

**LA INTERPRETACIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS: EL CASO POR PARTE DE  
PROFESORES EN FORMACIÓN.**

**JULIO CÉSAR MÉNDEZ CARDONA**



**UNIVERSIDAD DEL VALLE  
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA  
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA  
SANTIAGO DE CALI  
2014**

**LA INTERPRETACIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS: EL CASO POR PARTE DE  
PROFESORES EN FORMACIÓN.**

**JULIO CÉSAR MÉNDEZ CARDONA**

**Proyecto de trabajo de grado presentado como requisito para optar por el título de:**

**Licenciado en Matemáticas y Física.**

**Director:**

**Rubén Darío Velasco**



**UNIVERSIDAD DEL VALLE  
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA  
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA  
SANTIAGO DE CALI  
2014**



**Acta de Evaluación de Trabajo de Grado**

Tenga en cuenta: 1. Marque con una **X** la opción escogida.  
2. diligencie el formato con una letra legible.

Título del Trabajo:	La interpretación de Gráficos Estadísticos: El caso por parte de profesores en formación					
Se trata de:	Proyecto <input type="checkbox"/>	Informe Final <input checked="" type="checkbox"/>				
Director:	Rubén Darío Corrales Velasco					
1er Evaluador:	Diego Díaz					
2do Evaluador:	María Teresa Narvaez					
Fecha y Hora	Año: 2014	Mes: Septiembre	Día: 06	Hora: 9 am		
<b>Estudiantes</b>						
Nombres y Apellidos completos		Código		Programa Académico		
Julio César Méndez Cardona		200426717		3487		

<b>Evaluación</b>					
Aprobado	<input checked="" type="checkbox"/>	Meritorio	<input type="checkbox"/>	Laureado	<input type="checkbox"/>
Aprobado con recomendaciones	<input type="checkbox"/>	No Aprobado	<input type="checkbox"/>	Incompleto	<input type="checkbox"/>
En el caso de ser <b>Aprobado con recomendaciones</b> (diligenciar la página siguiente), éstas deben presentarse en un plazo de _____ (máximo un mes) <b>ante:</b>					
Director del Trabajo		1er Evaluador		2do Evaluador	
En el caso que el Informe Final se considere <b>Incompleto</b> , se da un plazo de máximo de _____ semestre(s) para realizar una nueva reunión de evaluación el:					
Año:	Mes:	Día:	Hora:		
En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de conciliación de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes; expresar la <b>razón del desacuerdo</b> y las <b>alternativas</b> de solución que proponen (diligenciar la página siguiente).					

<b>Firmas:</b>		
Director del Trabajo de Grado	1er Evaluador	María Teresa Narvaez 2do Evaluador

## CONTENIDO

RESUMEN.....	6
CAPÍTULO 1: GENERALIDADES .....	10
1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	10
1.2 OBJETIVO GENERAL. ....	12
1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	12
1.4 JUSTIFICACIÓN.....	13
CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO .....	15
2.1 INTRODUCCIÓN.....	15
2.2 ELEMENTOS TEÓRICOS DEL EOS .....	16
2.3 CONCEPTOS DE COMPETENCIA.....	17
2.4 EL LENGUAJE MATEMÁTICO .....	20
2.5 SISTEMA INTERNO Y EXTERNO DE REPRESENTACIÓN.....	20
2.6 SISTEMA DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA.....	21
2.7 SISTEMAS DE PRÁCTICAS OPERATIVAS Y DISCURSIVAS.....	22
2.8 OBJETO PERSONAL E INSTITUCIONAL .....	23
2.9 LA METÁFORA ECOLÓGICA .....	25
2.10 LA EPISTEMOLOGÍA EN LA INTERPRETACIÓN Y CONSTRUCCIÓN DE GRÁFICAS ESTADÍSTICAS .....	25
2.11 SABERES ESTADÍSTICOS Y MATEMÁTICOS.....	27
CAPÍTULO 3: MARCO METODOLÓGICO .....	38
3.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN.....	38
3.2 DESCRIPCIÓN DEL INSTRUMENTO DE MEDICIÓN (Ver anexo 1.).....	38
CAPÍTULO 4: INTERPRETACIONES Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DEL ESTUDIO.....	43
CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES .....	46
BIBLIOGRAFÍA.....	48
ANEXO 1 .....	50

## TABLA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. KOM flower .....	19
Ilustración 2. Mentefacto proposicional de Diagrama de barras.....	29
Ilustración 3. Diagrama circular .....	30
Ilustración 4. Mentefacto proposicional de Histograma .....	31
Ilustración 5. Mentefacto proposicional de gráfico lineal o diagrama de líneas .....	33
Ilustración 6. Diagrama de líneas .....	33
Ilustración 7. Mentefacto de Diagrama de tallos y hojas .....	34
Ilustración 8. Diagrama de tallos y hojas .....	34
Ilustración 9. Diagrama de caja y bigotes.....	35
Ilustración 10. Diagrama de dispersión .....	37

## RESUMEN

La investigación en Didáctica de las Matemáticas ha mostrado la importancia que tiene la interpretación de diferentes representaciones semióticas como son las gráficas estadísticas. Esta importancia se refleja en pruebas que el Estado realiza para conocer el nivel de conocimientos de los educandos. Al identificar algunas dificultades en los docentes se podrá realizar actividades que mejoren sus conocimientos para que a su vez las complementen con sus estudiantes.

Actualmente, se encuentra información en forma de gráficas y tablas estadísticas en periódicos, revistas, en los noticieros nos dicen de los resultados de encuestas, porcentajes e índices de la economía. Lo que indica nuevamente la importancia de una cultura estadística por parte de las personas.

**Palabras Claves.** Representaciones semióticas, Saber personal, Saber institucional, Docentes en formación, Gráficas y tablas estadísticas, Cultura estadística, Estadística, Enfoque Ontosemiótico.

### ABSTRACT

The Teaching of Mathematics in their studies found the importance of the interpretation of different semiotic representations such as graphical statistics. This importance is reflected in the State tests done to determine the level of knowledge of students. By identifying some difficulties teachers may engage in activities that improve their skills so that in turn complemented by its students.

Currently , information is in the form of graphs and statistical tables in newspapers, magazines , on the news tell us the results of surveys, percentages and rates of the economy. This indicates the importance of statistical literacy again by the people.

**Keywords.** Teaching of Mathematics. Semiotic representations. Saber staff. Saber institutional. Teacher training. Charts and statistical tables. Statistical literacy. Statistics. Onto semiotic approach.

## RÉSUMÉ

L'enseignement des mathématiques dans leurs études ont montré l'importance de l'interprétation des différentes représentations sémiotiques comme les statistiques graphiques . Cette importance se reflète dans les tests d'État fait de déterminer le niveau de connaissance des élèves. En identifiant des difficultés enseignants peuvent participer à des activités qui améliorent leurs compétences afin que, à son tour complété par ses élèves .

Actuellement , l'information est sous la forme de graphiques et de tableaux statistiques dans les journaux , les magazines, sur les nouvelles nous disent les résultats des enquêtes , des pourcentages et des taux de l'économie . Cela indique l'importance de la littératie statistique de nouveau par le peuple.

**Mots-clés.** Enseignement des mathématiques . Représentations sémiotiques. Personnel de Saber. Saber institutionnel. La formation des enseignants. Graphiques et tableaux statistiques. Littératie statistique . Statistiques . Approche Ontosémiotique .

## INTRODUCCIÓN

El presente trabajo gira en torno a la dificultad que muestran docentes en formación en la interpretación y construcción de gráficos estadísticos. Se trata de comprender las limitaciones que se presentan y las posibles soluciones a estas. Para ello se realiza un análisis de casos teniendo cuenta el Enfoque Ontosemiótico, en el cual se puede encontrar la dualidad cognitiva personal e institucional. Este enfoque se examina en el Marco Teórico citado por Godino (Godino J. , 2012), en donde se estipulan algunas nociones por los autores, Batanero, Godino, Duval y Chevallard. Este último, en su teoría antropológica de lo didáctico o TAD, aporta una interacción entre las matemáticas como una actividad humana y de la sociedad, es decir, de acuerdo a Godino y D'Amore (2007. Pag 197), Chevallard *“pone por tanto la actividad matemática y, por tanto, la actividad de estudio de la matemática, en el conjunto de la actividad humana y de las instituciones sociales”* (Chevallard, 1999).

Por consiguiente se requiere que docentes en formación inicial en sus actividades matemáticas, desde la universidad, adquieran competencias para interpretar y construir gráficas estadísticas, planteándose preguntas como ¿Quiénes desarrollan estas competencias? ¿En qué momento de la universidad se adquieren? ¿Acaso las competencias se adquieren a medida que se tiene experiencia como profesor? Estas son algunas inquietudes que se contestan de forma explícita o implícita en esta propuesta de trabajo.

En el capítulo del marco metodológico, el trabajo se centra en la dualidad personal-institucional desde el Enfoque Ontosemiótico (EOS), como se mencionó anteriormente, para conocer las competencias y saberes que tienen los futuros docentes. Para ello los docentes en formación presentan una actividad donde se pueda medir sus conocimientos en Estadística, y asimismo, una entrevista en profundidad.



Posteriormente se analizan las respuestas que se obtienen al aplicar el instrumento de medición a estudiantes de la Universidad del Valle, mediante la escala SOLO <sup>1</sup>. Los resultados hallados se exponen en el capítulo de interpretaciones y análisis de los resultados del estudio.

Por último, se ofrecen las conclusiones que pueden aportar preguntas o ideas para desarrollar otros estudios o proyectos de trabajo de grado.

---

<sup>1</sup> La escala SOLO permite evaluar y clasificar el desempeño de una tarea de aprendizaje según su organización estructural; según Hernández Pina y compañeros (2005)

# CAPÍTULO 1: GENERALIDADES

## 1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Atendiendo a dificultades que se presentan en la interpretación y construcción de gráficas estadísticas en docentes en formación en investigaciones realizados por Bruno y Espinel (2005) y en investigación comparativa de Carrión y Espinel (2005 a y b; 2006) citados por (Arteaga C. J., 2011, págs. 126-130), en los cuales se describe que *“la tarea más difícil fue pasar de información en forma de texto a un gráfico (gráfico de barras, hojas y tallos y gráficos de cajas)”*, obteniendo un buen resultado en el porcentaje en los diagramas de barras y el menor porcentaje de respuestas correctas se da en pasar de un texto a un gráfico de cajas (Arteaga C. J., 2011). Para Monteiro y Ainley (2006,2007) citado por Arteaga (2011), encontraron, que los futuros docentes en la lectura de gráficos, tomados de prensa; no tenían los suficientes conocimientos matemáticos para llevar a cabo dicha lectura. Por tanto, se hace necesario tener en cuenta las sugerencias de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, en los diversos grados de la educación Básica y Media que dice:

“Una tendencia actual en los currículos de matemáticas es la de favorecer el desarrollo del pensamiento aleatorio, el cual ha estado presente a lo largo del siglo, en la ciencia, en la cultura, y aun en la forma de pensar cotidiana.”  
(MEN, 1998, pág. 47)

También, los Lineamientos curriculares de Matemáticas toman en cuenta los diagramas estadísticos.

En los cursos de la educación básica las representaciones gráficas como las circulares, histogramas, diagramas de árbol son marcos matemáticos que permiten captar la aleatoriedad y la incertidumbre tanto en forma cuantitativa como cualitativa, sobre los cuales los estudiantes pueden hacer evaluaciones y

tomar decisiones, sin recurrir a un esquema único de cálculo que los llevaría a encontrar valores deterministas definidos. (MEN, 1998).

Lo anterior permite, que tanto docentes en formación como estudiantes de la educación Básica y Media y de estudios Superiores adquieran saberes estadísticos que puedan aplicar en sociedad. Asimismo, enfrenten las pruebas de Estado; como lo es la Prueba Saber 11°; como también las Prueba Saber 3°, 5° y 9°; éstas últimas que se realizaban cada tres años; a partir del año 2012 se realizaran anualmente y contienen gráficas (MEN, 1998) en Matemáticas, Ciencias y otras áreas. La prueba de 11° presenta gran variedad de gráficas en sus diversas áreas (física, matemáticas, ciencias, química, etc.).

Por consiguiente, es necesario para los docentes en formación adquirir o aprender y manejar algunos procesos estadísticos para la construcción e interpretación de gráficas estadísticas más usuales tanto en Pruebas internas y externas; como pictograma, diagrama de barras, histograma, diagrama de sectores, polígono de frecuencias, diagrama de cajas y bigotes, diagrama de dispersión; para corregir gran parte de las dificultades mencionadas en las investigaciones.

Por las razones expuestas anteriormente, es importante identificar en los docentes en formación; si manejan de forma explícita o implícita diversas competencias que lleven a formar otras en el área de la estadística, especialmente en la construcción e interpretación de gráficas estadísticas. Al mismo tiempo cabe preguntar ¿qué es un gráfico?, ¿qué nociones matemáticas se requieren para interpretar un gráfico?, ¿qué nociones estadísticas se requieren para interpretar un gráfico?, ¿cuáles son los elementos que constituyen un gráfico?, ¿A partir de los cursos de estadística; un docente en formación adquiere conocimientos para interpretar gráficos?, ¿qué nociones didácticas se necesitan en la interpretación de gráficos estadísticos?

**Por tanto *¿Qué competencias desarrollan los docentes en formación inicial respecto a la construcción e interpretación de gráficos estadísticos en los cursos de Estadística que ofrecen los programas de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Valle?***

## **1.2 OBJETIVO GENERAL.**

Reconocer las diferencias que tienen los docentes en formación entre su saber personal e institucional para la construcción e interpretación de gráficos estadísticos.

## **1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- ❖ Describir la diferencia entre el saber personal e institucional en la construcción de gráficos estadísticos.
- ❖ Describir la diferencia entre el saber personal e institucional en la interpretación de gráficos estadísticos.
- ❖ Describir las dificultades que conforman los elementos de la interpretación de gráficos estadísticos.
- ❖ Describir las dificultades que conforman los elementos de la construcción de gráficos estadísticos.

## 1.4 JUSTIFICACIÓN

En las investigaciones realizadas por Bruno y Espinel (2005) y Monteiro y Ainley (2006,2007); citado por Arteaga (2011. Pág 40); en los resultados obtenidos se observan dificultades por parte de los docentes en formación en la construcción de gráficos estadísticos y en la interpretación de ellos. Asimismo, Godino (2009); propone un nivel de análisis didáctico; citado por Arteaga (2011. Pág 91) que dice:

Configuraciones de objetos y procesos (matemáticos y didácticos). Descripción de objetos y procesos matemáticos que intervienen en la realización de las prácticas, así como las que emergen de ellas. La finalidad de este nivel es describir la complejidad de los objetos y significados de las prácticas matemáticas y didácticas como factor explicativo de los conflictos en su realización y de la progresión del aprendizaje.

Este análisis didáctico, da pautas para conocer ciertos procesos matemáticos, estadísticos y semióticos que los estudiantes; que aquí llamamos docentes en formación de la Universidad del Valle, del plan de estudios de la Licenciatura en Matemáticas y Física; puedan tener, y así, establecer el estado actual de saberes en el área de Estadística (en su manera de razonar) de los docentes en formación. Esencialmente si éstos poseen las competencias básicas en Estadística, y especialmente en la construcción e interpretación de gráficas estadísticas desde los referentes de saber personal y el saber institucional.

Al identificar las competencias que manejan los docentes en formación a partir del proyecto; se puede proponer algunas sugerencias para mejorar; en las que se tiene dificultad; además plantear nuevas competencias si fuese necesario. Lo anterior tiene como objeto proponer acciones como talleres, actividades, simposios, seminarios que busquen corregir el desempeño de los docentes en formación.

Por ende, los niños(as) y adolescentes de las escuelas y colegios se benefician; recibiendo una educación de calidad. Actualmente la sociedad exige que las personas posean una “cultura estadística”; según Febles Espinel (2007), *La cultura estadística implica conocer y utilizar el lenguaje y las herramientas básicas de la estadística tales como media, símbolos estadísticos además de ser capaz de razonar e interpretar representaciones de datos.*

De esta manera los docentes en formación inicial; los futuros profesores adquieren una responsabilidad ante la sociedad y los educandos.

## CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO

### 2.1 INTRODUCCIÓN

El marco teórico utilizado en este trabajo es el llamado Enfoque Ontosemiótico de la Instrucción y Cognición Matemática; EOS, (Godino y Batanero, 1998); que es el más adecuado a las necesidades del problema planteado.

Ahora bien una de las principales necesidades tiene que ver con los sistemas de representación semiótica. Dado que el enfoque trata de la semiótica es importante saber qué es un gráfico desde este punto de vista:

De acuerdo a Bertin, citado por Arteaga ( 2011, pág. 111)

Asume la premisa de que un gráfico es un texto multimodal; tanto en su conjunto como los elementos que lo componen están constituidos por conjuntos de signos que requieren una actividad semiótica por aquellos que los interpretan. Considera el gráfico como un sistema semiótico complejo, e indica que se requiere un conjunto mínimo de elementos para poder construir o interpretar un gráfico, es decir transmitir la información necesaria para establecer una correspondencia entre cada símbolo y su significado.

Como se indicó anteriormente; para interpretar un texto multimodal se requiere una actividad semiótica que a mi parecer necesita de la noción de competencia dado que la EOS surge a partir de otras disciplinas como la lingüística, la semiótica, la ontología, la psicología cognitiva entre otras.

Es así como para Rychen y Saganyk (2004); desde la psicología cognitiva definen la noción de competencia:

Las aproximaciones sicométricas entienden a la inteligencia (competencia) como un sistema de habilidades y aptitudes más o menos libres de contenido y contexto (Carroll, 1993); citado por (Salganik, 2004).

Hay competencias especializadas que exigen aprendizajes de largo plazo, amplia experiencia, profundo conocimiento del tema y rutinas de acción automáticas que deben controlar en un nivel de conciencia alto (Patel, Kaufman y Magder, 1997); citado por (Salganik, 2004).

Una revisión de la investigación acerca de los conceptos de desempeño específico de las competencias cognitivas sugiere que este enfoque tiene grandes ventajas sobre las definiciones de competencias centradas en la habilidad por su base teóricas y aplicaciones pragmáticas. En especial el enfoque de desempeño específico permite que un análisis científico de las competencias tome en cuenta los prerrequisitos de aprendizajes necesarios para el desarrollo de la destreza (Leplat, 1997); citado por (Salganik, 2004).

## **2.2 ELEMENTOS TEÓRICOS DEL EOS**

Cinco puntos se contemplan desde la EOS (Font, 2007, pág. 3):

1. La naturaleza de los objetos que intervienen en las representaciones.
2. La distinción entre las representaciones externas e internas.
3. El problema de la representación del problema genérico.
4. El papel que desempeñan la representación de un mismo objeto.
5. Procesos de comprensión y su relación con la traducción entre diferentes representaciones.

Este trabajo trata los cinco puntos anteriores de forma implícita en los siguientes párrafos que se desarrollan en el capítulo.



En este capítulo se desarrolla las siguientes temáticas:

- ❖ Conceptos de competencia.
- ❖ El lenguaje matemático.
- ❖ Sistemas interno y externo de representación.
- ❖ Sistemas de representación semiótica.
- ❖ Sistemas de prácticas operativas y discursivas.
- ❖ Objeto personal e institucional.
- ❖ La “metáfora ecológica”
- ❖ La epistemología en la interpretación y construcción de gráficas estadísticas.
- ❖ Saberes matemáticos y estadísticos.
- ❖ Definiciones de gráficas estadísticas.

### **2.3 CONCEPTOS DE COMPETENCIA**

Al iniciar, se debe tener en cuenta el concepto de competencia desde otra perspectiva u otras disciplinas que aportan al EOS.

Para Rico, “el Proyecto PISA entiende por *competencia* el conjunto de capacidades puestas en juego por los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando resuelven o formulan problemas matemáticos en una variable de dominios y situaciones.” (Luis R. , pág. 04)

Según Rico (2004,pag 07); algunas competencias que deberían contemplar para un docente en formación inicial para la Educación Secundaria y Media serán las siguientes:

1. Conocimiento genérico y especializado, científico y técnico sobre la(s) propia(s) área(s) de conocimiento y sobre su(s) ámbitos de especialización. Sobre los contenidos, sobre los métodos y las aplicaciones de la(s) disciplina(s).

2. Conocimiento institucional sobre normatividad y organización del sistema educativo.
3. Habilidades instrumentales que permitan el ejercicio de competencias de relación interpersonal, la comunicación ágil y eficaz.

Para Llinares (2009); “*Las competencias docentes para gestionar una situación de enseñanza de las matemáticas: conocer y saber usar el conocimiento en situaciones específicas.*”

Para Mogens; de Roskilde Universitet, de Dinamarca; citado por Hojgaard (2009) considera la noción de competencia desde las matemáticas. En el siguiente párrafo, Mogens nos dice acerca de las competencias en educación matemática que una persona que estudia matemáticas debe caracterizar. Esta característica la nombra como intuición o disposición para resolver diversos tipos de problemas en situaciones diversas y en las cuales pueda identificar, formular explícitamente un derrotero a seguir para la resolución del problema, y teniendo en cuenta la aplicación de competencias que se hayan en la flor KOM; que se ilustra en la siguiente página.

In my opinion these characteristics are good reasons for applying competence as an analytical concept in mathematics education, but in order to transform it into a developmental tool one needs to be more specific.

The straightforward approach – as described in Blomhøj & Jensen (2007a, p. 47) – is to talk about *mathematical competence* when the challenges in the definition of competence are mathematical, but this is no more useful and no less tautological than defining mathematics as the subject dealing with mathematical subject matter.

The important move is to focus on *a mathematical competency* defined as someone’s insightful readiness to act in response to *a certain kind of mathematical challenge* of a given situation, and then identify, explicitly formulate and exemplify a set of mathematical competencies that can be agreed upon as independent dimensions in the spanning of mathematical competence. The core of the KOM project was to carry out such an analysis, of which the result is visualised in figure 1. See Niss & Jensen (to appear) for an extensive characterisation and exemplification of each of the eight mathematical competencies.

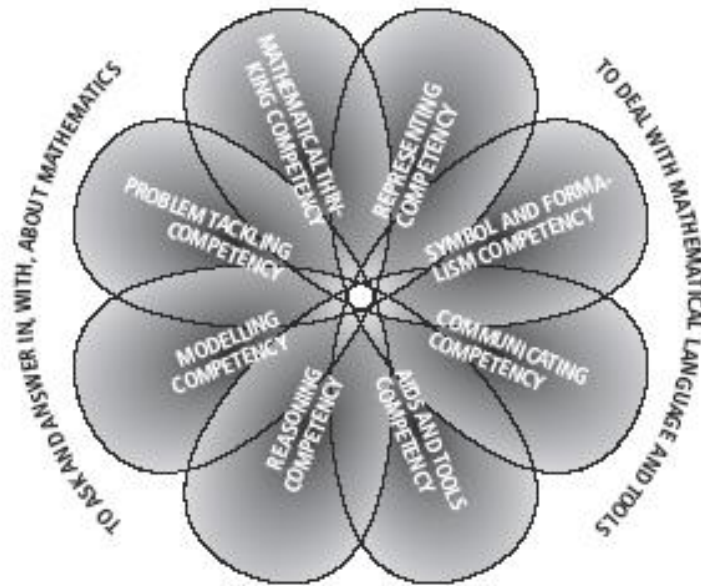


Ilustración 1. KOM flower

A visual representation- the “KOM flower”- of eight mathematical competencies presented and exemplified in the KOM report (Niss and Jensen, to appear, chap. 4)

El anterior párrafo nos dice acerca de la competencia matemática como una disposición intuitiva en alguna persona para enfrentar diversas situaciones-problema de la matemática; es decir, la capacidad para identificar una macro-competencia que posteriormente va desmenuzando en otras competencias más específicas. En la ilustración 1; se observa a la derecha “*To deal with mathematical language and tools*” que indica “*Para tratar con el lenguaje y las herramientas matemáticas*”, a la izquierda “*To ask and answer in, with, about mathematics*” que indica “*Preguntar y responder en, con, acerca de las matemáticas*”<sup>2</sup>. Dentro de la flor se tienen ocho competencias.

Para Vera (2012) en su ensayo dice:

PISA (2006); “Competencia matemática es una capacidad del individuo para identificar y entender la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios fundados y utilizar y relacionarse con las matemáticas de forma que se puedan satisfacer las necesidades de la vida de los individuos como

<sup>2</sup> N.T: Nota del autor para la traducción.

ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos”. (OCDE, 2006), citado en Espinoza (2009).

De las anteriores definiciones y competencias mencionadas se destacan palabras como disposición, habilidad, capacidad del individuo, conocimiento genérico, conocimiento institucional. Este último se tiene en cuenta en uno de los objetivos del estudio. Desde la perspectiva personal, el trabajo aquí propuesto se corresponde con las definiciones aportadas por Llinares y PISA. ¿Es posible desde otras corrientes didácticas incluir estas nociones?

## **2.4 EL LENGUAJE MATEMÁTICO**

El problema en el lenguaje matemático se da por la gran riqueza de palabras, símbolos, representaciones, gráficas, el lenguaje cotidiano o natural, así como también los “objetos matemáticos” (situaciones-problemas, técnicas, conceptos, proposiciones, argumentaciones, teorías, etc). Asimismo, al hablar utilizamos un lenguaje que describe procesos, objetos matemáticos y palabras propias de la matemática que se pueden representar de diferentes formas. En el lenguaje gráfico se encuentra tablas de frecuencia, gráficos, notación simbólica ( $\mu$ ,  $\bar{x}$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\rho$ ).

Un *objeto matemático* es todo aquello que se nombra cuando se realiza una “actividad matemática”; cuando resolvemos una situación-problema debemos de identificar símbolos (marcas); a los cuales les corresponde palabras que los identifican; asimismo nos indican procesos (algoritmos) a seguir (Godino,2002); citado por D’Amore y Godino ( 2007).

## **2.5 SISTEMA INTERNO Y EXTERNO DE REPRESENTACIÓN**

De acuerdo a Godino (2003); se llaman representaciones internas a los conocimientos que maneja cada persona y representaciones externas a como los conocimientos están relacionados con los objetos materiales de su entorno.

Las representaciones matemáticas no se pueden interpretar de manera aislada; se debe reconocer que están sujetas o inmersas en un entorno más amplio y el cual es necesario identificar y comprender como parte de una estructura en la cual encontramos unas notaciones, símbolos, gráficas, significados.

Para Godino (2003.pág 53); *“Se considera que una representación es un signo o una configuración de signos, caracteres u objetos que pueden ponerse en lugar de algo distinto de él mismo (simbolizar, codificar, dar una imagen o representar)”*. Dentro de los diferentes sistemas de representación externos se haya los que muestran propiedades matemáticas, palabras, objetos matemáticos, relaciones con otros objetos; como son los visuales o gráficos.

El lenguaje utilizado por los estudiantes, los significados que atribuyen a símbolos, interpretaciones propias a problemas y procesos o algoritmos que utilizan según su comprensión a situaciones-problema así como sentimientos que le otorgan a la matemáticas hacen parte del sistema de representaciones internas.

La buena interacción por parte de los estudiantes entre los dos sistemas (interno y externo) conllevará al buen desempeño del educando en la matemática.

## **2.6 SISTEMA DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA**

En la actividad matemática es importante el manejar diversos sistemas de representación semiótica; y sus diversas relaciones como los múltiples gráficos, diferentes sistemas de numeración, expresiones algebraicas, operaciones matemáticas.

Para Godino (Font, 2007.pag 6); en su versión ampliada se tienen 6 entidades primarias; la primera es **situaciones**; nos indica el contexto en el cual se hayan los datos estadísticos; como por ejemplo: se recolecta información acerca de sabor preferido de crema de helado. Segunda entidad **acciones** que hace referencia a los algoritmos o procesos tanto matemáticos como estadísticos para

hallar un valor determinado; como las medidas de tendencia central (moda, media, mediana). Tercera entidad **lenguaje**, el cual nos lleva a tener en cuenta la simbología (datos numéricos, tabla de frecuencias, gráficos) y los pertinentes a los conceptos tanto matemáticos como estadísticos. Cuarta entidad **conceptos** que hacen referencia a las definiciones matemáticas y estadísticas. Quinta entidad **propiedades** de los objetos matemáticos.

Sexta entidad **argumentos** que consiste en las explicaciones de los procesos que son necesarios para llegar a la interpretación o solución.

Para Godino (2003. Pág 56) que cita a Duval (1995); se pregunta si es necesario los diversos sistemas de representación semiótica o sólo es un medio para hacer más sencillo el desarrollo de actividades cognitivas. Él expone varias respuestas a la inquietud; una de ellas es:

*“Las actividades cognitivas inherentes a la semiosis son tres: **formación** de representaciones en un registro semiótico en particular, para “expresar” una representación mental, o para “evocar” un objeto real; el **tratamiento** o representación dentro del mismo registro; **conversión**, cuando la transformación de la representación de un objeto, de una situación o de una información produce una representación en un registro distinto al de la representación inicial”.*

## **2.7 SISTEMAS DE PRÁCTICAS OPERATIVAS Y DISCURSIVAS**

La matemática como una actividad humana interactúa con la parte institucional (saber matemático), los saberes matemáticos (matemáticas) y las personas (estudiantes, sociedad). La interacción de los elementos anteriores conlleva a la noción que Godino (2003.pág 85) llama “Sistema de prácticas operativas y discursivas” de una persona ante un tipo de situaciones-problemas”; aunado al

sistema de prácticas se asocian objetos personales e institucionales. Se llama *práctica matemática* a toda situación que involucre la solución de cualquier problema de matemáticas; se comuniquen a otros sus procedimientos y su posible solución para validarla inclusive para otros contextos y problemas (Godino y Batanero, 1998).

Se considera la noción de práctica significativa:

Diremos que una práctica personal es significativa (o que tiene sentido) si, para la persona esta práctica desempeña una función para la consecución del objetivo de los procesos de resolución de un problema. (Batanero, 2014, pág. 9)

Para Godino y Batanero las prácticas significativas ayudan a formar una aptitud organizativa que constituyen una praxis según Morin (1977). Además, las prácticas corresponden a la noción de “schème” empleada por Vergnaud (1990): “*organización invariante de la conducta para una misma clase de situaciones dadas*” (pág. 136).

## **2.8 OBJETO PERSONAL E INSTITUCIONAL**

Para Godino (2003); Chevallard se centra en el objeto institucional sin tener en cuenta el objeto personal por lo cual hace la siguiente distinción: “*objeto institucional*, base del conocimiento objetivo y *objeto personal* (o mental), cuyo sistema configura el conocimiento subjetivo”.

En las diversas instituciones se realizan algunas prácticas necesarias para hallar las soluciones a determinado campo que se estudia desde una perspectiva sistémica.

Por lo cual; se hace necesario definir la noción de institución según (Godino J. D., 2003):

Definición: Una institución está constituida por las personas involucradas en una misma clase de situaciones problemáticas. El compromiso mutuo con la misma problemática conlleva la realización de unas prácticas sociales compartidas, las cuales están, asimismo, ligadas a la institución a cuya caracterización contribuyen. (Batanero, 2014, pág. 9)

A partir de la definición anterior; se diferencia la institución matemática; personas que se comprometen con la solución de nuevos problemas matemáticos que serán los productores del “saber matemático”. Los matemáticos aplicados que se involucran en situaciones matemáticas utilizando el saber matemático y hacen parte de macro-instituciones. Por último; los “enseñantes” del saber matemático (la escuela del saber matemático). (Batanero, 2014, pág. 9). Este apartado nos hace saber que hay personas que producen la matemática (saber sabio o teoría); continúan las personas que aplican la teoría en ciencias aplicadas como la física y la ingeniería; por último están los docentes que dan a conocer el saber sabio y algunas aplicaciones en la vida cotidiana de las personas.

La construcción de objetos en la ciencia se caracteriza por ser paralela con el aprendizaje de las personas y en la conexión de ideas matemáticas. *“No sólo en sus aspectos prácticos, sino también en los teóricos, el conocimiento emerge de los problemas para ser resueltos y de las instituciones para ser dominadas. Es cierto en la historia de las ciencias y en la tecnología; también es cierto en el desarrollo de instrumentos cognitivos en los niños muy jóvenes”* (Verгдаud, 1982, p. 31). (Batanero, 2014).

El Objeto personal es un emergente del sistema de prácticas personales significativas asociadas a un campo de problemas, esto es, un emergente de un sistema de prácticas personales asociadas a un campo de problemas.

Además, el sistema de prácticas personales asociadas a un campo de problemas: Está constituida por las prácticas prototípicas que una persona realiza en su intento de resolver un campo de problemas.



Para (Ernest, 1991); la emergencia del objeto es progresiva a lo largo de la historia del sujeto, como consecuencia de la experiencia y el aprendizaje. Estos objetos son los constituyentes del conocimiento subjetivo. (Batanero, 2014, pág. 12).

Es así, como las definiciones anteriores, en el caso de los estudiantes o docentes en formación no pueden quedar en una mera conceptualización sino que se deben relacionar con las diversas experiencias de cada individuo.

## **2.9 LA METÁFORA ECOLÓGICA**

La “metáfora ecológica”, nos permite recrear los objetos matemáticos inmiscuidos en otras disciplinas con sus propios entornos y “seres vivos” que interactúan entre ellos dándose vida, desempeñando diversos papeles según el lugar y el momento de acuerdo a Godino ( 2003, pág. 78).

Godino (2003), indica que existe una corriente epistemológica que estudia las situaciones mencionadas anteriormente. Toulmin (1977) introduce la expresión “ecología intelectual” para estudiar las funciones y adaptaciones de las diversas exigencias reales que se presentan en situaciones problemáticas de conceptos colectivos y los métodos de pensamiento.

Al identificar un saber, se precisa de un reconocimiento colectivo, esto es, se trata de un emergente de un sistema de prácticas sociales. Las acciones habitualizadas por tipos actores, es una institución (Berger y Luckmann, 1968); las instituciones son, pues, los hábitats de los saberes. (Godino J. D., 2003, pág. 79).

## **2.10 LA EPISTEMOLOGÍA EN LA INTERPRETACIÓN Y CONSTRUCCIÓN DE GRÁFICAS ESTADÍSTICAS**

Necesariamente se conecta la interpretación y la construcción de las gráficas estadísticas desde el punto de vista epistemológico. Para la interpretación se

cuenta con niveles de lectura de la información de las gráficas de acuerdo a Curcio, Friel y Bright (2001) de acuerdo a Arteaga, Batanero, Díaz y Contreras (2009); los elementos a tener en cuenta en ellos son el título, las etiquetas; que nos indican el contexto en el cual se llevó a cabo el estudio estadístico y las variables del mismo. Los ejes nos dan cuenta de la escala y las marcas de referencia e indican las unidades de medida de las variables. Los especificadores son los elementos (puntos, rectángulos, líneas, números entre otros) que representan los datos de forma individual o por conjuntos en el gráfico. Con los elementos anteriores se llega a los siguientes niveles de lectura de gráficos definidos por Bertin (Arteaga, Batanero, Díaz, & Contreras, 2009):

“leer entre los datos” que consisten en la lectura directa del gráfico sin interpretar, “leer dentro de los datos” en el cual se leen datos directamente y se interpretan y “leer más allá de los datos” que conlleva a realizar inferencias y predicciones a partir del gráfico y de los datos que se hallan en él. Curcio y sus colaboradores agregan otro nivel “leer detrás de los datos” en el cual critican el método para recoger la información, su procesamiento y la validez y fiabilidad de la información.

Uno de los errores más comunes que se dan en la construcción de los gráficos estadísticos es no seleccionar adecuadamente el tipo de gráfico acorde con la variable estudiada como al problema planteado. De acuerdo a estudios realizados por Li y Shen (1992) según Arteaga y otros (2009); sus estudiantes construían polígonos de frecuencia con variables cualitativas o diagramas de barra horizontal con datos que deberían representar en un diagrama de dispersión. Asimismo; Li y Shen (1992) citados por Arteaga y otros (2009); hallaron que los problemas con respecto a las escalas son:

- Elegir una escala inadecuada para el objetivo pretendido (por ejemplo no se cubre todo el campo de variación de la variable representada).*
- Omitir las escalas en alguno de los ejes horizontal o vertical, o en ambos.*
- No especificar el origen de coordenadas.*
- No proporcionar suficientes divisiones en las escalas de los ejes.*

En otras investigaciones se observan dificultades con los histogramas; para Lee y Meletiou, de acuerdo a Arteaga y otros (2009), las barras de los histogramas se perciben como datos pertenecientes a una persona o individuo y no como intervalos de datos. Con los diagramas de cajas y bigotes; los estudiantes no perciben fácilmente los valores individuales, dado que se utilizan los cuartiles y la mediana con cierto grado de dificultad, según Bakker, Biehler y Konold (2004) de acuerdo a Arteaga y otros (2009).

## **2.11 SABERES ESTADÍSTICOS Y MATEMÁTICOS**

Los docentes en formación al aplicar sus conocimientos en estadística tienen como requisito básicos los conceptos de población, muestra, variables y sus tipos, tabla de frecuencias o distribución de frecuencias ( $n_i$ ,  $h_i$ ,  $N_i$ ,  $H_i$ ), moda, media, mediana, varianza, rango intercuartílico, cuartiles, Asimetría entre otros para facilitar su interpretación y construcción.

Para conocer las nociones anteriormente mencionadas, he consultado el texto de “ESTADÍSTICA Un enfoque descriptivo”; el cual se utiliza en los cursos iniciales del plan o carrera de Estadística de la Universidad del Valle sus autores Roberto Behar Gutiérrez y Mario Yepes Arango son docentes de la facultad de Ingeniería.

En el texto de Estadística Descriptiva de Gutiérrez y Arango (2007); se hayan breves explicaciones de cómo construir diagrama de frecuencias para todo tipo de variable estadística, gráfico de frecuencias acumuladas; muestra un histograma pero no da cuenta de su construcción. Explica como calcular mediante la función empírica de densidad el porcentaje de datos de un intervalo dado.

De acuerdo a Gutiérrez y Arango (2007); en un histograma, el área de cada rectángulo es equivalente al valor de su respectiva frecuencia absoluta.

## 2.12 DEFINICIONES DE GRÁFICAS ESTADÍSTICAS

Para comprender fácilmente algunas definiciones se utiliza la noción de mentefacto; recurso gráfico utilizado en pedagogía conceptual. Veamos que son los mentefactos:

Son los recursos que permiten representar y organizar la información a través de estructuras gráficas, con el propósito de convertirla en conocimiento.

Para **Pedagogía Conceptual** los Mentefactos son los productos que se generan después de toda lectura, se construyen con el fin de satisfacer un vacío de información, por lo tanto estos recursos gráficos permiten estructurar el pensamiento y los conocimientos.

Existen varios tipos: Conceptual, Proposicional, Estratégico, Argumental y Procedimental, cada uno con un propósito particular que en conjunto potencian el desarrollo de competencias intelectuales. (Miguel de Zubiria, 1987)

En las siguientes páginas se encuentran algunos mentefactos proposicionales y flujogramas que sintetizan pensamientos acerca de los gráficos estadísticos.

Ahora tendremos las definiciones de algunas gráficas estadísticas utilizadas con frecuencia en el ámbito de la educación.

### 2.12.1 Gráfico de barras

Gráfico pertinente para representar datos categóricos nominales. A la clase de la variable o categoría le corresponde una barra cuya altura corresponde a la frecuencia relativa o absoluta. Las barras se caracterizan por tener igual ancho y no necesariamente igual altura.

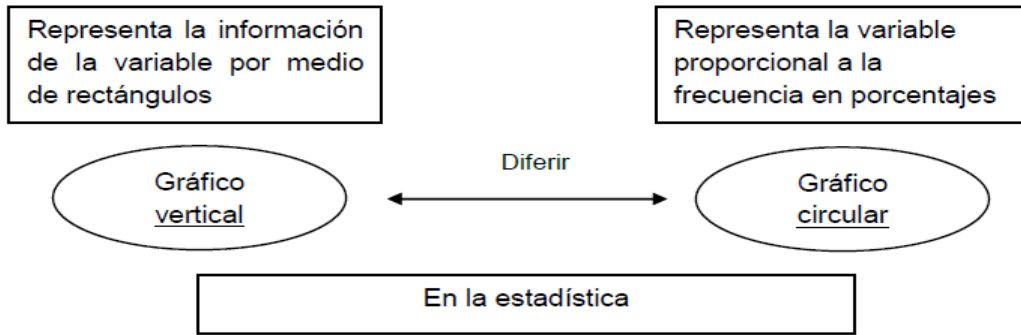


Ilustración 2. Mentefacto proposicional de Diagrama de barras

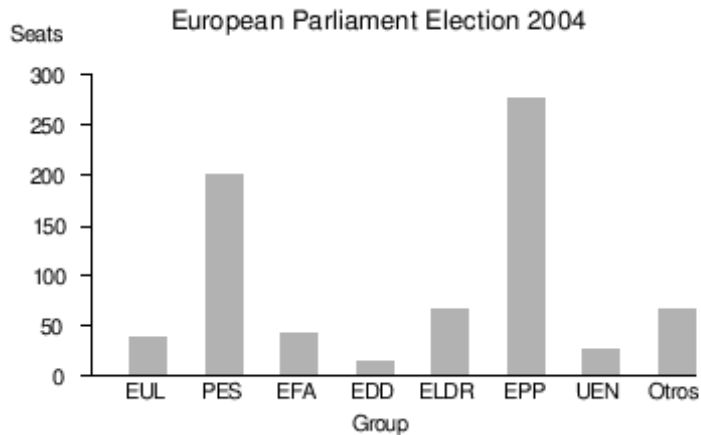


Ilustración 3. Diagrama de barras

### 2.12.2 Gráfico circular

Gráfico que representa las frecuencias relativas de cada categoría como porción de un círculo; cada porción se relaciona con los 360° de la circunferencia. Se utiliza diagrama circular en variables cualitativas donde los sectores representan la proporcionalidad de las áreas a las frecuencias absolutas Calot (1988,pag. 40). Considero que este diagrama aporta información no sólo a las variables cualitativas sino a todo tipo de variables. Los pasos para construir un diagrama circular son los siguientes:

- Paso 1: Convertir la frecuencia absoluta de cada dato en grados.
- Paso 2: Trazar una circunferencia con cualquier radio.
- Paso 3: Trazar un radio en la circunferencia.
- Paso 4: Medir con el transportador los grados correspondientes para el dato, a partir del último radio trazado. Marcar con un punto.
- Paso 5: Trazar otro radio al punto marcado sobre la circunferencia.
- Paso 6: Si existen más datos, repetir la medición desde el último radio trazado.
- Paso 7: Representar cada porción del diagrama con un color diferente y con su respectiva frecuencia porcentual.

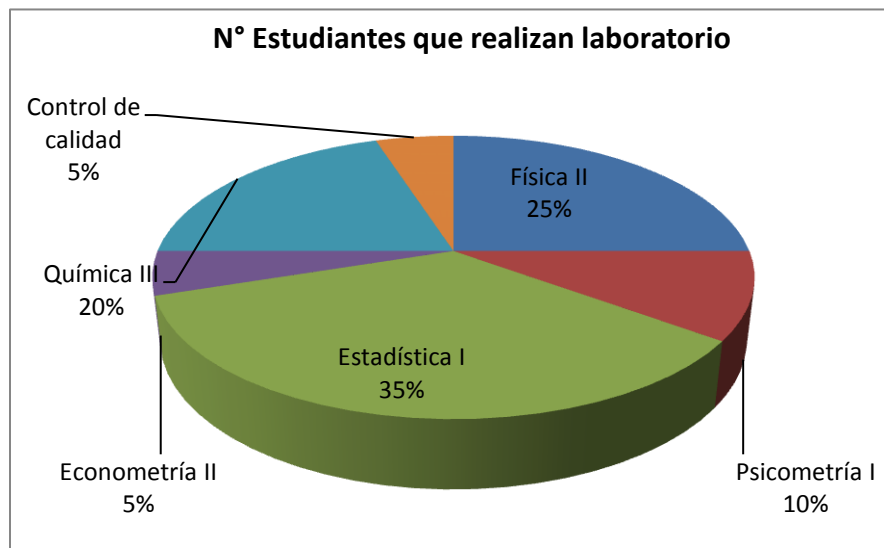


Ilustración 3. Diagrama circular

### 2.12.3 Histograma.

Gráfico que se utiliza continuamente en la Educación Secundaria y Media para representar una Tabla de Frecuencias. El histograma es el diagrama adecuado para representar variables cuantitativas continuas y variables discretas; cuando la variable toma muchas opciones de ocurrencia requiere de intervalos o clases.

Para Orellana (2001); el histograma es el gráfico más conocido y se utiliza para representar un conjunto de datos numéricos, además responde a las mismas inquietudes que el diagrama de tallos y hojas.

“El propósito de un histograma es mostrar la *forma de la distribución* de los datos por lo que debemos estar atentos a los aspectos visuales de la representación” (Orellana, 2001).

Para Orellana (2001); el histograma representa a la frecuencia de cada clase o intervalo en el área de la barra.

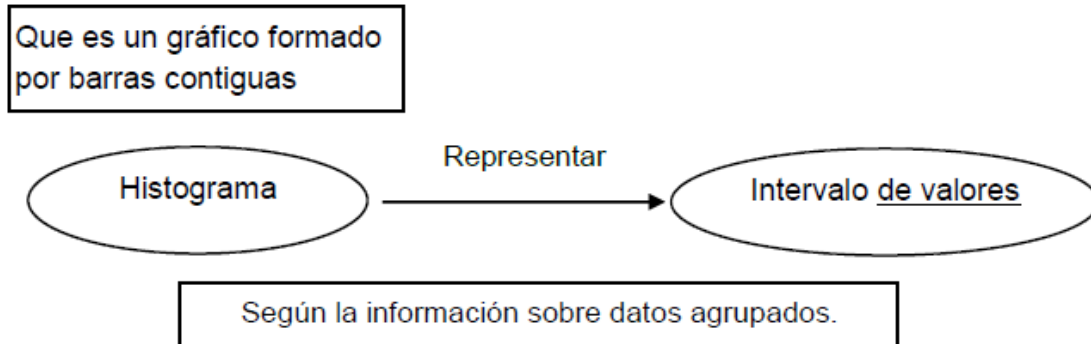


Ilustración 4. Mentefacto proposicional de Histograma

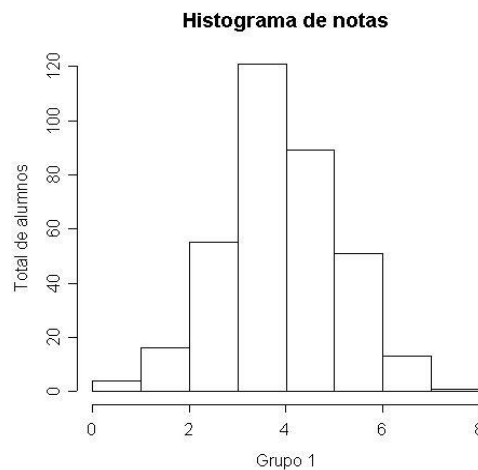


Ilustración 5. Histograma

#### 2.12.4 Polígono de frecuencias.

Este gráfico tiene semejanzas con el histograma; se quiere en él ver una imagen aproximada de la “curva” que se obtiene a partir de la variable. Para construir este gráfico; las variables son de tipo cuantitativa ya sea continua o discreta.

De acuerdo a Orellana ( 2001); “Los dos tipos de gráfico (histograma y polígono) brindan esencialmente la misma información. En ambos gráficos, el área total es de 100%”.

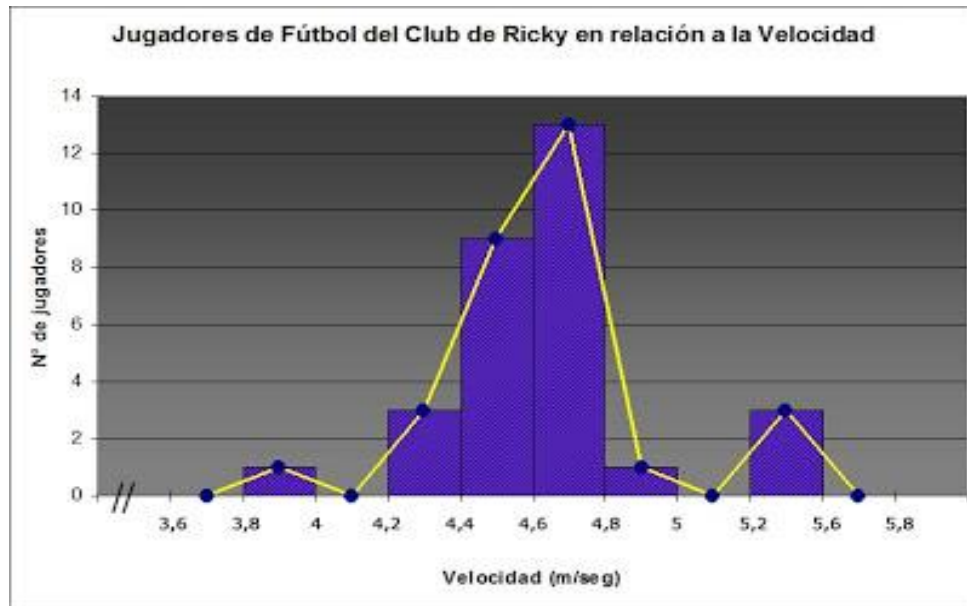


Ilustración 6. Polígono de frecuencias

### 2.12.5 Diagrama de líneas.

El gráfico lineal se caracteriza por ser un diagrama con segmentos de líneas; en los cuales un grupo de datos varía con el tiempo. El tipo de variable utilizada para construir este gráfico es una variable cuantitativa.



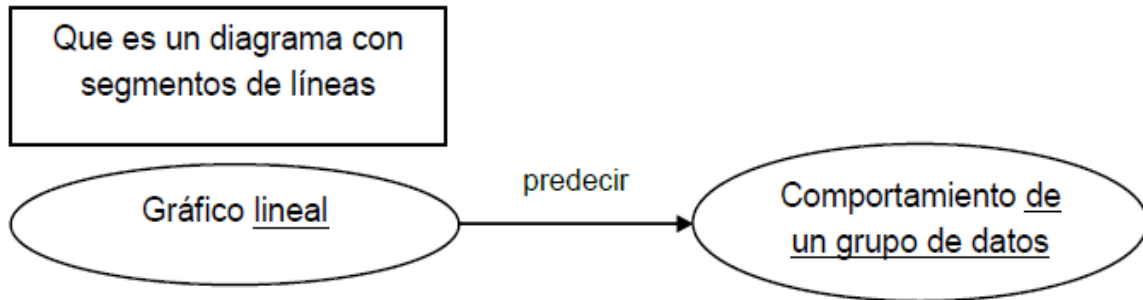


Ilustración 5. Mentefacto proposicional de gráfico lineal o diagrama de líneas

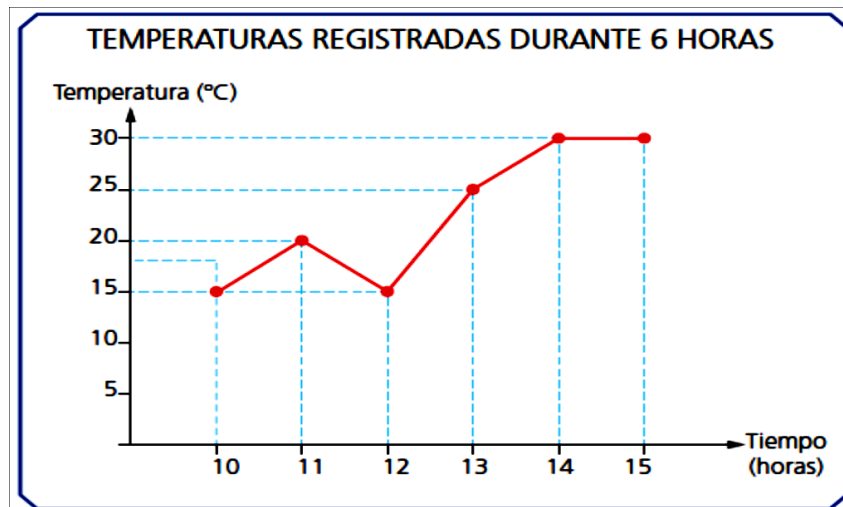


Ilustración 6. Diagrama de líneas

### 2.12.6 Gráfico de tallo de hojas (stem and leaf)

“Esta técnica gráfica desarrollada por Tuckey es muy sencilla y permite mostrar la *forma de la distribución de una variable numérica*”; Orellana (2001).

Son diagramas fáciles de elaborar; presentan mayor información que los histogramas. En ellos se puede observar la media aritmética, la moda, la forma de la distribución (simétrica, asimétrica), grado de dispersión, outlier.

De acuerdo a Orellana (2001); el gráfico nos brinda información acerca del *rango*; valor mínimo y máximo; también la *forma de la distribución* que puede ser aproximadamente simétrica o asimétrica, nos da cuántos picos o modas tiene la distribución. Por último, si existen valores que se aparten o estén muy alejados de la mayoría de datos (outlier).

Al mismo tiempo; el gráfico de tallos y hojas puede ser utilizado para comparar dos distribuciones de frecuencia; recibe el nombre de “tallos y hojas espalda con espalda” porque ambos grupos comparten los tallos (Orellana,2001; pág 20).

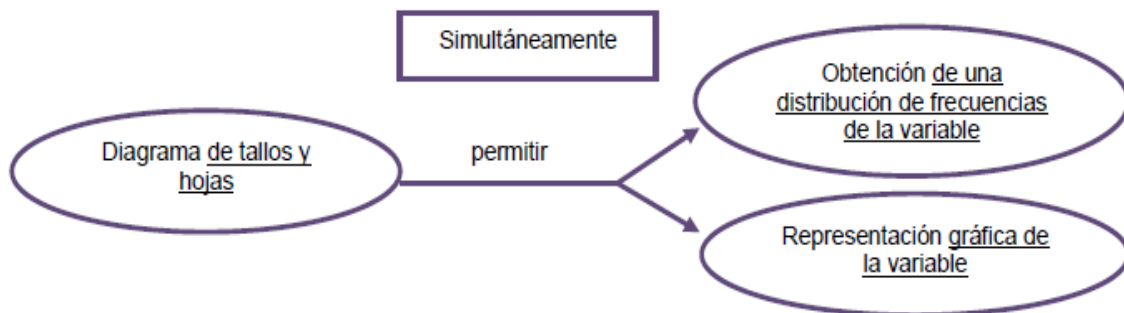


Ilustración 7. Mentefacto de Diagrama de tallos y hojas



Ilustración 8. Diagrama de tallos y hojas

### 2.12.7 Gráfico de cajas (Box-plot).

Gráfico que presenta variables cuantitativas; son una representación visual que describe la simetría y la dispersión al mismo tiempo.

“Gráfico propuesto por Tukey para presentar datos numéricos, especialmente útil para comparar distribuciones de varios conjuntos de observaciones. Está basado en medidas robustas de posición y dispersión” (Orellana. 200, pag 46).

La estadística robusta trata de obtener estimadores que no sean afectados por valores muy pequeños o muy grandes, un ejemplo es el caso de la mediana que no sufre cambios, mientras la media es afectada por estos valores que llamamos atípicos.

En el siguiente diagrama de cajas y bigotes se puede ver un valor atípico.

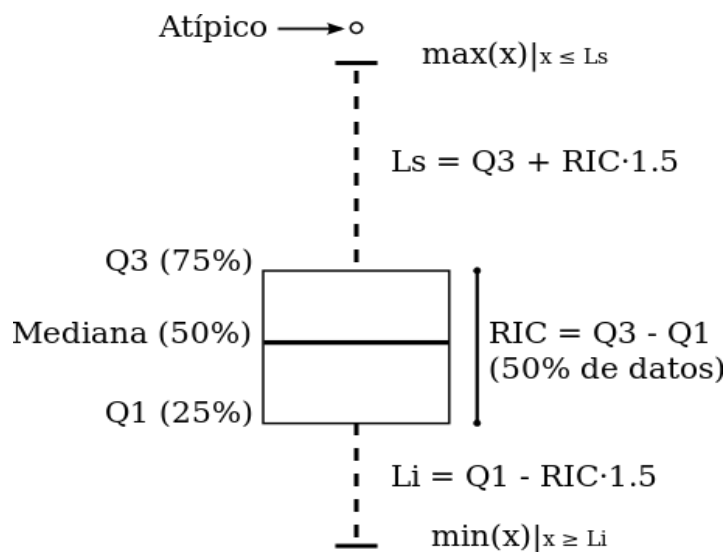
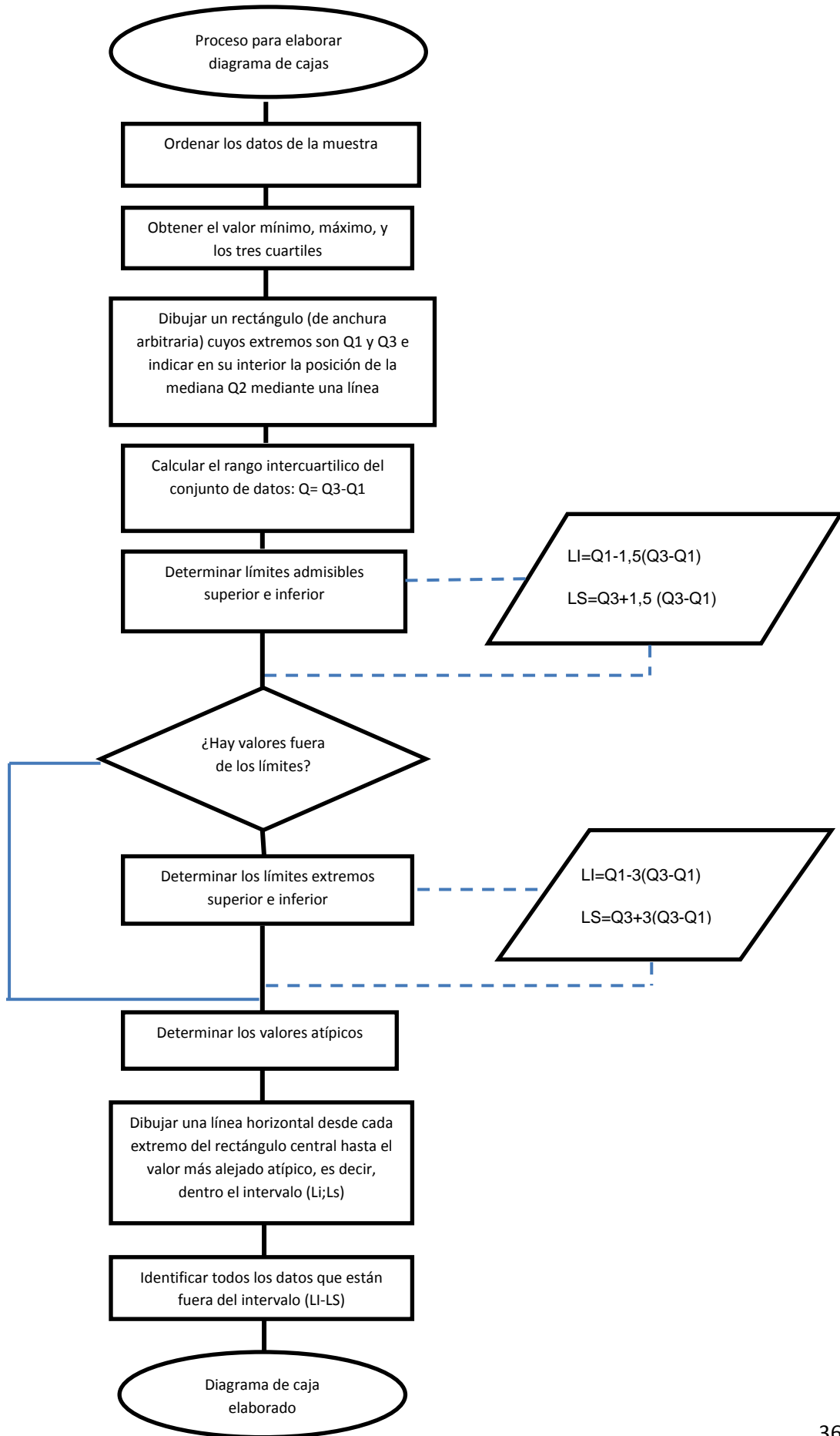


Ilustración 9. Diagrama de caja y bigotes

Veamos cómo se construye el gráfico de cajas; también llamado de cajas y bigotes; mediante el siguiente flujograma.



### 2.12.8 Diagrama de dispersión

La primera forma de describir una distribución bidimensional es representar los pares de valores en el plano cartesiano. El gráfico obtenido recibe el nombre de nube de puntos o diagrama de dispersión.

En el eje horizontal o X (de las abscisas), deben medirse las primeras cifras de cada par y en el eje vertical o Y (de las ordenadas), deben medirse las últimas cifras de cada par. La variable independiente se ubica en el eje X; y la variable dependiente en el eje Y.

“La nube resultante de puntos permite evaluar si existe relación entre las dos variables y la naturaleza de tal relación. Si es lineal, curvilínea, exponencial, logarítmica, cíclica, creciente, decreciente, etc. O si no hay relación aparente entre las variables” (Orellana, 2001).

Para comprender este gráfico, veamos un pequeño ejemplo: Se pregunta a 10 personas sobre la demanda familiar de adquirir casa o apartamento.

Cada punto se ubica como un par ordenado; según gráfico, se tiene

Demanda de casa (x)	2	4	5	5	6	6	7	7	8	9
Demanda apartamento (Y)	2	2	5	6	5	7	5	8	7	10

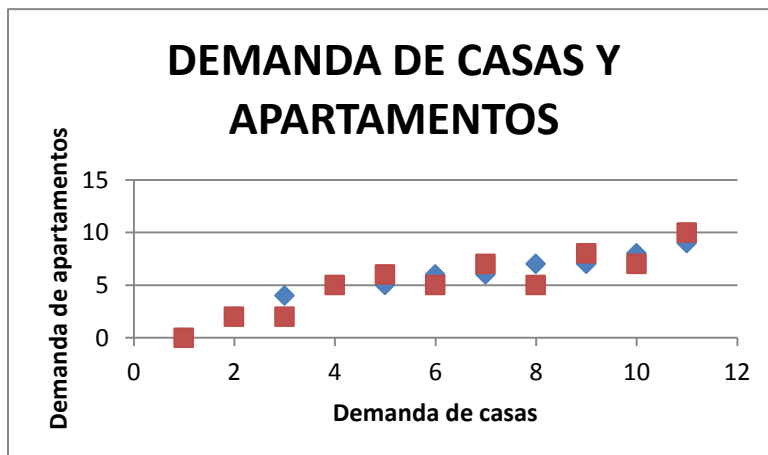


Ilustración 10. Diagrama de dispersión

## **CAPÍTULO 3: MARCO METODOLÓGICO**

### **3.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN**

En este trabajo de grado toma algunos referentes de estudio cualitativo de caso. De acuerdo a Muñiz (2003, pág.1); se caracterizan por estudiar una unidad como lo es una familia, un grupo, una organización o una institución. Hay diversas formas de considerar los estudios de caso cualitativos. Estos son: Estudios de caso como un enfoque, Estudios de caso como una estrategia, Estudio de caso como parte de la técnica para recolectar información. Para Stake (1994) citado por Muñiz; se puede realizar un estudio de caso por dos razones; estudia el caso en sí mismo (caso intrínseco) o para comprobar alguna teoría (estudio de caso instrumental). En el trabajo de grado se tomará de esta última forma.

La población objeto de estudio son los estudiantes de 5° o 6° semestre de la Licenciatura Matemáticas y Física de la Universidad del Valle; se aplica el instrumento a 4 profesores en formación; pues han tomado los cursos de Estadística ofrecidos por la carrera; por lo tanto han tomado la fundamentación en los conceptos y procesos estadísticos.

En una primera fase se diseña el instrumento en el cual se explora una serie de preguntas que involucren las seis entidades primarias del Enfoque Ontosemiótico; éstas son situaciones, acciones, lenguaje, conceptos, propiedades y argumentos. Se evalúan las seis entidades dado que el estudio se enfoca en docentes en formación inicial.

### **3.2 DESCRIPCIÓN DEL INSTRUMENTO DE MEDICIÓN (Ver anexo 1.)**

El instrumento de medición está diseñado con preguntas que involucra las seis entidades primarias

Pregunta n°1: Manejo del contexto (situación), acciones (procesos para hallar intervalos, construcción de tabla de frecuencias y gráfica).

Pregunta n°2: Manejo del contexto (situación), acciones (observar la frecuencia absoluta dada por la barra y hallar porcentaje), lenguaje (gráfica; datos de cada barra vertical), conceptos (porcentaje y frases propias como menor a, mayor a, no mayor a, valor entre, entre otras), argumentos (explicación de los procesos a seguir).

Pregunta n°3: Manejo del contexto (situación), acciones (proceso para solucionar), lenguaje (datos numéricos), conceptos (moda, frecuencia absoluta), argumentos (explicación de los procesos para dar solución).

Pregunta n°4: Manejo del contexto (situación), acciones (lectura de valores de la ojiva y su comparación, hallar porcentajes), conceptos (frecuencia absoluta, porcentaje).

Pregunta n°5: Concepto (frecuencia relativa), propiedad (expresar frecuencia relativa en porcentaje en gráfica)

Pregunta n°6: Manejo de contexto (situación), acciones (identificar la variable y gráfica), lenguaje (tabla de datos, gráficas), conceptos (elementos que constituyen un gráfico, variable cualitativa).

Pregunta n°7: Título del gráfico (situación), acciones (ejes etiquetados de acuerdo a variable, escala adecuada), lenguaje (especificadores como puntos, líneas, barras, sectores, entre otros), conceptos (definiciones utilizadas para comprender el gráfico; por ejemplo: media, moda, mediana, rango, cuantiles, etc).

Pregunta n°8: Se observan las diferentes entidades primarias que implican si la gráfica cumple con todas o algunas de ella de forma explícita o implícita.

Las anteriores preguntas se relacionan con la rejilla de análisis.

“La técnica de rejilla es un instrumento de evaluación de las dimensiones y estructura del significado personal que se deriva de la teoría de los constructos

personales” (Feixas, Cornejo, & Manuel, 1996). Esta técnica trata de conseguir una interpretación de la forma en que la persona da sentido y comprende sus experiencias. Se trata de una entrevista estructurada que conlleva a analizar algunos elementos que hacen parte de su mundo.

Las soluciones obtenidas, del análisis de las preguntas antes mencionadas, que se realizan a los docentes en formación se vacían en la siguiente rejilla de análisis.

Se realiza rejilla de análisis.

Dualidad Cognitiva Entidad Primaria	Saber Institucional	Saber Personal	Entrevista en Profundidad
Situaciones			
Acciones			
Lenguaje			
Conceptos			
Propiedades			
Argumentos			

En una segunda fase se aplica el instrumento a la población con las características descritas en el párrafo anterior.

En una tercera fase se analizan los resultados obtenidos mediante una triangulación de fuentes: Instrumento, Entrevista en profundidad, escala SOLO.

La información se recolecta mediante preguntas en talleres que se enfocan en la interpretación y la construcción de gráficos estadísticos. En el taller se incluye el



componente en Didáctica de la Estadística. Se dialoga con los docentes sobre los resultados arrojados en el taller, para conocer un poco más a fondo las apreciaciones personales con respecto a los problemas planteados, y así observar cómo se cualifican con los saberes personales y que sugerencias aportan al trabajo realizado y a su futuro desempeño como docente en alguna institución de la región. Los resultados obtenidos en las pruebas realizadas a los docentes en formación inicial se tratarán de forma cualitativa mediante la siguiente escala:

La escala se construye con la taxonomía SOLO; la cual es un acrónimo de Structured of the Observed Learning Outcomes (Estructurado de los Resultados del Aprendizaje Observados). Para Hernández Pina y compañeros (2005)

*“La taxonomía permite clasificar y evaluar el resultado de una tarea de aprendizaje en función de su organización estructural.”*

La taxonomía SOLO se basa en confirmar el progreso de los saberes de forma cualitativa.

La siguiente tabla nos indica los niveles con los cuales se interpreta las soluciones dadas por los profesores en formación inicial:

I.	Nivel Pre-estructural: Respuestas centradas en aspectos irrelevantes de la respuesta de trabajo, con contestaciones evasivas o tautológicas del enunciado.
II.	Nivel Uni-estructural: Respuestas que contienen datos informativos obvios, los cuales han sido extraídos directamente del enunciado.
III.	Nivel Multi-estructural: Respuestas que requieren la utilización de dos o más informaciones del enunciado, los cuales siendo obtenidas directamente de este, son analizadas separadamente, no de forma interrelacionada.
IV.	Nivel relacional: Respuestas extraídas tras el análisis de los datos del problema, relacionando la información en un todo comprensivo. Los resultados se organizan formando una estructura.
V.	Nivel Abstracción expandida: Respuestas que manifiestan la utilización de un principio general y abstracto que puede ser inferido a partir de análisis sustantivos de los datos del problema y que es generalizable a otros contextos.

Después de realizado el instrumento de medición por parte de los docentes en formación se realiza la Entrevista en Profundidad; para S. J., Taylor & R., Bogdan esta consiste en ser flexible y dinámica no estructurada; en los cuales se trata de comprender las perspectivas de los informantes, experiencias o situaciones desde las mismas palabras del entrevistado. La Entrevista se estructura de acuerdo a la cantidad de preguntas del instrumento (Bogdan., 2000).

A continuación se realiza una lista de preguntas para la Entrevista en Profundidad; se tiene en cuenta que a partir de éstas; las cuáles se forman a partir del instrumento de medición; se proponen otras preguntas de acuerdo a las respuestas que dice en la entrevista el docente en formación.

- ❖ ¿Los datos estadísticos propuestos en cada pregunta son acorde con el contexto del estudio estadístico propuesto?
- ❖ ¿Distingue los tipos de variables que proponen en cada pregunta?
- ❖ Si identifica el tipo de variable en cada pregunta ¿le es fácil asociarla con el tipo de gráfico?, es decir, si la variable estadística es cualitativa; ¿qué gráfica estadística utilizaría?
- ❖ Le resulta fácil extraer información de los gráficos; como moda, mediana y media.
- ❖ Los enunciados expuestos en cada pregunta son comprensibles. Alguno en especial le pareció de gran dificultad.
- ❖ Identifica alguna propuesta didáctica en el instrumento de medición, ¿cuál?

## **CAPÍTULO 4: INTERPRETACIONES Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DEL ESTUDIO**

Aquí en este capítulo se interpretará los resultados del instrumento de medición y la entrevista en profundidad dando cuenta de cómo están las entidades primarias; cómo está la parte del saber y la relación con los niveles de medición.

En el estudio se tiene en cuenta que los docentes en formación salían de clases que tuvieron durante el día y en la noche presentan el instrumento de medición. Los estudiantes cuentan con el cansancio del transcurrir del día.

Se inicia a las 6:20 p.m. y terminan entre las 7:40 p.m. y 8:00 p.m.

En las observaciones realizadas los estudiantes manejan bien las entidades primarias (situaciones, acciones, lenguajes, conceptos, propiedades, argumentos) presentándose algunas dificultades en las acciones; es decir, los procesos matemáticos para contestar las preguntas; de cuatro docentes tres realizan tabla de frecuencias de manera heurística, uno no formó intervalos de clase. En la escala SOLO se llega al nivel racional, dado que relacionan los datos con lo que se busca contestar; haciendo un todo en la tabla de frecuencias. En cuanto a la gráfica de histograma dos estudiantes hacen las barras unidas entre sí pero las unen al eje Y. Lo anterior para la primera pregunta.

Para la segunda pregunta; los docentes contestan de manera sobresaliente este punto. Hay muy buena comprensión de frases que determinan intervalos (menor a, no mayor a, entre un valor menor y un valor mayor, menor o igual, mayor a, mayor o igual a). En la escala SOLO; nivel de abstracción expandida.

En la tercera pregunta; fácilmente identifican el valor que tiene mayor frecuencia. Todos los docentes trabajan bien las entidades primarias. En la escala SOLO para este tipo de pregunta está bien el nivel uni-estructural.

Cuarta pregunta; dado el gráfico de ojiva, que representa el ingreso mensual de docentes en Bogotá, se observa que tienen dificultad para identificar intervalos en la misma. Presentan la mayoría dificultad en las acciones y conceptos (asociar los valores del eje X e Y con las palabras que determinan intervalos y sus valores

intermedios). Dos docentes dicen que no hay solución, uno indica que las opciones dadas no son correctas “ninguna inferencia es correcta”, un docente contesta correctamente (resultado en 4.1). En la escala SOLO llegan al nivel multi-estructural, se evidencia dificultad para conectar en el gráfico los conceptos y las acciones (inferir). Para la solución a la pregunta 4.2; tres docentes responden que ninguna o que la solución no se encuentra en las opciones propuestas. Una vez más, la misma persona contesta bien. La docente ha trabajado las preguntas propuestas en el instrumento de medición por lo cual se le hace más fácil contestar (asesorando en tareas y talleres a estudiantes de educación media).

En la siguiente pregunta, la quinta; tres docentes contestaron bien. Asociando las entidades primarias y en la escala SOLO llegan al nivel relacional. Tienen claridad en asociar los diagramas de sectores con la noción de porcentaje.

Para la pregunta número seis; sólo un docente asocia dos gráficos para el tipo de variable expuesta en el problema; siendo las soluciones correctas. Tres docentes respondieron bien, más no asocian que es posible que una variable se pueda graficar de varias formas. Se observa comprensión con respecto a las entidades primarias y en la escala SOLO se tiene un nivel relacional que puede mejorar.

Para la pregunta siete; un docente de las seis opciones (a,b,c,d,e,f), cinco están bien evaluadas; en la opción “f” escribe que está bien, sin embargo los ejes no están etiquetados. Un segundo docente se equivocó en la opción “c” argumenta que la edad es acumulativa. El tercer docente evaluó la opción “a” como buena pero falta el título del diagrama, la opción “b” la evaluó regular aunque está gráfica contiene los elementos más importantes como título, etiquetas de los ejes X e Y, las escalas y las marcas son adecuadas; como también el especificador (rectángulos). Las demás opciones están bien evaluadas. El cuarto docente; como el anterior tomó la opción “a” buena, el resto está bien evaluada. Se observa en las soluciones buen manejo de las entidades primarias con un nivel en la escala SOLO multiestructural, pues identifican los elementos fundamentales de los gráficos para una adecuada comprensión de la información.

La última pregunta; la octava donde se realiza un cambio de registro semiótico; pasar de la tabla de datos con su variable, los valores que recibe la variable y su frecuencia absoluta, a un gráfico de barras. Todos los docentes opinan lo mismo para la opción “a” que la altura de las barras no concuerda con la frecuencia absoluta; lo cual es acertado. En la opción “b” tres docentes concuerdan en que faltan elementos; dos de ellos explican que faltan las etiquetas de los ejes. En “c” en la cual construyen la gráfica acorde a los datos dados, dos docentes escriben las etiquetas correspondientes a los ejes. Los cuatro docentes corrigen la altura de las barras según la información de la tabla. Aquí se observa buen manejo de las entidades primarias para una correcta comprensión y análisis de la información. En la escala SOLO y para la complejidad de la pregunta el nivel de los docentes es abstracción expandida; ya que aunado a las preguntas anteriores pueden extrapolar principios fundamentales en la comprensión de los gráficos estadísticos.

En cuanto; a la relación entre el saber personal y el saber institucional se debe tener en cuenta que los docentes en formación utilizaron procesos heurísticos muy validos desde el enfoque de Polya. En su libro “How to solve it”; según la revista SUMA (SUMA, 1996); para resolver un problema puede aplicar cuatro estrategias, las cuales son:

- I. Comprender el problema.
- II. Concebir un plan.
- III. Ejecución del plan.
- IV. Examinar la solución obtenida.

Es decir, los docentes en formación cuentan con herramientas tanto matemáticas como estadísticas que pueden aplicar en la resolución de problemas aquí enunciados.

Se evidencia el Saber institucional bien adquirido en los docentes en formación que han presentado el instrumento de medición y por ende su Saber personal (conocimiento) bien estructurado.

## CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES

En este apartado se redactarán los resultados hallados en el instrumento de medición; los cuales se describen en la rejilla de análisis y en la escala de medición SOLO.

Asimismo, el aporte que este trabajo de grado contribuye a mi formación, como futuro docente en el área de Matemáticas, especialmente en Estadística.

Las conclusiones concuerdan con los objetivos propuestos en el estudio.

Los docentes en formación presentaron algunas dificultades en la construcción del histograma; esto es evidente en las gráficas que dibujaron, donde se presenta las barras separadas; además el eje Y está unido con las barras. Con respecto al proceso para hallar intervalos de clase, se enfocaron en procesos heurísticos, demostrando procesos que no necesariamente sean memorísticos y coherentes con las preguntas planteadas.

Con respecto a las diferencias entre el saber personal y saber institucional en la interpretación de gráficas; se observa gran dificultad en la pregunta número cuatro donde manejan bien palabras o frases como menor que, mayor que, menor o igual que, mayor o igual que, pero al buscar la relación con la gráfica les da dificultad; de hecho solo una persona no escribió observaciones, respecto a que las opciones no eran adecuadas y que por tanto no tenía solución. También se identificó dificultad en la pregunta siete donde no conectan que variable responde al gráfico.

Para los objetivos tres y cuatro donde los elementos de construcción e interpretación se integran para dar interpretaciones coherentes con el estudio estadístico, se tiene un pro y contra ya enunciado en el análisis de las preguntas número cuatro con respecto a la interpretación y en la número uno, siete, y ocho.

En general, los docentes en formación se presentan saberes personales bien fundamentados en la construcción e interpretación de gráficos estadísticos, y la

diferencia entre saberes personales y los saberes institucionales no es marcada por lo que desde mi punto de vista podría subsanarse con una lectura personal acerca por parte de cada uno de los docentes en formación, y que esta sea enriquecida con una buena cantidad de situaciones problemas resultas para que asimismo llegado el momento de desempeñar su rol de docente en la educación básica, tenga herramientas que pueda aplicar para orientar a sus estudiantes.

## BIBLIOGRAFÍA

- Arteaga, C. J. (2011). *Evaluación Sobre Conocimientos Sobre Gráficos Estadísticos Y Conocimientos Didácticos De Futuros Profesores. Tesis Doctoral*. Granada.
- Arteaga, P., Batanero, C., Díaz, C., & Contreras, J. M. (2009). El lenguaje de los gráficos estadísticos. *UNIÓN. Revista latinoamericana de educación matemática*, 93-104.
- Batanero, J. D. (23 de 01 de 2014). [www.ugr.es/~jgodino/funciones-semióticas](http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semióticas). Recuperado el 23 de 01 de 2014, de [www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03\\_SignificadosIP](http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03_SignificadosIP): [http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03\\_SignificadosIP\\_RDM94.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03_SignificadosIP_RDM94.pdf)
- Bogdan., S. T. (2000). En S. T. Bogdan., *Introducción a los métodos calitativos*. (pág. 344). New York.: Ediciones Paidós.
- Espinel, F. M. (2007). Construcción y Razonamiento De Gráficos Estadísticos En La Formación De Profesores. *Investigación en educación matemática: comunicaciones de los grupos de investigación del XI Simposio de la SEIEM*.
- Feixas, G., Cornejo, & Manuel, J. (1996). Manual de la técnica de de rejilla mediante el programa record. En G. Feixas, Cornejo, & J. Manuel, *Manual de la técnica de de rejilla mediante el programa record* (págs. 1-31). Barcelona: España.
- Font, V. G. (2007). Recuperado el 12 de abril de 2012, de Sitio web de Juan Godino: <http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/enfoque-ontosemiotico-representaciones.pdf>
- Godino, B. D. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica dela matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Educación Matemática*, 191-218.
- Godino, J. (2012). [http://www.ugr.es/~jgodino/eos/origen\\_EOS\\_Baeza\\_2012.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/eos/origen_EOS_Baeza_2012.pdf). (U. d. Granada, Editor, J. Godino, Productor, & Universidad de Granada) Recuperado el 12 de agosto de 2014, de [http://www.ugr.es/~jgodino/eos/origen\\_EOS\\_Baeza\\_2012.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/eos/origen_EOS_Baeza_2012.pdf): [http://www.ugr.es/~jgodino/eos/origen\\_EOS\\_Baeza\\_2012.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/eos/origen_EOS_Baeza_2012.pdf)
- Godino, J. D. (2003). *Teoría de las funciones semióticas: un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Granada: Servicio de reprografía de la facultad de ciencias.Granada.
- Gutiérrez, R. B., & Arango, M. Y. (2007). *ESTADÍSTICA. Un enfoque descriptivo*. Santiago de Cali.: FERIVA S.A.



- Hojgaard, T. (2009). Competencies, Skills and Assessment. *Crossing divides: Proceedings of the 32nd annual conference of the mathematics Education Research Group of Australia* (págs. 225-231). Palmerston North: R. Hunter, B. Bicknell, & T. Burges.
- Llinares, S. (2009). Competencias Docentes del Maestro en la Docencia en Matemáticas y Diseño de Programas de Formación. *UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 92-101.
- Luis, R. (s.f.). *cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/RicoL07-2777.PDF*. Recuperado el 07 de agosto de 2014, de <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/RicoL07-2777.PDF>
- Luis, R. R. (s.f.). Recuperado el 01 de agosto de 2013, de <http://www.ugr.es/~recfpro/Rev81.html>
- MEN. (1998). *LINEAMIENTOS EN MATEMÁTICAS*. Bogotá: MEN.
- Miguel de Zubiria. (1987). *Fundación Internacional de Pedagogía Conceptual*. Recuperado el 23 de Diciembre de 2013, de Fundamerani.org: <http://www.albertomerani.org>
- Muñiz, M. (7 de agosto de 2013). *www.psico.edu.uy*. Recuperado el 7 de agosto de 2013, de [www.psico.edu.uy: http://www.psico.edu.uy/sites/default/files/cursos/1\\_estudios-de-caso-en-la-investigacion-cualitativa.pdf](http://www.psico.edu.uy/sites/default/files/cursos/1_estudios-de-caso-en-la-investigacion-cualitativa.pdf)
- Orellana, L. (marzo de 2001). *Estadística Descriptiva*. Buenos Aires, Argentina.
- S.L, F. H. (2005). *Aprendizaje, competencias y rendimiento en educación superior*. Madrid: La Muralla.
- Salganik, D. S. (2004). *Definir y seleccionar las competencias fundamentales para la vida*. México: Fondo de Cultura Económica.
- SUMA. (1996). Polya, un clásico en la resolución de problemas. *SUMA*, 104.
- Vera, I. E. (2012). *Ensayo: Competencia matemática, estudiantes competentes y resolución de problemas*. Universidad de los Lagos, Chile.

## ANEXO 1 CUESTIONARIO DE PREGUNTAS

Fecha: \_\_\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_

Edad: \_\_\_\_\_

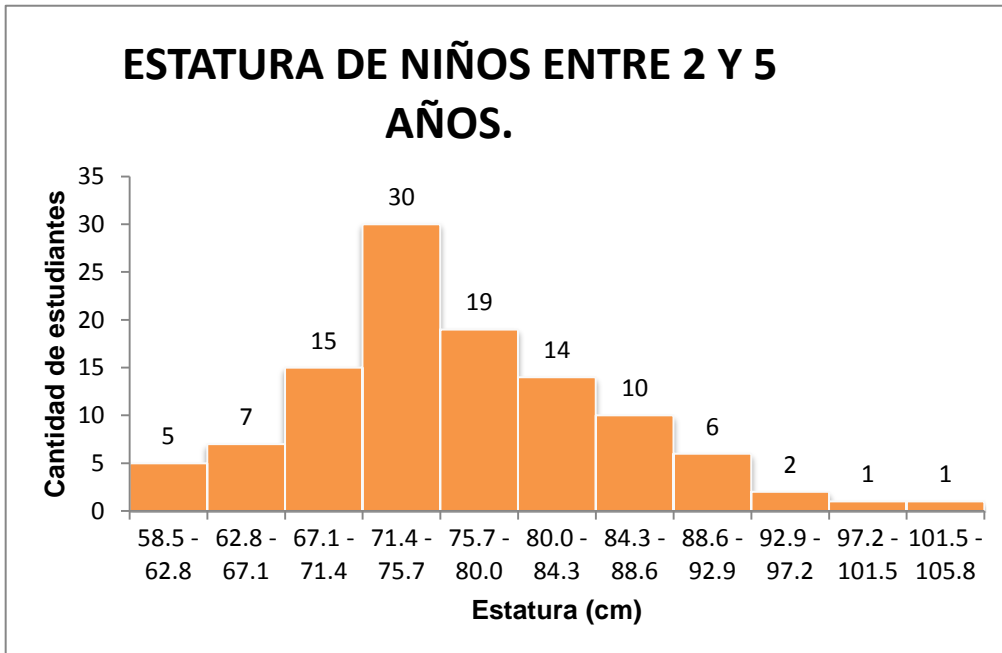
Institución educativa donde estudió la secundaria: \_\_\_\_\_

1. De acuerdo a la información de “Cantidad de hermanos de estudiantes de los grados 6°, 7° y 8° de una institución de educación de la ciudad de Cali en el año 2012” construya una tabla de frecuencias agrupando los datos en intervalos de igual longitud con sus frecuencias absolutas, relativas y acumuladas; realiza un histograma.

3-3-2-3-4-0-1-2-1-4-5-6-2-2-2-1-1-1-1-3-5-4-4-2-2-4-3-0-8-4-1-2-4-3-4-2-2-2-1-2-1-0-3-1-5-7-4-3-1-1-0-5-10-6-2-1-3-3-2-2-1-3-4-2-1-1-0-1-4-2-4-3-6-3-3-2-1-3-2-9-10-6-3-7-2-0-1-1-8-6-5-2-2-3-4-1-1-3-2-2-1-1-1-5-2-4-3-6-2-2-0-1-3-3-2-2-1-5-

2. Los siguientes datos corresponden a las estaturas en cm de niños(as) entre dos y cinco años de una institución educativa de la ciudad de Cali.

58.5	60.9	61.3	61.5	62.6	64.9	65.4	65.5	65.7	65.9
66.0	66.3	67.5	67.9	68.3	68.4	69.3	69.4	69.5	69.8
70.4	70.8	70.8	71.1	71.1	71.3	71.4	71.6	72.1	72.5
72.5	72.7	72.8	72.8	72.9	73.2	73.2	73.4	73.6	73.7
74.0	74.3	74.5	74.5	74.6	74.6	74.8	74.9	75.1	75.1
75.2	75.3	75.3	75.4	75.4	75.5	75.7	75.7	76.1	76.2
76.3	76.5	76.5	76.8	76.8	76.9	77.0	77.3	77.8	77.9
78.5	78.6	78.9	79.0	79.0	79.6	80.3	80.8	80.8	80.9
80.9	81.0	81.1	81.2	81.3	82.2	82.4	83.4	83.6	83.9
84.9	85.1	85.6	85.8	85.9	86.3	86.4	86.7	87.3	88.6
88.7	88.9	89.0	89.1	91.1	91.9	95.3	95.6	100.2	105.5



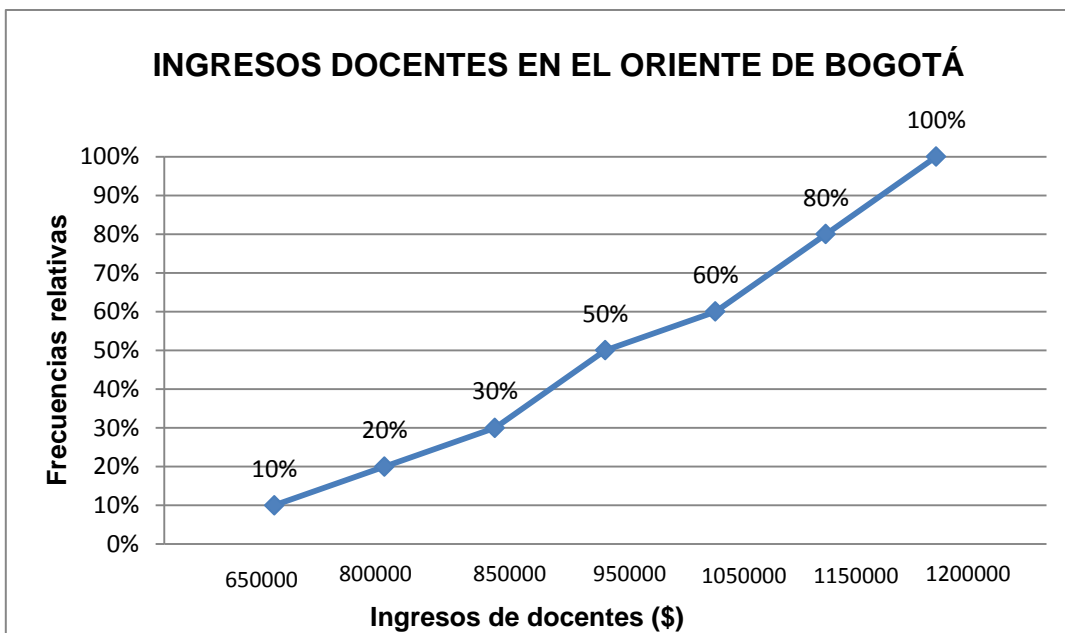
- a) ¿Cuántos niños(as) tienen estatura menor a 71.4 cm? ¿Cuál es el porcentaje correspondiente?
- b) ¿Cuántos niños(as) tienen estatura no mayor a 75.7 cm? ¿Cuál es su porcentaje?
- c) ¿Cuántos niños(as) tienen estatura entre 58.5 cm y 84,3 cm? ¿Qué porcentaje representa esta cantidad?
- d) ¿Qué porcentaje de niños(as) tienen estatura entre 92.9 cm y 105.8 cm? ¿Cuántos niños(as) son?
- e) ¿Qué cantidad de niños(as) tienen estatura menor o igual a 88.6 cm? ¿Cuál es el porcentaje que corresponde a esta cantidad?
- f) ¿Qué cantidad de niños tienen estatura mayor a 88.6 cm? ¿Cuál es el porcentaje correspondiente?
- g) ¿Qué cantidad de niños tienen estatura mayor o igual a 88.6 cm? ¿Cuál es el porcentaje correspondiente?

3. El docente de educación física de una institución de Cali, quiere conocer cuáles son las estaturas más frecuente de sus estudiantes de los grados transición, primero y segundo. Las estaturas en cm recogidas son:

60.9-66.3-70.8-61.3-67.5-70.8-61.5-68.3-68.4-70.8-69.5-67.5-66.3-70.8-69.8

4. Según una encuesta realizada en la ciudad de Bogotá; los docentes que trabajan en el oriente de la ciudad tienen ingresos superiores a un SMLV<sup>3</sup>

El siguiente gráfico de ojiva representa los ingresos mensuales de los docentes.



Las dos siguientes preguntas se contestan de acuerdo al gráfico anterior. Son de opción múltiple única respuesta.

4.1 Se puede inferir que:

- a) El 40% de los docentes tiene un ingreso mayor a \$ 850000.
- b) El 60% de los docentes gana un ingreso de \$1050000.
- c) El 70% de los docentes tiene un ingreso mayor a \$1150000.
- d) El 90% de los docentes tiene un ingreso mayor a \$1150000.

<sup>3</sup> SMLV: Salario mínimo legal vigente que para el año 2014 es de 616000 en Colombia.

**4.2** Se puede inferir que:

- a) El 30% de la población gana más de \$850000.
- b) El 50% de la población presenta un ingreso de \$950000.
- c) El sueldo máximo registrado fue de \$1150000.
- d) El 80% de la población gana más de \$1150000.

**5.** Los gráficos de sectores, circulares o de torta se usan para mostrar:

- a) Frecuencias relativas.
- b) Frecuencias absolutas acumuladas.
- c) Marcas de clase.
- d) Frecuencias no acumuladas.

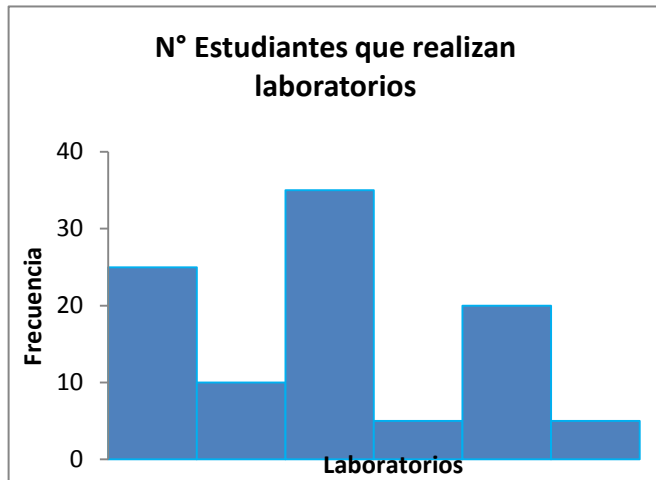
**6.** En el instituto de procesos estadísticos de la universidad, se recogió y se procesó mediante el paquete estadístico SPSS; los siguientes datos:

Cantidad de estudiantes matriculados en:

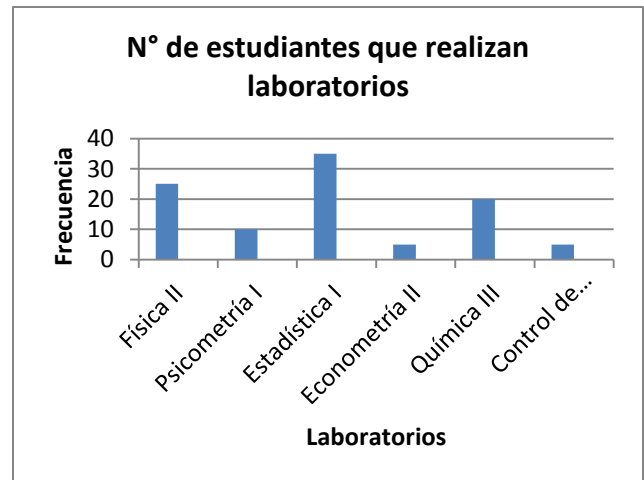
<b>Laboratorio</b>	<b>Número de estudiantes.</b>
Física II	25
Psicometría I	10
Estadística I	35
Econometría II	5
Química III	20
Control de calidad	5

¿Cuál o cuáles son el o los gráfico(s) más pertinentes para representar los datos de la tabla anterior?

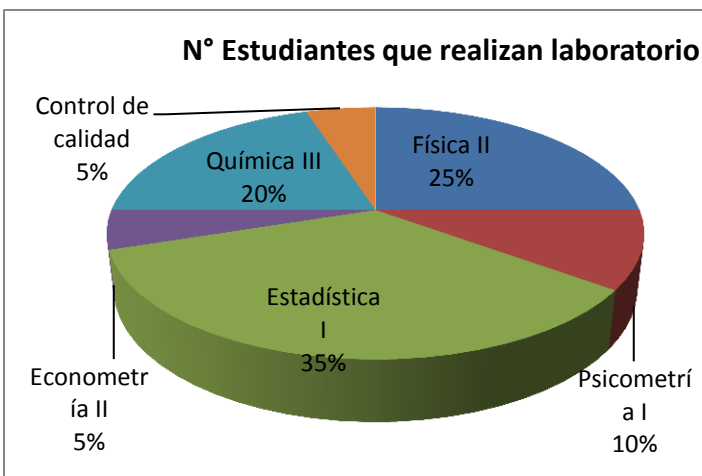
a)



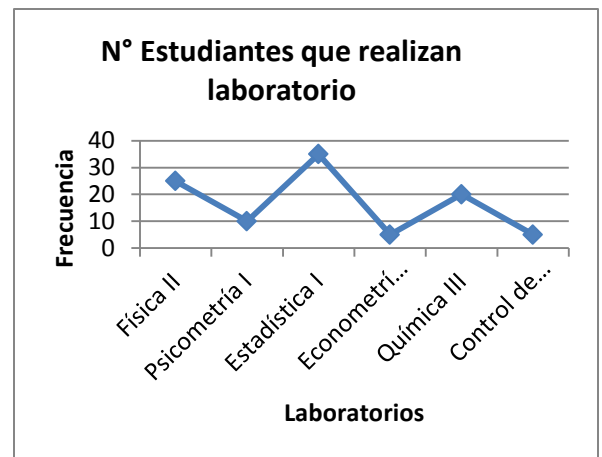
b)



c)

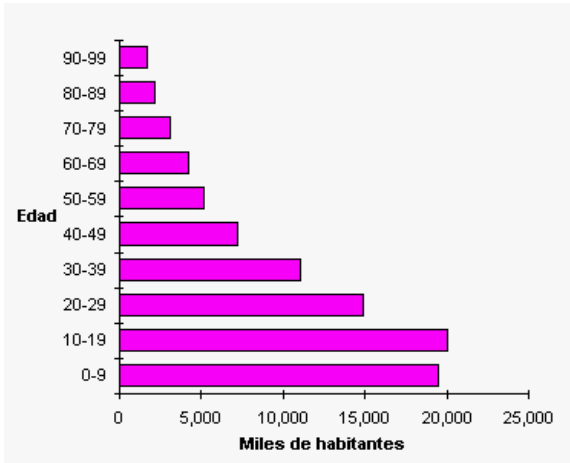


d)



7) Evalúa cada gráfico de acuerdo a la cantidad de errores que observes en Bueno (ningún error), Regular (dos errores) y Malo (tres o más errores).

a)



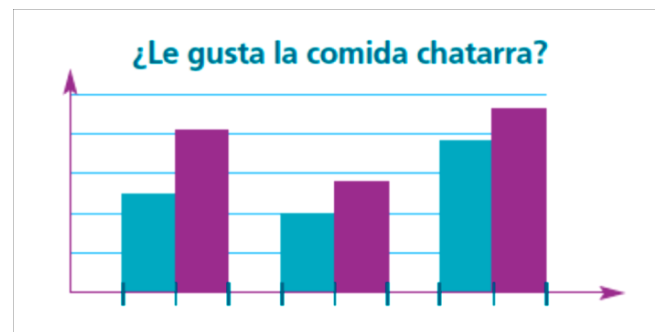
b)



c)



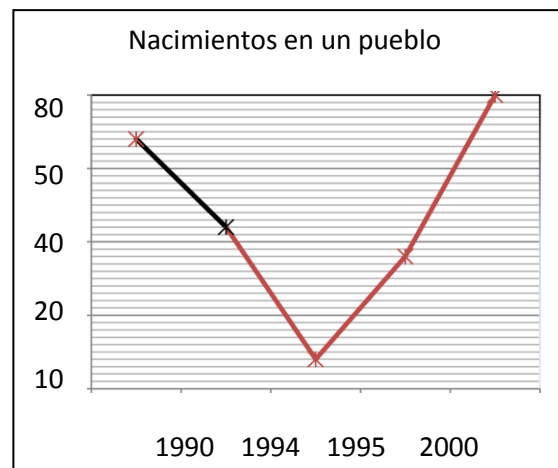
d)



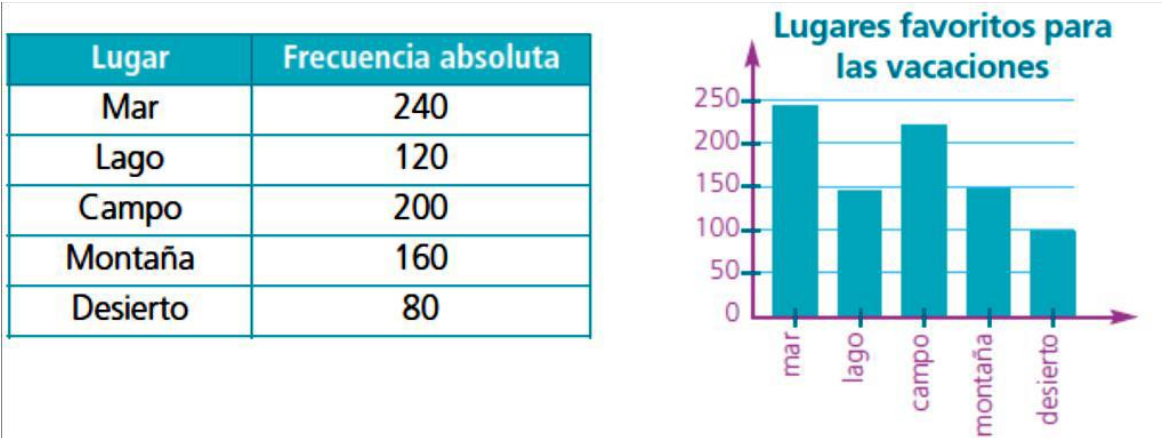
e)



f)



8) Observo la siguiente tabla y el gráfico correspondiente, y luego respondo:  
 En una encuesta que fue realizada a niños, jóvenes y adultos, se les preguntó:  
 ¿Cuál es su lugar favorito para pasar las vacaciones? Los resultados fueron  
 ordenados en la siguiente tabla, y luego presentados en un gráfico.



Explico las siguientes preguntas.

- Según los datos de la tabla, ¿el gráfico fue construido correctamente?
- ¿Faltan elementos en este gráfico?
- Construyo un gráfico de barras que represente los datos de la tabla. ¿En qué se diferencia del gráfico construido aquí?
- ¿Qué se necesita corregir en el gráfico para que represente fielmente los datos de la tabla?