experiencia. El maestro entonces, debe conocer la organización cognitiva del estudiante para orientar desde ese punto su labor educativa *“Si tuviese que reducir toda la psicología educativa en un solo principio enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe”* (Ausubel, 1983).

Un aprendizaje significativo solo sucede cuando una nueva información se conecta con la información ya existente, así una nueva idea o concepto es aprendida significativamente en la medida que otras ideas o conceptos sirvan de punto de apoyo para interiorizar ésta. Estos conceptos anteriores preestablecidos son llamados los subsensores y se modifican en la medida que la nueva información sea presentada a partir de una experiencia que permita que ambas informaciones se interconecten y produzcan un nuevo conocimiento.

El aprendizaje significativo, contrario al aprendizaje mecánico, produce entonces en el individuo un apropiamiento particular del nuevo conocimiento, puesto que se relaciona estrechamente con los conocimientos anteriores ya establecidos, por el contrario la mecánica del aprendizaje se basa en la repetición vacía de nuevas ideas que por no asociarse a lo que el conocimiento previo, no logran arraigarse de manera profunda.

En la Teoría del Aprendizaje significativo, sin embargo, no se descarta el aprendizaje mecánico, se plantea este como la base para llegar al apropiamiento de las ideas, es decir que a través del conocimiento mecánico de algunos conceptos, se utiliza la experiencia para introducir nuevos conceptos y así propiciar un aprendizaje realmente significativo.

Se debe entonces profundizar en las experiencias adecuadas para lograr el propósito final de la interiorización del conocimiento. En este ámbito se encuentran dos opciones: El aprendizaje por descubrimiento y el aprendizaje por recepción. En el aprendizaje por recepción, se le presenta al estudiante un concepto acabado, en su forma final, sin permitirle el descubrimiento y por consecuencia el apropiamiento del nuevo concepto. El maestro entonces es un dador de conocimientos vacíos e inútiles que tienen como propósito ser replicados de la misma manera.

Por otro lado, el aprendizaje por descubrimiento involucra al alumno ya que lo que va a ser aprendido no se le da en su forma final, sino que debe ser reconstruido por el alumno antes de ser aprendido e incorporado en su estructura cognitiva. En el aprendizaje por descubrimiento el alumno debe reordenar la información, integrarla a su estructura cognitiva, reorganizarla y combinarla de manera que se produzca el aprendizaje deseado.

Se debe precisar que según Ausubel (1983) ninguno de los dos aprendizajes son esencialmente mecánicos ni significativos, la condición para que el aprendizaje sea realmente significativo consiste en que el nuevo conocimiento se involucre con el conocimiento subsensor y es el maestro quien debe privilegiar la metodología de la experiencia según la edad del educando, las condiciones sociales e individuales del mismo y el tema específico a desarrollar.

Es importante recalcar que el aprendizaje significativo no es la simple conexión de la nueva información con la ya existente, esto sería un aprendizaje mecánico y arbitrario; el aprendizaje significativo involucra la modificación y evolución de la nueva información, así como de la estructura cognoscitiva envuelta en el aprendizaje. Ausubel distingue tres tipos de aprendizajes significativos: de representación, de conceptos y proposiciones.

El aprendizaje de representaciones es el más simple de los tres y ocurre en la etapa inicial del conocimiento, cuando se le atribuye representaciones a los símbolos. *“Ocurre cuando se igualan en significado símbolos arbitrarios a sus referentes”* (Ausubel, 1983, p.). Este aprendizaje no se trata de una simple asociación entre el objeto y su referente, se trata de una apropiación relevante y sustantiva entre el símbolo y su significado.

El aprendizaje por conceptos implica dos procesos: formación y asimilación. En la formación los conceptos se adquieren a través de la experiencia directa, en sucesivas etapas

de formulación y prueba de hipótesis y en la asimilación los conceptos se combinan con la estructura cognitiva del individuo relacionándolos con otras características asociadas.

El aprendizaje por proposiciones exige captar el significado de las ideas expresadas en forma de proposiciones. Implica la combinación y relación de varias palabras cada una de las cuales constituye un referente unitario que al mezclarse producen un nuevo significado que es asimilado a la estructura cognitiva. Es decir que este nuevo conocimiento posee las cualidades denotativas y connotativas, puesto que expresa el significado del concepto, pero también la carga emotiva y cultural del mismo.

En el proceso de aprender significativamente, las ideas previas existentes en la estructura cognitiva se modifican adquiriendo nuevos significados. La presencia sucesiva de este hecho, produce una elaboración jerárquica y organizativa de los conceptos, dando lugar a una diferenciación progresiva, este proceso de asimilación e integración, es denominado por Ausubel como la reconciliación integradora.

Tanto los conceptos de la diferenciación progresiva como la de reconciliación integradora, son aprovechados en la labor educativa, puesto que la primera se presenta al inicio del proceso educativo, involucrando aquí las ideas más generales e inclusivas para posteriormente diferenciarlas en términos de detalle y especificidad. La segunda, permite la combinación y asociación del concepto para que adquiera nuevas dimensiones y se propicie así un aprendizaje realmente significativo.

De acuerdo a la teoría del aprendizaje significativo según Ausubel, la experiencia de la salida pedagógica de trigonometría propicia en los estudiantes un aprendizaje real y significativo, puesto que parte de una práctica mecanizada al iniciar el proceso a través de la diferenciación progresiva de la teoría, adquiriendo los conocimientos necesarios que posteriormente serán enriquecidos por medio de la vivencia que propicia esta salida, al



utilizar la teoría matemática y relacionarla con las diferentes prácticas anteriormente descritas que realizaron los alumnos del grado décimo del colegio Luis Horacio Gómez de Cali; y así llegar a un aprendizaje realmente significativo.

## **1.5. OBJETIVOS**

### ***1.5.1 Objetivo General***

Contribuir a un aprendizaje significativo en la enseñanza de la trigonometría, a través de la sistematización de una experiencia pedagógica del colegio Luis Horacio Gómez, en la aplicación de la ley de senos, cosenos y relaciones trigonométricas.

### ***1.5.2 Objetivos Específicos***

- Caracterizar la experiencia pedagógica desarrollada en grado decimo del colegio Luis Horacio Gómez, en la aplicación de la ley de senos y cosenos y las relaciones trigonométricas.
- Sistematizar elementos tomados de la experiencia pedagógica, que permitan potenciar el pensamiento crítico de los estudiantes de grado decimo, del colegio Luis Horacio Gómez, de la ciudad de Cali, en torno a la ley de senos, cosenos y relaciones trigonométricas.
- Reconstruir mediante la sistematización de experiencias, la salida de campo del colegio Luis Horacio Gómez, como una experiencia pedagógica con sentido, que contribuyen al aprendizaje significativo.

## **1.6. DISEÑO METODOLÓGICO**

Reconociendo que la sistematización es un proceso de indagación, fundamentación, descripción, evaluación y comunicación de las prácticas, acontecimientos y experiencias de profesores en un contexto curricular e institucional. Además es de carácter cualitativo,

participativo y permite desarrollar conocimientos, saberes y propuestas de innovación y mejoramiento de las prácticas en el contexto de un currículo.

En este sentido se puede decir, que el fundamento de la sistematización es la existencia de una práctica que se quiere “dar cuenta”, por ende esta propuesta de trabajo se adhiere a una propuesta de sistematización en la medida que queremos dar a conocer las experiencias pedagógicas desarrolladas en la salida de campo con los estudiantes de grado decimo del colegio Luis Horacio Gómez.

En el proceso de “dar cuenta de” soportaremos nuestra metodología de investigación, en la metodología de investigación acción participativa, la investigación acción participativa, es una metodología que apunta a la producción de un conocimiento propositivo y transformador, mediante un proceso de debate, reflexión y construcción colectiva de saberes entre los diferentes actores de un territorio con el fin de lograr una transformación.

Los aprendizajes significativos se generan en la experiencia misma de vivir. Son tan evidentes estos aprendizajes significativos, estas enseñanzas vitales, que configuran el escenario posible para su reconstrucción a través de la recuperación de los significados y sentidos que más impacto han causado en un individuo, una comunidad o una sociedad, como se menciona en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2003, p.72):

“situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo en las matemáticas escolares son situaciones que superan el aprendizaje pasivo, gracias a que generan contextos accesibles a los intereses y a las capacidades intelectuales de los estudiantes y, por tanto, les permiten buscar y definir interpretaciones, modelos y problemas, formular estrategias de solución y usar productivamente materiales manipulativos, representativos y tecnológicos.”

Ahora bien podemos decir que este tipo de metodología es de investigación porque orienta un proceso de estudio de la realidad o de aspectos determinados de ella, es también una metodología de acción, pues en ella hay acción, la cual es entendida no solo como el simple actuar o cualquier tipo de acción, sino como acción que conduce al cambio social

estructural; esta acción es llamada por algunos de sus impulsores, praxis (proceso síntesis entre teoría y práctica) y finalmente es una metodología participativa, en la medida que toda acción es realizada participativamente, la investigación no es solo realizada por los expertos, sino con la participación de la comunidad involucrada en ella.

### ***1.6.1 Elementos y características de la Investigación Acción Participativa como elementos metodológicos***

La investigación acción participativa es una investigación que nace en América Latina hacia los años 70, donde su mayor representante es Fals Borda. Esta puede ser considerada como una “técnica de investigación”, donde fundamentalmente este trabajo de grado está enfocado a un trabajo pedagógico, dado que acompaño al grupo del grado 10 del Colegio Luis Horacio Gómez de la ciudad de Cali, quienes realizan diferentes experiencias pedagógicas poniendo de manifiesto sus conocimientos en el área de matemáticas, en particular de trigonometría, teniendo un aprendizaje activo desde su misma vivencia. La investigación acción participativa tiene en cuenta los siguientes aspectos:

**El Conocimiento:** permite realizar un análisis de aspectos históricos de las personas y del entorno desde un punto de vista integral y reflexivo, para poder dar precisión sobre lo que se busca cambiar, a la vez de consentir que las personas y los grupos encuentren sus potencialidades.

**La Formación:** es un proceso de cultivar o articular el acumulado de conocimientos que han sido adquiridos anteriormente con un nuevo conocimiento dado en una situación observada. Crea un espacio didáctico que se desarrolla en diferentes niveles, tales como: nivel de técnicas aprendidas y aplicadas, nivel de vivencias, historia, experiencias compartidas y expresadas: - nivel de actitudes, motivaciones, responsabilidades y enriquecimiento personal, y, - nivel de desarrollo de las capacidades de trabajo en equipo y de organización.

**La Conciencia:** se centra en la reflexión, en un proceso interno y mental de sensibilizarse respecto al mundo, de lograr una identificación social, de posibilitar la participación de todos los actores involucrados en el fortalecimiento de las acciones.

**La Comunicación:** se configura como aspecto de intercambio de saberes o de información. En él, se aprende a escuchar y a reconocer los pensamientos y las ideas de los demás, con respeto y solidaridad.

Hemos considerado, pues, tres etapas que servirán como guía una clara que orientará la estructuración de la sistematización de esta experiencia pedagógica:

**ETAPA 1:** en esta etapa de la sistematización se realizó la selección de las actividades que se realizan en la salida de campo, considerando que los criterios de selección están orientados a las practicas donde se aplique las relaciones trigonométricas, la ley de senos y cosenos, estas actividades se encuentran descritas en los cuadernos de los estudiantes, por lo tanto dentro de esta etapa se seleccionaron dos cuadernos para poder caracterizar las actividades. Finalmente se espera cerrar esta etapa con la elección de los elementos teóricos, que nos permiten fundamentar la sistematización de la experiencia.

**ETAPA 2:** en esta segunda etapa se espera realizar el proceso de caracterización de las experiencias a partir de las actividades que se eligieron en la etapa uno, también se realizará la aproximación conceptual de los elementos teóricos que se están sistematizando, para lo cual se consideraran como soportes algunos referentes didácticos, históricos, curriculares y matemáticos, etc.

**ETAPA 3:** Finalmente en la última etapa se espera realizar la escritura del documento final, considerando las reflexiones y análisis de las caracterizaciones, realizadas en la etapa 2, donde esperamos dar cuenta de la experiencia que han tenido los estudiantes y mi experiencia propia como docente.

### **1.6.2 Breve acercamiento histórico a la caracterización de los conceptos trabajados en la sistematización**

Para abordar la historia de las matemáticas debemos aseverar, en el decir de Ortega (1993), que el devenir de este campo del saber se divide en periodos o fases en un sentido distinto al de otros saberes pues, mientras en éstos se reconocen distintos momentos, diferencias o

posturas que se oponen o invalidan, en las matemáticas los avances o nuevos teoremas no niegan los anteriormente propuestos, sino que los complementan o continúan.

También es menester aclarar que las matemáticas se desarrollan de forma aislada a los otros factores de época o de lugar en los que se ven involucrados. Como lo dice Ortega (1993) en lo referente al profesional en matemáticas: *“No tiene que tomar partido por alguna versión de los hechos, como el historiador, ni tiene que apreciar las tendencias de las épocas, como el literato, ni siquiera tener que vérselas con la realidad física, como el geógrafo. Tampoco necesita aprenderse otras lenguas, porque una demostración puede ser comprendida por cualquier otro colega mientras esté escrito con las notaciones convencionalmente aceptadas.”* (p.3).

La Matemática ha tenido un desarrollo paralelo con la evolución o desarrollo del ser humano, ha estado presente (de una u otra forma) en la vida o devenir de cada asentamiento o comunidad en la historia del mundo. Probablemente no se tratasen de estructuras o teorías complejas, sino que estaban relacionadas con situaciones que necesitaban una resolución lógica o un sentido. Y de acuerdo a su grado evolutivo o a su entorno, las distintas civilizaciones adoptaban conceptos de otras, creaban los suyos propios, etc., con el fin de dar sentido a sus posturas y pensamiento. Por ejemplo, mientras los chinos comprendían los números negativos y los consideraban en sus operaciones, los griegos no.

No obstante los descubrimientos y aportes de estas dos civilizaciones, fueron los babilonios quienes crearon el documento matemático más antiguo del que se tiene noción. Se configuraron sobre tablas hechas en arcilla utilizadas para realizar cuentas o para impartir instrucción.

El origen de la trigonometría puede verse remontado a Babilonia y Egipto unos 3.000 años antes de la era cristiana. Los habitantes de éste último fueron los pioneros en establecer las

medidas de los ángulos en grados, minutos y segundos, y en trabajar con razones entre los lados de triángulos semejantes, sin formularlos de manera explícita.

Tuvieron que pasar varios siglos para que los conocimientos producidos en Oriente fuesen trasladados a Occidente, específicamente a Grecia. Esto porque la cultura griega dio mayor importancia a la construcción de su estructura literaria que a la matemática. Parte del cambio que permitió estudiar a fondo las matemáticas fue debido a las migraciones debido a las guerras. En Grecia, pues, se consolidan estos conocimientos para, después de la ocupación romana, ser llevados al resto del hemisferio de Occidente. Se da en estos momentos un importante paso de lo práctico a lo teórico; es decir, a lo racional, apareciendo así el concepto de axioma o teorema. El pensamiento fue entonces, un poco más lógico o deductivo y, al menos eso evidencia la historia, las matemáticas eran un fin en para sí mismas, sin importar para qué se utilizaban. Es decir, parecía estar investida entonces de cierto disfrute o atractivo en sí; casi al nivel de un arte o un oficio artístico. En ese entonces comienza a hablarse directamente de trigonometría.

Otra razón para que la matemática se fortaleciera en Grecia fue debido a las escuelas o centros de enseñanza. Por ejemplo, la Escuela Jónica, creada por Tales de Mileto (580 a.C.), y la Escuela Pitagórica, creada por Pitágoras (550 a.C.) Aunque de sus obras y logros no queden documentos escritos a los cuales considerar fidedignos, se les debe la estructuración de la Matemática y de la Geometría. Algunas otras escuelas fueron la Academia de Atenas, fundada por Platón, y “El Liceo”, fundada por Aristóteles. Sin embargo, no todos los matemáticos se sentían identificados con las distintas escuelas, tales los casos de Demócrito (415 a.C.), Apolonio y Arquímedes (225 a.C.).

De acuerdo con Kline, el nacimiento de la trigonometría es atribuido a Hiparco, Menelao y Ptolomeo y esta creación fue motivada por el deseo de construir una astronomía cuantitativa que lograra predecir las trayectorias y posiciones de los cuerpos celestes y para ayudar a medir el tiempo, el cálculo del calendario, la navegación y la geografía.

La trigonometría se fue formando con los aportes de varios pensadores de distintas naciones; desde los astrónomos de Babilonia hasta los matemáticos Griegos, con sus distintos avances y cálculos, como el del tamaño de la tierra o las distancias entre astros. Según parece, a mediados del siglo II a.C. fue desarrollada la primera tabla trigonométrica por Hiparco de Nicea, quien es reconocido como “el padre de la astronomía”.

*“El método de Hiparco de aproximarse a la trigonometría es el siguiente: la circunferencia de un círculo de 360°, tal como hizo por primera vez Hysicles de Alenjandría (sobre 150.a. C.) en su libro sobre la salida de los Astros y por los babilonios de los últimos siglos antes de Jesucristo, y un diámetro se divide en 120 partes. Cada parte de la circunferencia y del diámetro se divide a su vez en 60 partes y cada una de ellas en otras 60, conforme al sistema babilónico de fracciones sexagesimales.” (Kline, 1999. p.167).*

En la Edad Moderna se concibieron otras tablas trigonométricas muy similares a las vistas en la Antigüedad. Georg Rheticus, por ejemplo, descartó el tratamiento tradicional de la trigonometría respecto de un arco de circunferencia y se centró directamente en los lados de un triángulo rectángulo.

## CAPÍTULO 2

### 2. APROXIMACIÓN CONCEPTUAL

Este capítulo trata de abordar lo fundamental de la parte histórica de la trigonometría, esencialmente en los conceptos de la misma, trabajados dentro de la sistematización de las experiencias, como son: el significado de las seis relaciones trigonométricas de un triángulo rectángulo, ley de senos y la ley de cosenos y la aplicación de éstas leyes en distintos campos, como la topografía, ingeniería, navegación.

#### 2.1. Algunos fundamentos matemáticos con respecto a las Relaciones Trigonómicas

De acuerdo con Swokowski (2011), “las funciones trigonométricas históricamente se originaron como razones entre los lados de un triángulo rectángulo”. (p. 378) De acuerdo con lo anterior tenemos que: Dado un triángulo rectángulo, con la hipotenusa de longitud  $c$ , y catetos de longitudes  $a$  y  $b$ , uno de los ángulos distintos al ángulo recto, es el ángulo agudo  $\Theta$ , es decir,  $0^\circ < \theta < 90^\circ$ , medido en grados y  $0 < \theta < \pi/2$ , medido en radianes, y formando un triángulo rectángulo con este ángulo y usando los tres lados del mismo, se pueden formar justo seis razones:  $b/c, a/c, b/a, c/b, c/a, a/b$

Las razones escritas anteriormente, sólo dependen del tamaño del ángulo  $\Theta$  y no del triángulo rectángulo formado. Cualquier par de triángulos rectángulos formados usando el ángulo  $\Theta$  serán semejantes, por lo tanto, las razones correspondientes serán iguales; como resultado tenemos:

$$b/c = b'/c'; a/c = a'/c'; b/a = b'/a'; c/b = c'/b'; c/a = c'/a'; a/b = a'/b'$$

Donde  $a', b', c'$ , son lados proporcionales a los lados  $a, b, c$ , para los triángulos rectángulos semejantes.



Como las razones sólo dependen del ángulo  $\theta$  y no del triángulo en sí, a cada relación se le da un nombre que involucra a  $\theta$ : seno de  $\theta$ , coseno de  $\theta$ , tangente de  $\theta$ , cosecante de  $\theta$ , secante de  $\theta$ , y cotangente de  $\theta$ . Así estas seis relaciones trigonométricas de un triángulo rectángulo se definen así:

$$\text{seno } \theta = \text{cateto opuesto/hipotenusa} = b/c$$

$$\text{coseno } \theta = \text{cateto adyacente/hipotenusa} = a/c$$

$$\text{tangente } \theta = \text{cateto opuesto/cateto adyacente} = b/a$$

$$\text{cotangente } \theta = \text{cateto adyacente/cateto opuesto} = a/b$$

$$\text{secante } \theta = \text{hipotenusa/cateto adyacente} = c/a$$

$$\text{cosecante } \theta = \text{hipotenusa/cateto opuesto} = c/b$$

Las anteriores seis relaciones trigonométricas son fundamentalmente utilizadas para resolver triángulos rectángulos, o para resolver distintas situaciones de otras disciplinas, donde geoméricamente se pueda construir un triángulo rectángulo como por ejemplo:

- ✓ En Topografía se puede determinar la altura de un edificio, teniendo la base y el ángulo. Por ejemplo, la torre de Pisa, fue construida sobre una base de arena poco consistente; debido a ello ésta se aparta cada vez más de su vertical. Originalmente tenía una altura de 54,6m, aproximadamente. En 1990 un observador situado a 46 m del centro de la base de la torre, determinó un ángulo de elevación de  $54^\circ$  a la punta de la torre.
- ✓ En Óptica, en las dispersiones en prisma o cuando un rayo de luz atraviesa una placa de cierto material. En la Aviación, si dos aviones parten de una base aérea a la misma velocidad formando un ángulo y siguiendo en trayectorias rectas, se puede determinar la distancia que se encuentran entre los mismos. El capitán de un barco puede determinar el rumbo equivocado del barco, siempre en línea recta, ordenando modificar el rumbo en grados para dirigirse directamente al punto destino correcto.

Las seis relaciones trigonométricas como se nombró anteriormente sólo nos sirven para resolver triángulos rectángulos o situaciones de otras disciplinas donde se pueda construir un triángulo rectángulo, sin embargo si se tiene otra clase de triángulos como los triángulos oblicuos que son aquellos donde no tienen un ángulo recto éstas seis relaciones no pueden ser utilizadas, es aquí donde hay dos leyes en la trigonometría esenciales que son la ley del seno y del coseno que permiten resolver una determinada situación matemática o de otro contexto relacionada con triángulos oblicuos.

### ***2.1.1. Ley de seno***

De acuerdo con Swokowski (2011), La ley de senos trata fundamentalmente que la razón en todo triángulo oblicuo entre el seno de un ángulo y el lado opuesto a ese ángulo es igual a la razón entre el seno del otro ángulo y el lado opuesto a ese ángulo. Esta ley se usa para encontrar los valores restantes de un triángulo oblicuo, cuando conocemos: dos lados y un ángulo opuesto a uno de ellos, llamado criterio (LLA) y cuando conocemos dos ángulos y cualquier lado llamado criterio (AAL o ALA). Matemáticamente: escribimos la ley de senos así:

$\text{sen}A/a = \text{sen}B/b = \text{sen}C/c$ , donde  $a, b, c$  simbolizan la longitud de cada lado, y A, B, C, simboliza los ángulos opuestos a cada lado.

### ***2.1.2. Ley de cosenos***

La ley de senos no se puede aplicar directamente para hallar las partes restantes de un triángulo oblicuo o en el caso de resolver un problema en el que pueda ser solucionado por medio de la representación de un triángulo cuando se da cualquiera de los siguientes criterios:

- Conocidos dos lados y el ángulo entre ellos (LAL)
- Cuando se conocen los tres lados (LLL)

Para estos casos podemos aplicar la ley de cosenos, que de acuerdo con Swokowski (2011) dice que “*el cuadrado de la longitud de cualquier lado de un triángulo es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos lados, menos el doble producto de las*

*longitudes de los otros dos lados y el coseno del ángulo entre ellos*". En este sentido tenemos que la ley de cosenos se simboliza así:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ca\cos B$$

$$c^2 = b^2 + a^2 - 2ab\cos C$$

Donde  $a, b, c$ , representan las longitudes de un triángulo oblicuo y A, B, C los ángulos opuestos respectivamente a cada uno de los lados.

## **2.2. Algunos conceptos básicos desde los estándares que permiten sustentar la salida pedagógica**

La salida pedagógica se justifica en la medida que ella también se soporta desde los estándares y lineamientos curriculares, para lo cual destacamos los siguientes:

### **2.2.1 Pensamiento métrico y sistema de medida**



*Ilustración 1 Trabajo de mediciones*

Los conceptos y procedimientos propios de este pensamiento, hacen referencia a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones. Las Ilustraciones 1, 2 y 3 muestran varios grupos de estudiantes en el proceso de medición. En este pensamiento dentro de la salida se busca poder adquirir la siguiente competencia:

- Seleccione y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados.

### ***2.2.2 Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos***

Como su nombre lo indica, este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos.



*Ilustración 2 Trabajo de mediciones*



*Ilustración 3 Trabajo de mediciones*

Este pensamiento cumple un papel preponderante en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana, las ciencias naturales, sociales y las matemáticas mismas. Dentro de la salida pedagógica, en este pensamiento se espera agudizar la siguiente competencia:

- Modelo situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas, e interpreto y utilizo sus derivadas.

### ***2.2.3 Pensamiento espacial y sistemas geométricos***

El pensamiento espacial, entendido como el conjunto de los procesos cognitivos, mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales. Dentro de este pensamiento en la salida pedagógica se espera desarrollar las siguientes competencias:

- Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias.

- Describo y modelo fenómenos periódicos del mundo real, usando relaciones y funciones trigonométricas.

Cabe resaltar que probablemente hay más elementos que nos permitan desde los estándares soportar las actividades realizadas en la salida de campo, en la medida que iniciemos el proceso de sistematización de la experiencia intentaremos identificar y dar cuenta de estos elementos. Las Ilustraciones 4 y 5 muestran el trabajo de análisis y cálculo de varios grupos de estudiantes.



*Ilustración 4 Trabajo de análisis*



*Ilustración 5 Trabajo de análisis*

## CAPÍTULO 3

### 3 CONTEXTUALIZACIÓN DE LA EXPERIENCIA PEDAGÓGICA

En este tercer capítulo se realizará una descripción de las prácticas que se hicieron con el grado décimo del colegio Luis Horacio Gómez de la ciudad de Cali, basadas en la salida pedagógica concerniente a la aplicación de la trigonometría en diferentes disciplinas.

El objetivo fundamental de esta práctica es que los estudiantes del grado décimo tengan un encuentro vivencial, alrededor del conocimiento, con diferentes disciplinas como lo son: la topografía, ingeniería, la misma solución de una situación en particular, entre otras. En cada uno de los ejercicios que conforman esta experiencia se pone de manifiesto el pensar, aplicándose principios, reglas, leyes, teoremas y procesos matemáticos que facilitan entender la lógica y la razón del hacer de las mediciones y su aplicabilidad en el mundo práctico.

Uno de los principios fundamentales de la pedagogía Waldorf son las salidas pedagógicas, puesto que en una escuela Waldorf “se aprende haciendo”; ya que es fundamental que el niño, joven pueda visualizar y corroborar lo que el maestro dice de manera pictórica- desarrollar las competencias que son inherentes del ser humano aprender haciendo.

Otro eje fundamental que se trabaja dentro del currículo en las escuelas Waldorf es que cada uno de los contenidos son aprehendidos desde tres aspectos: desde el pensar, el sentir y el hacer; por esta razón en la enseñanza de la trigonometría responde a la necesidad del joven para acercarse a los conocimientos desde lo práctico, logrando una mejor comprensión y dándose la oportunidad de responderse para qué sirve la trigonometría, ya que ésta es una pregunta que generalmente realizan los estudiantes y no encuentran una respuesta concreta.

Desde el estudio antropológico del ser humano, las salidas pedagógicas en las escuelas Waldorf permiten que las personalidades se individualicen a través de las diferentes experiencias vividas por cada uno de los alumnos; además de ser espacios en donde los estudiantes tienen encuentros en diferentes ámbitos, tales como: lo social entre los jóvenes, lo social entre los jóvenes y los adultos, el trabajo en equipo, entre otros.

Esta salida pedagógica es una de las vivencias que tiene implementada el Colegio Luis Horacio Gómez, ubicado en la ciudad de Cali, en sector de Pance; institución educativa que trabaja con los lineamientos de la pedagogía Waldorf. Esta institución funciona hace 37 años, en los tres niveles educativos: preescolar, primaria y secundaria, actualmente cuenta con 480 alumnos matriculados y cada curso en los niveles de primaria y secundaria oscila entre 25 y 35 alumnos y el preescolar cuenta con grupos máximo de 22 niños; en particular el grado 10, cuenta actualmente con 34 alumnos.

### **3.1. Historia Institucional**

En esta sección se describirá brevemente los aspectos principales o de mayor interés de la institución que sirvió como marco para esta experiencia pedagógica. Otros puntos de interés serán explicitados en una sección posterior, que busca contextualizar la experiencia como tal.



*Ilustración 6 Fotografía del Colegio Waldorf Luis Horacio Gómez*



El colegio inició actividades el 12 de septiembre de 1977 con el apoyo económico del señor Luis Horacio Gómez y de la fundación que lleva su mismo nombre. Para su funcionamiento se alquiló una casa en el barrio Los Libertadores. El colegio empezó con dos jardines de infancia de 15 niños cada uno. Los materiales pedagógicos-juguetería fueron elaborados por el maestro Walter Liebenthal, especialista en este campo y maestro de Euritmia. Entre los maestros fundadores de las escuelas se cuentan: Carmenza Baena, actual maestra del preescolar, Susana Rubio, Tomasa Rivas. En 1979 la sede del colegio fue trasladada al barrio Santa Anita.

### **3.2. Filosofía Institucional**

Dentro de la pedagogía Waldorf se considera la estructuración de un currículo que abarque los contenidos de forma coherente, que esté destinado a atender de forma eficiente y oportuna las necesidades específicas dentro del desarrollo del ser humano. Para la filosofía Waldorf, estas necesidades abarcan desde lo físico (externo) hasta lo anímico (emocional y espiritual) en el ser interno especial.

En este sentido, al niño le llegan los contenidos de las diferentes áreas, orientados a propiciar el fomento de las capacidades que van aflorando en cada edad: Imitación, imaginación y fantasía en la edad preescolar y primeros grados de la primaria; memoria, capacidad de juicio propio y pensamiento lógico en los años posteriores.

Tomar estas capacidades y cuidarlas, propiciando su desarrollo, requiere también unas exigencias para el adulto-educador, padre maestro, pues ha de ejercer esta tarea fundamental, desde su propia coherencia y trabajo interior.

#### ***3.2.1 División de edades del individuo. Septenios***

Desde el nacimiento hasta los siete años de vida. Se considera que en esta etapa niñas y niños absorben cualquier cosa o conocimiento que sucede a su alrededor porque se considera un órgano sensorio; en otras palabras, el aprende el mundo de forma física o por

medio de la experiencia sensorial, no a través del intelecto. De esta forma, el proceso educativo se realiza de manera muy natural, siempre unido con su entorno: el estudiante todo lo lleva a su ser interior. Rudolf Steiner llegó a la conclusión de entender que el ser humano aprende con las mismas fuerzas vitales con las que llega a construir o a edificar su cuerpo físico.

La pedagogía Waldorf no trabaja desde una intelectualización temprana o prematura; sino que se estructura rítmicamente unas actividades que contribuyen a fortalecer el desarrollo de su capacidad de voluntad. Estas actividades son artísticas, manuales y hogareñas.

La concepción del colegio frente a los niños en la etapa considerada como primera infancia es la de la aparición del pensamiento imaginativo y creativo. Estas cualidades de pensamiento se desarrollarán plenamente a través del juego y de las actividades de lúdica, las cuales tendrán un aumento.

Como institución se cree firmemente que de la implementación correcta, temprana y oportuna del juego depende el buen desarrollo de la personalidad que conllevará a la conformación del adulto futuro: el juego, es el «trabajo» del niño. Favorecer esta etapa de juego del niño es, para el colegio, la meta más importante, por eso también, nuestros materiales han de ser los juguetes más sencillos y estéticos. No se trata de brindar objetos demasiado llamativos o que distraigan la atención de los niños y niñas, sino alejarlos de todo aquello que los sobrecargue y lleve su concentración a otro aspecto.

El segundo septenio, es decir entre siete y catorce años, corresponde a la primaria. En esta etapa se le da gran importancia y detalle a las imágenes, puesto creemos que la conciencia del estudiante es todavía pictórica: es vital que el maestro traduzca los conocimientos en imágenes. La palabra del maestro plena de imágenes cultiva el pensamiento creativo y llega directamente al corazón del niño que anhela lo bello en este período. Durante la primaria el mismo maestro tutor acompaña al niño durante la llamada clase principal y algunas otras

actividades. Esto genera gran estabilidad y confianza tanto en el grupo de niños como en los padres.

El tercer septenio corresponde a la época del bachillerato. En esta etapa los conocimientos y su transmisión responden a un orden intelectual, ya que estos conocimientos pueden descansar en un fundamento más sólido por el desarrollo orgánico y anímico del joven. Los estudiantes se encuentran en búsqueda de la verdad, por esto debe desarrollar su capacidad de juicio. Ahora necesita el rigor científico en todos los contenidos pero con un enfoque capaz de unir esos conocimientos a lo humano.

El desarrollo del juicio, es la tarea fundamental de esta etapa del ser humano. Alrededor de los catorce años, sucede en el adolescente un evento esencial que lo lleva a vincularse con el mundo exterior: El despertar sexual. Hasta ese momento, su vida anímica transcurría en el espacio del hogar y del colegio, de cierta manera, brindando cobijo y protección del mundo exterior, pero a los catorce años, los seres humanos experimentamos una nueva sensación que nos lleva a vincularnos con el mundo. Por esto, es de vital importancia que este despertar sea de una forma bella y armónica, con el propósito de que se suscite en el alma un interés real por los acontecimientos del mundo y un deseo profundo de transformar su alrededor y su propia vida. El interés será entonces la tarea fundamental de la educación y la base de la formación del juicio individual.

En el grado Noveno, cuando los jóvenes tienen entre 14 y 15 años, cada una de las áreas del conocimiento propende el desarrollo del juicio práctico. Ese nuevo mundo recién descubierto para el joven, se le presenta de tal manera que puede explorarlo, vivirlo, experimentarlo fomentando así el interés por el conocimiento y el saber. De esta manera se fortalece el juicio práctico.

En el Grado Décimo, el ser humano ya vive en este mundo recién descubierto, pero debe aprender y aceptar que es un mundo con normas que lo contienen y reglas que permiten una vida social armónica. El juicio que se desarrolla entonces en esta edad es el juicio teórico. Las diferentes áreas del conocimiento procuran entonces, presentar las leyes y normas que viven también en el saber. La salida pedagógica que fundamenta este trabajo, sucede precisamente en este grado, puesto que se aplican las leyes trigonométricas a un hecho práctico y vivencial, entregando entonces, al alma del joven una experiencia imborrable para su propia construcción de la vida.

El Grado Undécimo tiene como propósito fortalecer el juicio social. La puesta en comunidad. El ser humano vive en el mundo susceptible de transformaciones, inmerso en normas y leyes que le dan orden y armonía, pero vive con y para otros. El sentido del yo ajeno, permite al joven entender que su tarea fundamental en esta sociedad implica una responsabilidad con su propia vida y con la de los demás. El servicio social y la práctica laboral contribuyen a llevar estas vivencias al desarrollo humano.

Por último, en el grado Duodécimo, cuando el joven cuenta con dieciocho años, se inicia el camino hacia a individualidad. En este grado, el proceso de formación implica que los jóvenes vayan en búsqueda de su propio destino, de su propia vida. Siempre desde la certeza que pertenece a una sociedad que le requiere para ser transformada por las nuevas generaciones. En este año, el joven se apropia de su cultura, de su entorno, se sumerge en las tradiciones e historia del país para poder conocerla y entenderla, conociendo y entendiendo así también la propia historia de su vida. El proceso escolar termina con un proyecto de grado, que se desarrolla durante un año y en el que el joven puede encontrar una respuesta a una pregunta que le suscita profundo interés y que responde no sólo para él sino de una manera social, poniéndola en común con otros.

### **3.3. Misión Institucional**

La misión del Colegio Luis Horacio Gómez, es formar seres integrales, es decir seres autónomos y libres, portadores de valores morales, con pensamientos creativos y objetivos; busca lograr que los educandos, sean seres activos a partir de sí mismos, comprometidos con su tiempo y con el medio social donde se desarrollan, de modo que posean las capacidades para comprender y transformar la comunidad donde vivan y puedan contribuir al desarrollo de un mejor orden social.

A partir del segundo año cada grupo de la institución tiene una salida pedagógica que está fundamentada de acuerdo a la pedagogía del colegio; en el grado decimo, la salida pedagógica correspondiente es establecida en la aplicación de la trigonometría en diferentes contextos de la vida cotidiana, en esta salida participan los estudiantes, junto con su profesor director de curso, dos maestros de matemáticas y cuatro ingenieros topográficos egresados de la Universidad del Valle.

### **3.4. Concepción del Área de Matemáticas**

Por otro lado, podemos decir que desde tiempos antiguos la matemática ha sido considerada como una de las áreas fundamentales en la Educación, pero también hay que considerar que es una de las áreas donde los estudiantes presentan dificultades en su aprendizaje; tal vez por ser un área de carácter abstracto, de análisis, razonamiento lógico, entre otras, o simplemente porque se ha enseñado mediante métodos tradicionales donde se debe aprender un conjunto de reglas y procesos memorísticos para resolver ejercicios de forma monótona, sin ningún sentido ni utilidad para los estudiantes.

En este sentido es que resaltamos la pertinencia de las salidas de campo bien orientadas como una estrategia que contribuye a la construcción de algunos conocimientos específicos. Además de la aplicación adecuada del conocimiento matemático en relación con las actividades prácticas en un entorno específico; por lo cual se desea con la sistematización

de estas prácticas, poder mostrar que el aprendizaje de las matemáticas no solamente está ligado a ejercicios de abstracción, rigor y precisión.

La trigonometría es una de las ramas de las matemáticas que no es la excepción a esta problemática, además de ser un amplio campo de razonamiento, donde a los estudiantes se les dificulta la comprensión de nuevas relaciones y contenidos matemáticos. Surgen dificultades que se presenta en el aprendizaje de contenidos matemáticos en el área de trigonometría, que nos llevan a investigar los siguientes interrogantes. ¿Cuál es la interpretación de los estudiantes sobre los conceptos de trigonometría? ¿Qué aspectos deben considerarse en la enseñanza y aprendizaje de la trigonometría? ¿Qué contenidos previos debe tener el estudiante antes de iniciar este curso? ¿Qué tipo de actividades son propicias para la enseñanza y aprendizaje de trigonometría?

### **3.5. Fundamentos de las matemáticas en la secundaria del colegio Luis Horacio Gómez**

El objetivo de las matemáticas en secundaria, en el colegio Luis Horacio Gómez es la solución de problemas, donde la matemática escolar parte de dos bases: la fantasía (inducción) en el estado inicial y deducción lógica en el estado posterior de la actividad matemática. Así, el objetivo más importante va a ser el de desarrollar la capacidad de pensamiento de los alumnos por medio de un amplio margen que abarca desde la adivinanza hasta la deducción lógica y darles confianza en sí mismos, confianza en el propio pensar.

Otro objetivo justificado es el de capacitar al alumno para aplicar métodos de cálculo en el quehacer diario y proporcionarles los conocimientos esenciales para el perfeccionamiento después de la escuela. Con lo anterior a los alumnos se les permite ejercitar la capacidad de adivinar, de probar, de variar al investigar y aplicar una teoría.

La matemática puede llegar a adquirir un significado existencial para el alumno, en este momento de la evolución, por medio de la práctica más intensa de solución de problemas creativos. Se les brinda la posibilidad de observar a su propia forma de razonamiento de maneras distintas:

- Buscando puntos de partida
- Eligiendo ejemplos o un ejemplo opuesto
- Realizando investigaciones sistemáticas
- Demostrando resultados
- Aprendiendo a analizar y a juzgar condiciones e hipótesis

Justamente en la matemática puede demostrarse el aspecto artístico educativo de la pedagogía Waldorf. El plan de estudios (currículo) indica los objetivos y contenidos, pero cómo se da la clase depende de los conocimientos previos de los alumnos y de las preguntas que formulan. La alegría más grande es la satisfacción con respecto a los resultados que en principio habrán imaginado o adivinado y que luego puedan comprobar, ya que el pensar es una expresión esencial de nuestra actividad del yo, la ejercitación matemática puede dar al alumno posibilidades muy especiales de evolucionar interiormente y de lograr un conocimiento deductivo de sí mismo.

### **3.6. Posición del colegio frente a las salidas pedagógicas**

Para este aspecto se considera pertinente transcribir lo que la misma institución cree sobre las salidas pedagógicas. En la institución educativa se da relevancia a las salidas pedagógicas, como vivencias de lo aprendido dentro de las áreas del conocimiento y como oportunidades para adquirir nuevas y enriquecedoras experiencias.

Las salidas pedagógicas son herramienta fundamental dentro de lo que constituye el círculo de la pedagogía Waldorf, para cada grado escolar. Ellas van dirigidas al logro de objetivos determinados con relación a lo que cada niño necesita en cada etapa escolar, tanto en lo cognitivo como en lo social, además aporta la vivencia necesaria para enriquecer la

experiencia del estudiante en los procesos del conocimiento en temas específicos, lo que hace de su aprendizaje algo más vivo y significativo.

Se trabaja con base en la confianza, que debe alimentarse a través de los procesos que año tras año, se vive con los grupos para cumplir con los ideales de la metodología. La Escuela es el lugar previo para la gran escuela, que es la vida misma, en ella se ha de aprender, como hemos de aprender para el resto de la vida.

### ***3.6.1. Caracterización de la salida de campo en trigonometría***

En grado 10° del colegio Luis Horacio Gómez, se tiene dentro del currículo la asignatura trigonometría, que es considerada como una parte de la “Tecnología y como ciencia de la vida”; donde los jóvenes de éste grado tienen la oportunidad de tener una salida pedagógica, que les permite tener diferentes experiencias relacionadas con los conocimientos de esta asignatura, donde uno de los objetivos fundamentales es que los alumnos vivencien cómo en matemática no se trata sólo de la comprensión de diferentes algoritmos, conceptos, relaciones, teoremas, entre otros; sino también tener la oportunidad de que ellos tengan su propia experiencia de que cada alumno cómo se pueden realizar cálculos exactos, y controlados, matemáticamente se trata aquí de cálculo logarítmico con proposiciones de seno y coseno y los procesos que se desprenden de ellas.

Los alumnos, a quienes les cuesta la comprensión de relaciones complicadas pueden lograr un nuevo acceso a las matemáticas con éste aspecto desde la misma vivencia. Por lo general a los jóvenes, a quienes no sólo les interesa la comprensión de relaciones, sino que también buscan experiencias concretas, puede apelar a sus fuerzas de inteligencia de la misma manera que hace uso de su voluntad física, y logra una independencia fundamentada concretamente.



### ***3.6.2 Condiciones de la salida pedagógica***

La mayor parte de las mediciones se realizan en grupo. Hay que ponerse de acuerdo sobre la distribución de los trabajos. Teniendo diversas mediciones se da lugar a un enlace espacial. El alumno individual debe tener en cuenta el desarrollo de la totalidad para no perder su conexión, así como también en el estudiante se afina la capacidad de percepción y de abstracción.

El concepto de precisión es ampliado con la construcción de las diferentes figuras a distintas escalas de las prácticas realizadas, además de los distintos cálculos.



*Ilustración 7 Trabajo de mediciones*

Aquí también pueden aclararse las preguntas con respecto a la generación de errores y su complementación elemental y visible. La práctica tiene una estructura individual y puntos principales de mediación de acuerdo con el lugar y dadas las posibilidades de la escuela Waldorf. Su duración es de una semana. Se prepara la práctica en clases previas.

### ***3.6.3 Enfoque y objetivos de la salida pedagógica***

Los pasos esenciales del trabajo de trigonometría en el terreno hasta el dibujo del mapa se realizan de manera vivencial y práctica. El alumno adquiere un concepto de cómo se elabora un mapa con instrumentos diarios y qué importancia tiene la medición como base de planeamiento de construcciones. Las mediciones exigen del alumno que se subordine a las exigencias objetivas del trabajo, método e instrumentos de medición. Su prolijidad, paciencia y propia evaluación crítica son fomentadas. Va aprendiendo las causas de errores más diversas y adquiere un concepto práctico de la exactitud.

### ***3.6.4 Indicaciones generales para su implementación***

Los alumnos trabajan en grupos pequeños. Cada día comienza con una charla sobre el trabajo a realizar y finaliza con el intercambio mutuo de los informes diarios.



*Ilustración 8 Trabajo individual en el trabajo diario*

Cada grupo elabora un informe sobre sus trabajos y observaciones y todos los informes se resumen en un informe final. Durante una semana los jóvenes tienen la posibilidad de trabajar de la siguiente manera desde un enfoque científico bajo la asesoría de cuatro

topógrafos profesionales y con la ayuda de instrumentos de medición como: escalímetros, cintas, teodolitos análogos y digitales, se realizan diferentes tipos de mediciones para tener elementos que permitan hacer uso de la trigonometría como herramienta para realizar cálculos de elementos que no se pueden de medir directamente tal como el ancho de un lago, el alto de un árbol o en su defecto elaborar el plano de una casa o las curvas de nivel de un terreno irregular.



*Ilustración 9 Trabajo con los instrumentos de medición*

Esta labor inicialmente se ejecuta durante tres días intensivos días de trabajo a mañana y tarde y finalmente se les asigna un tiempo para que los estudiantes con los datos y material recolectado presenten un informe sobre la práctica.

### ***3.6.5 Integración de áreas***

Los jóvenes de grado 9° tienen un encuentro alrededor de Trigonometría en una salida pedagógica donde a través de vivencias en un trabajo Topográfico aplican conceptos, principios, leyes, teoremas de las matemáticas que son plasmados de forma algebraica o a

través de representaciones geométricas. Para este trabajo es necesario vincular varias asignaturas, entre estas están:

**LENGUA CASTELLANA.** El estudiante escribe acerca de las vivencias que posteriormente lo plasma en un trabajo con los diferentes elementos requeridos para la presentación de un texto escrito, tales como: Formas gramaticales, ortografía, normas Intec, símbolos y cálculos de acuerdo a cada una de las vivencias y prácticas de cada día.

**BIOLOGÍA Y ECOLOGÍA.** Crea condiciones por medio de un conocimiento previamente adquirido de la Biología y la Ecología para relacionarse con el entorno, se vincula con el espacio a través de la preparación de alimentos para generar los elementos indispensables que nutran el cuerpo y le brinden la energía suficiente para asumir las jornadas de trabajo.

**GEOGRAFÍA E HISTORIA.** Los alumnos identifican geográficamente la ubicación del corregimiento en el contexto del departamento y del país y la correlación que existe entre el modo de vida de este grupo humano con su idiosincrasia, su cultura, sus costumbre y su historia.

**GEOMETRÍA.** El estudiante recurre a los concepto básicos de esta asignatura tal como punto, línea superficie, espacio para ubicarse, tomar medidas y establecer leyes o principios con los temas planteados por la trigonometría que exigen cada una de las prácticas topográficas.

**EDUCACIÓN FÍSICA.** Para este caso los jóvenes realizan jornadas donde requieren desplazarse, utilizan sus relaciones de lateralidad y ejercitarse de tal forma que les permita desde la resistencia de su cuerpo asumir los esfuerzos que exigen cada una de las jornadas diarias, estas a su vez son complementadas por caminatas que los vinculan con el territorio donde se realizan las prácticas.

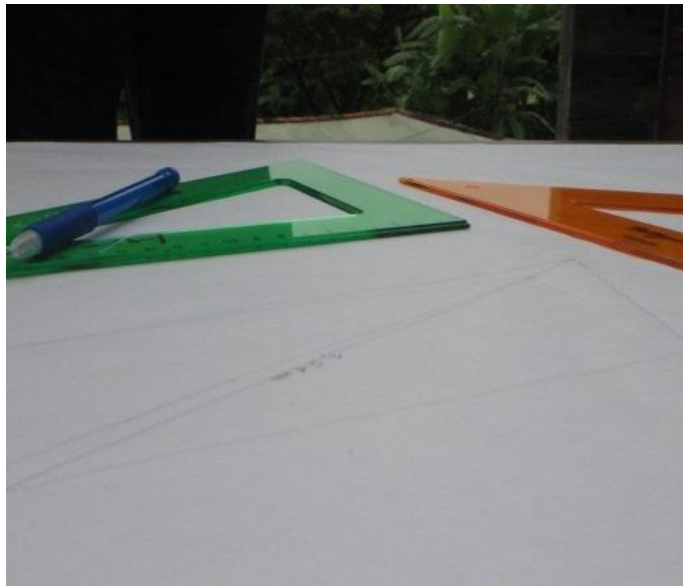
### ***3.6.6 Materiales de trabajo***

Dentro de los materiales de trabajo que se utilizan para realizar las diferentes experiencias en la salida pedagógica de trigonometría, no sólo están los distintos materiales, si no que

nos acompaña un grupo de ingenieros topográficos de la universidad del valle, quienes son los encargados fundamentalmente de dirigir las diferentes prácticas desde lo cognitivo con los alumnos; dos maestros del área de matemáticas, y el tutor del grupo.

Los materiales que utilizan los alumnos para desarrollar las diferentes preguntas de las experiencias son:

- Escuadra de 30° y 45° (30 cm)
- Transportador
- 1 lápiz HB
- 1 borrador
- 1 cuaderno
- Hojas de papel bond
- Bloc papel milimetrado
- Calculadora científica



*Ilustración 10 Materiales de trabajo*

Además de esos materiales, se utilizan para el desarrollo de las prácticas, los siguientes:

- Cintas métricas
- Teodolito o estación
- Nivel automático

- Mira
- Estacas
- Una plomada
- Un GPS

### **3.7 Características generales y objetivos de las experiencias realizadas en la salida pedagógica**

La salida pedagógica se realiza en el Km 18 en una finca de la zona, llamada “La paila de Lilia”; esta finca es un espacio escogido hace 9 años por las condiciones del lugar apropiadas para el desarrollo de las prácticas. Las prácticas que se realizan son:

#### ***3.7.1 Actividad 1: cálculo de pendientes y generación de curvas de nivel***

En esta práctica, el propósito fundamental es que el estudiante de décimo grado al llegar a un sitio determinado desde su percepción, pueda visualizar las condiciones del mismo terreno: (zonas planas, empinadas, zonas con mucha vegetación, entre otras). Haciendo esta práctica podrá comprobar matemáticamente qué tan inclinado es el terreno del cual se dio una primera impresión y así lograr internamente intuir lo que significa una pendiente con un ángulo dado desde la misma vivencia.

La práctica consiste fundamentalmente en encontrar la pendiente de un terreno determinado, por medio de las diferencias entre alturas verticales y horizontales entre puntos del mismo terreno. Los objetivos de ésta práctica son:

- Representar gráficamente las diferencias de altura en el terreno, utilizando los datos obtenidos en la práctica.
- Conocer la manera cómo se procede para encontrar la pendiente de un terreno y los instrumentos que se utilizan en el caso que se desee nivelar el terreno.
- Elaborar un gráfico a escala del terreno escogido.

### **3.7.2 Actividad 2: Determinación del ancho de un río**

Lo que se quiere mostrar en esta práctica es que el joven se puede encontrar en lugares donde existen obstáculos naturales (abismos, vegetación muy espesa, construcciones, otras,...) que impiden realizar mediciones directas; por tal motivo se hace necesario acudir a las relaciones trigonométricas, ley del seno y del coseno para lograr un objetivo determinado como en este caso la medición del ancho de un río.

Lo esencial de ésta práctica, como el nombre lo indica es poder determinar el ancho de un río por medio de la construcción de un triángulo oblicuo, se tienen los siguientes objetivos:

- Emplear la ley de senos o la ley de cosenos para encontrar los valores de los lados y ángulos del triángulo oblicuo que se construye para determinar el ancho del río.
- Lograr determinar el ancho de un río, dando solución a una figura geométrica establecida (triángulo preferiblemente), utilizando la ley del seno o del coseno.

### **3.7.3 Actividad 3: Dimensionamiento espacial y manejo de escalas**

El estudiante a través de esta práctica, logrará darse cuenta que una gran superficie puede ser representada tan pequeña como se quiera haciendo uso del manejo de escalas, manteniendo su forma; además este procedimiento de ampliar y reducir una superficie le permite comprender los principios básicos de la planimetría tan utilizados en la vida actual.

Esta experiencia trata esencialmente de poder representar una superficie plana, sin tener en cuenta su relieve en una proyección horizontal, por medio del manejo de escalas, los objetivos son:

- Utilizar los principios básicos de los levantamientos relacionados con la planimetría.
- Familiarizarse con la utilización de la escala gráfica y la escala métrica.
- Emplear la escala gráfica y escala métrica para la representación en el papel de la superficie.

#### ***3.7.4 Actividad 4: Triangulación con topografía óptica***

En esta práctica los estudiantes logran hacer una comparación de los resultados obtenidos en la práctica anterior (dimensionamiento espacial y manejo de escalas), en la que se utilizaron plomada y cinta métrica para realizar las mediciones correspondientes, y los resultados que se obtuvieron en esta práctica, donde utilizaron instrumentos topográficos más especializados para luego encontrar el área del terreno irregular escogido, en esta comparación el joven podrá verificar que sus procesos trigonométricos le permitan lograr los mismos resultados que le brindan los procedimientos en los que se utilizan instrumentos más especializados, esto le permite ganar seguridad en sus aprendizajes que están por encima de los equipos que se tengan en el momento.

En esta experiencia, el objetivo fue obtener el área de una superficie representada por medio de un polígono (triángulo), empleando la ley de senos y de cosenos; utilizando como instrumentos, la estación total (instrumento electro-óptico, utilizado en topografía para la determinación de distancias y ángulos) y la cinta métrica, los objetivos son:

- Emplear la ley de senos y cosenos para la obtención del área de un polígono.
- Realizar un levantamiento topográfico a una edificación o área construida realizando una triangulación.
- Emplear la corrección angular en un polígono determinado y utilizar la escala para la representación gráfica del mismo.
- Verificar los errores obtenidos entre los dos tipos de métodos empleados, el instrumental (Estación total) y la cinta métrica.

#### ***3.7.5 Actividad 5: Georeferenciación de cuadrantes con GPS***

En esta pedagogía uno de los objetivos fundamentales es preparar al estudiante y que se pueda relacionar con la tecnología, para comprender el mundo que le rodea y cómo el ser humano en su desarrollo cognitivo ha logrado inventar, y construir herramientas que le facilitan resolver distintas situaciones de la vida como el GPS.

El objetivo esencial de esta práctica, es encontrar el área de un terreno representado por medio de un polígono (cuadrilátero), empleando la ley de senos y cosenos, utilizando como



instrumento un GPS, (sistema de navegación, que permite determinar nuestra posición con coordenadas de latitud, longitud y altura), se presentan los siguientes objetivos:

- Conocer los fundamentos teóricos del GPS, su uso, sus posibles funciones en la vida cotidiana y aplicaciones en los estudios científicos de campo.
- Emplear la ley de senos y cosenos para la obtención del área de un polígono y la medición de ángulos con GPS.
- Aprender a trabajar con los datos obtenidos con el GPS, visualizar sobre mapas los recorridos realizados.

### **3.8. Descripción de las actividades que se tomaron para el proceso de sistematización**

Las actividades que se toman para el proceso de sistematización son:

- DETERMINACIÓN DEL ANCHO DE UN RIO
- GEOREFERENCIACIÓN DE CUADRANTES CON GPS

Las anteriores actividades fueron seleccionadas en el proceso de sistematización debido a varias razones, en primera instancia son las dos experiencias en las cuales los muchachos para dar solución a las preguntas de cada práctica emplean en su mayoría la ley de senos y cosenos, así como también la aplicación de las relaciones trigonométricas.

Por otro lado, estas dos experiencias les permiten visualizar de una mejor forma el reconocimiento de las seis relaciones trigonométricas, la ley de senos y cosenos a través de la aplicación de las mismas a situaciones de la vida real.

Además de lo anterior, estas experiencias les permiten a los alumnos lograr objetividad y claridad en el pensar, extraer conclusiones con lógica y causalidad, ser capaces de formar juicios de sentido común y a la vez permitir desarrollar más la capacidad para modelar distintas situaciones para responder a las necesidades prácticas que les rodean.

En la experiencia que los jóvenes tienen con la práctica de la “determinación del ancho de un río”; los estudiantes se trasladan del lugar de hospedaje hacia un río cercano de la zona, lo visualizan en primera instancia.

✓ **Actividad 1: DETERMINACIÓN DEL ANCHO DE UN RÍO**

Tal como se describió anteriormente, el objetivo de esta práctica era determinar el ancho de un río por medio de la construcción de un triángulo oblicuo aplicando la ley de *senos* y *cosenos*. La parte práctica de esta actividad tuvo una duración de dos horas. Luego de visitar el terreno, hacer observaciones y mediciones, los estudiantes debían responder un cuestionario (Ver Anexo 1) en el que debían dar cuenta de las diferentes observaciones.

A continuación se presenta el trabajo realizado por dos estudiantes relacionado con esta práctica. Las imágenes presentadas en seguida muestran los procedimientos llevados a cabo por cada una de ellas que responden al objetivo de ésta actividad.

Estudiante 1:

## Procedimiento

Se clavan 3 estacas en el terreno, formando un triángulo. Luego, se arma el equipo de tal modo que quede nivelado y centrado sobre un punto indicado en la primera estaca. Este será el vértice A del triángulo.

Hecho esto y cuidando que haya quedado bien ubicado se traslada al otro lado del lago.

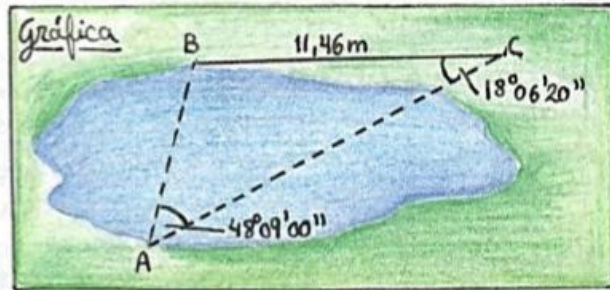
Una vez en el sitio, marcamos en el piso el vértice B del triángulo.

A continuación se procede de forma simultánea en ambos extremos del lago.

Mientras en el extremo del teodolito (vértice A) se mira en dirección al punto B, en el otro extremo se está proyectando el punto B con la utilización de la plomada. La plomada se usa en topografía para señalar precisamente un punto en el suelo, pero ésta no debe tocar el piso, ya que no sería precisa su proyección.

Cuando se señala el punto B, éste se toma como referencia con un ángulo de cero grados en el teodolito.

*Ilustración 11 Procedimiento empleado por la estudiante 1*

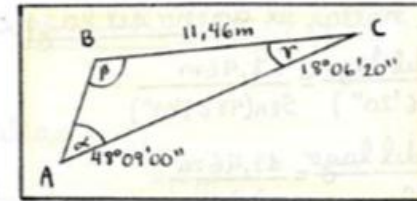


En seguida se traslada el equipo al punto C, repitiendo el proceso aplicado en el punto A para la medición del ángulo. Teniendo como referencia de ángulo cero el punto A y girando el teodolito hasta el punto B. Esta medición da un ángulo de  $18^{\circ}06'20''$ .

Longitud.

A continuación se toma la distancia entre B y C. Esta medida se toma ubicando el cero de la cinta métrica, en el punto de la estaca del vértice C. Después se lleva la cinta métrica al nivel del punto B. Esta medición da: 11,46 m, pero se debe tener cuidado para que la cinta métrica quede horizontal. Por ello se utiliza la plomada, señalando perpendicularmente el punto B. En caso contrario se estaría midiendo una distancia inclinada y eso no es lo que se está buscando.

Cálculos:



\* Para hallar el ángulo B:

$$\beta = 180^{\circ} - \alpha - \gamma$$

$$\beta = 180^{\circ} - 48^{\circ}09'00'' - 18^{\circ}06'20'' = 113^{\circ}44'40''$$

\* Para hallar la distancia entre A y B ( $\overline{AB}$ ):

$$\frac{11,46 \text{ m}}{\text{Sen}(48^{\circ}09'00'')} = \frac{\overline{AB}}{\text{Sen}(18^{\circ}06'20'')}$$

$$\frac{11,46 \text{ m}}{0,744} = \frac{\overline{AB}}{0,310}$$

$$15,40 \text{ m} = \frac{\overline{AB}}{0,310}$$

$$15,40 \text{ m} \cdot 0,310 = \overline{AB}$$

$$4,774 \text{ m} = \overline{AB} \checkmark$$

\* Para hallar la distancia entre A y C ( $\overline{AC}$ ):

$$\frac{11,46 \text{ m}}{0,744} = \frac{\overline{AC}}{\text{Sen}(113^{\circ}44'40'')}$$

$$\frac{11,46 \text{ m}}{0,744} = \frac{\overline{AC}}{0,915}$$

$$15,40 \text{ m} = \overline{AC} / 0,915 \checkmark$$

Ilustración 12 Cálculos Estudiante 1

$$15,40\text{m} \cdot 0,915 = \overline{AC}$$

$$14,091\text{m} = \overline{AC}$$

\* Para hallar el ancho del lago, con ley de senos:

$$\frac{\text{Ancho del lago}}{\text{Sen}(18^{\circ}06'20'')} = \frac{11,46\text{m}}{\text{Sen}(48^{\circ}09'00'')}$$

$$\frac{\text{Ancho del lago}}{0,310} = \frac{11,46\text{m}}{0,744}$$

$$\frac{\text{Ancho del lago}}{0,310} = \frac{11,46\text{m}}{0,744} = 15,40\text{m}$$

$$\text{Ancho del lago} = 15,40\text{m} \cdot 0,310$$

$$\text{Ancho del lago} = 4,774\text{m}$$

\* Para hallar el ancho del lago, con ley de cosenos:

$$\text{Ancho del lago}^2 = (11,46\text{m})^2 + (14,091\text{m})^2 - 2(11,46\text{m})(14,091\text{m}) \times \text{Cos}(18^{\circ}06'20'')$$

$$\text{Ancho del lago}^2 = 131,33\text{m}^2 + 198,55\text{m}^2 - 322,96\text{m} \times (0,95)$$

$$\text{Ancho del lago}^2 = 329,88\text{m}^2 - 306,81\text{m}^2$$

$$\text{Ancho del lago}^2 = 23,07\text{m}^2$$

$$\sqrt{\text{Ancho del lago}^2} = \sqrt{23,07\text{m}^2}$$

$$\text{Ancho del lago} = 4,8\text{m}$$

\* Para hallar el área del polígono

$$\frac{b \times h}{2} = \frac{14,091\text{m} \times h}{2} = \text{Área (A)}$$

Para hallar h

$$\frac{h}{\text{Sen}(48^{\circ}09'00'')} = \frac{4,8\text{m}}{\text{Sen}(90^{\circ})}$$

$$\frac{h}{0,74} = 4,8\text{m}$$

$$h = 4,8\text{m} \cdot 0,74$$

$$h = 3,55\text{m}$$

$$A = \frac{14,091\text{m} \times 3,55\text{m}}{2}$$

$$A = 25,011\text{m}^2$$

Ilustración 13 Cálculos estudiante 1

## Estudiante 2:

### Introducción:

En esta práctica se aplicó ley de seno y coseno como ayuda para determinar con mayor facilidad el ancho de un río; luego con los datos obtenidos se determinó el área del triángulo predeterminado y posteriormente se entró en el proceso de graficación.

### Procedimiento:

Se ubicó la mira del teodolito en el centro de una de las estacas que nos indicaba uno de los vértices del triángulo; se realizó este proceso en cada uno de los vértices que faltaban y posteriormente se midieron las distancias con una cinta métrica, exceptuando la distancia del ancho del río (que fue una de las preguntas a responder con el método de ley de seno y coseno). Finalmente con los datos obtenidos se realizó una cartera de campo con la cual se calculó el ancho del río y el área del triángulo predeterminado.

*Ilustración 14 Procedimiento empleado por la estudiante 2*

### Cartera de Campo.

EN	Hacia	Horizont.	Distancia	Observación
A	B	0-0-0		$x_1 = 1,58M$
	C	$47^{\circ}40'40''$	20,120M	
B	C	0-0-0	17,020M	
	A	$61^{\circ}10'30''$		
C	A	0-0-0		$x_2 = 3,010M$
	B	$71^{\circ}09'60''$		

Corrección angular.

Se realizó la sumatoria de todos los ángulos para verificar los cálculos.

$$47^{\circ}40'40'' + 61^{\circ}10'30'' + 71^{\circ}09'60'' = 180^{\circ}0'10''$$

Margen de error:  $10''$

Al obtener el margen de error, se dividió por la cantidad de ángulos sumados anteriormente (3).

$$10 \div 3 = 3,33$$

Se le restó este resultado (3,33) a cada uno de los ángulos anteriores, con lo cual se obtuvo lo siguiente:

$$\angle A = 47^{\circ}40'36,7''$$

$$\angle B = 61^{\circ}10'26,7''$$

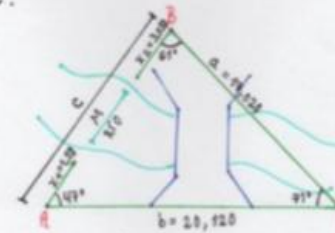
$$\angle C = 71^{\circ}8'56,7''$$

Solución del cuestionario.

1) Para lograr hallar el segmento 'M' (que representó el ancho del río) se aplicó la ley de seno en el ángulo del punto 'C' y, cuando ya se obtuvo el lado 'c' se le restó la sumatoria de los segmentos  $x_1$  y  $x_2$ .

También se utilizó el método de la ley de coseno, pero esta vez fue aplicado en el ángulo del punto 'B'; el cual al calcularlo se logró obtener el lado 'c' al cual posteriormente se le restó la sumatoria de los segmentos  $x_1$  y  $x_2$ .

2)



$$3) \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Ilustración 15 Procedimiento empleado por la estudiante 2

$$\frac{17.020 \text{ m}}{\text{sen}(47^{\circ}40'36,6'')} = \frac{c}{\text{sen}(71^{\circ}8'56,7'')}$$

$$c = \frac{17.020 \text{ m} (\text{sen}(71^{\circ}8'56,7''))}{\text{sen}(47^{\circ}40'36,6'')}$$

$$c = 21,78 \text{ m} \checkmark$$

$$\bullet X_2 + X_1 = ?$$

$$158 \text{ m} + 3,010 \text{ m} = 4,59 \text{ m}$$

$$\bullet 21,78 \text{ m} - 4,59 = \text{m}$$

$$17,19 \text{ m} = \text{m} \checkmark$$

17,19 m fue el primer valor que se obtuvo del ancho del río.

Luego se realizó ley de seno desde cab:

$$\frac{c}{\text{sen } C} = \frac{b}{\text{sen } B}$$

$$\frac{c}{\text{sen}(71^{\circ}8'56,7'')} = \frac{20,120}{\text{sen}(61^{\circ}10'26,6'')}$$

$$c = \frac{20,120 (\text{sen}(71^{\circ}8'56,7''))}{\text{sen}(61^{\circ}10'26,6'')}$$

$$c = 21,733 \text{ unidades} \text{ ?}$$

$$21,733 - 4,59 = c_2$$

$$\boxed{17,143 = c_2} \text{ unidades} \text{ ?}$$

17,143 fue el segundo valor que se obtuvo del ancho del río.

Después se calculó el promedio del ancho del río obtenido por medio de ley de seno de la siguiente

manera:

$$\frac{17,143 + 17,19}{2} = \text{m}$$

$$\boxed{17,16 = \text{m}} \text{ unidades} \text{ ?}$$

El promedio del ancho del río obtenido fue 17,16 m. (Por medio de la ley de seno)

4) Posteriormente por medio de ley de coseno se calculó el ancho de río.

$$c^2 = a^2 + b^2 - (2ab \cos C)$$

$$c^2 = 17,020^2 + 20,120^2 - 2(17,020)(20,120) \cos(71^{\circ}8'56,7'')$$

$$c^2 = 694,494 - 221,290$$

$$c^2 = 473,204$$

$$\sqrt{c^2} = \sqrt{473,204}$$

Ilustración 16 Cálculos estudiante 2



$$c = 21,75 \text{ M} \quad \checkmark$$

Posteriormente se le resta el resultado de la sumatoria  $x_1 y x_2$  (4,59) al resultado de 'c' obtenido por medio de ley de coseno (21,75 M) para así obtener el ancho del río.

$$21,75 \text{ M} - 4,59 \text{ M} = \text{M}$$

$$17,16 = \text{M} \quad \checkmark$$

El resultado del ancho del río obtenido por medio de ley de coseno fue 17,16 M.  $\checkmark$

A continuación se elaboró la diferencia entre los datos del ancho del río obtenidos por medio de ambos métodos (ley de seno y coseno), para calcular así el margen de error entre ambos métodos.

$$17,16 \text{ M} - 17,16 \text{ M} = 0,0 \text{ M} \quad \checkmark$$

No hubo margen de error, pues el resultado obtenido fue de 0,0 M.  $\checkmark$

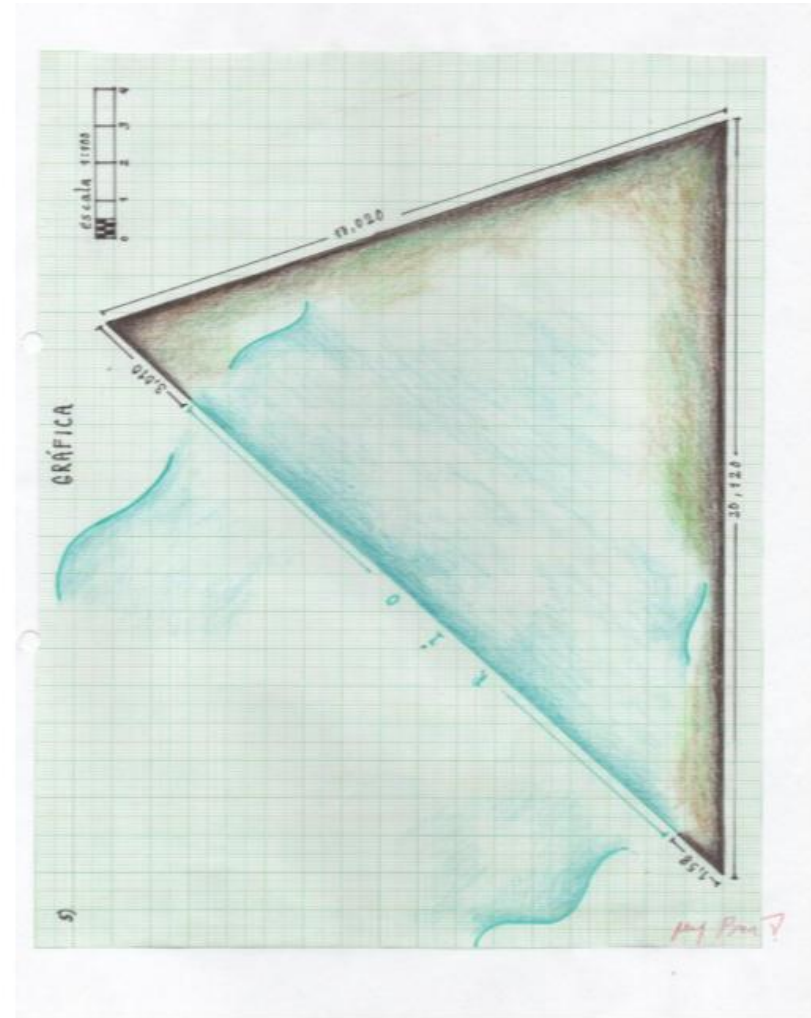
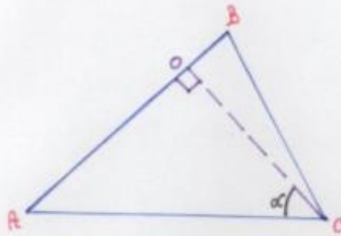


Ilustración 17 Resultados estudiante 2



$$\alpha = 180^\circ - (47^\circ 40' 36,67'' + 90^\circ)$$

$$\alpha = 180^\circ - 137,6768361^\circ$$

$$\alpha = 42,32316389^\circ$$

$$h = \cos \alpha (b)$$

$$h = 0,739358944 \cdot (20,1204)$$

$$h = 14,847590195 \text{ m} \quad \checkmark$$

Cuando ya se encontró la altura del triángulo, se procedió a hallar el área de la figura.

$$A_1 = \frac{21,75333333 \times 14,847590195 \text{ m}}{2}$$

$$A_1 = \boxed{161,4922893 \text{ m}^2} \quad \checkmark$$

El área de la figura es de  $161,4922893 \text{ m}^2$ .  $\checkmark$

-Conclusiones:

- Entre mas decimales se use en los calculos, más exacto será el resultado.  $\checkmark$

- Por medio de la práctica se concluye que la ley de senos y cosenos es muy útil para la vida práctica en áreas como la topografía.  $\checkmark$

- En este tipo de procesos la agudeza visual, concentración, exactitud en la lectura de medidas, la precisión de la plomada y la observación son fundamentales junto al buen manejo de los instrumentos tanto del teodolito como el de la cinta métrica, pues en el caso de la cinta métrica si no se temple bien se produce una catenaria, lo cual altera el resultado y en algunos casos puede ser muy perjudicial. En el caso del teodolito es fundamental la nivelación.  $\checkmark$

Ilustración 18 Conclusiones estudiante 2

del ojo de pollo, pues dado el caso de que no se realice dicha nivelación debidamente se altera el resultado del ángulo.

- Finalmente se concluye que el ancho del río es aproximadamente de 17,16 M. ✓

*Ilustración 19 Conclusiones estudiante 2*

En las imágenes presentadas anteriormente es posible observar el trabajo escrito realizado por dos alumnas relacionado con la actividad No 2; donde es posible visualizar dos formas diferentes de escritura, cada una con procedimientos diferentes de solucionar el cuestionario relacionado con la actividad, pero que finalmente da cuenta del objetivo fundamental de la actividad que es el encontrar el ancho de un río por medio de la ley de senos y cosenos, donde los estudiantes observan claramente que por medio de estas dos leyes el resultado es el mismo con un margen de error que ellos visualizan y que finalmente llegan a la conclusión que este se presenta, debido a varios factores como son: manipulación de equipos, condiciones ambientales, entre otros.

Destaco el trabajo tan organizado y pulido de cada una de las alumnas, puesto que son trabajos realizados a mano, donde esto implica de esfuerzo, dedicación y concentración para tener en la escritura y realización de gráficos el menor número de errores posible.

De acuerdo con la teoría de Ausubel sobre el aprendizaje significativo expuesta anteriormente, estas experiencias permiten a los alumnos poder relacionar diferentes saberes preexistentes con la nueva información que ofrece cada experiencia.

## ✓ **Actividad 2: GEOREFERENCIACIÓN DE CUADRANTES CON GPS**

El objetivo esencial de esta práctica, es encontrar el área de un terreno representado por medio de un polígono (cuadrilátero), empleando la ley de senos y cosenos, utilizando como instrumento un GPS, (sistema de navegación, que permite determinar nuestra posición con coordenadas de latitud, longitud y altura). La parte práctica de esta actividad tuvo una duración de dos horas y media. Luego de visitar el terreno, escuchar al ingeniero topográfico la explicación detallada del funcionamiento del GPS, hacer observaciones y las anotaciones correspondientes, los estudiantes debían responder un cuestionario (Ver Anexo 2) en el que debían dar cuenta de las diferentes observaciones.

A continuación se presenta el trabajo realizado por dos estudiantes relacionado con esta práctica. Las imágenes presentadas en seguida muestran los procedimientos llevados a cabo por cada una de ellas que responden al objetivo de ésta actividad.

P<sub>3</sub>

### Introducción:

En la siguiente práctica el principal objetivo fue conocer

P<sub>4</sub> los fundamentos teóricos del GPS, su uso y sus posibles funciones en la vida cotidiana, asimismo se aprendió a trabajar con los datos obtenidos en el GPS.

A con

Posteriormente se empleó la ley de senos y cosenos para la obtención del área de un polígono y la medición de sus ángulos.

### Procedimiento:

El primer grupo procedió a tomar las primeras coordenadas, el segundo grupo procedió a tomar las segundas coordenadas; y así continuó sucesivamente hasta el cuarto grupo. Una vez obtenidas las cuatro coordenadas geográficas, por medio de un software especializado se convirtieron a coordenadas planas o rectangulares para así obtener las medidas en metros y ya con ello operar con mayor facilidad en los ejes X y Y.

Tenid

### - Coordenadas geográficas :

P<sub>1</sub> : N 3,51519°

W 76,60306°

P<sub>2</sub> : N 3,51495°

W 76,60337°

P<sub>3</sub> : N 3,51526°

W 76,60330°

P<sub>4</sub> : N 3,51533°

W 76,66316°

### - Conversión a coordenadas planas o rectangulares:

P<sub>1</sub> : X 1'052 716,08681

Y 890 475,368762

P<sub>2</sub> : X 1'052 682,7657

Y 880 448,842107

Ilustración 20 Georeferenciación. Procedimiento estudiante 2

$$d(\overline{P_2P_4}) = \sqrt{(1052706,077454 - 1052682,76574)^2 + (880493,0868434 - 880447,842107)^2}$$

$$= 50,010342454$$

$$= 50,0104$$

La distancia entre  $\overline{P_2P_4}$  es de 50,010 M.

$$d(\overline{P_3P_4}) = \sqrt{(1052706,077454 - 1052690,52637)^2 + (880493,0868434 - 880483,126544)^2}$$

$$= 18,4674$$

La distancia entre  $\overline{P_3P_4}$  es de 18,467 M

$$d(\overline{P_1P_4}) = \sqrt{(1052706,077454 - 1052716,086814)^2 + (880493,0868434 - 880475,398762)^2}$$

$$= 20,3234$$

La distancia entre  $\overline{P_1P_4}$  es de 20,323 M

Se usó ley de coseno para hallar el ángulo 'c'.

$$\frac{c^2 - a^2 - b^2}{2ab} = \cos C$$

$$\frac{(18,4674)^2 - (35,1514)^2 - (50,0104)^2}{-2(35,1514)(50,0104)}$$

$$C = \cos^{-1}(0,965800072)$$

$$C = 15^\circ 1' 40,13'' \rightarrow \text{ángulo obtenido.}$$

Se hizo uso del teorema del seno para hallar la altura.

$$\text{Sen}(15^\circ 1' 40,13'') = \frac{h}{35,1514}$$

$$\text{sen}(15^\circ 1' 40,13'') 35,1514 = h$$

$$9,1144 = h$$

La altura de triángulo 1 es de 9,114 M.

Ya con los datos obtenidos se logró calcular el área del primer triángulo.

$$\frac{b \times h}{2} = A_{\Delta 1}$$

$$\frac{50,0104 \cdot 9,1144}{2} = A_{\Delta 1}$$

$$227,8954 = A_{\Delta 1}$$

El área que se obtuvo de primer triángulo fue de 227,895 M<sup>2</sup>.

Ilustración 21 Georeferenciación. Cálculo estudiante 2

Posteriormente se realizó el mismo procedimiento en el segundo triángulo.

Se hizo uso de teorema del coseno para hallar el ángulo C del segundo triángulo.

$$\frac{c^2 - a^2 - b^2}{-2ab} = \cos C$$

$$\frac{(20,323)^2 - (50,010)^2 - (42,609)^2}{-2(50,010)(42,609)} = \cos C$$

$$C = \cos^{-1}(0,915938442)$$

$$C = 23^\circ 39' 38,33''$$

El ángulo obtenido fue de  $23^\circ 39' 38,33''$

Se hizo uso del teorema del seno para hallar la altura.

$$\text{Sen}(23^\circ 39' 38,33'') = \frac{h}{42,609\text{M}}$$

$$\text{Sen}(23^\circ 39' 38,33'') 42,609\text{M} = h$$

$$17,099\text{M} = h$$

La altura del triángulo dos es de  $17,099\text{M}$  ya con los datos obtenidos procedió a calcular el área del segundo triángulo.

$$A_{22} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{22} = \frac{50,010 \times 17,099\text{M}}{2}$$

$$A_{22} = 427,560\text{M}^2$$

El área obtenida del segundo triángulo fue de  $427,560\text{M}^2$ .

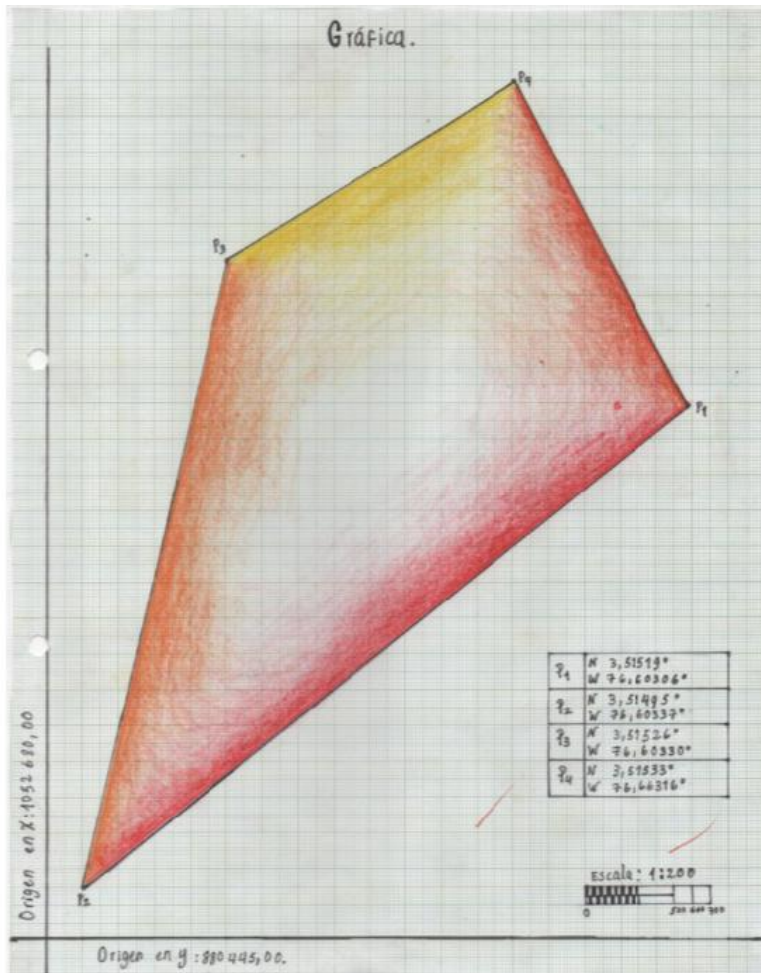
Finalmente se realizó la sumatoria de ambas áreas para hallar el área total del polígono.

$$427,560\text{M}^2 + 227,895\text{M}^2 = A_T$$

$$655,455\text{M}^2 \approx A_T$$

El área total obtenida del polígono fue aproximadamente  $655,455\text{M}^2$ .

Ilustración 22 Georeferenciación. Cálculo estudiante 2



Conclusiones:

- En todas las calculadoras existe algún margen de error.
- Es muy importante el buen manejo y la exactitud en la lectura del GPS.
- Se concluye por medio de los cálculos que el área total del polígono es aproximadamente de  $655,455\text{M}^2$  (se aprendió a trabajar con los datos obtenidos en el receptor GPS).
- En todos los GPS existe un margen de error.
- Con ayuda del teorema de seno y coseno es posible hallar con mayor facilidad el área de un polígono.

Ilustración 23 Georeferenciación. Conclusiones estudiante 2



## Procedimiento Estudiante 1



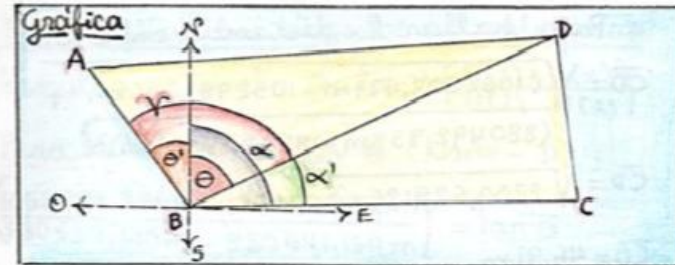
Ilustración 24 Georeferenciación. Procedimiento estudiante 1

Tabla de datos (coordenadas geograficas)

Punto	Latitud (Norte)	Longitud (Oeste)	Altura (msnm)	Hora de Toma	Número de datos
1 (A)	3°30'54,822"	76°36'12,693"	1636,267	4:44pm	200
2 (B)	3°30'53,613"	76°36'12,015"	1630,498	4:46pm	200
3 (C)	3°30'55,290"	76°36'8,434"	1618,632	4:46pm	200
4 (D)	3°30'56,654"	76°36'9,199"	1639,630	4:48pm	200

Tabla de datos (coordenadas planas)

Punto	Coordenada N EJE Y (m)	Coordenada E EJE X (m)
1 (A)	880.478,277	1052.677,034
2 (B)	880.441,154	1052.697,970
3 (C)	880.492,738	1052.808,477
4 (D)	880.534,610	1052.787,326



Cálculos:

\* Para hallar las distancias entre los puntos:

$$\text{Fórmula: } d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

\* Para hallar la distancia entre A,B.

$$\overline{AB} = \sqrt{(1052697,970\text{m} - 1052677,034\text{m})^2 + (880441,154\text{m} - 880478,277\text{m})^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{1816,433225\text{m}^2}$$

$$\overline{AB} = 42,61\text{m}$$

\* Para hallar la distancia B,C.

$$\overline{BC} = \sqrt{(1052697,970\text{m} - 1052808,477\text{m})^2 + (880441,154\text{m} - 880492,738\text{m})^2}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{14872,70611\text{m}^2}$$

$$\overline{BC} = 121,95\text{m}$$

Ilustración 25 Georeferenciación Cálculos estudiante 1

\* Para hallar la distancia entre C,D.

$$\overline{CD} = \sqrt{(1052808,477\text{m} - 1052787,326\text{m})^2 + (880492,738\text{m} - 880534,610\text{m})^2}$$

$$\overline{CD} = \sqrt{2200,629185\text{m}^2}$$

$$\overline{CD} = 46,91\text{m}$$

\* Para hallar la distancia entre D,A.

$$\overline{DA} = \sqrt{(1052677,034\text{m} - 1052787,326\text{m})^2 + (880478,277\text{m} - 880534,610\text{m})^2}$$

$$\overline{DA} = \sqrt{15337,73215\text{m}^2}$$

$$\overline{DA} = 123,84\text{m}$$

\* Para hallar la distancia entre B,D.

$$\overline{BD} = \sqrt{(1052697,970\text{m} - 1052787,326\text{m})^2 + (880441,154\text{m} - 880534,610\text{m})^2}$$

$$\overline{BD} = \sqrt{16718,51867\text{m}^2}$$

$$\overline{BD} = 129,30\text{m}$$

\* Para hallar los ángulos del polígono.

Fórmula azimut:  $\theta = \tan^{-1} \left( \frac{E(2) - E(1)}{N(2) - N(1)} \right)$

\* Para hallar el ángulo  $\theta$  (Norte - D)

$$\left( \frac{1052787,326\text{m} - 1052697,970\text{m}}{880534,610\text{m} - 880441,154\text{m}} \right) = \tan \theta$$

$$\theta = \tan^{-1}(0,95) \quad \theta = 43^{\circ}42'54,79''$$

\* Para hallar el ángulo  $\theta'$  (Norte - A)

$$\left( \frac{1052677,034\text{m} - 1052697,970\text{m}}{880478,277\text{m} - 880441,154\text{m}} \right) = \tan \theta'$$

$$\theta' = \tan^{-1}(-0,56) \quad \theta' = -29^{\circ}25'17,01'' = 29^{\circ}25'17,01''$$

\* Para hallar el ángulo  $\alpha$  (Norte - C)

$$\left( \frac{1052808,477\text{m} - 1052697,970\text{m}}{880492,738\text{m} - 880441,154\text{m}} \right) = \tan \alpha$$

$$\alpha = \tan^{-1}(2,14) \quad \alpha = 64^{\circ}58'37,62''$$

\* Para hallar el ángulo  $\alpha_1$

$$\alpha_1 = \theta - \alpha$$

$$\alpha_1 = 43^{\circ}42'54,79'' - 64^{\circ}58'37,62''$$

$$\alpha_1 = 21^{\circ}15'42,83''$$

Ilustración 26 Georeferenciación. Cálculos estudiante 1

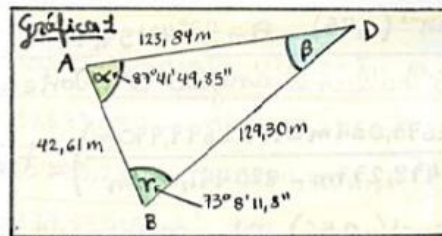
\* Para hallar el ángulo  $\gamma$

$$\gamma = \theta + \theta'$$

$$\gamma = 43^{\circ}42'54,79'' + 29^{\circ}25'17,01''$$

$$\gamma = 73^{\circ}8'11,8''$$

\* Para hallar los ángulos del triángulo ABD.



\* Para hallar el ángulo  $\alpha$

$$\frac{\text{Sen}(73^{\circ}8'11,8'')}{123,84 \text{ m}} = \frac{\text{Sen} \alpha}{129,30 \text{ m}}$$

$$\frac{0,95}{123,84 \text{ m}} = \frac{\text{Sen} \alpha}{129,30}$$

$$\frac{0,95 \times 129,30}{123,84 \text{ m}} = \text{Sen} \alpha$$

$$(0,99) = \text{Sen} \alpha$$

$$\text{Sen}^{-1}(0,99) = \alpha$$

$$\alpha = 87^{\circ}41'49,85''$$

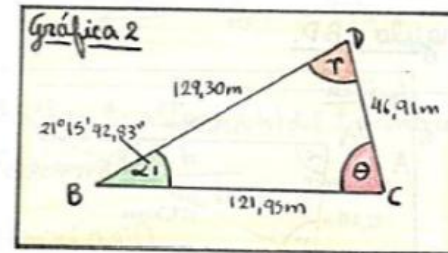
\* Para hallar el ángulo  $\beta$

$$180^{\circ} - \alpha - \gamma = \beta$$

$$180^{\circ} - 87^{\circ}41'49,85'' - 73^{\circ}8'11,8'' = \beta$$

$$\beta = 19^{\circ}9'58,35''$$

\* Para hallar los ángulos del triángulo BCD



\* Para hallar el ángulo  $\theta$

$$\frac{\text{Sen}(21^{\circ}15'42,83'')}{46,91 \text{ m}} = \frac{\text{Sen} \theta}{129,30 \text{ m}}$$

$$\frac{0,36}{46,91 \text{ m}} = \frac{\text{Sen} \theta}{129,30 \text{ m}}$$

$$\frac{0,36 \times 129,30 \text{ m}}{46,91 \text{ m}} = \text{Sen} \theta$$

$$(0,99) = \text{Sen} \theta$$

$$\text{Sen}^{-1}(0,99) = \theta$$

$$\theta = 83^{\circ}15'20,14''$$

Ilustración 27 Georeferenciación. Cálculos estudiante 1

\* Para hallar el ángulo  $\tau$

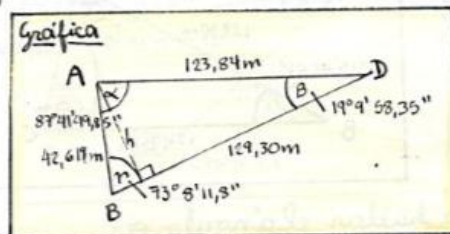
$$180^\circ - \alpha - \theta = \tau$$

$$180^\circ - 21^\circ 15' 42,83'' - 88^\circ 15' 20,14'' = \tau$$

$$\tau = 70^\circ 30' 57,09'' \quad \checkmark$$

\* Para hallar las áreas de los triángulos

Triángulo ABD.



\* Para hallar altura (h) del triángulo ABD

$$\text{Sen}(73^\circ 8' 11,3'') = \frac{h}{42,617\text{m}}$$

$$h = 42,617\text{m} \times (0,95) \quad \checkmark$$

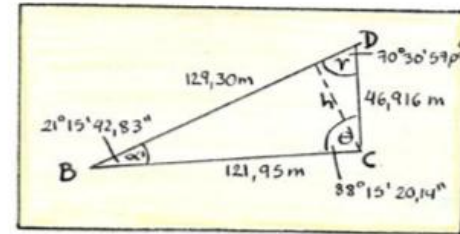
$$h = 40,78\text{m} \quad \checkmark$$

\* Para hallar el área del triángulo ABD.

$$\text{Fórmula: } b \times h / 2 = A$$

$$\frac{129,30\text{m} \times 40,78\text{m}}{2} = 2636,427\text{m}^2 \quad \checkmark$$

Triángulo BCD ✓



\* Para hallar la altura (h) del triángulo BCD

$$\text{Sen}(70^\circ 30' 57,09'') = \frac{h}{46,916\text{m}}$$

$$h = 46,916\text{m} \times (0,94) \quad \checkmark$$

$$h = 44,22\text{m}$$

\* Para hallar el área del triángulo BCD

$$\text{Fórmula: } b \times h / 2 = A$$

$$\frac{129,30\text{m} \times 44,22\text{m}}{2} = 2858,823\text{m}^2 \quad \checkmark$$

\* Para hallar el área total del polígono

$$A_{\Delta}(ABD) + A_{\Delta}(BCD) = A_{\text{Total del polígono}} \quad \checkmark$$

$$2636,427\text{m}^2 + 2858,823\text{m}^2 = 5495,25\text{m}^2$$

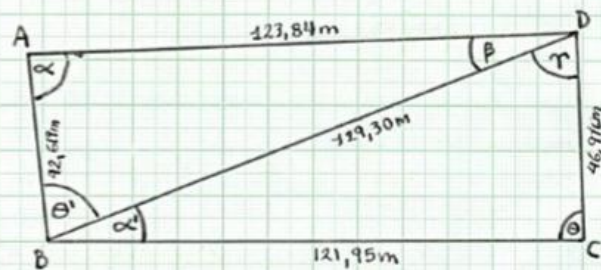
El área total del polígono (cuadrilátero irregular ABCD) es de 5495,25 m<sup>2</sup>.

Ilustración 28 Georeferenciación estudiante Cálculos estudiante 1

Gráfica a escala del cuadrilátero irregular ABCD

Ángulos:

$\alpha$	87° 91' 49,85"
$\theta'$	73° 8' 11,8"
$\beta$	19° 9' 28,35"
$\alpha'$	21° 15' 42,83"
$\theta$	88° 15' 20,14"
$\gamma$	70° 30' 57,09"



Escala: 1:1000

El cambio de coordenadas geográficas a coordenadas planas se hace para poder calcular las distancias entre dos puntos. Si no fuera así, se tendría que hacer muchos cálculos y tardaría más tiempo el proceso.

Cuando el programa ya ha transformado las coordenadas se hace una tabla de datos con una columna de los puntos, una de coordenadas Norte (Eje Y) y una de coordenadas Este (Eje X).

A continuación se procede a calcular las distancias entre los puntos:  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\overline{DA}$  y  $\overline{BD}$ . Para ello utilizamos la fórmula de distancia:  $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ , siendo  $x_1, y_1$  las coordenadas de un punto y  $x_2, y_2$  las coordenadas del otro punto.

Hecho esto, se procede a calcular los ángulos ( $\theta, \theta', \alpha, \dots$ ) por medio de la fórmula Azimut, (ángulo medido desde el norte):

$\tan^{-1} = E(1) - E(2) / N(1) - N(2)$ . Donde  $E(1)$  y  $N(1)$  son las coordenadas Este y Norte de un punto; y donde  $E(2), N(2)$  son las coordenadas de otro punto.

Este proceso se aplica partiendo del Norte del punto B hacia el punto C. Luego del Norte B hacia A y después del Norte B al punto D, dando los ángulos:  $\alpha, \theta', \theta$  respectivamente.

Ilustración 29 Georeferenciación cálculo estudiante 1

Posteriormente, calculamos el ángulo  $\alpha_1$  (BC), restando al ángulo  $\alpha$  (BC) el ángulo  $\theta$  (BD).

A continuación se trabaja con un triángulo (ABD), formado por la diagonal (BD), hallando los ángulos primero.

Para hallar el ángulo  $\tau$  (AD) se suma el ángulo  $\theta$  (BD) y el  $\theta_1$  (AB). Luego se encuentran los otros ángulos con la utilización de ley de senos.

Una vez encontrados los tres ángulos de este triángulo, se procede igualmente con el triángulo BCD.

En seguida se calcula el área de cada triángulo, aplicando el área de un triángulo. Para ello se calcula la altura (h) aplicando la identidad trigonométrica de seno.

Habiendo calculado las alturas, se procede a encontrar el área de ambos triángulos.

Finalmente se suman estas dos áreas, dando como resultado el área total del polígono.

Cuando todos los cálculos se han terminado se grafica a una escala adecuada (1,10).

### Conclusiones

Con esta práctica se comprendió una de las utilidades del GPS; que la triangulación es un buen método para hallar el área de un polígono irregular.

Se puede concluir que el programa de procesamiento software da cifras muy grandes, las cuales requieren de mucha atención, pero no cometen errores. El método para hallar los ángulos (azimut), es un proceso largo, del cual no se pueden saltar pasos. El orden a la hora de los cálculos es fundamental, sin esto todo se mezclan todos los resultados.

La paciencia y tolerancia con los compañeros que van a ritmos acelerados y no esperan o colaboran a los que proceden lento es muy necesaria para que haya armonía en el trabajo.

Con esta última práctica aprendimos lo que se siente quedarse hasta la noche por un par de errores, que modificaron el resultado final. Se concluye que la persistencia, el orden y la calma son fundamentales para llevar a cabo un proceso.

50

En la realización de esta actividad a través de la muestra de las anteriores imágenes de los dos estudiantes, se puede observar cómo ellas conectan una nueva información dada por un instrumento (GPS) con conocimientos ya adquiridos dentro del aula de clase para encontrar el área de un polígono irregular por medio de la ley de senos, cosenos, distancia entre dos puntos sería una muestra de que adquirieron un aprendizaje significativo porque los conocimientos adquiridos en el aula de clase son enriquecidos con la experiencia de una actividad que les permite a los alumnos reordenar una información, integrarla a su estructura cognitiva, reorganizarla y combinarla.

### ***3.8.1. Metodologías empleadas en cada actividad***

Durante cinco días los estudiantes del grado décimo del colegio Luis Horacio Gómez, junto con su director de grado, dos maestros del área de matemáticas y cinco ingenieros topográficos de la universidad del valle encargados de la realización de las prácticas; nos dirigimos a una zona rural cercana a la ciudad de Cali, en el corregimiento de la Elvira en una finca llamada la “Paila de Lilia”, que permite en su geografía vivenciar varios tipos de terreno: plano, inclinado; así como también un lecho de río, entre otros; que son materiales fundamentales para la aplicación de las diferentes prácticas. De estos cinco días, cuatro se destinaron para la vivencia de las experiencias y el último día al aspecto recreativo y social.

La metodología para la realización de las prácticas fue de la siguiente manera, los 34 jóvenes se distribuyeron en cuatro grupos que rotan de práctica durante los cuatro días. Cada día a las 6:30 a.m. desayunamos en primera instancia (el desayuno lo preparan un grupo de estudiantes distintos asignados por el Tutor); posterior a esto a las 7:00 a.m. cada grupo dependiendo la práctica que le haya correspondido se reúne con el ingeniero topográfico encargado de la misma, quien explica el trabajo que van a realizar incluyendo un marco teórico que contextualiza la práctica, se da tiempo para las preguntas por parte de los estudiantes (si las hay), luego de esto se procede a ejecutar la práctica ilustrada, en esta los muchachos en una bitácora, un cuaderno, entre otros; elaboran una cartera de campo (tabla de datos) de la misma, además de gráficos necesarios. Posteriormente el grupo se ubica en una mesa de trabajo, donde cada uno comienza a realizar su trabajo en el



cuaderno, carpeta, que va a entregar. Este trabajo consta de la solución de preguntas que debe responder en cada práctica incluyendo gráficos, dejando pendiente la parte de las conclusiones y si es necesario alguna consulta para la ampliación del marco teórico para realizarla en casa. Dentro de este ritmo también se cocinan los alimentos para el día al grupo que le corresponde.

Durante la salida que se realizó este año lectivo 2014 los estudiantes llevaron a la salida en su trabajo de presentación el contenido de cada práctica como: título, objetivos, marco conceptual y bibliografía, cabe resaltarlo porque los cinco anteriores años que he sido partícipe de esta maravillosa experiencia no se había adelantado este trabajo, puesto que solamente los chicos consultaban previo a la salida un marco conceptual que no lo escribían sino que lo hacían posterior a la misma.

Finalmente cada estudiante presentó un informe detallado de cada práctica junto con la solución de las preguntas de cada una de ellas, basado en una estructura determinada en cuanto a la forma y contenido que debe tener la misma.

### ***3.8.2 Logros y limitaciones de la experiencia***

Dentro de la salida pedagógica que se realiza cada año en el colegio Luis Horacio con los estudiantes de grado décimo alrededor de la aplicación de la trigonometría en diferentes campos como la topografía, ingeniería, entre otras; tiene varios logros como son:

- El estudiante en estas vivencias adquiere confianza en que los conocimientos son una herramienta muy valiosa para solucionar diferentes situaciones de la vida.
- Poner de manifiesto el conocimiento que cada estudiante tiene y adquirir nuevos, alrededor de cada una de las prácticas que se realizan, donde se visualizan principios, leyes, teoremas y procesos matemáticos que les facilita

tener una mejor comprensión de los mismos y su aplicabilidad en el mundo real.

- Otro logro es que los alumnos tienen la oportunidad de visualizar el área de matemáticas como una ciencia que permitió en los siglos pasados cuando no se tenía el acceso a la tecnología medir distancias, obtener áreas de terrenos para la división de las mismas para un sembrado por ejemplo, la construcción de caminos, carreteras, entre otros.
- También como experiencia pensamos que fortalece a cada joven de alguna forma en situaciones de exigencia, como por ejemplo en la continuación de sus estudios en la universidad, ya que el trabajo que desarrollan en la salida es estricto.
- Esta experiencia, en la medida que ofrece una vivencia real, permite mejorar la comprensión de aquellos jóvenes con diferentes dificultades en la conceptualización, no sólo, de las relaciones trigonométricas, las leyes de seno y coseno sino también de otros conceptos como el cálculo de una pendiente, la distancia entre dos puntos, el cálculo del área de una superficie regular e irregular etc.
- La limitación más significativa de esta experiencia pedagógica, de acuerdo con los estudiantes participantes, es el tiempo de duración de cada práctica. Los estudiantes manifestaron sentirse un tanto abrumados y fatigados por las extensas jornadas que debían pasar a diario en el desarrollo de las observaciones, mediciones y cálculos. Y es que los requerimientos de cada práctica exigía que los estudiantes pasaran cerca de 14 horas concentrados en el desarrollo de la misma; tan sólo tenían breves espacios de pausa. Desde luego, este es un aspecto que tendrá que ser analizado para las prácticas futuras. Una posible alternativa sería ampliar el número de días de la experiencia pedagógica, creando la posibilidad de alternar entre la práctica de trigonometría y otro tipo de práctica, tal vez de tipo medioambiental, con el fin de proponer a los estudiantes participantes espacios de dispersión entre las exigencias de la trigonometría.

### **3.8.3. Hallazgos de los aprendizajes que se generan con la experiencia**

Dentro de los aprendizajes que se generan con esta experiencia están los siguientes:

- El nivel de exigencia, dedicación e investigación, que contiene el contenido de cada informe, de alguna forma prepara al joven para el siguiente nivel de estudio que es la universidad en el sentido de afrontar distintos retos con los que se va a encontrar en esta nueva etapa de su vida profesional.
- Fue muy significativo para los estudiantes poder visualizar que los diferentes conceptos, relaciones, leyes, vistas desde la parte teórica en el área de matemáticas a lo largo de sus estudios fueran una base fundamental en la solución de distintas situaciones de la vida real.
- La salida pedagógica también les permitió a la mayoría de los jóvenes tener una mayor conciencia que el éxito de tener un buen aprendizaje en el área de matemáticas no sólo se trata de visualizarla de manera teórica, coger un libro y realizar ejercicios mecánicos, quedarse sólo con lo que el profesor le enseñó; si no que requiere en gran medida de su autoaprendizaje, si se aspira a desarrollar competencias en éste ámbito.
- También los jóvenes pudieron darse cuenta con mayor claridad que para tener un aprendizaje satisfactorio en el área de matemáticas, es necesario trascender, avanzar y persistir ante cualquier dificultad.
- Desde mi experiencia personal y profesional, considero que esta salida pedagógica me permitió ratificar la importancia de desarrollar experiencias vivenciales en las que los estudiantes puedan llevar a la práctica aquello que viven en el salón de clase. Al lograr integrar los sentidos en dicha práctica, el pensamiento abstracto, logra encontrar una base en lo tangible, ello despierta en los jóvenes no sólo el interés por el trabajo desarrollado, sino también el sentido de lo real y lo útil. Este aspecto es valorado incluso por aquellos estudiantes que demuestran cierto sentido de la apatía durante el desarrollo de las actividades en el salón de clase, pero que logran integrarse con responsabilidad e interés durante el desarrollo de la vivencia.
- Por otra parte, el desarrollo de este ejercicio de sistematización, luego de haber desarrollado esta práctica en varias ocasiones anteriores, me permitió en primer lugar autoevaluar mi hacer pedagógico integrando elementos reflexivos, como el

diario de campo, para examinar de la forma más objetiva posible la esencialidad de los elementos integrados a esta práctica.

## 4. CONCLUSIONES

En este apartado se discuten los principales resultados de la sistematización de la experiencia pedagógica que implicó la aplicación de la ley de senos, cosenos y relaciones trigonométricas en un contexto vivencial. La discusión presentada a continuación se hará alrededor del aprendizaje significativo que pudieron lograr los estudiantes luego de realizar esta experiencia que les permitió integrar en la práctica aquellos conceptos aprendidos previamente y aquellas herramientas de medición que acompañaron los cálculos matemáticos en el desarrollo de dos actividades específicas: *la determinación del ancho de un río y la georeferenciación de cuadrantes con la ayuda de GPS*.

### 4.1 Conclusiones con respecto a la Actividad 1: Determinación del ancho de un río

Como hemos descrito en nuestro diseño metodológico, el objetivo de esta actividad práctica era determinar el ancho de un río por medio de la construcción de un triángulo oblicuo aplicando la ley de *senos* y *cosenos*. Luego de recibir instrucción directa, en el aula de clase, sobre la teoría de esta ley y su uso práctico en la vida real, los estudiantes debían enfrentarse a un contexto real en donde debían aplicar dichos principios teóricos. Para ello, cada estudiante debía hacer observaciones y mediciones con ayuda de herramientas tales como: (mencionar herramientas).

### 4.2 Conclusiones con respecto a la Actividad 2. Georeferenciación de cuadrantes con la ayuda de GPS

El objetivo de esta actividad, por su parte, era encontrar el área de un terreno representado por medio de un polígono irregular, empleando, al igual que en la actividad anterior, la ley de senos y cosenos. Para ello los estudiantes utilizaban la ayuda de un GPS.

Para las dos prácticas los estudiantes, además, debían responder a una serie de interrogantes en los que tenían que dar cuenta de sus observaciones, procedimientos y hallazgos.

### **4.3 Aprendizaje significativo en el desarrollo de las actividades de determinación del ancho de un río y la georeferenciación de cuadrantes con la ayuda de un GPS**

La Salida pedagógica de trigonometría ofreció a los estudiantes del grado décimo la oportunidad de poner en práctica, en un contexto vivencial, los conceptos vistos previamente en clase. Esta nueva experiencia representó un aporte significativo para los estudiantes y esto en dos sentidos: en primer lugar, el cambio del contexto habitual de instrucción le proporciona a los estudiantes un claro ejemplo de la aplicabilidad y utilidad de los conceptos matemáticos en la vida real. En segundo lugar, y este es una de los aspectos mejor relacionados con el aprendizaje significativo, es la relación cognitiva que debe establecer el alumno entre sus conocimientos previos (Subsunsores) y la nueva información que ofrece la experiencia. Siguiendo a Ausubel (1983), es precisamente, en la integración cognitiva entre los subsunsores y los nuevos conocimientos, que se produce este aprendizaje significativo.

Por otro lado, este cambio de contexto significó a la vez un cambio en el conocimiento construido, pues al integrar un contexto real, con herramientas reales, y al proponer un problema que requería una situación concreta, se avanzó de un conocimiento por recepción, a uno más motivado por el descubrimiento.

De igual forma, la vivencia en el trabajo de campo demostró que los estudiantes logran establecer relaciones donde apelan a los elementos teóricos, a la imaginación y a los actos de voluntad con un alto grado de interés. Dado que la exigencia de ese trabajo de grado apela al pensar, el sentimiento es impregnado por las diferentes vivencias y la misma entrega y dedicación de cada estudiante, evidentes en cada una de las prácticas, puede entenderse como un aprendizaje significativo en la medida que dicha experiencia da un nuevo sentido a los contenidos teóricos; el sentido de la utilidad de esos contenidos en la vida práctica.

Es, precisamente, a ese sentido de la utilidad a través de la resignificación de la teoría por medio de la experiencia, que apela el currículo de la pedagogía Waldorf. Es necesario

recordar que la pedagogía Waldorf sustenta su teoría de aprendizaje en tres principios básicos, el pensar, el sentir y el hacer. Desde estos pilares se intenta guiar a cada estudiante en un proceso de construcción de conocimientos despertando una disposición natural hacia el conocimiento que viene por el descubrimiento.

Dentro de mi proceso de formación como docente de Matemáticas y física, este trabajo me generó varios aportes, desde el aspecto social me trae una riqueza en el sentido que logró sistematizar una experiencia vivida en la cual me puedo encontrar con los jóvenes en una vivencia que es alimento para todos, puesto que cuando uno llega al salón de clase como maestro llega con una clase preparada que ya la conoce, que tiene una teoría que uno maneja donde se espera a nivel general un resultado de los jóvenes; mientras que en una salida pedagógica el descubrimiento es de todos, el maestro también va descubriendo cosas de la vida cotidiana, descubriendo a los jóvenes cómo se mueven en esa vida y aprendiendo a la par de ellos, es decir rompiendo un poco esa estructura y jerarquía del maestro es el que sabe, el estudiante es el que aprende del maestro, en este caso hay un aprendizaje común y mutuo.

Por otro lado en el aspecto pedagógico también se generaron aportes, en la medida que se apropió de elementos teóricos y metodológicos, dentro del proceso de sistematización, reconociendo con esto que la sistematización de la experiencia acude a la triformación del ser humano de acuerdo con la pedagogía Waldorf, al pensar, al sentir y al hacer, no es una cosa estructurada de alguna forma, sino que se lo hace en la misma experiencia, es decir que dentro de la vivencia el estudiante se enfrenta a los momentos del pensar, del sentir y el hacer, pero todos estos momentos enmarcados en un pasaje que se sale de un contexto de alguna forma prefabricado del aula de clase y que como maestro se puede visualizar mejor las distintas capacidades y habilidades de cada uno de los estudiantes de una manera más fácil, ya que en el salón de clase la atención se centra fundamentalmente en la asignatura como tal.

Finalmente año tras año de acuerdo con los sucesos de la salida y escuchando las observaciones de los alumnos, se realizan transformaciones de la misma, como es el número de prácticas, ya que hubo un año en la que se realizaron siete prácticas y fue bastante agotador para los estudiantes por el tiempo y la exigencia que requiere el trabajo

escrito; así como también estamos en el camino de implementar dos prácticas forestales y aumentar dos días más a la salida. De igual forma, esta salida es una herramienta para diseñar clases desde la misma experiencia en el colegio mismo como la construcción de instrumentos antiguos de medición como el sextante y poder resolver un problema de distancia, entre otros. En este sentido, este trabajo queda como una invitación para que los docentes en ejercicio y en formación sistematicen sus experiencias pedagógicas, también abre un campo para fomentar más los trabajos de sistematización, que permitan ir de la mano con la realidad de las prácticas del docente.



## BIBLIOGRAFÍA

- Alfonso, M. J. (2009) Las matemáticas a tu alrededor. *Revista Innovación y Experiencias Educativas*. (22) Recuperado de: [http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod\\_ense/revista/pdf/Numero\\_22/MARIA\\_JOSE\\_ALFO\\_NSO\\_1.pdf](http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_22/MARIA_JOSE_ALFO_NSO_1.pdf)
- Aeppli, W. (1973). *La naturaleza del juicio*. México: Editorial Waldorf.
- Bindel, E. (1975). *La Aritmética: Fundamentación antropológica y significado pedagógico*. México: Editorial antroposófica.
- COLCIENCIAS. (2011) La Sistematización en el trabajo de Educación popular, Aportes. Santafé de Bogotá: Editorial Dimensión Educativa, p. 64.
- Colegio Luis Horacio Gómez Pedagogía Waldorf. Recuperado de: <http://www.colegiowaldorfcali.edu.co/web/resena.html>
- Corbatán, F. (2007) Las mates de tu vida. Programa Matemática Vital. Recuperado de: <http://matematicasbj.files.wordpress.com/2009/04/lasmatesdetuvida3.pdf>
- Crottogini, R (2008). *La tierra como escuela*. Buenos Aires: Editorial antroposófica
- Fernández, Z. C (2011, enero-abril) La sistematización de experiencias: aspectos teóricos y metodológicos. *Decisio*. Recuperado de: [http://tumbi.crefal.edu.mx/decisio/images/pdf/decisio\\_28/decisio28\\_testimonios1.pdf](http://tumbi.crefal.edu.mx/decisio/images/pdf/decisio_28/decisio28_testimonios1.pdf)
- Gonzalez, U. P. (2004, febrero). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *Suma*  
Recuperado de: <http://revistasuma.es/IMG/pdf/45/017-028.pdf>

- Ghiso, A. (1999). De la práctica singular al diálogo con lo plural. Aproximaciones a otros tránsitos y sentidos de la sistematización en épocas de globalización. *La piragua: revista de educación y política*, (16), 5- 12
- Jara, O. (2011) CEP Centro de Estudios y Publicaciones Alforja, Costa Rica:  
<http://www.alforja.com>.
- Jara, O. (2012) Dilemas y desafíos de la sistematización de experiencias. CEP Centro de Estudios y Publicaciones Alforja Costa Rica En:  
[http://estrategiadidactica.files.wordpress.com/2012/09/jara-oscar\\_dilemas-y-desaf3ados-de-la-sistematizacic3b3n-de-experiencias.pdf](http://estrategiadidactica.files.wordpress.com/2012/09/jara-oscar_dilemas-y-desaf3ados-de-la-sistematizacic3b3n-de-experiencias.pdf)
- Jara, O. (2012) Orientaciones teórico-prácticas para la sistematización de experiencias Oscar Jara. Educación Global Research. En:  
<http://educacionglobalresearch.net/wp-content/uploads/02A-Jara-Castellano.pdf>.
- Kline, M. (1999) *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días*. Alianza Editorial. España.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares básicos de competencias en matemáticas. Recuperado de: [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)
- Organización Waldorf Colombia (2002) Nuestros Colegios. Historia. Artículo. En:  
<http://www.waldorfcolumbia.org/secns/proyecto.html>
- Ortega, I. La historia que vivieron los matemáticos. Ediciones Letra Buena. Buenos Aires. En: <http://casanchi.com/did/historia.pdf>.
- Sáenz, Q. E (2005) Apuntes para el curso Historia de las Matemáticas. Recuperado de:  
<http://cdigital.dgb.uanl.mx/la/1020150847/1020150847.PDF>

Turano, C. (s.f.) UNSAM, Escuela de Humanidades, Licenciatura en Enseñanza de las Ciencias. Martín de Irigoyen 3100 (1650) Campus Miguelete. San Martín, Provincia de Buenos Aires, Argentina.

Steiner, R. (1919). *El estudio del hombre como base de la pedagogía Waldorf*. Editorial Antroposófica.

Swokowski, E. W & Cole. J, A. (2011). *Algebra y trigonometría con geometría analítica*. Mexico: Cengage Learning Eds.

Sullivan, M. (2006). *Algebra y trigonometría*. Séptima edición Pearson educación

# ANEXOS

## ANEXO 1

### PRÁCTICA # 2

#### DETERMINACIÓN DEL ANCHO DE UN LAGO

##### OBJETIVOS

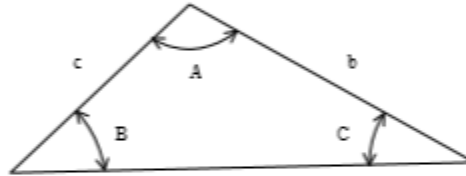
- Emplear la ley del coseno o la ley del seno para dar solución a polígonos.
- Lograr determinar el ancho de un lago, dando solución a una figura geométrica establecida (triángulo preferiblemente), utilizando la ley del seno o del coseno.
- Hallar los elementos geométricos de un triángulo basado en mediciones hechas con instrumentos de topografía (teodolito y cinta métrica).

##### FUNDAMENTO TEÓRICO

Artículo I. **TEOREMA O LEY DE LOS SENOS:**

- En todo triángulo ABC, las longitudes de los lados son directamente proporcionales a los senos de los ángulos opuestos a dichos lados.

$$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C}$$



Artículo II.

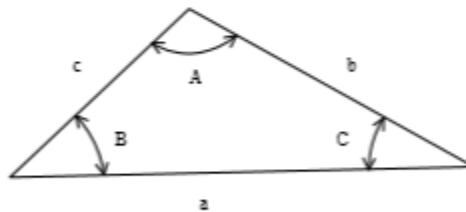
Artículo III. **TEOREMA O LEY DE LOS COSENO:**

En todo triángulo, el cuadrado de la longitud de un lado es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos lados, menos el doble producto de estos por el coseno del ángulo comprendido entre dichos lados.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$



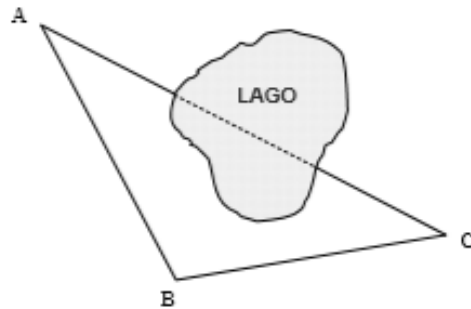
TRIÁNGULOS	RESOLVER USANDO
LLL o LLA	Ley de los cosenos
ALA o AAL	Primero ley de los senos, y después ley de los cosenos para encontrar el tercer lado

## MATERIALES Y EQUIPO

- Teodolito o Estación
- Cinta métrica
- Plomada
- 5 estacas y puntillas
- Libreta de anotaciones
- Calculadora
- Papel milimetrado

## CUESTIONARIO

1. Según la figura siguiente, plantee una posible solución (escrita con sus propias palabras) para encontrar el ancho de un lago utilizando la ley del Seno o la ley de los Cosenos.



2. Con los datos obtenidos en el campo determine todos los ángulos y distancias de los lados del polígono base utilizando la ley de senos o la ley de cosenos.
3. Con estos mismos datos encuentre el ancho del lago empleando la ley de senos.
4. Con estos mismos datos encuentre el ancho del lago empleando la ley de cosenos.
5. De acuerdo a los resultados obtenidos haga el dibujo a escala del polígono.
6. Determine el área del polígono base utilizando los datos obtenidos en campo y calculados.

## ANEXO 2

### PRÁCTICA # 6

#### GEOREFERENCIACIÓN DE CUADRANTES CON GPS.

##### OBJETIVOS

- El principal objetivo de esta práctica es conocer los fundamentos teóricos del GPS, su uso, sus posibles funciones en la vida cotidiana y aplicaciones en los estudios científicos de campo.

imaginarios paralelos al Ecuador y perpendiculares a los meridianos, entre ellos destacan el Trópico de Cáncer, el Trópico de Capricornio, el Círculo Polar Ártico y el Círculo Polar Antártico. Ver figura 2.

Figura 1. Triangulación de un punto con GNSS.

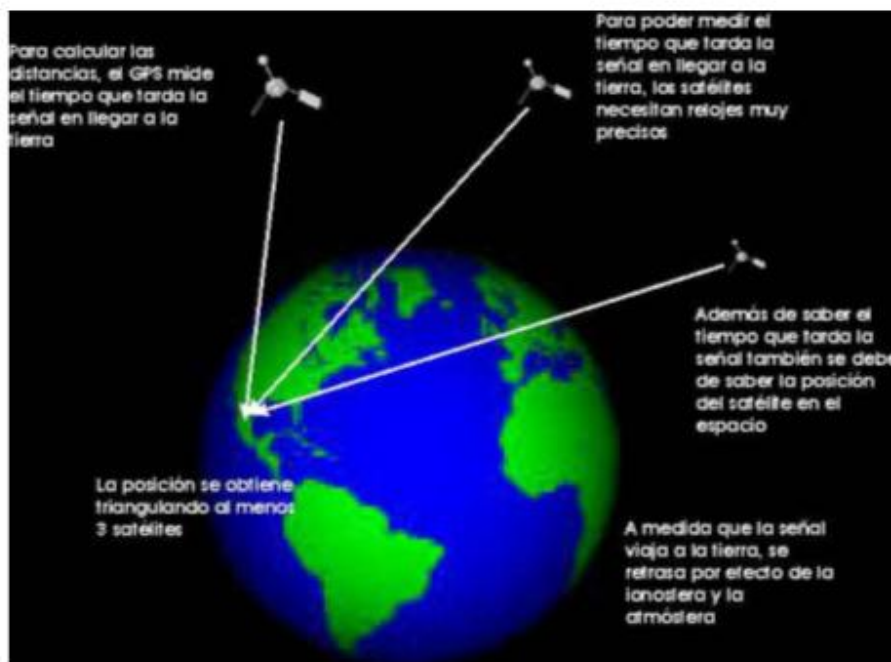
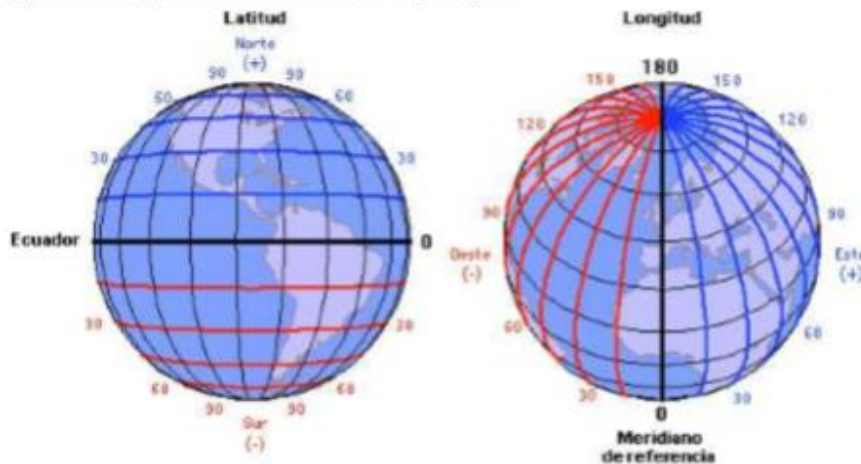


Figura 2. Descripción de las líneas de Latitud y Longitud.



### GEOREFERENCIACIÓN DE CUADRANTES

- Antes de iniciar la práctica es necesario localizar las estacas en cada uno de los cuadrantes propuestos por el instructor.
- Utilizando el equipo de posicionamiento GPS posicionamos de manera controlada la localización Geográfica de cada uno de los puntos del cuadrante, tomando los datos indicados en la cartera.



### MATERIALES Y EQUIPO

- Un GPS de Sub métrico
- Un Bastón y antena
- Plomada
- 5 estacas y puntillas
- Libreta de anotaciones
- Calculadora
- Papel milimetrado.

### CUESTIONARIO

1. Calcule las distancias que existe entre cada punto del cuadrante.
2. Elabore dos triángulos a partir la localización del cuadrante uno, asumiendo que dos de sus lados forman un ángulo recto.
3. Calcule los demás ángulos del cuadrante utilizando la ley del seno.
4. Calcule el Área del Cuadrante.

5. Cuál es el error obtenido con este proceso de mediciones bajo las condiciones de toma de datos.

## FUNDAMENTOS TEÓRICO PRÁCTICOS

### CENTRAJE Y NIVELACIÓN DE UN EQUIPO DE TOPOGRAFÍA:

Al colocar el teodolito en una estación para lanzar desde allí visuales o medir ángulos, es necesario que se cumplan dos condiciones fundamentales para lograr precisión en los datos tomados: 1o., Que el eje vertical del aparato pase exactamente por el punto que se toma como estación, y 2o., Que el aparato esté perfectamente nivelado, es decir, que su círculo horizontal esté en un plano horizontal, con lo cual los ángulos horizontales están sobre un plano verdaderamente horizontal y los ángulos verticales en un plano verdaderamente vertical.

La manera de centrar (hacer pasar el eje vertical sobre el punto estación) y nivelar (dejar horizontal el círculo horizontal) es la siguiente:

1. Se arma el trípode sobre la estación, procurando que la mesilla quede verticalmente encima de la estaca o placa y, además, que quede aproximadamente horizontal, para lo cual se juega con la longitud variable de las patas del trípode.
2. Se saca el aparato del estuche y se coloca sobre la mesilla del trípode, sujetándolo a ésta ya sea por medio de rosca o de un clip de sujeción.
3. Se le coloca la plomada al gancho que para tal fin tiene el teodolito, si el aparato tiene este tipo de plomada; si tiene plomada óptica o plomada de bastón se procede a accionarla para saber en qué momento el aparato está centrado.
4. Una vez que la plomada indique que se está dentro de un radio menor de unos 2cms. del punto estación, se procede a nivelar el aparato con los tornillos de nivelar, como ya se vio. Si la plomada cae más de 2 cm. aparte del punto estación, hay que mejorar el centraje por medio de las patas del trípode, acortándolas y alargándolas, según para el lado que se quiera desplazar el eje vertical, que está señalado por la plomada.
5. Teniendo el aparato nivelado, se observa qué tan lejos quedó el eje vertical (o sea la plomada) del punto estación. Si está a una distancia menor de unos 2 cm. se puede soltar el aparato y, deslizando sobre la mesilla, se hace que el eje vertical pase por el punto estación. Es necesario que la excentricidad del eje vertical respecto al punto estación no sea mayor de unos 2 cm. pues el juego que tiene el aparato para desplazarse sobre la mesilla es limitado. Si se presenta una excentricidad mayor (se ha podido aumentar la excentricidad al nivelar el aparato pues esto hace variar la dirección del eje vertical), se debe reducir esta excentricidad por medio de la longitud variable de las patas del trípode, volver a nivelar el aparato, observar la excentricidad, soltar el aparato y llevar la plomada a pasar exactamente por el punto estación. Después de esta operación es necesario ajustar el aparato para que no se deslice sobre la mesilla y, así, permanezca centrado.
6. Al hacer la operación anterior es probable que se haya desnivelado el aparato y, por tanto, es necesario volver a nivelarlo, ahora sí con bastante exactitud; esta última nivelación puede causar un ligero desplazamiento del eje vertical, lo cual hace que no esté todavía completamente centrado el aparato. Se vuelve a corregir la excentricidad y, una vez corregida, se vuelve a nivelar el aparato. Es decir, que esta última etapa, en la cual se deja el aparato perfectamente centrado y nivelado, se hace por aproximaciones sucesivas: se nivela, se centra, se nivela, se centra, etc.

Es conveniente que las patas del trípode queden perfectamente ancladas, en terreno firme, para que el peso del observador, e inclusive el del mismo aparato, no vayan a producir asentamientos que desnivelarían el aparato. Se recomienda que el observador verifique el centraje y la nivelación del aparato inmediatamente antes de lanzar cada visual.



## **NIVEL:**

Los aparatos empleados en nivelación son: NIVELES (para lanzar las visuales) y MIRAS (para medir distancias verticales). Los niveles los hay de *precisión* y *niveles de mano*. En general, tienen dos características principales: La línea de vista y un nivel de burbuja para poner la línea de vista horizontal.

*Nivel automático.* Los instrumentos de esta clase mantienen horizontal su línea de mira por medio de una especie de péndulo y de un sistema de prismas y espejos. El péndulo es amortiguado magnéticamente, y su manejo resulta tan rápido como sencillo. Estos instrumentos no llevan dispositivo de basculación, ni nivel tubular de alcohol; en cada estación se nivela aproximadamente con un nivel esférico, y el péndulo mantiene horizontal la línea de mira. El anteojo puede ir provisto de un micrómetro ocular para medir la diferencia de alturas entre la línea de mira y la división más próxima de la mira de nivelación.

Las MIRAS son unas reglas verticales cuya longitud varía de 3 a 6 metros. Las hay de enchufe y plegables; para nivelaciones de precisión existen miras equipadas con trípodes que sirven para mantenerlas verticales.

Para leer sobre la mira los 2mm o hasta el 0,5 mm hay que colocarla sobre un punto bien definido y fijo. El portamira mantiene la mira en posición vertical a ojo o valiéndose de un nivel adosado a la misma. El observador mueve el anteojo a uno y otro lado de su eje vertical hasta que aparezca la mira en el centro del campo visual, y entonces enfoca bien la mira y centra cuidadosamente la burbuja.

### **Causas de error:**

Para estar seguro de no haber cometido error en las operaciones aritméticas o en las anotaciones en la cartera se tiene que:

$V^{\text{vistas más}} - V^{\text{vistas menos}} = \text{Diferencia de nivel entre el primer y último punto}$

Numerosas causas de error pueden afectar la nivelación, por lo que es conveniente exponerlas para que se entienda mejor la forma en que se debe operar y las precauciones a tener en cuenta.

- o *Errores instrumentales.* Si el nivel del anteojo no es paralelo a la línea de colimación, las vistas que se hagan a las miras no serán horizontales, y los errores cometidos en las lecturas serán proporcionales a las distancias a que dichas miras se encuentren del instrumento. Es conveniente colocar el aparato a la mitad de distancia entre los puntos que se van a nivelar, pues entonces los errores de lectura serán de igual magnitud, y la diferencia de nivel entre dichos puntos será la correcta.

Otro error instrumental puede consistir en que las miras sobre las que se hacen las medidas no estén bien graduadas. Si no ofrecen la suficiente garantía pueden compararse con una regla patrón y aplicarles las correcciones que se deduzcan de dicha comparación.

- o *Errores de manipulación.* El error más importante y con más frecuencia cometido en la observación, consiste en hacer las lecturas de las miras sin tener la burbuja del nivel en su parte central. Por lo tanto, es de suma importancia examinar la burbuja del nivel inmediatamente antes de efectuar la lectura de la mira, y traerla al centro del mismo si fuese necesario. Después de la lectura se comprueba que la burbuja permanece en el centro; si no ha variado, es de suponer que ha estado centrada durante la observación; si varió será necesario volver a efectuar la lectura.

Otra causa de error es la falta de verticalidad de la mira. Este error puede evitarse empleando miras provistas de un nivel esférico, o de una plomada suspendida desde cierta altura que es tangente a la misma.

- o *Errores de desplazamiento.* Si el instrumento está colocado sobre terreno relativamente blando, es posible que desde una vista más hasta la correspondiente vista menos, éste se haya hundido un poco. Para evitarlo el instrumento debe colocarse, siempre que sea posible, sobre un terreno sólido y

con las patas del trípode firmemente clavadas en tierra. Por la misma razón, no debe tardarse mucho tiempo de una medida a otra, sobre todo cuando las características del terreno hacen sospechar una posible variación del instrumento.

- o **Errores varios.** Algunos errores pueden ser cometidos en la apreciación de las partes decimales de la mira. Dicha apreciación es más fácil con distancias cortas, por eso se recomienda no sobrepasar de los 60 ó 70 metros para cada visada, aunque este límite depende de la calidad y potencia del anteojo, de la forma en que estén graduadas las miras y de las condiciones atmosféricas.

o

#### **GPS y los sistemas satelitales de navegación global GNSS**

Es necesario poner especial cuidado al hacer las lecturas, pues es corriente equivocarse en decímetros y hasta en metros, si se concentra toda la atención en la lectura decimal.

La nivelación no debe efectuarse cuando reine un viento demasiado fuerte, pues éste impide mantener la mira no sólo vertical, sino lo suficientemente quieta para poder hacer las lecturas correspondientes.

Del mismo modo, en días o a horas de mucho sol o calor, la vibración aparente de la mira, causada por refracciones irregulares de la atmósfera (reverberación), hace imposible la lectura de la misma. Solo puede remediarse en parte esta causa de error reduciendo la distancia de las líneas de visada.

El global de navegación por satélite (GNSS) que permite determinar en todo el mundo la posición de un objeto, una persona o un vehículo con una precisión hasta de centímetros (si se utiliza GPS diferencial), aunque lo habitual son unos pocos metros de precisión. El sistema fue desarrollado, instalado y empleado por el Departamento de Defensa de los Estados Unidos. El sistema GPS está constituido por 24 satélites y utiliza la triangulación para determinar en todo del globo la posición con una precisión de más o menos metros.

El GPS funciona mediante una red de 24 satélites en órbita sobre el planeta tierra, a 20.200 km, con trayectorias sincronizadas para cubrir toda la superficie de la Tierra. Cuando se desea determinar la posición, el receptor que se utiliza para ello localiza automáticamente como mínimo tres satélites de la red, de los que recibe unas señales indicando la identificación y la hora del reloj de cada uno de ellos. Con base en estas señales, el aparato sincroniza el reloj del GPS y calcula el tiempo que tardan en llegar las señales al equipo, y de tal modo mide la distancia al satélite mediante "triangulación" (método de trilateración inversa), la cual se basa en determinar la distancia de cada satélite respecto al punto de medición. Conocidas las distancias, se determina fácilmente la propia posición relativa respecto a los tres satélites. Conociendo además las coordenadas o posición de cada uno de ellos por la señal que emiten, se obtiene la posición absoluta o coordenadas reales del punto de medición. También se consigue una exactitud extrema en el reloj del GPS, similar a la de los relojes atómicos que llevan a bordo cada uno de los satélites.

La antigua Unión Soviética construyó un sistema similar llamado GLONASS, ahora gestionado por la Federación Rusa.

Actualmente la Unión Europea está desarrollando su propio sistema de posicionamiento por satélite, denominado Galileo.

A su vez, la República Popular China está implementando su propio sistema de navegación, el denominado Beidou, que prevén que cuente con entre 12 y 14 satélites entre 2011 y 2015. Para 2020, ya plenamente operativo deberá contar con 30 satélites. De momento (abril 2011), ya tienen 8 en órbita.

#### **Bibliografía.**

Torres Nieto, Álvaro. Topografía. 4ª. Edición. Editorial Escuela Colombiana de Ingeniería.  
Davis, Raymond. Topografía.

## ANEXO 3

### GUÍA PARA LA PRESENTACIÓN DE LOS INFORMES DE PRÁCTICAS

#### 1. INTRODUCCIÓN

- Enunciado de la práctica: Título
- Descripción general de la práctica desarrollada (No necesariamente muy detallada).
- Objetivos generales y específicos.
- Equipo utilizado.

#### 2. REVISIÓN DE LITERATURA

- Todos aquellos fundamentos teóricos en los cuales basará su análisis y que sustentan el tema de la práctica, tanto trigonométricos como la aplicación en la topografía. Estos deben ser cortos y concisos, no más de 2 páginas.
- Qué existe en la literatura (referencias bibliográficas) sobre el tema de la práctica. Debe ser corto y conciso, no más de 2 páginas.

#### 3. METODOLOGÍA (PROCEDIMIENTO)

- Descripción sistemática y ordenada de los distintos pasos para llegar a la solución del problema planteado.
- Deberán quedar incluidos en este apartado todos los datos de campo obtenidos (carteras), los cálculos realizados y esquemas, gráficos o dibujos a escala conveniente. Todos los pasos deben quedar bien descritos.

#### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- Cualquier conclusión, comentario y recomendación sobre los resultados obtenidos y en sí de la práctica en general.
- Realice un análisis de la salida pedagógica y escriba sugerencias que puedan servir para futuras actividades.

#### 5. BIBLIOGRAFIA

- Anotar cualquier tipo de documento utilizado en la elaboración del informe, incluyendo páginas y lugar de procedencia del documento (localización). Si es consulta en línea, referenciar la página Web con dirección y fecha de consulta.

**NOTA:** No se aceptarán informes colectivos, la presentación es individual, y no se admitirán informes repetidos, en caso de presentarse informes repetidos se anularán ambos informes y su nota final estará sujeta a evaluación por parte del Colegio.

Cordialmente.

*Juan Ricardo Segura S.*  
Ing. Consultor