

**PROPUESTA DE ENSEÑANZA DEL PROCESO DE MEDIDA DE LONGITUDES Y
ÁREAS A PARTIR DE LA ARTICULACIÓN ENTRE LO MÉTRICO Y LO
NUMÉRICO**

CRISTHIAN SEVILLANO CORRALES



**UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
SANTIAGO DE CALI, 2014**

**PROPUESTA DE ENSEÑANZA DEL PROCESO DE MEDIDA DE LONGITUDES Y
ÁREAS A PARTIR DE LA ARTICULACIÓN ENTRE LO MÉTRICO Y LO
NUMÉRICO**

CRISTHIAN SEVILLANO CORRALES

**Trabajo presentado como requisito parcial para optar al título de licenciado en
matemáticas y física**

Director: DIEGO GARZÓN CASTRO



**UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
SANTIAGO DE CALI, 2014**



ACTA DE EVALUACIÓN DE TRABAJO DE GRADO

Tenga en cuenta: 1. Marque con una X la opción escogida.
2. diligencie el formato con una letra legible.

TÍTULO DEL TRABAJO:	Propuesta de enseñanza del proceso de medida de longitudes y área a partir de la articulación entre la métrica y la numeración					
Se trata de:	Proyecto		Informe Final	X		
Director:	Diego Garzón Castro					
1er Evaluador:	Marcela Aponte					
2do Evaluador:	Wilber Orlando Miranda					
Fecha y Hora	Año: 2015	Mes: Abril	Día: 22	Hora: 9:25 AM		
Estudiantes						
Nombres y Apellidos completos		Código		Programa Académico		
Cristhian Sevilla Combe		0535930		3487		

EVALUACIÓN					
Aprobado	X	Meritorio		Laureado	
Aprobado con recomendaciones		No Aprobado		Incompleto	
En el caso de ser Aprobado con recomendaciones (diligenciar la página siguiente), éstas deben presentarse en un plazo de _____ (máximo un mes) ante:					
Director del Trabajo		1er Evaluador		2do Evaluador	
En el caso que el Informe Final se considere Incompleto , se da un plazo de máximo de _____ semestre(s) para realizar una nueva reunión de evaluación el:					
Año:	Mes:	Día:	Hora:		
En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de conciliación de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes; expresar la razón del desacuerdo y las alternativas de solución que proponen (diligenciar la página siguiente).					

FIRMAS:		
Diego Garzón Castro	Marcela Aponte	Wilber Orlando M
Director del Trabajo de Grado	1er Evaluador	2do Evaluador



PARTE 1. Términos de la licencia general para publicación digital de obras en el repositorio institucional de Acuerdo a la Política de Propiedad Intelectual de la Universidad del Valle

Actuando en nombre propio los AUTORES o TITULARES del derecho de autor confieren a la UNIVERSIDAD DEL VALLE una Licencia no exclusiva, limitada y gratuita sobre la obra que se integra en el Repositorio Institucional, que se ajusta a las siguientes características:

a) Estará vigente a partir de la fecha en que se incluye en el Repositorio, por un plazo de cinco (5) años, que serán prorrogables indefinidamente por el tiempo que dure el derecho patrimonial del AUTOR o AUTORES. El AUTOR o AUTORES podrán dar por terminada la licencia solicitando por escrito a la UNIVERSIDAD DEL VALLE con una antelación de dos (2) meses antes de la correspondiente prórroga.

b) El AUTOR o AUTORES autorizan a la UNIVERSIDAD DEL VALLE para que en los términos establecidos en el Acuerdo 023 de 2003 emanado del Consejo Superior de la Universidad del Valle, la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993 y demás normas generales sobre la materia, publique la obra en el formato que el Repositorio lo requiera (impreso, digital, electrónico, óptico, usos en red o cualquier otro conocido o por conocer) y conocen que dado que se publica en Internet por este hecho circula con un alcance mundial.

c) El AUTOR o AUTORES aceptan que la autorización se hace a título gratuito, por lo tanto renuncian a recibir emolumento alguno por la publicación, distribución, comunicación pública y cualquier otro uso que se haga en los términos de la presente Licencia y de la **Licencia Creative Commons** con que se publica.

d) El AUTOR o AUTORES manifiestan que se trata de una obra original y la realizó o realizaron sin violar o usurpar derechos de autor de terceros, obra sobre la que tiene (n) los derechos que autoriza (n) y que es él o ellos quienes asumen total responsabilidad por el contenido de su obra ante la UNIVERSIDAD DEL VALLE y ante terceros. En todo caso la UNIVERSIDAD DEL VALLE se compromete a indicar siempre la autoría incluyendo el nombre del AUTOR o AUTORES y la fecha de publicación. Para todos los efectos la UNIVERSIDAD DEL VALLE actúa como un tercero de buena fé.

e) El AUTOR o AUTORES autorizan a la UNIVERSIDAD DEL VALLE para incluir la obra en los índices y buscadores que estimen necesarios para promover su difusión. El AUTOR o AUTORES aceptan que la UNIVERSIDAD DEL VALLE pueda convertir el documento a cualquier medio o formato para propósitos de preservación digital.

SI EL DOCUMENTO SE BASA EN UN TRABAJO QUE HA SIDO PATROCINADO O APOYADO POR UNA AGENCIA O UNA ORGANIZACIÓN, CON EXCEPCIÓN DE LA UNIVERSIDAD DEL VALLE, LOS AUTORES GARANTIZAN QUE SE HA CUMPLIDO CON LOS DERECHOS Y OBLIGACIONES REQUERIDOS POR EL RESPECTIVO CONTRATO O ACUERDO.



PARTE 2. Autorización para publicar y permitir la consulta y uso de obras en el Repositorio Institucional.

Con base en este documento, Usted autoriza la publicación electrónica, consulta y uso de su obra por la UNIVERSIDAD DEL VALLE y sus usuarios de la siguiente manera;

a. Usted otorga una (1) licencia especial para publicación de obras en el repositorio institucional de la UNIVERSIDAD DEL VALLE (Parte 1) que forma parte integral del presente documento y de la que ha recibido una (1) copia.

Si autorizo No autorizo .

b. Usted autoriza para que la obra sea puesta a disposición del público en los términos autorizados por Usted en los literales a), y b), con la **Licencia Creative Commons Reconocimiento - No comercial - Sin obras derivadas 2.5 Colombia** cuyo texto completo se puede consultar en <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/col/> y que admite conocer.

Si autorizo No autorizo .

Si Usted no autoriza para que la obra sea licenciada en los términos del literal b) y opta por una opción legal diferente descríbalala¹:

En constancia de lo anterior,

Título de la obra: *Propuesta de enseñanza del proceso de medida de longitudes y áreas a partir de la articulación entre lo métrico y lo numérico.*

Autores:

Nombre: *Christian Scullon Coobales*

Firma: *Christian Scullon*
C.C. *1130 622128*

Nombre:

Firma: _____
C.C. _____

Nombre:

Firma: _____
C.C. _____

Fecha: *7-Julio-2015*

(Si desea una versión digital del formulario, una vez esté diligenciado utilice los programas "pdfcreator" o "Dopdf", los cuales le permitirán convertir el archivo a pdf y así podrá guardarlo)

¹ Los detalles serán expuestos de ser necesario en documento adjunto

A mi madre, hermanas y familiares que han estado a mi lado durante este proceso y a mi PADRE CELESTIAL quien me dio las fuerzas para culminarlo.

AGRADECIMIENTO

La vida es un constante caminar en el que vamos alcanzando metas que en un instante fueron sueños y que luego se convierten en realidad, acompañados de personas que siempre están pendientes dándonos ánimos para seguir adelante cuando pensamos que no podemos más. Por ello quiero resaltar mis más sinceros agradecimientos principalmente a mi PADRE CELESTIAL quien me brindó la oportunidad de estar en este mundo terrenal y me dio una familia que me instruyó con valores que me ayudaron a culminar con en este proceso.

A mi MADRE, HERMANO, HERMANAS y FAMILIARES que siempre estuvieron pendientes de mi proceso y que me apoyaron en cada momento, estando siempre ahí para darme ánimos de seguir adelante para alcanzar mis metas siendo mi ejemplo a seguir de personas luchadoras capaces de cumplir con cada una de sus metas.

A mi DIRECTOR DEL TRABAJO por el tiempo dedicado, por sus aportes y sugerencias que me ayudaron a culminar con este proceso.

A mis compañeros, amigos y profesores que también estuvieron presentes para darme ánimo y aportes para culminar con este trabajo. Y a la institución educativa COLEGIO COMUNITARIO TECNICO INDUSTRIAL UNIDAD BOLIVARIANA y sus estudiantes por su participación y colaboración en este proyecto de grado.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	14
CAPITULO 1: EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	16
INTRODUCCIÓN	16
1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	16
1.2. JUSTIFICACIÓN	25
1.3. OBJETIVOS	32
CAPITULO 2: MARCO TEÓRICO.....	33
INTRODUCCIÓN	33
2.1. CONCEPTO DE MAGNITUD	33
2.2. EL CONCEPTO DE MAGNITUD PARA BROUSSEAU.....	37
2.3. TEORÍA DE SITUACIONES DIDÁCTICAS	40
CAPITULO 3: METODOLOGÍA	44
INTRODUCCIÓN	44
3.1. ENFOQUE METODOLÓGICO.....	44
3.2. EL CONTEXTO DEL ESTUDIO DE CASOS.....	45
3.3. CRITERIO DE LA SELECCIÓN DE LOS PARTICIPANTES.....	46
3.4. DESARROLLO METODOLÓGICO DEL TRABAJO	46
CAPITULO 4: DISEÑO Y FUNDAMENTACIÓN DE LA SECUENCIA DE SITUACIONES PROBLEMA.....	48
INTRODUCCIÓN	48

4.1. DISEÑO DE LA SECUANCIA DE SITUACIONES PROBLEMA	48
4.1.1. Descripción De La Secuencia De Situaciones Problema.....	51
4.1.2. Relación Con El Modelo Teórico	57
4.2. Análisis De La Secuencia De Situaciones Problema Desde La TDS	58
CAPITULO 5: CONCLUSIONES	65
BIBLIOGRAFÍA	68

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Fenomenología didáctica en la medida de longitudes y de áreas	19
Tabla 2. Aspectos más significativos de la medida	23
Tabla 3. Etapas del proceso de medida.....	24
Tabla 4. Objetivos de las preguntas de la secuencia.....	55

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Área y perímetro de un cuadrado desde una perspectiva tradicional	18
Figura 2. Ejemplificación de un fenómeno en la medida de longitudes	20
Figura 3. Pregunta M031271 de la prueba TIMSS 2007	29
Figura 4. Pregunta M041330 de la prueba TIMSS 2007	29
Figura 5. Pregunta MP31350 de la prueba TIMSS 2007	30
Figura 6. Esquema No 1	38
Figura 7. Esquema No 2	39
Figura 8. Coherencia vertical y horizontal	49
Figura 9. Actividad base de la secuencia	50
Figura 10. Parte uno de la secuencia de situaciones problema	52
Figura 11. Plano No 1 del apartamento	52
Figura 12. Plano No 2 del apartamento	53
Figura 13. Parte dos de la secuencia de situaciones problema	54
Figura 14. Tabla No 1 para registrar las medidas	54
Figura 15. Tabla No 2 para registrar las conversiones de las medidas	56
Figura 16. Respuesta 1	59
Figura 17. Respuesta 2	60
Figura 18. Respuesta 3	60
Figura 19. Respuesta 4	60
Figura 20. Respuesta 5	61
Figura 21. Respuesta 6	61
Figura 22. Respuesta 7	62

Figura 23. Respuesta 8.....	62
Figura 24. Respuesta 9.....	62

RESUMEN

En este trabajo de grado se desarrolla una aproximación a las magnitudes longitud y área a partir de una secuencia de situaciones problema diseñada desde un modelo teórico expuesto por Brousseau (2002) en el que se habla de tres familias (la familia de los objetos, la familia de los números y la familia de las magnitudes) las cuales se relacionan a partir de situaciones que permiten entrelazar una familia con otra, dicha secuencia es aplicada a un grupo de estudiantes de grado sexto buscando en ellos un acercamiento a los conceptos de longitud y área para luego realizar un análisis de la secuencia a partir de la teoría de situaciones didácticas.

Palabras clave: longitud, área, medida, magnitudes, didáctica de las matemáticas, situaciones problema, teoría de situaciones didácticas.

INTRODUCCIÓN

La medida de magnitudes es un concepto que para muchos estudiantes de bachillerato es complejo debido al acercamiento que estos han tenido en su proceso en la escuela. Si hablamos particularmente de la medida de longitudes y áreas, es correcto afirmar que por lo general se centra en la utilización de fórmulas desligadas de un contexto, lo cual deja vacíos en los estudiantes de ideas que también son importantes conocer como la idea de unidad de medida, limitando además los procesos que se pueden realizar como es el cálculo de estimación de medidas en contextos o realizar mediciones para explorar propiedades y resolver problemas como lo afirma Luelmo (2001). Es por ello que en este trabajo se busca acercar a los estudiantes al proceso de medida de longitudes y áreas a partir de una secuencia de situaciones problema que relaciona un objeto, un conjunto numérico y dos magnitudes a través de ciertas situaciones que llevan a resolver un problema particular.

En el capítulo 1 encontraremos el problema de investigación donde se plantea y justifica la importancia que tiene el proceso de medida en la sociedad, hablando de las dificultades que podemos encontrar en su enseñanza y aprendizaje. En el capítulo 2 se abordó el concepto de magnitud explicando el modelo teórico expuesto por Brousseau (2002) que relaciona los objetos, las magnitudes y los números sintetizado además la Teoría de Situaciones Didácticas con la cual se analizará la secuencia de situaciones problema.

En el capítulo 3 se explica el enfoque metodológico del trabajo el cual es un estudio de casos y se habla además del contexto del estudio, de la selección de los participantes, de las fuentes e instrumentos para la recolección de la información y del desarrollo metodológico del trabajo. En el capítulo 4 encontramos el diseño de la secuencia especificando cómo surgió la idea, cómo está estructurada, cómo se relaciona con la teoría expuesta por Brousseau (2002) y encontramos además el análisis de la secuencia a partir de la teoría de situaciones didácticas. Y por último, el capítulo 5 donde se muestran las conclusiones a partir de los resultados de la investigación.

Cabe recalcar que para un educador matemático es importante buscar mecanismos que contribuyan a superar las dificultades relacionadas con la enseñanza y aprendizaje de los conceptos matemáticos buscando medios que permitan la retroalimentación a partir de las interacciones de los estudiantes con el conocimiento. En este sentido este trabajo muestra una secuencia de situaciones problema diseñada a partir de un modelo teórico que permitirá a los docentes conocer algunas concepciones que tienen los estudiantes con relación al proceso de medida, con lo que podrán realizar una planeación de clase que logre superar las dificultades encontradas.

CAPÍTULO 1: EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se pretende abordar el problema de investigación mostrando la importancia que tiene el proceso de medida de longitudes y áreas al ser un concepto útil para la sociedad, mencionando algunas de las dificultades que se encuentran en el proceso de enseñanza y aprendizaje de dicho concepto, trayendo a colación los resultados de las pruebas saber 5° y 9° del 2009, las pruebas TIMSS 4° y 8° 2007 y algunos ejemplos de problemas relacionados con la medida¹.

1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La medida es un concepto que está presente en cualquier aspecto de nuestras vidas y es de vital importancia que los estudiantes comprendan que dicho concepto es útil en cualquier momento, Zapata & Cano (2008) nos afirman que:

La medición ha estado presente en todos los aspectos sociales de la vida del hombre, desde los orígenes de las civilizaciones hasta la actualidad, donde su uso es indispensable para efectuar todo tipo de actividades comerciales y de la vida cotidiana (p. 1).

¹ Cabe recalcar que se tomaron los resultados de las pruebas saber 2009 y de las pruebas TIMSS 2007 ya que eran las que en el momento de iniciar este trabajo contaban con un análisis de los resultados.

Pero este concepto al igual que otros conceptos matemáticos al momento de ser enseñados, los estudiantes muestran diferentes errores² al tratar de dar solución a una serie de cuestiones o problemas planteados o sugeridas por los docentes independientemente de las temáticas involucradas o de su nivel de escolaridad. Particularmente en los procesos de medida nos encontramos con un mal uso de las unidades, los estudiantes muestran dificultades para distinguir diferentes magnitudes y presentan confusiones entre perímetro y área y entre masa y volumen, como lo afirma Chamorro (1995). Gracias a mi experiencia como docente en el área de matemáticas he podido evidenciar lo que esta autora afirma, me he dado cuenta que los estudiantes tienen confusión con los conceptos de perímetro, superficie o capacidad y no ven la diferencia entre ellos, no los asocian con alguna magnitud, no asocian perímetro con longitud o superficie con área o capacidad con volumen, los ven como conceptos totalmente desligados. Además, la enseñanza tradicional limita el proceso de enseñanza y aprendizaje de este concepto pues se queda solo en la aplicación de formulas, las cuales son presentadas desligadas de un contexto.

Por ejemplo, cuando en la escuela se trabaja el perímetro y el área de figuras planas por lo general se presenta como se muestra en la figura 1, donde los estudiantes solo necesitan aprenderse unas cuantas fórmulas para aplicarlas y esto no los lleva a una verdadera comprensión del concepto de perímetro y área; pues si se le olvida la fórmula, o la figura está formada por la

² Los errores forman parte de las producciones de los alumnos durante su aprendizaje de las matemáticas, estos son datos objetivos que se encuentran permanentemente en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y constituyen un elemento estable en dicho proceso (Rico, 1995)

unión de varias figuras planas, la idea que el estudiante ha adquirido de perímetro y área no le ayudará a solucionar ese tipo de problemas.

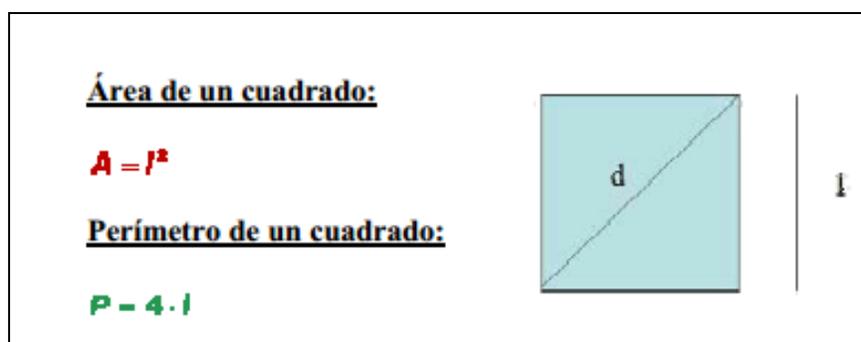


Figura 1. Área y perímetro de un cuadrado desde una perspectiva tradicional

Lo anterior es solo una pequeña muestra de las dificultades o errores que se pueden tener en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las magnitudes. Numerosos autores tales como Godino, Batanero & Roa (2002), Chamorro & Belmonte (2000), Brousseau (2002) y muchos otros, han trabajado y dedicado parte de su tiempo en comprender y “solucionar” las dificultades y los errores que se pueden presentar en dicho proceso; estos autores han dado grandes aportes que son de utilidad para docentes en ejercicio, en formación y aquellos dedicados a la investigación. Para este trabajo el cual está centrado en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las magnitudes longitud y área traemos a colación los aportes de algunos autores tales como:

Jaimer & Gutierrez (2009) quienes desde una perspectiva fenomenológica³ nos hablan acerca de los fenómenos que se presentan en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la medida de

³La fenomenología didáctica de un concepto matemático es el conjunto de fenómenos y problemas que se pueden utilizar para elaborar una propuesta de enseñanza basada en analizar los fenómenos y plantear a los estudiantes dichos problemas, para que puedan interactuar con el concepto objeto de estudio y, a través de estas interacciones,

longitudes y áreas, y los clasifican según las acciones o transformaciones que se hacen con los objetos.

En la tabla 1 mostramos el resumen de los fenómenos más importantes expuestos por estos autores con relación al proceso de enseñanza y aprendizaje de la medida de longitudes y áreas.

	MEDIDA DE LONGITUDES	MEDIDA DE ÁREAS
F E N O M E N O S	<ul style="list-style-type: none"> - Hay distintos atributos de los objetos físicos susceptibles de ser medidos mediante longitudes, como anchura, altura, profundidad, distancia, lejanía, grosor, entre otros. - Para medir una longitud en un objeto es necesario que este sea inextensible en la dirección que se va a medir. - Las transformaciones de los objetos mediante congruencias planas o espaciales conservan las medidas de longitudes. - Hay transformaciones de separar y juntar que conservan las longitudes. - Las transformaciones anteriores son reversibles y esta acción conserva las medidas de longitud. - La realización de mediciones de distancias lleva a asociar los conceptos de longitud y línea recta. 	<ul style="list-style-type: none"> - Para medir el área de un objeto es necesario que este sea inextensible en las direcciones que se va a medir. - Las transformaciones de los objetos mediante congruencias planas o espaciales conservan las medidas de áreas. - Hay transformaciones de deshacer y recomponer que conservan las áreas. - Las transformaciones anteriores son reversibles y esta acción conserva las medidas de áreas. - Fenómenos de reparto justo donde es necesario dividir una superficie en partes de la misma área. - Fenómenos de comparación y reproducen en los que hay que comparar las áreas de dos superficies. - Fenómenos de medición en los que se calcula la cantidad de unidades de área que tiene una superficie.

Tabla 1. Fenomenología didáctica en la medida de longitudes y de áreas

los estudiantes vayan descubriendo y asimilando las características del concepto implícito (Freudenthal, 1983, citado en Jaimer & Gutierrez, 2009).

Cuando estos autores hablan acerca de que existen distintos atributos de los objetos físicos susceptibles de ser medidos mediante longitudes, se refieren a que si tenemos por ejemplo una mesa, de ella podemos medir su altura, su ancho, su profundidad e incluso podemos comparar estas medidas con las de otra mesa.

Cuando dicen que al medir la longitud de un objeto o calcular el área de una superficie, es necesario que este sea inextensible en la dirección que se va a medir lo anterior se refiere a que estos objetos no deben estar pasando por procesos que alteren sus medidas iniciales como por ejemplo, si se mide la longitud de una varilla y esta luego se dobla y después se calienta, en el primer proceso (doblar) la longitud de la varilla no va a cambiar, seguirá siendo la misma que se tenía inicialmente pero en el segundo proceso (calentarse) la longitud de la varilla aumentaría debido a la dilatación lineal de ésta.

Cuando se habla de que las transformaciones que se le hacen a los objetos conservan las medidas de longitudes y áreas quiere decir que si un objeto se divide en varias partes o se gira o se cambia de lugar, sus medidas no van a cambiar se van a conservar como lo podemos observar en la figura 2.

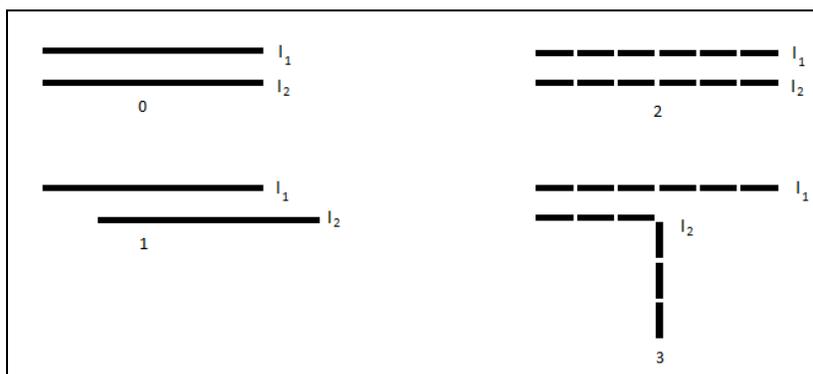


Figura 2. Ejemplificación de un fenómeno en la medida de longitudes

Estos fenómenos son cuestiones que para los estudiantes no son muy claras y por ende los encargados de impartir este conocimiento deben conocerlos para poder enseñarlo a sus estudiantes y así el proceso de enseñanza y aprendizaje de las magnitudes no se quede solo en la utilización de fórmulas sino que por el contrario se amplíe este concepto y se logre en los estudiantes la adquisición de aquellas características que se presentan en él.

Por otro lado tenemos a Luelmo (2001) quien nos habla acerca de la importancia social de la medida, sobre las dificultades de su aprendizaje y los insuficientes resultados que obtenemos con su enseñanza actual; nos dice que la medida constituye una de las principales actividades humanas, que los procesos de comparar, estimar o calcular con más o menos precisión algunas magnitudes, son necesarias al ser humano para el conocimiento de su entorno y consecuentemente poder actuar sobre él; Pero que no existe un acuerdo adecuado para el proceso de enseñanza de la medida, pues en teoría, los docentes y los investigadores reconocen las ventajas de determinar ciertos enfoques (como aplicar las medidas a situaciones significativas), las practicas de aula y los libros de texto reflejan posturas muy diferentes.

Por ejemplo⁴, se admite que es positivo aplicar la medida a situaciones significativas para los estudiantes, combinar las mediciones y la reflexión sobre ellas, utilizar distintos lenguajes y distintos sistemas de unidades. Pero si abrimos al azar un libro de texto, tanto en Primaria como en Secundaria, lo más probable es encontrarnos casi exclusivamente con actividades de este tipo:

⁴Ejemplo tomado del documento de Luelmo (2001)

- Expresa en gramos: 3 Kg, 8 Hg, 4 Dg y 6 kg.
- Si la diagonal de un cubo mide 8 m, ¿cuánto mide su arista?
- Calcula el volumen de un cono de base $r = 5$ cm y altura $h = 1,2$ dm.

Es decir, “cálculos y más cálculos”. Esta autora nos afirma que no es fácil encontrar en los textos actividades de descomposición y recomposición de figuras, de medición directa con sistemas de unidades no estándar, de estimación, de aplicación a problemas complejos e interesantes. Por otro lado Luelmo (2001) nos dice que:

Muchos estudios ponen de relieve la dificultad de la medida, como campo complejo donde confluyen operaciones mentales y lógicas, habilidades espaciales, gráficas y numéricas y estimaciones. También nos ponen en guardia sobre los riesgos de adelantar su formalización, como suele ser habitual: primar excesivamente la asignación numérica frente a la comparación de magnitudes; introducir rápidamente las unidades estándar sin antes haber trabajado con una amplia variedad, entre ellas las antropométricas que serán en el futuro un precioso instrumento para estimar; usar casi de modo exclusivo fórmulas sobre mediciones directas en el caso de superficies, volúmenes y ángulos, por citar algunos ejemplos (del Olmo, 1989; Chamorro y otros, 1988; Castro y otros, 1989). En consonancia con los estudios anteriores, las orientaciones de los currículos de los últimos años tanto de Primaria como de Secundaria (programas LOGSE, estándares curriculares de la NCTM etc.) proponen prestar atención al aprendizaje de aspectos más significativos de la medida, hoy olvidados a favor de los más algorítmicos. (p. 730)

Como ejemplo de lo anterior, esta autora trae a colación los aspectos más significativos de la medida a los que se les debe prestar más atención en los estándares americanos:

Más atención	Menos atención
<ul style="list-style-type: none"> • Sentido espacial. • Sentido de la magnitud y de la unidad de medida. • Realización y estimación de mediciones en contexto. • Uso de mediciones para explorar propiedades o resolver problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Transformaciones mecánicas entre unidades. • Utilización de fórmulas. • Mediciones fuera de contexto.

Tabla 2. Aspectos más significativos de la medida

Es importante que los docentes en ejercicio tengan en cuenta aquellos aspectos más significativos de la medida y centrarse en aquellos que serán de utilidad para el estudiante, pues la medida está presente en cualquier aspecto de nuestras vidas y es de gran importancia saber de ella. Es por ello que en este trabajo nos centraremos en aquellos procesos que ayudarán al estudiante a tener un aprendizaje significativo en su formación con relación a la medida de las magnitudes longitud y área.

Por ultimo tenemos a Godino, Batanero & Roa (2002) quienes al analizar el proceso de aprendizaje de los estudiantes del concepto de medida, llegan a la conclusión de que se trata de una mezcla de importantes destrezas sensoriales y perceptivas con aspectos de geometría y aritmética; y que el proceso procede secuencialmente desde la percepción a la comparación y después a la aplicación de un estándar de medida, que es lo que sintetizamos en la siguiente tabla:

Etapas	Descripción
Percepción	La medición comienza con la percepción de lo que debe ser medido.
Comparación	La percepción es el comienzo de la medición, y la comparación sigue a la percepción.
Referente	La comparación de dos cosas es adecuada cuando se desea hacer enunciados de equivalencia o no equivalencia, sin embargo esta aproximación a la comparación resultará bastante inefectiva y se necesitará algún estándar de medida, un referente inicial que se usara sucesivamente y al que se puede acudir en cualquier momento.
Sistema	Finalmente surge la necesidad de un sistema que organice y sistematice los referentes.

Tabla 3. Etapas del proceso de medida

Estas etapas contribuyen a que los estudiantes aprecien el papel que la medición juega en sus vidas y en la sociedad y nos obliga a reflexionar sobre el problema de las relaciones entre las matemáticas y la realidad ya que las leyes de la naturaleza se expresan generalmente en forma matemática como relaciones entre magnitudes. De aquí la importancia de relacionar lo métrico con lo numérico y de poder a partir de ello lograr en los estudiantes un acercamiento a dicho proceso de medición teniendo en cuenta los fenómenos que se presentan en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la medida de longitudes y áreas expuestos por Jaimer & Gutiérrez (2009) lo que nos lleva a preguntarnos

¿Cómo fundamentar⁵ una secuencia de situaciones problema en la que interviene el proceso de medida de las magnitudes: Longitud y área, desde una perspectiva expuesta por Brousseau (2002) que relaciona los objetos geométricos, las magnitudes y los números?

⁵ Entendiendo como fundamento el principio o cimiento sobre lo que se apoya y se desarrolló una cosa. Recuperado el 15 de mayo del 2015 de: <http://definicion.de/fundamento/>

1.3. JUSTIFICACIÓN

Como ya se ha mencionado anteriormente, el proceso de medida de magnitudes permite una relación con el mundo físico y un acercamiento a procesos geométricos y aritméticos, sin dejar de lado la resolución de problemas; Bishop (citado por Luelmon, 2001) piensa que la medida constituye una de las principales actividades humanas ya que permite comparar, estimar o calcular con más o menos precisión distintas magnitudes, esto nos hace pensar que la actividad matemática está estrechamente relacionada con ciertas actividades universales y da cuenta de la importancia que tiene el proceso de medir en nuestras vidas.

Pero por otro lado, a pesar de su importancia, su enseñanza presenta un gran número de dificultades ya que al ser un campo complejo según Luelmon (2001), “influyen operaciones mentales y lógicas, habilidades espaciales, gráficas y numéricas y estimaciones” (p.730). Esta autora también nos pone en guardia sobre los riesgos de adelantar su formalización, como suele ser habitual.

Estas dificultades no contrarrestan en la importancia que tiene la medida en el proceso educativo, pues este proceso no solo está relacionado con el mundo físico sino que también permite correlacionar la matemática con un contexto y logra darle “sentido” a dicha disciplina.

Luelmon (2001) afirma que “la medida es un contexto excepcional para desarrollar otras facetas educativas más amplias” (p. 731), como lo son:

- Poner de relieve la evolución histórica de las Matemáticas, vinculada al desarrollo humano y tecnológico.
- Aplicar las Matemáticas a otras ramas del conocimiento (tecnología, dibujo, geografía, entre otros) y a resolver problemas, simples o complejos, de la vida cotidiana.
- Apreciar la utilidad de las Matemáticas.
- Utilizar distintas formas de trabajo: manual/intelectual, individual/grupal, creativo/rutinario.
- Utilizar distintos recursos: gráficos, numéricos, calculadoras, instrumentos de medida.
- Relacionar distintas parte de las Matemáticas entre sí.

Pero las matemáticas es considerada una ciencia compleja, lo que lleva a pensar que su enseñanza va a ser algo “duro” y su aprendizaje difícil, aunque todo radica en la concepción que se tiene de ella y del como son presentadas a los estudiantes.

Por otro lado, si miramos los resultados de las pruebas nacionales (pruebas saber 3°, 5° y 9°) e internacionales (TIMSS) que realizan los estudiantes y que permiten reconocer el grado de desarrollo de las “competencias” de estos en el área de matemáticas, podemos darnos cuenta del bajo rendimiento que presentan los estudiantes colombianos en esta área; para ello exponemos a continuación un resumen de los resultados que se consideran pertinentes conocer en este trabajo de investigación de las pruebas saber 5° y 9° del 2009 y de las pruebas TIMSS 2007 y además algunos de los problemas relacionados con la medida:

1.3.1. Resultados pruebas saber 5° y 9° 2009

- En noveno grado, el 52% de los alumnos está en nivel mínimo de desempeño, proporción superior a la de quinto, estos estudiantes reconocen distintas maneras de representar una función, solucionan problemas en contextos aditivos y multiplicativos, e identifican algunas propiedades de figuras planas y sólidos. Adicionalmente, utilizan representaciones convencionales para describir fenómenos de las ciencias sociales o naturales.
- El 19% de los alumnos, cifra similar a la de quinto grado, se ubica en el nivel satisfactorio. Además de lo establecido en el nivel mínimo, estos estudiantes utilizan las propiedades de la potenciación, la radicación y la logaritmicación para solucionar problemas; recurren a expresiones algebraicas y representaciones gráficas para modelar situaciones simples de variación; establecen relaciones entre los sólidos y sus desarrollos planos; reconocen y aplican movimientos rígidos a figuras planas en un sistema de coordenadas; comparan atributos medibles de uno o varios objetos o eventos; hacen conjeturas acerca de fenómenos aleatorios sencillos; usan ecuaciones e informaciones presentadas en diagramas circulares para resolver problemas; analizan situaciones modeladas a través de funciones lineales o cuadráticas y reconocen algunos criterios de semejanza y congruencia.
- Sólo el 3% demuestra un desempeño sobresaliente en el área. Estos estudiantes pueden pasar de la representación algebraica a las propiedades de una función o sucesión y viceversa, establecer equivalencias entre expresiones algebraicas y numéricas, enunciar

propiedades relativas a determinados subconjuntos numéricos, evaluar la correspondencia entre una forma de representación y los datos, además de encontrar probabilidades a partir de técnicas de conteo, entre otros. El 26% se encuentra en el nivel insuficiente.

1.3.2. Resultados pruebas TIMSS 2007

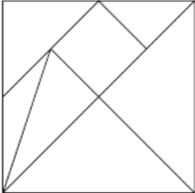
- Los promedios obtenidos por los estudiantes en estas pruebas muestran que los estudiantes de octavo grado tienen dificultades para resolver problemas matemáticos de los cuatro dominios evaluados en TIMSS 2007, los cuales comprenden los siguientes tópicos: números enteros y naturales, fracciones y decimales, razones, proporciones y porcentajes, patrones, expresiones algebraicas, ecuaciones, fórmulas y funciones, conocimiento y uso de formas geométricas, medición geométrica, ubicación de puntos en el plano cartesiano a través de pares ordenados, movimientos de figuras geométricas, organización, representación e interpretación de datos y determinación de probabilidades de ocurrencia de eventos.

1.3.3. Preguntas relacionadas con la medida en las pruebas TIMSS 2007:

A continuación se muestran algunas de las preguntas que se relacionan con la medida en las pruebas TIMSS 2007, Las preguntas que encontramos en las figuras 3 y 4 nos muestran un poco acerca de cómo se trata la medida en las pruebas TIMSS para el nivel de 4° de primaria, vemos que estos dos problemas no están aterrizados a un contexto y el porcentaje de acierto es más de un 50% a diferencia de las preguntas que se encuentran en las figuras 5 donde se le da un contexto a la pregunta y el porcentaje de acierto es inferior al 45%.

Pregunta	M031271	Materia	M	Curso	4	Bloque	M01	Sec. Bloque	09
-----------------	----------------	----------------	----------	--------------	----------	---------------	------------	--------------------	-----------

Este cuadrado está cortado en 7 trozos. Pon una X en cada uno de los 2 triángulos que tengan el mismo tamaño y la misma forma.



TIMSS
2007

Matemáticas
4º Primaria

Dominio de contenidos
Fig. geomét. y medidas

Dominio cognitivo
Conocimiento

Puntuación máxima
1

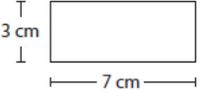
Copyright © 2008 International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Todos los derechos reservados.

Pregunta	M031271	Respuesta	Abierta	Dificultad	Baja	% Aciertos Int.	72,0
-----------------	----------------	------------------	----------------	-------------------	-------------	------------------------	-------------

Figura 3. Pregunta M031271 de la prueba TIMSS 2007

Pregunta	M041330	Materia	M	Curso	4	Bloque	M02	Sec. Bloque	07
-----------------	----------------	----------------	----------	--------------	----------	---------------	------------	--------------------	-----------

¿Cuál es el perímetro de este rectángulo?



(A) 7 cm
 (B) 10 cm
 (C) 20 cm
 (D) 21 cm

TIMSS
2007

Matemáticas
4º Primaria

Dominio de contenidos
Fig. geomét. y medidas

Dominio cognitivo
Aplicación

Puntuación máxima
1

Copyright © 2008 International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Todos los derechos reservados.

Pregunta	M041330	Respuesta	C	Dificultad	Alta	% Aciertos Int.	51,2
-----------------	----------------	------------------	----------	-------------------	-------------	------------------------	-------------

Figura 4. Pregunta M041330 de la prueba TIMSS 2007

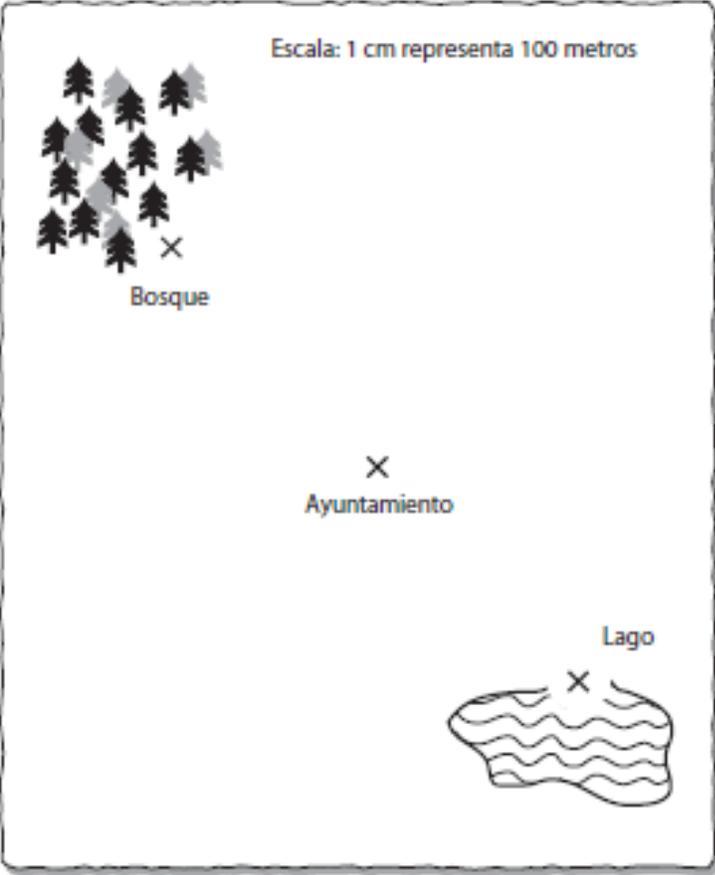
Pregunta	MP31350	Materia	M	Curso	4	Bloque	M03	Sec. Bloque	08
-----------------	----------------	----------------	----------	--------------	----------	---------------	------------	--------------------	-----------

Para hacer este ejercicio, necesitarás una regla de cartón. Utiliza el siguiente plano y tu regla para responder a las preguntas.

Villaclara es una ciudad nueva. La gente de Villaclara está planificando su nueva ciudad. Han decidido situar el ayuntamiento a mitad de camino entre el lago y el bosque, tal y como muestra el plano que se ve debajo. Han medido el terreno a partir de los lugares marcados con una X.

Villaclara

Escala: 1 cm representa 100 metros



Este ejercicio sobre Villaclara continúa en la página siguiente. ➔

TIMSS
2007

Matemáticas
4º Primaria

Dominio de contenidos

Dominio cognitivo

Puntuación máxima

Copyright © 2006 International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Todos los derechos reservados.

IEA TIMSS & PIRLS
International Study Center
Boston College, MA, USA

Figura 5. Pregunta MP31350 de la prueba TIMSS 2007

En resumen los resultados expuestos anteriormente dan cuenta del bajo rendimiento que tienen los estudiantes en el área de matemática y es una tarea de los docentes encargados de esta área proponer estrategias didácticas que ayuden a superar los niveles bajos en los que nos encontramos, sin dejar a un lado, que existen dificultades en los proceso de enseñanza y aprendizaje de conceptos matemáticos los cuales se deben reconocerse e intentar superarlos para que los estudiantes puedan acercarse y comprender de una mejor manera dichos conceptos matemáticos.

Además, como ya se ha expuesto anteriormente los procesos de medida son una herramienta importante para lograr un mejor acercamiento a algunos de los conceptos matemáticos y es necesario presentarlos en situaciones reales para los estudiantes lo que lleva a los docentes a implementar estrategias didácticas que cumplan con este fin como es el caso de las secuencias de situaciones problema. Es por eso que en este trabajo de investigación se pretende diseñar una secuencia de situaciones problema en la cual se logre acercar a los estudiantes a los procesos de medida de longitudes y áreas a partir de la relación entre lo métrico y lo numérico.

1.4. OBJETIVOS

1.4.1. Objetivo General

- Fundamentar una secuencia de situaciones problemas que logre un acercamiento al proceso de medida de las magnitudes longitud y área a partir de un modelo teórico.

1.4.2. Objetivos Específicos

- Diseñar e implementar una secuencia de situaciones problemas a partir de un modelo teórico que relaciona los objetos, las magnitudes y los números en un contexto.
- Analizar los resultados a partir de la teoría de situaciones didáctica.

CAPITULO 2: MARCO TEÓRICO

2.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se habla del concepto de magnitud y del modelo teórico que relaciona los objetos, las magnitudes y los números expuesto por Brousseau y se sintetiza la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) con la cual se fundamentara dicha secuencia. Para ello se toma como referencia a Godino, Batanero & Roa (2002) quienes nos muestran una presentación informal de la medida de magnitudes, a Belmonte (2000) quien nos habla acerca del concepto de magnitud, a Mapallo & Romero (2011) quienes abordan una descripción sobre el tratamiento didáctico de la magnitud retomando la perspectiva de Brousseau (2002) y a Perrin (2009) quien nos expone una interpretación de la TSD

2.2. CONCEPTO DE MAGNITUD

2.2.1. Presentación Informal De La Medida De Magnitudes

Tomando como referencia a Godino, Batanero & Roa (2002), mostramos a continuación una presentación informal de la medida de magnitudes donde definimos los términos de medición, magnitud y unidad de medida, luego hablaremos de las situaciones de medida, de la precisión y errores en la medida y sobre la medición directa e indirecta de cantidades.

Medición: es la acción de asignar un código identificativo a las distintas modalidades o grados de una característica de un objeto o fenómeno perceptible, que puede variar de un objeto a otro, o ser coincidente en dos o más objetos.

Magnitud: habitualmente se suele reservar el nombre de magnitud para los atributos o rasgos que varían de manera cuantitativa o continua (longitud, peso, densidad, entro otros) o también de

manera discreta, como por ejemplo el número de personas. Las cantidades son los valores de dichas variables

Unidad de medida: la cantidad o cantidades que se toman como referencia

Así medir una cantidad consiste en determinar las veces que esa cantidad contiene a la cantidad (o cantidades) que se toman como referencia. Al hacer una medición asignamos un número y una unidad de medida.

Situaciones de medida: Estos autores nos dicen que si queremos que los estudiantes entiendan la razón de ser de la medida debemos enfrentarlos a dichas situaciones o tareas que han llevado, y continúan llevando al hombre a realizar actividad de medir ciertas características de los objetos perceptibles, no tanto para que ellos reinventen por si mismos las técnicas, sino para que puedan dominar los procedimientos de medida y atribuir un sentido práctico al lenguaje y normas que regulan la actividad de medir. Ellos exponen dos situaciones

- La situación problemática característica de la medida es la de la comunicación a otras personas de cuantas cosas tenemos, o de cuál es el tamaño de los objetos y como cambian las cantidades como consecuencia de ciertas transformaciones. La imposibilidad o dificultad de trasladar la colección o el objeto en cuestión en el espacio o en el tiempo, debido al tamaño o naturaleza de los mismos, lleva a tomar un objeto de referencia que si se pueda trasladar (dicho objeto de referencia es la unidad o patrón de medida).
- Otro tipo de situación de medida es la búsqueda de relaciones entre cantidades de dos o más magnitudes, actividad que caracteriza el trabajo del científico experimental

Precisión y errores de medida: al medir cantidades de magnitudes cometemos errores por diversas causas que van desde el propio procedimiento hasta fallos de la persona que mide, por tanto, los valores que obtenemos son aproximados. El error de medida también puede estar motivado por los errores sistemáticos del instrumento, que pueden deberse a defectos de

fabricación, variaciones de presión, la temperatura o humedad. En el proceso de medir es necesario, estimar el error que se comete al tomar ese valor.

La precisión de un instrumento de medida es la mínima variación de magnitud que se puede determinar sin error, un instrumento será más preciso cuanto más mayor sea el número de cifras significativas que pueden obtenerse con él.

Medición directa e indirecta de cantidades: Las cantidades de una magnitud pueden ser medidas en unos casos directamente usando los instrumentos de medida o indirectamente.

- Una medición directa quiere decir aplicar reiteradamente las unidades de medida hasta lograr cubrir por ejemplo la longitud que se quiere medir, hasta conseguir equilibrar la balanza según la precisión deseada.
- Una medida indirecta consiste en descomponer en partes secciones, cuya medida se conoce, para determinar la medida del objeto mediante operaciones aritméticas.

2.2.2. Descripción Algebraica De Las Magnitudes Y Su Medida:

Para Belmonte (2000) “una magnitud responde a una característica física o atributo observable de los objetos, los cuales se clasifican con respecto a esa característica definiéndose así una relación de equivalencia que proporcionara dicha relación” (p. 131). Este autor define tal relación así:

El objeto m está relacionado con el objeto m' si son iguales respecto a la propiedad que se va estudiar.

Y define además el conjunto A cuyos elementos son todos los objetos “equivalentes” a m respecto a la propiedad estudiada y cada uno de esos elementos es llamado cantidad de magnitud y dicho conjunto es el que va a definir una magnitud. Para Belmonte (2000)

La definición de cualquier magnitud supone una abstracción que efectuamos al considerar como cantidad de magnitud un conjunto de objetos agrupados por una “propiedad común” (ser iguales respecto a ese atributo); este conjunto es el que define esa “propiedad común” (una cantidad de magnitud determinada) que supone una consideración del atributo o magnitud independientemente de los múltiples soportes materiales donde se observe. (p. 131)

Dicho conjunto que define la magnitud, está dotado de una ley de composición interna que cumple las propiedades asociativa, conmutativa y la existencia de un elemento neutro siendo así el conjunto A , con la ley de composición un semigrupo conmutativo con elemento neutro. Pero para poder definir medida y unidad es necesario exigirle a este grupo que cumple con la siguiente condición:

Para cada $a \in A$, existe un $r \in S$ de manera que $r \cdot u = a$, donde S es un conjunto numérico y u será la unidad de medida

2.3. EL CONCEPTO DE MAGNITUD PARA BROUSSEAU

Mapallo & Romero (2011) nos afirman que en relación con la complejidad de la noción de magnitud, Brousseau recurre a dar cuenta de la génesis de este concepto pero abordándolo como un problema de enseñanza, a nivel de la macro-didáctica⁶ y a nivel de la enseñanza obligatoria.

Partiendo del hecho de que existen numerosos estudios sobre diferentes matices de la enseñanza de las magnitudes, pero los mismos parten de tomar en consideración aspectos particulares del problema. Esta perspectiva describe dentro de una estructura las interrelaciones entre el concepto de magnitud con otros conceptos matemáticos y la resignificación que alcanzan tales conceptos cuando se concibe el diseño de situaciones problema que permitan su modelización como objeto de enseñanza.

Brousseau (2002) presentó en un texto destinado a la comisión inter IREM “el primer ciclo” un marco teórico sobre la construcción de magnitudes en la cual se establece un protocolo experimental de comparación, de conjuntos, de recortes y de transformaciones sobre conjuntos de objetos (perceptibles de ser medidos) y que relacionan los conjuntos de objetos, números y magnitudes a partir de aplicaciones que van de un conjunto a otro como se ve en el esquema No 1, donde:

- μ es una aplicación que va del conjunto de las magnitudes hacia un conjunto de números (generalmente el conjunto de los números reales o reales positivos).

⁶ La macro-didáctica tiene por objeto el estudio de las interacciones didácticas entre los sistemas didácticos reales y agregados de conocimiento en este caso sobre magnitudes.

- g es una aplicación que va del conjunto de los objetos al conjunto de las magnitudes.
- Y m una biyección del conjunto de los objetos hacia el conjunto de los números de modo que $m = \mu \circ g$.

Además, la aplicación g depende solo del protocolo experimental mientras que las aplicaciones m y μ dependen del objeto escogido como marco y cuya magnitud es tomada como unidad.

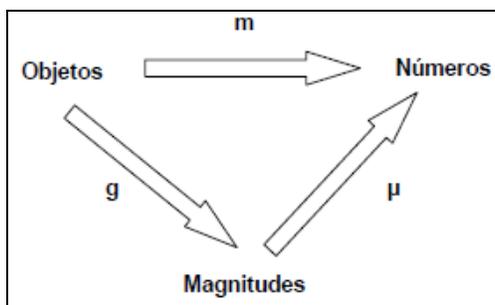


Figura 6. Esquema No 1

Esta construcción de magnitud es transformada alrededor de la teoría situaciones didácticas, tratando de definir los conceptos matemáticos por su función en situaciones y de organizarlas según la ergonomía de esta situación; así la colección de los objetos, de las magnitudes y de las estructuras numéricas serán cambiadas por agregados de situaciones llamándolos familiarmente “universo”, donde el universo de objetos, de magnitudes y de números podrán ser distinguidos de la idea o del conocimiento teórico y cultural de los “objetos”, las “magnitudes” y los “números”.

Por ende el esquema No1 se transforma en el esquema No 2, Donde la diferencia principal consiste en la interpretación de las flechas, pues no se tratan más de aplicaciones sino de situaciones que ponen en juego elementos del universo; S (m) por ejemplo, representa las situaciones en donde las manipulaciones de objetos y de números vuelven necesarios ciertos conocimientos propios de la medida.

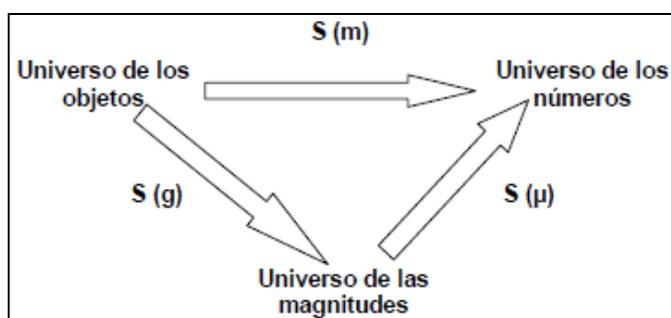


Figura 7. Esquema No 2

Así la teoría de situaciones por ser una herramienta de investigación utilizada para producir situaciones didácticas aplicadas a clases con fines de investigación y en este trabajo buscamos fundamentar una secuencia de situaciones problemas que logre acercar a los estudiantes a los procesos de medida de longitudes y áreas, haremos uso del esquema No 2 el cual nos exige buscar situaciones que pongan en juego los tres universos ya mencionados y logren en los estudiantes un sentido espacial, un sentido de la magnitud y de la unidad de medida, y además, que puedan estos realizar estimaciones de medidas en contexto y puedan usar las mediciones para explorar propiedades y resolver problemas.

2.4. TEORÍA DE SITUACIONES DIDÁCTICAS

Brousseau (2007) propone un enfoque diferente para la enseñanza de las matemáticas cuando nos habla de la teoría de situaciones didácticas, que permite comprender las interacciones sociales entre alumnos, docentes y saberes matemáticos que se dan en una clase y condicionan lo que los alumnos aprenden y cómo lo aprenden. Esta teoría propone un cambio notable en la enseñanza de las matemáticas, pues a partir de situaciones didácticas el estudiante puede “enfrentarse” al concepto matemático de forma más práctica y relacionarlo con otras disciplinas o áreas ayudándolo a tener una mejor comprensión de dicho concepto matemático.

Perrin (2009) nos afirma que “la TSDM es un medio para estudiar los conocimientos matemáticos específicos para construir situaciones de enseñanza y producir los conocimientos correspondiente” (p. 12) y como ya se ha planteado anteriormente que en este trabajo buscamos caracterizar el diseño y la puesta en escena de una secuencia de situaciones problema, es necesario ampliar un poco esta teoría para poderla aplicar correctamente en nuestro diseño y poder diseñar una secuencia de situaciones problema que logre acercar a los estudiantes al proceso de medida de las magnitudes longitud y área, por ello mostraremos a continuación lo que esta autora expone con relación a algunos elementos de esta teoría y que tendremos en cuenta en este trabajo:

- Medio: un elemento fundamental de la TSM es la noción de medio material, aspecto material que puede ser traducido en representaciones semióticas, incluidas las simbólicas o lingüísticas. Se trata de los elementos conocidos por protagonistas que traen retroalimentaciones que pueden interpretar con sus conocimientos previos mientras actúa

para solucionar un problema planteado en este medio. El medio en el cual se plantea un problema será así un elemento crucial en la definición.

El aplicar algunos conocimientos para actuar sobre este medio puede ser insuficiente para producir una solución aceptable, por adaptación a los intercambios de información del medio, el protagonista que pretende solucionar el problema tiene que modificar sus conocimientos para producir una solución satisfactoria pero la situación no le da necesariamente los medios para reconocer el saber cultural para relacionar este conocimiento.

Para que la situación matemática se convierta en una situación didáctica, es necesario prever una organización del trabajo de los alumnos en juego que los alumnos puedan jugar con sus conocimientos actuales y lo que está en juego será la adquisición de nuevos conocimientos.

El medio material organizado por el profesor para los alumnos, debe, en la medida de lo posible, ser tal que los conocimientos previos de los alumnos, insuficientes para dar una respuesta óptima al problema, le permitan, sin embargo, reconocer si una solución conviene o no y de interpretar lo que puede remitir a sus acciones; es decir, un contrato didáctico propicio al aprendizaje cuya retroalimentación pueda establecerse entre el profesor y los alumnos entorno a este medio.

- Contrato Didáctico: Los informes de enseñanza suponen un sistema de esperas recíprocas entre profesor y alumnos, relativas al conocimiento pendiente, el contrato didáctico. Una situación de enseñanza supone pues, que un contrato didáctico puede establecerse y negociarse en torno al problema elegido, la situación didáctica contiene así, una situación matemática o situación didáctica, es decir, privada de las intenciones didácticas implicadas en un contrato didáctico.

En la TSD la situación tal como la preveíamos hasta aquí, incluye sobre todo un problema y un contexto, un medio en el cual el problema se plantea, pero en la situación didáctica, dos elementos deben tenerse en cuenta. En primer lugar, la institución en la cual se desarrolla la enseñanza, que traerá sus exigencias y sus dificultades (los programas de enseñanza y también la organización de las clases y estudios, el reparto de la enseñanza en secundaria con duración limitada) las situaciones de enseñanza deben tener en cuenta esas dificultades, en particular, la organización de los conocimientos en el sistema escolar. Y en segundo lugar el profesor que interviene en las relaciones del alumno con el conocimiento, para él la ganancia del juego es condicionada por la ganancia del jugador alumno, pero el alumno debe ganar (resolver el problema) utilizando un conocimiento matemático y no por la oportunidad o por otras razones que no corresponden a la adquisición del conocimiento.

Como se expresó en capítulos anteriores, el proceso de medida es mostrado a los estudiantes por lo general desligado de un contexto, quedándose sólo en la utilización de formulas, se quiere a partir de esta teoría mostrar a los estudiantes una acercamiento diferente al proceso de medida

en el que puedan llegar a nuevos conocimiento a partir de lo que ya saben, haciendo uso de la relación que se puede hacer entre los objetos geométricos, las magnitudes y los números en contextos propios de la matemática.

CAPITULO 3: METODOLOGÍA

3.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se hablará del enfoque metodológico utilizado en este trabajo, el cual es un enfoque centrado en la investigación cualitativa particularmente el estudio de casos, se hablará sobre el contexto del estudio de casos, sobre la selección de los participantes, sobre las fuentes e instrumentos utilizados para recoger información y del desarrollo metodológico del trabajo.

3.2. ENFOQUE METODOLÓGICO

Considerando los propósitos de este trabajo se optará por un enfoque metodológico centrado en la investigación cualitativa, la cual consiste según Martínez (2006) en la construcción o generalización de una teoría a partir de una serie de proposiciones extraídas de un cuerpo teórico que servirá de punto de partida al investigador (p. 169). Más específicamente se optará por una metodología cualitativa a través de un estudio de casos, pues como afirma Herrera (2013):

Ésta es una herramienta metodológica útil en la generación de resultados que permite conseguir un acercamiento entre las teorías y la realidad que se vive dentro de una sociedad, posibilitando el fortalecimiento, crecimiento y desarrollo de las teorías existentes o el surgimiento de nuevos aportes que contribuyan a mejorar dichas prácticas escolares (p. 52).

La fortaleza de esta metodología según Martínez (2006) radica en que a través de ella se mide y se registra la conducta de las personas involucradas en el fenómeno estudiado y además, los datos pueden ser obtenidos desde una variedad de fuentes tanto cualitativas como cuantitativas; Por lo cual, el estudio de casos fue la metodología escogida para el desarrollo de este trabajo de grado, considerando las particularidades del contexto, el cual se enmarca en una Institución Educativa en la que los estudiantes no cuentan con una formación continua en los procesos de medida.

3.3. EL CONTEXTO DEL ESTUDIO DE CASOS

Este trabajo se llevó a cabo en el Colegio Comunitario Técnico Industrial UNIDAD BOLIVARIANA, el cual es una institución educativa que orienta la educación preescolar, básica primaria y secundaria, y la media técnica en las modalidades de electricidad, sistemas y contabilidad; donde sus estudiantes son de un nivel socioeconómico bajo.

Por otro lado con respecto a la formación en matemática, los estudiantes de básica secundaria y media técnica no han tenido una formación continua en el área de matemáticas pues antes del 2013 se realizaron entre dos y tres cambios de docentes de matemáticas durante un periodo lectivo y no se cuenta con horas específicas para geometría y estadística sino que el docente debe organizar las temáticas acordes a estas asignaturas en el plan de estudios de matemáticas y cuenta con cuatro horas semanales para desarrollarlo. Por ende los estudiantes presentan falencias en la asignatura de geometría pues se acostumbra a dejarla para el final y los tiempos no dan para culminar con todas las temáticas.

3.4. CRITERIO DE LA SELECCIÓN DE LOS PARTICIPANTES

Se tomó la decisión de trabajar en el colegio comunitario técnico industrial unidad bolivariana por ser actualmente mi lugar de trabajo y por ser una institución que está al servicio de la comunidad según su misión, cabe recalcar que estuve con la institución en el periodo lectivo 2013 de inicio a fin y en consecuencia soy testigo de las falencias que se tienen con respecto al área de geometría.

Se escogió el grado sexto para la puesta en acto de las actividades por dos razones, la primera por que las temáticas abordadas en la secuencia se encuentra en el plan de estudios del actual año lectivo y segundo porque los estudiantes tuvieron un acercamiento a los procesos de medidas en su formación básica primaria. La institución cuenta con solo un grado sexto conformado por 26 estudiantes (14 hombres y 12 mujeres) entre los 11 y 14 años de edad.

3.5. DESARROLLO METODOLÓGICO DEL TRABAJO

Para el desarrollo de este trabajo lo primero que se hizo fue transformar una actividad propuesta en un libro de texto a una secuencia de situaciones problema, entendiendo desde los lineamientos curriculares las situaciones problema como un contexto para acercar al conocimiento matemático en la escuela permitiendo poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamientos y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas.

Guzmán (1993) plantea que la enseñanza a partir de situaciones problema pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma de los contenidos

matemáticos, afirmando además que lo más importante es que: el alumno manipule los objetos matemáticos, que active su propia capacidad mental, que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento con el fin de mejorarlo conscientemente y que se divierta con su propia actividad mental. Por tanto en este trabajo se diseñó una secuencia de situaciones problema que permitiera un acercamiento a los procesos de medidas de longitudes y áreas, en el cual los estudiantes pusieran en juego sus conocimientos para explorar otros.

Luego de obtener el diseño de la secuencia de situaciones problema se aplicó a un grupo de estudiantes de grado sexto los cuales se organizaron en grupos de dos o tres estudiantes desarrollándose en tres sesiones las cuales se explicaran más adelante y por último se realiza el análisis de la información recopilada para poder fundamentar la secuencia con la TSDM; cabe recalcar que la información recopilada para el análisis del caso fue obtenida de los documentos realizados por parte de los estudiantes de la puesta en acto de la secuencia de situaciones problema.

CAPITULO 4: DISEÑO Y FUNDAMENTACIÓN DE LA SECUENCIA DE SITUACIONES PROBLEMA

4.1. INTRODUCCIÓN

Este capítulo está dividido en dos partes, en la primera hablaremos del diseño de la secuencia de situaciones problema especificando de donde surgió la idea y el cómo está relacionada con el modelo teórico de Brousseau (2002) expuesto en capítulos anteriores y en la segunda encontraremos la fundamentación de la secuencia después de ser aplicada con la ayuda de las TSD.

4.2. DISEÑO DE LA SECUENCIA DE SITUACIONES PROBLEMA

Antes de hablar sobre la secuencia de situaciones problema se mostrara la coherencia vertical y horizontal del concepto como se expone en los estándares básicos de competencias (2006), documento en el que se afirma que:

La complejidad conceptual y la gradualidad del aprendizaje de los conceptos matemáticos exigen una coherencia tanto vertical como horizontal. La primera está dada por la relación de un estándar con los demás estándares del mismo pensamiento en los otros conjuntos de grados y la segunda está dada por la relación que tiene un estándar determinado con los estándares de los demás pensamientos dentro del mismo conjunto de grados (p. 78)

Se muestra a continuación la coherencia vertical y horizontal del concepto presente en la secuencia de situaciones problema:

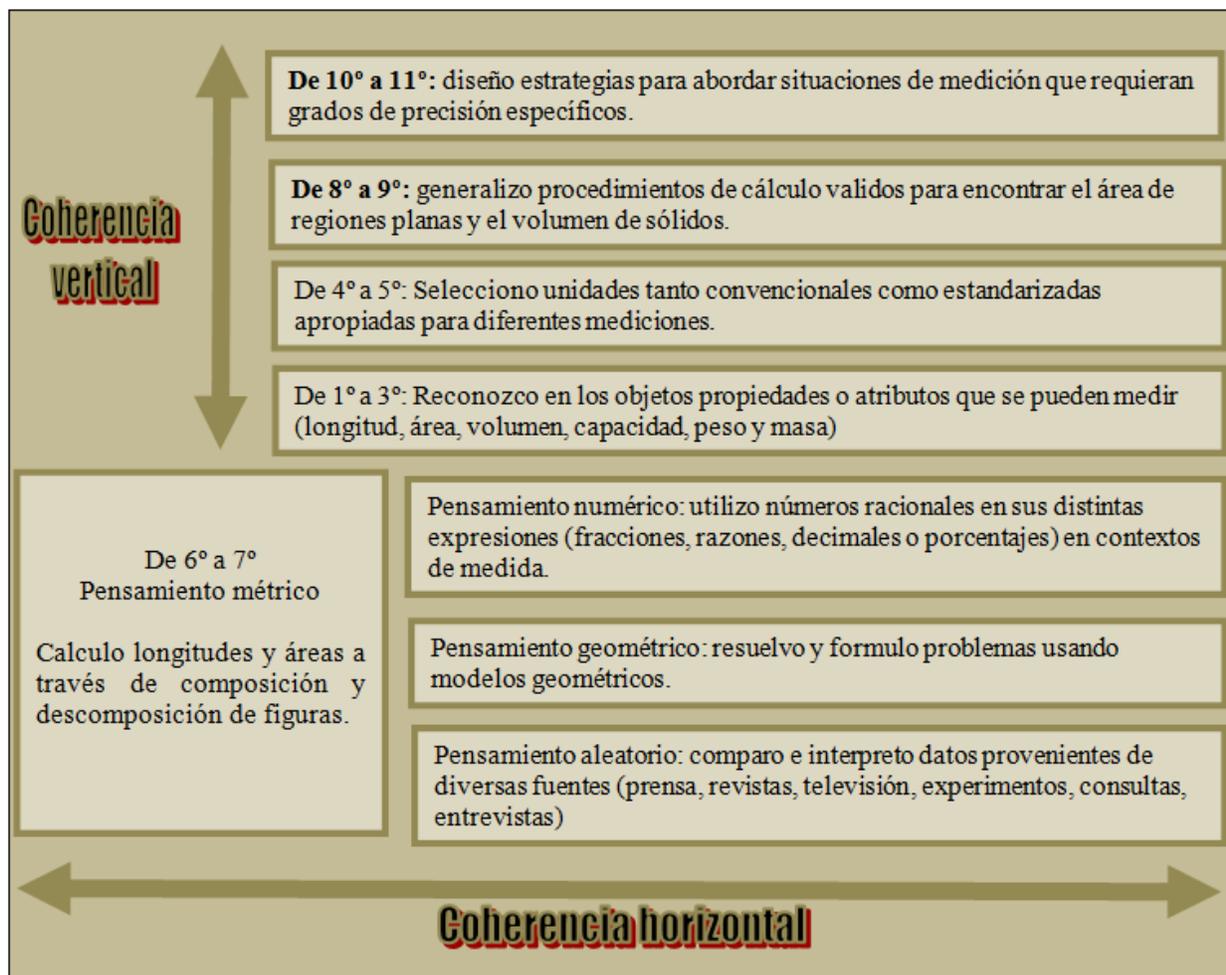


Figura 8. Coherencia vertical y horizontal

Con relación a la coherencia horizontal, podemos ver que es necesario que los estudiantes reconozcan de los números racionales las fracciones o decimales (periódicos o exactos) ya que al momento de realizar algún cálculo la medida se asociaron a un número que se encuentra en dicho conjunto numérico, además es necesario que puedan resolver y formular problemas usando modelos geométricos pues les partirán descomponer las figuras y poder así solucionar el problema en cuestión.

Con relación a la coherencia vertical, para que los estudiantes logren calcular longitudes y áreas a partir de la composición y descomposición de figuras es necesario que ellos puedan reconocer en los objetos las propiedades o atributos que pueden ser medidos, reconocer también las unidades convencionales o estandarizadas para llegar a generalizar procedimientos de cálculos y diseñar estrategias para abordar situaciones de medición.

La secuencia de situaciones problema que se utilizó en este trabajo es una reconstrucción de una actividad que se encuentra en un texto escolar⁷ en la que se pide calcular al estudiante el área de ciertas regiones de un apartamento dándole al estudiantes algunas medidas pertinentes relacionadas ya sea con el largo o el ancho de las regiones del apartamento como se puede ver en la figura 9.



Figura 9. Actividad base de la secuencia

⁷ Tomado de Centeno, Díaz & Alfonso (2002)

Pero como el objetivo principal de la secuencia de situaciones problema utilizada es acercar a los estudiantes a los procesos de medidas de longitudes y áreas aquí no se le da al estudiante ninguna medida sino solo las distribuciones del apartamento y se le da adjunto al documento un plano a escala 1:45 como se muestra en el anexo 1. Se explica a continuación como está estructurada la secuencia y cómo se relaciona con el modelo teórico.

4.2.1. Descripción De La Secuencia De Situaciones Problema⁸

La secuencia de situaciones problema está orientada a estudiantes de grado sexto o séptimo y se centra en las magnitudes longitud y área; mostrando a los estudiantes una situación en la que se desea remodelar un apartamento seleccionando de tres opciones la más económica. Esta propuesta está pensada para desarrollarse en grupos de dos o tres estudiantes y cuenta con tres momentos:

El primero (figura 10) en el que se expone la situación y se les muestra a los estudiantes el plano del apartamento como se ve en la figura 11, lo que se busca con este plano es que el estudiante reconozca las regiones o espacios con los que cuenta el apartamento tales como: la alcoba principal, el star TV, el balcón, la sala-comedor, entre otras.

⁸ Revisar anexo 1 para ver la secuencia de situaciones problema

ACTIVIDAD
(REMODELANDO EL APARTAMENTO)

Ángela desea remodelar su apartamento ahorrando lo que más pueda, para ello contrato al señor Hernando quien se encargara de realizar las respectivas medidas y cotizaciones para que Ángela pueda tomar la mejor opción. La siguiente figura muestra el plano del apartamento de Ángela:



Tomado de: constructora Meléndez¹

El Señor Hernando le propone a Ángela tres maneras para remodelar el área compuesta por la alcoba principal, la alcoba 2, el estar TV, la sala-comedor y la cocina. Ayudémosle a Ángela a tomar la mejor opción; para ello utilizaremos el plano adjunto a este documento el cual esta a escala 1:45 del apartamento real.

¹ <http://ciudadmelendez.com/proyectos/remansos/index.php/planos/plantas-arquitectonicas>

1

Grupo No ____

Grupo No ____

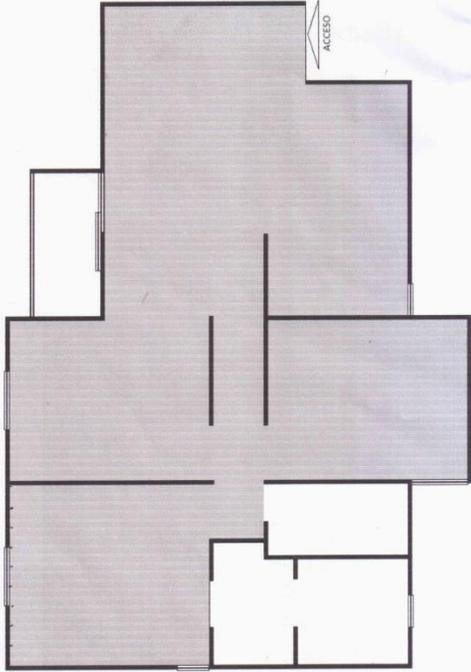


Figura 10. Parte uno de la secuencia de situaciones problema



Figura 11. Plano No 1 del apartamento

A diferencia del plano que dan en el texto escolar (figura 9) aquí no se le da al estudiante ninguna medida sino solo las distribuciones del apartamento y se le da adjunto al documento un plano a escala 1:45, como el de la figura 14, con el que ellos tendrán que trabajar.

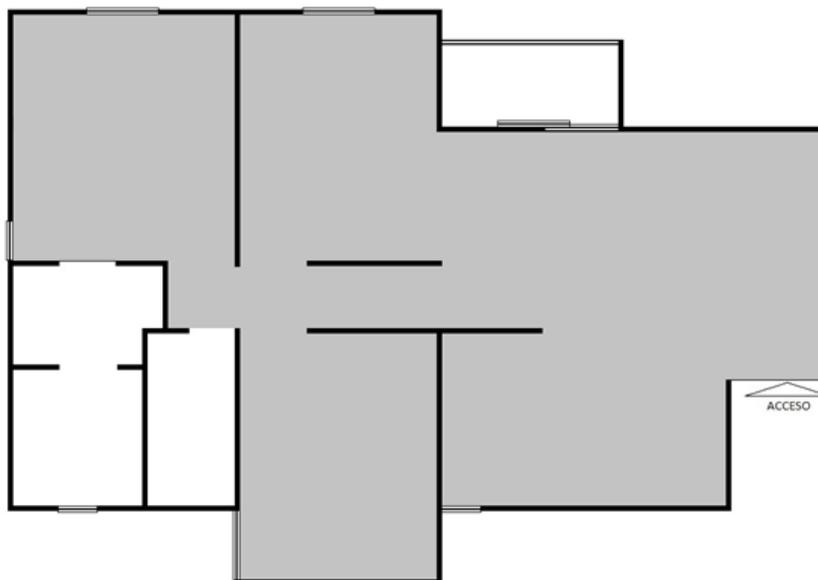


Figura 12. Plano No 2 del apartamento

La segunda parte esta subtitulada “Tomando las medidas” (figura 13) y está dividida en dos literales, en el primer literal los estudiantes deben medir el ancho y el largo de ciertas regiones del apartamento (la alcoba principal, la alcoba 2, el estar TV, la sala-comedor y la cocina) con una de dos unidades de medida presentadas en el documento y registrar sus medidas en una tabla como el da la figura 14

Tomando las medidas

a) Lo primero que va a realizar el Señor Hernando es tomar las mediciones ancho y largo que tiene la alcoba principal, la alcoba 2, el estar TV, la sala-comedor y la cocina para ello utilizo un metro que es un instrumento de medida. Siguiendo los mismos pasos del Señor Hernando toma las medidas, ancho y largo para las siguientes regiones: alcoba principal, la alcoba 2, el estar TV, la sala-comedor y la cocina utilizando una de las unidades de medida presentadas a continuación, luego regístralas en la tabla y responde a las preguntas.

REGIÓN	ANCHO	LARGO
alcoba principal		
alcoba 2		
estar TV		
sala-comedor		
cocina		

- ¿Cuál fue la unidad de medida que seleccionaron? ¿Por qué?

- ¿Consideran que el procedimiento utilizado arroja un resultado exacto o aproximado? ¿Por qué?

- Si una magnitud es una propiedad que se puede medir tales como la longitud y el área ¿Consideran que el ancho y el largo corresponden a una misma magnitud o a magnitudes diferentes? ¿Por qué?

2 Grupo No _____

- Si la longitud es una propiedad que permite comparar tamaños de segmentos rectilíneos (una dimensión) y el área una propiedad que permite comparar superficies cerradas en un plano (dos dimensiones) ¿a cuál de estas magnitudes corresponde el ancho y el largo? ¿Por qué?

b) Completa las siguientes tablas y luego contesta a las preguntas teniendo en cuenta la siguiente información:

Como utilizaron una unidad arbitraria para tomar las medidas, es necesario convertirlas a una unidad conocida, para ello utiliza una regla graduada y mide la unidad que utilizaste para tomar tus medidas que será tu factor de conversión, luego multiplica cada una de ellas por dicho valor para convertirlas a centímetros.

ANCHO	Medida (unidad arbitraria)	Factor de conversión	Medida (en centímetros)	Medida real aproximada	
				Centímetros	metros
alcoba principal					
alcoba 2					
estar TV					
sala-comedor					
cocina					

LARGO	Medida (unidad arbitraria)	Factor de conversión	Medida (en centímetros)	Medida real aproximada	
				Centímetros	metros
alcoba principal					
alcoba 2					
estar TV					
sala-comedor					
cocina					

3 Grupo No _____

Figura 13. Parte dos de la secuencia de situaciones problema

REGIÓN	ANCHO	LARGO
alcoba principal		
alcoba 2		
estar TV		
sala-comedor		
cocina		

Figura 14. Tabla No 1 para registrar las medidas

Después de registrar sus medidas en la tabla, se le pide responder a ciertas preguntas que mostramos a continuación, explicando lo que se busca con cada pregunta

PREGUNTA	OBJETIVO
¿Cuál fue la unidad de medida que seleccionaron? ¿Por qué?	Lo que se busca con esta pregunta no es solo reconocer la unidad de medida que el estudiante selecciono sino deducir si para él, la toma de medidas cambiará dependiendo de la unidad de medida seleccionada o si el tiempo en tomar las medidas difiere con respecto a ella.
¿Consideran que el procedimiento utilizado arroja un resultado exacto o aproximado? ¿Por qué?	Con esta pregunta se busca reconocer la idea que tienen los estudiantes con respecto a la toma de medidas, si para ellos es “claro” que al tomar una medida el resultado es una aproximación más no algo exacto.
Si una magnitud es una propiedad que se puede medir tales como la longitud y el área ¿Consideran que el ancho y el largo corresponden a una misma magnitud o a magnitudes diferentes? ¿Por qué?	Con esta pregunta se quiere saber si los estudiantes reconocen que el ancho y el largo se asocian con la medida de una longitud.
Si la longitud es una propiedad que permite comparar tamaños de segmentos rectilíneos (una dimensión) y el área una propiedad que permite comparar superficies cerradas en un plano (dos dimensiones) ¿a cuál de estas magnitudes corresponde el ancho y el largo? ¿Por qué?	Lo que se busca con esta pregunta es aclarar a los estudiantes que el ancho y el largo corresponde a la misma magnitud (longitud) pues ambas se asocian con la medida de segmentos.

Tabla 4. Objetivos de las preguntas de la secuencia

En el segundo literal los estudiantes deben convertir sus medidas a centímetros llenando dos tablas como las que se ven en la figura 15 y luego responde a la pregunta ¿Cuál de las dos unidades de medidas (el centímetro o el metro) consideran más apropiada para representar el ancho y el largo que tiene regiones medidas? Con la que se busca saber si los estudiantes comprenden cuando es más apropiado utilizar el centímetro o el metro.

ANCHO	Medida (unidad arbitraria)	Factor de conversión	Medida (en centímetros)	Medida real aproximada	
				Centímetros	metros
alcoba principal					
alcoba 2					
estar TV					
sala- comedor					
cocina					

LARGO	Medida (unidad arbitraria)	Factor de conversión	Medida (en centímetros)	Medida real aproximada	
				Centímetros	metros
alcoba principal					
alcoba 2					
estar TV					
sala- comedor					

Figura 15. Tabla No 2 para registrar las conversiones de las medidas

Por último la tercera parte que esta subtitulada “tres maneras para remodelar las regiones solicitadas” dividida en tres literales, en el primer literal deben determinar la cantidad de baldosas 30x30⁹ que se necesitarían para embaldosar la región solicitada, en el segundo literal deben determinar la cantidad de baldosas 60x60 que se necesitarían para embaldosar la misma región anterior y en el tercer literal deben determinar la cantidad de baldosas 30x30 necesarias para embaldosar las alcobas y la cantidad de baldosas 60x60 necesarias para embaldosar la región restante. En cada uno de los literales los estudiantes deben determina la cantidad de dinero

⁹ Las medidas de las baldosas 30x30 y 60x60 son dadas a los estudiantes también a escala 1:45 para que las puedan utilizar en el plano dado a ellos.

que se debe pagar para embaldosar, calcular la cantidad de área que se embaldosaría y compararlas para ver si es la misma, y por ultimo poder determinar cuál es la opción más económica.

4.2.2. Relación Con El Modelo Teórico

En el modelo teórico expuesto por Brousseau (2002) nos hablan de tres familias (la familia de los objetos, la familia de los números y la familia de las magnitudes) en esta secuencia el objeto fue un plano a escala de un apartamento, el conjunto numérico utilizado fue el conjunto de los números racionales positivos pues las medidas que se tomaron correspondían a números decimales finitos y las magnitudes utilizadas fueron longitud y área.

Además de esto, Brousseau (2002) nos define $S(g)$ como aquellas situaciones que van del conjunto de los objetos al conjunto de las magnitudes lo cual se ve reflejado en la secuencia de situaciones problema en aquellas preguntas en las que los estudiantes deben reconocer la magnitud con la que está trabajando, esto se puede observar en aquellas partes de la situación en la que los estudiantes deben reconocer que están midiendo una longitud o un área.

Nos define además $S(\mu)$ como aquellas situaciones que van del conjunto de las magnitudes hacia el conjunto de los números lo cual se ve reflejado en aquellas preguntas en la que los estudiantes realizan alguna medida, esto se puede ver cuando los estudiantes deben realizar mediciones del largo y ancho de ciertas regiones del apartamento o cuando deben calcular la cantidad de baldosa necesarias para embaldosar las regiones solicitadas.

Y nos define por ultimo $S(m)$ como aquellas situaciones que van del conjunto de los objetos hacia el conjunto de los números que serian aquellas preguntas en la que los estudiantes deben dar solución con base a los dos procesos anteriores. Esto se ve reflejado cuando los estudiantes deben medir una longitud y luego realizar una conversión o cuando miden un área y utilizan esa medida para responder a diferentes preguntas es decir cumplen con $S(g)$ y $S(\mu)$

4.3. Análisis De La Secuencia De Situaciones Problema Desde La TSD

Antes de hablar del análisis de la secuencia de situaciones problema a partir de las TSD se explicará la manera como se desarrolló la puesta en acto y se expondrán los resultados obtenidos por parte de los estudiantes al resolver la actividad.

4.3.1. Desarrollo de la puesta en acto

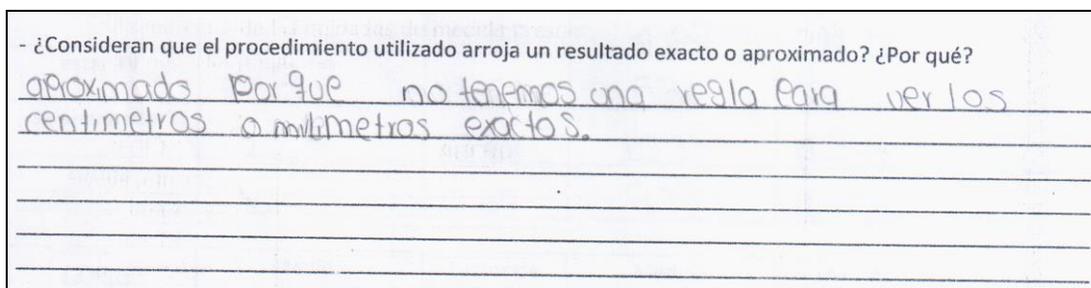
La secuencia de situaciones problema se llevó a cabo en tres sesiones (dos bloques de 90 minutos cada uno y una hora de clase de 45 minutos), en la primera se organizó a los estudiantes por grupos obteniendo 10 grupos de los cuales 5 estaban formados por 2 estudiantes y los 5 restantes por 3, luego se entregó a cada grupo los respectivos documentos (la actividad y el plano).

En la primera sección 7 de los grupos terminaron la parte titulada “tomando las medidas” a diferencia de los 3 restantes que no alcanzaron a terminarla, en las secciones 2 y 3 se organizó a los estudiantes en los grupos correspondientes y se les entregó los documentos para que terminaran con la parte titulada “tres maneras para remodelar las regiones solicitadas” y al finalizar se hizo una socialización de las respuestas de cada uno.

4.3.3. Resultados de la secuencia de situaciones problemas

El propósito de la actividad era acercar a los estudiantes a los procesos de medida de longitudes y áreas y reconocer aquellas ideas con las que estos cuentan con respecto al proceso de medida, particularmente en la parte titulada “tomando las medidas” se buscaba que los estudiantes pudieran medir longitudes sin utilizar una regla graduada e identificar algunos de los conceptos que estos tienen con relación a los procesos de medida y en la parte titulada “tres maneras para remodelar las regiones solicitadas” se buscaba que los estudiantes pudieran calcular el área de ciertas regiones del apartamento con diferentes unidades de medida teniendo en cuenta que el área solicitada no cambiaba. Al revisar las respuestas de los estudiantes, que se encuentran en el anexo 8 y al compararlas con los objetivos de cada pregunta se deduce lo siguiente:

- Algunos relacionan una medida exacta cuando utilizan un instrumento de medida graduado, mientras que otros relacionan una medida aproximada cuando la unidad de medida utilizada no “abarca” la región que se pedía medir, como se puede ver en las figura 16 y 17.



- ¿Consideran que el procedimiento utilizado arroja un resultado exacto o aproximado? ¿Por qué?
aproximado porque no tenemos una regla para ver los centímetros o milímetros exactos.

Figura 16. Respuesta 1

- ¿Consideran que el procedimiento utilizado arroja un resultado exacto o aproximado? ¿Por qué?

no pues porque en unas mediciones lo da lo exacto x que algunas veces sobra espacio

Figura 17. Respuesta 2

- No asocian ancho y largo a una misma magnitud los ven como magnitudes diferente ya que la medida del ancho y el largo les daba diferente. Como se observa en la figura 18

- Si una magnitud es una propiedad que se puede medir tales como la longitud y el área ¿Consideran que el ancho y el largo corresponden a una misma magnitud o a magnitudes diferentes? ¿Por qué?

son diferentes porque en la sala-comedor el ancho es 15,5 y el largo da 7,5.

Figura 18. Respuesta 3

- Los estudiantes asociaron medir una longitud con medir segmentos rectilíneos. Como se ve en la figura 19.

- Si la longitud es una propiedad que permite comparar tamaños de segmentos rectilíneos (una dimensión) y el área una propiedad que permite comparar superficies cerradas en un plano (dos dimensiones) ¿a cuál de estas magnitudes corresponde el ancho y el largo? ¿Por qué?

Pertenece a la longitud porque es en recta.

Figura 19. Respuesta 4

- Algunos estudiantes consideraron el metro como la unidad de medida más apropiada para representar el ancho y el largo de las regiones medidas por ser una unidad grande (visualizaron el apartamento real) mientras que otros consideraron el centímetro por ser una unidad pequeña (se quedaron en el plano a escala del apartamento). Esto se puede ver en las figuras 20 y 21

- ¿Cuál de las dos unidades de medidas (el centímetro o el metro) consideran más apropiada para representar el ancho y largo que tienen las regiones medidas? ¿Por qué?

El centímetro por que el centímetro es la medida más apropiada para medir las regiones. Lo cambio por metros es muy difícil

Figura 20. Respuesta 5

- ¿Cuál de las dos unidades de medidas (el centímetro o el metro) consideran más apropiada para representar el ancho y largo que tienen las regiones medidas? ¿Por qué?

El Metro Porque los centímetros son muy corticos y con los metros son mas largos

Figura 21. Respuesta 6

- La figura 22 nos muestra que los estudiantes de un grupo reconocieron que para calcular el área de las regiones solicitadas podían realizar una multiplicación de las medidas largo y ancho y el resultado iba a ser el mismo. Lo cual está relacionado con la formula que se acostumbra a dar para el área de un rectángulo (base por altura).

- Si no tuviéramos la cantidad de baldosas que cubren la sala comedor pero si tenemos el ancho y el largo de la sala comedor ¿cómo se podría calcular el área de la sala comedor? ¿Cómo serían estos dos resultados (iguales o diferentes)?

se calcula haciendo una multiplicación entre el ancho y el largo

Figura 22. Respuesta 7

- Muchos consideraron que al utilizar baldosas pequeñas el área de las regiones solicitadas era más pequeño y que para las baldosas mas grandes era más grande, sin caer en cuenta que las regiones que se estaban midiendo eran las mismas. Esto lo podemos ver en las figuras 23 y 24

- Al comparar el área medida con la baldosa 30x30 y la medida con la baldosa 60x60 ¿Qué se puede afirmar al respecto?

que una ocupa menos espacio que la otra y una es más económica o sea que son totalmente diferentes

Figura 23. Respuesta 8

- Al comparar el área medida con la baldosa 30x30 y la medida con la baldosa 60x60 ¿Qué se puede afirmar al respecto?

que la baldosa 60x60 es mas grande que la de 30x30 porque en una baldosa grande caben 4 cuadrillos de los 30x30

Figura 24. Respuesta 9

Estos resultados pueden ayudar al docente a orientar la formación en los procesos de medida de longitudes y áreas pues determinan las ideas previas que tienen los estudiantes ya sean correctas o no para modificarlas o mejorarlas.

4.3.3. Análisis de la secuencia a partir de la TSD

La TSD plantea el concepto de situación fundamental que corresponde a la incorporación de los conocimientos en situaciones para dar cuenta a la vez de su sentido y su utilidad, de medio que corresponde a los elementos conocidos por protagonistas que traen retroalimentaciones que pueden interpretar con sus conocimientos previos mientras actúan para solucionar un problema planteado y el de contrato didáctico que supone un sistema de espera recíproca entre profesores y estudiantes en los informes de enseñanza. Lo que se busca ahora es reconocer estos conceptos en la secuencia de situaciones problema después de haberse llevado a la práctica.

De hecho se puede encontrar un medio en esta secuencia pues al pedirles a los estudiantes medir ya sea el ancho o el largo o la cantidad de baldosas utilizadas para embaldosar ciertas regiones del apartamento, ellos toman las medidas porque sabían cómo hacerlo, es decir, es un conocimiento previo que están utilizando para solucionar ciertas cuestiones que los llevará a un nuevo concepto.

Por otro lado la secuencia corresponde a una situación fundamental puesto que los estudiantes se relacionan con nuevo conocimiento permitiéndoles explorar ideas y características de este conocimiento pero cabe recalcar que como esta es una secuencia de situaciones problema para acercar a los estudiantes a un concepto no se obtendrá una conceptualización de los procesos de medida de longitudes y áreas.

Pero con base al contrato didáctico que establece en esta secuencia se puede afirmar que es bajo pues no se obtuvo un 100% de participación por parte de los estudiantes es decir no hubo una retroalimentación estudiante docente a partir de los informes de enseñanza, esto podría ser porque la secuencia no fue de interés para todos los estudiantes.

Por lo anterior se sugiere una reconstrucción de la secuencia aplicada en este trabajo ya que al revisar los resultados se puede observar que algunas preguntas requieren ser planteadas de otra manera pues fueron de difícil comprensión para los estudiantes como es el caso de las preguntas:

- *Si una magnitud es una propiedad que se puede medir tales como la longitud y el área ¿Consideran que el ancho y el largo corresponden a una misma magnitud o a magnitudes diferentes? ¿Por qué?*

- *Si la longitud es una propiedad que permite comparar tamaños de segmentos rectilíneos (una dimensión) y el área una propiedad que permite comparar superficies cerradas en un plano (dos dimensiones) ¿a cuál de estas magnitudes corresponde el ancho y el largo? ¿Por qué?*

Por otro lado, se puede reducir el número de preguntas ya que esta podría ser una de las causas por la que algunos estudiantes no completaron toda la secuencia pues realizaron las mediciones en el plano pero no contestaron a todas las preguntas.

CAPITULO 5: CONCLUSIONES

En este capítulo se presentan las conclusiones las cuales se describen desde el problema de investigación, los objetivos (generales y específicos), la articulación de la teoría con el diseño y la puesta en acto de la secuencia de situaciones problema.

Como se menciona en capítulos anteriores el proceso de medida es un concepto útil en la sociedad que está presente en actividades comerciales y de la vida cotidiana, pero presenta dificultades al momento de ser enseñados, es por ello se debe hacer uso de secuencias de situaciones problema que son una herramienta que permiten articular el concepto con la realidad y poder mostrarlo a los estudiantes el concepto de una manera diferente, pero estas secuencias de situaciones problema con relación a los objetivos de este trabajo no deben ser construidas a la deriva, deben estar fundamentadas por teorías que permitan discernir un poco las dificultades y organizarlas de acuerdo a las necesidades de los estudiantes.

En este trabajo se realizó el diseño de una secuencia de situaciones problema cuyo objetivo era acercar a los estudiantes a los procesos de medidas de longitudes y áreas, fundamentada a partir de la teoría expuesta por Brousseau (2002) que permitió darle sentido a la secuencia al formular preguntas que lograron articular las relaciones (objeto-magnitud, magnitud-número, objeto-número) a partir de las cuales los estudiantes debían reconocer la magnitud con la que estaban trabajando (relación objeto-magnitud), realizar mediciones (relación magnitud-número) y a hacer uso de estos dos procesos (relación objeto-número); por medio de la secuencia de situaciones problema se pudo mostrar a los estudiantes una actividad cotidiana en la que intervenían los

procesos de medida de longitudes y áreas con la que se logró identificar algunos vacíos o ideas “erróneas” que presentan los estudiantes en relación al concepto y que se expusieron en el capítulo 4 en la parte dedicada al análisis de la secuencia.

Lo importante aquí es que las secuencias de situaciones problema no deben centrarse solo en objetivos curriculares sino también relacionarse con las dificultades que se presentan en los procesos de medidas y estar fundamentadas con teorías que estén diseñadas para llevarse a la práctica. Además no basta con solo llevar la secuencia al aula de clases, se requiere también de un análisis de los resultados para poder validar la secuencia e identificar las ventajas y desventajas de su uso, si se limita o no a los estudiantes al relacionarse con el concepto.

En este trabajo se realizó un pequeño análisis de la secuencia de situaciones problema a partir de la TSD, en el que se observó que en la secuencia se utilizó un medio que permitió movilizar conocimiento relacionado con los procesos de medidas de longitudes y áreas, pero faltó contrato didáctico pues la participación por parte de los estudiantes no fue completa lo cual nos permite deducir que la secuencia debe ser reformulada de tal manera que logre llegar a todos los estudiantes.

En síntesis es necesario que un educador matemático busque mecanismos que contribuyan a superar las dificultades relacionadas con el proceso de enseñanza y aprendizaje de los procesos de medidas de longitudes y áreas, que no se quede solo con lo que los libros de texto le proporcionan si no que busque medios que permitan la retroalimentación a partir de las interacciones de los estudiantes con el conocimiento, diseñando o modificando propuestas de

enseñanza que muestren a los estudiantes la importancia que tiene este concepto con la sociedad, que este fundamentada a partir de nuevas teorías y ajustadas a sus necesidades, y que después de ser llevada a la práctica poder analizarlas con objetivos claros.

BIBLIOGRAFÍA

- Belmonte, J. (2000). La importancia de la medición. Aspectos teóricos. En J. Belmonte, & M. Chamorro, *El problema de la medida: didáctica de las magnitudes lineales* (págs. 125-149). Madrid: Síntesis S. A.
- Brousseau, G. (2002). Les grandeurs dans la scolarité obligatoire. *Actes de la 11 e Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques* (págs. 331-348). Grenoble: La pensée sauvage.
- Ceballos, E. (2012). *una propuesta didáctica para la enseñanza de la proporcionalidad en el grado octavo de la institución Educativa Maria Josefa Marulanda del municipio de la Ceja*. Magister en Enseñanza de las ciencias exactas y Naturales, Universidad Nacional De Colombia, Facultad de ciencias.
- Centeno, R., Díaz, G., & Alfonso, D. (2002). *Pensamiento Matemático 6*. Bogota: Libros & Libros S. A.
- Chamorro, M. (1995). Aproximación a la medida de magnitudes en la enseñanza primaria. En *UNO (Revista de Didáctica de las Matemáticas)*.Nº 3, pp. 31 – 53.
- Chamorro, M., & Belmonte, J. (2000). *El problema de la medida: didáctica de las magnitudes lineales*. Mexico: Somtesis.
- Fernandes, M. (2010). *Resultados de colombia en TIMSS 2007 resumen ejecutivo*. Bogotá.

Godino, J., Batanero, C., & Roa, R. (2002). Medida de magnitudes y su didáctica para maestros.

Proyecto Edumat-Maestros , 607-692.

Guzmán, M. (1993). *Enseñanza de las ciencias y de las matemáticas*. Madrid: Popular.

Herrera, Y. (2013). *Una aproximación a la demostración mediante una secuencia de problemas abiertos desde la teoría de la mediación semiótica*. Santiago de Cali: Universidad del Valle.

Jaimer, A., & Gutierrez, Á. (2009). medida de magnitudes. En *Matemáticas y su didáctica*.

Lopera, C., Ronderos, N., Uzaheta, Á., Cervantes, V., & Quintero, L. (2010). *Saber 5º y 9º 2009 resultados nacionales resumen ejecutivo*. Bogotá.

Luelmo, M. (2001). Medir en secundaria: algo más que fórmulas. *X JAEM Ponencia Ponencia P83* , 727-737.

Mapallo, D., & Romero, J. (2011). *La transposicion didactica de la nocion de area a partir del analisis de los programas y propuestas curriculares colombianas*. Santiago de Cali: (tesis de grado).

Martínez, P. (2006). El método de estudio de caso estrategia metodológica de la investigación científica. *Pensamiento & Gestión* (20), 165-193.

Perrin, M. (2009). Utilidad de la teoría de las situaciones didácticas, para incluir los fenómenos vinculados a la enseñanza de matemáticas en las clases normales. *Revista Internacional Magisterio La Matemática: una herramienta para la vida* (39), 11-16.

Rico, L. (1995). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, cap. 3. Pp. 69-108, en Kilpatrick, J. Gómez, P. & Rico, L. *Educación Matemática*. Grupo Editorial Iberoamericana, México.

Zapata, F., & Cano, N. (2008). La enseñanza de la magnitud área. *Conferencia presentada en 9º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (16 al 18 de octubre de 2008)*.

ANEXOS

ANEXO 1. ACTIVIDAD DE ENSEÑANZA



Colegio Comunitario Técnico Industrial
UNIDAD BOLIVARIANA



Universidad del valle
Instituto de educación y pedagogía

ACTIVIDAD (REMODELANDO EL APARTAMENTO)

Ángela desea remodelar su apartamento ahorrando lo que más pueda, para ello contrato al señor Hernando quien se encargara de realizar las respectivas medidas y cotizaciones para que Ángela pueda tomar la mejor opción. La siguiente figura muestra el plano del apartamento de Ángela:



Tomado de: constructora Meléndez¹

El Señor Hernando le propone a Ángela tres maneras para remodelar el área compuesta por la alcoba principal, la alcoba 2, el estar TV, la sala-comedor y la cocina. Ayudémosle a Ángela a tomar la mejor opción; para ello utilizaremos el plano adjunto a este documento el cual esta a escala 1:45 del apartamento real.

¹ <http://ciudadmelendez.com/proyectos/remansos/index.php/planos/plantas-arquitectonicas>

Tomando las medidas

- a) Lo primero que va a realizar el Señor Hernando es tomar las mediciones ancho y largo que tiene la alcoba principal, la alcoba 2, el estar TV, la sala-comedor y la cocina para ello utilizo un metro que es un instrumento de medida. Siguiendo los mismos pasos del Señor Hernando toma las medidas, ancho y largo para las siguientes regiones: alcoba principal, la alcoba 2, el estar TV, la sala-comedor y la cocina utilizando una de las unidades de medida presentadas a continuación, luego regístralos en la tabla y responde a las preguntas.

REGIÓN	ANCHO	LARGO
alcoba principal		
alcoba 2		
estar TV		
sala-comedor		
cocina		

- ¿Cuál fue la unidad de medida que seleccionaron? ¿Por qué?

- ¿Consideran que el procedimiento utilizado arroja un resultado exacto o aproximado? ¿Por qué?

- Si una magnitud es una propiedad que se puede medir tales como la longitud y el área ¿Consideran que el ancho y el largo corresponden a una misma magnitud o a magnitudes diferentes? ¿Por qué?

- Si la longitud es una propiedad que permite comparar tamaños de segmentos rectilíneos (una dimensión) y el área una propiedad que permite comparar superficies cerradas en un plano (dos dimensiones) ¿a cuál de estas magnitudes corresponde el ancho y el largo? ¿Por qué?

b) Completa las siguientes tablas y luego contesta a las preguntas teniendo en cuenta la siguiente información:

Como utilizaron una unidad arbitraria para tomar las medidas, es necesario convertirlas a una unidad conocida, para ello utiliza una regla graduada y mide la unidad que utilizaste para tomar tus medidas que será tu factor de conversión, luego multiplica cada una de ellas por dicho valor para convertirlas a centímetros.

ANCHO	Medida (unidad arbitraria)	Factor de conversión	Medida (en centímetros)	Medida real aproximada	
				Centímetros	metros
alcoba principal					
alcoba 2					
estar TV					
sala-comedor					
cocina					

LARGO	Medida (unidad arbitraria)	Factor de conversión	Medida (en centímetros)	Medida real aproximada	
				Centímetros	metros
alcoba principal					
alcoba 2					
estar TV					
sala-comedor					
cocina					

- ¿Cuál de las dos unidades de medidas (el centímetro o el metro) consideran más apropiada para representar el ancho y largo que tienen las regiones medidas? ¿Por qué?

Tres maneras para remodelar las regiones solicitadas

Después de haber tomado las respectivas medidas correspondientes al ancho y largo de ciertas regiones del apartamento el Señor Hernando le propone a Ángela tres maneras para remodelar el área solicitadas las cuales aparecen a continuación, pero para saber cuál es la mejor opción debes resolver lo que se te pide en cada una:

(a) Embaldosando con baldosas de 30x30

Determina la cantidad de baldosas que debe utilizar Ángela para embaldosar el área compuesta por la alcoba principal, la alcoba 2, el estar TV, la sala-comedor y la cocina, utilizando la unidad de medida señalada más adelante y que corresponde a una baldosa 30x30 a la misma escala en la que está diseñado el plano del apartamento



- Si una baldosa cuesta \$ 3.590 ¿Cuánto tendría que pagar Ángela por la cantidad de baldas que utilizaría?

- Si el área de una baldosa 30x30 es 900 cm² (centímetros cuadrados) ¿Cual es el área compuesta por la alcoba principal, la alcoba 2, el estar TV, la sala-comedor y la cocina?

- Si no tuviéramos la cantidad de baldosas que cubren la sala comedor pero si tenemos el ancho y el largo de la sala comedor ¿cómo se podría calcular el área de la sala comedor? ¿Cómo serían estos dos resultados (iguales o diferentes)?

(b) Embaldosando con baldosas de 60x60

Determina la cantidad de baldosas que debe utilizar Ángela para embaldosar el área compuesta por la alcoba principal, la alcoba 2, el estar TV, la sala-comedor y la cocina, utilizando la unidad de medida señalada más adelante y que corresponde a una baldosa 60x60 a la misma escala en la que está diseñado el plano del apartamento



- Si una baldosa cuesta \$ 5.590 ¿Cuánto tendría que pagar Ángela por la cantidad de baldas que utilizaría?

- Si el área de una baldosa 60x60 es 3600 cm^2 ¿Cuánto es el área compuesta por la alcoba principal, la alcoba 2, el estar TV, la sala-comedor y la cocina?

- Al comparar el área medida con la baldosa 30x30 y la medida con la baldosa 60x60 ¿Qué se puede afirmar al respecto?

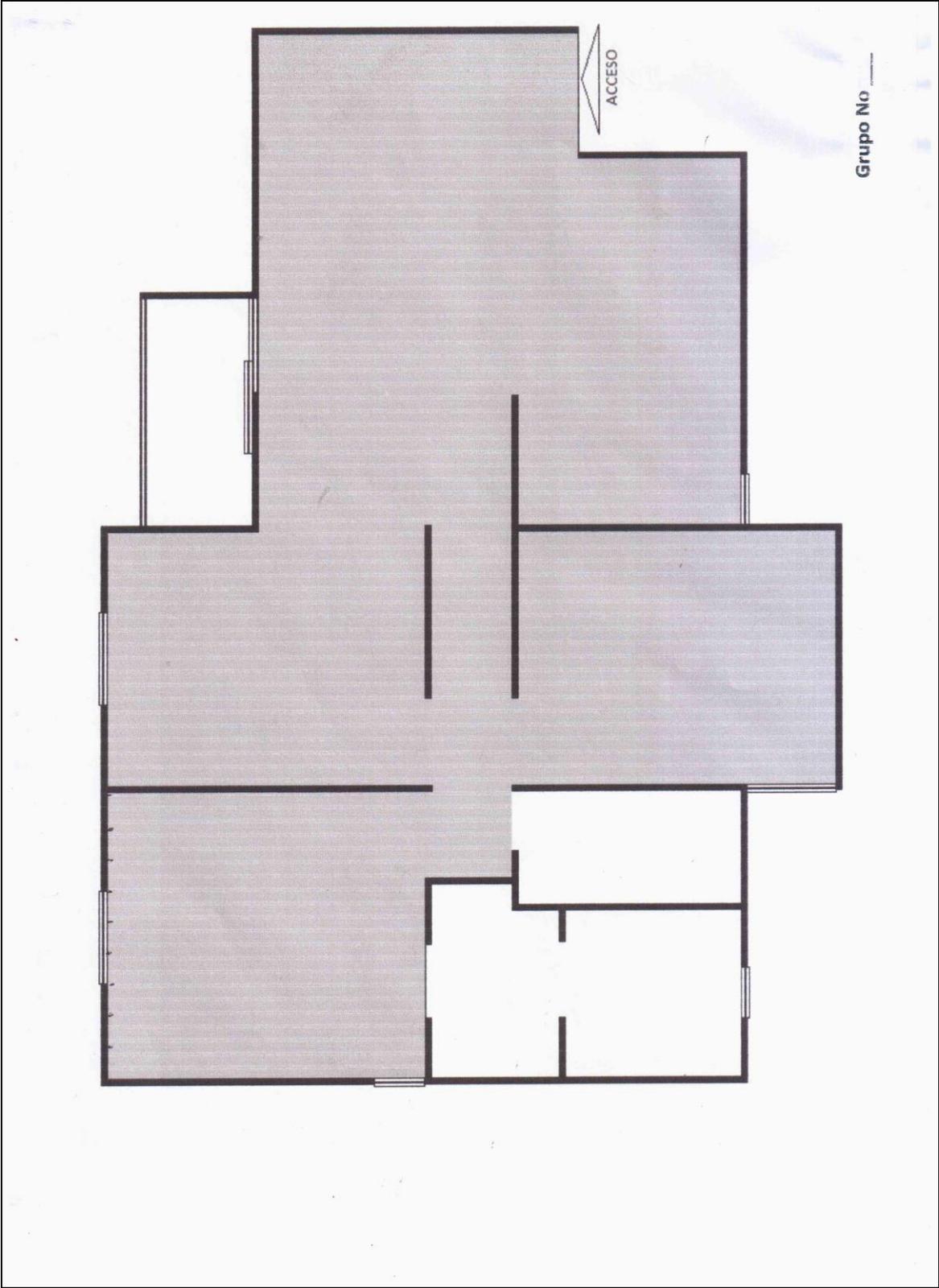
(c) Embaldosando con baldosas 30x30 para las alcobas y 60x60 para lo demás

Determina la cantidad de baldosas 30x30 necesarias para embaldosar las alcobas y la cantidad de baldosas 60x60 necesarias para embaldosar la región restante.

- ¿Cuánto tendría que pagar Ángela por la cantidad de baldas que utilizaría?

- ¿Cuál de las tres opciones es más económica para Ángela? ¿por qué?

- ¿Cuál es el área en metros cuadrados de la región que se desea embaldosar?



ANEXO 2. RESULTADOS DE LA ACTIVIDAD DE ENSEÑANZA

Tomando las medidas	
¿Cuál fue la unidad de medida que utilizaron? ¿Por qué?	
G 1:	Utilizamos la medida de 1,34
G 2:	La pequeña porque es la mejor para resolver, además también dos de 0,67 cm da igual a 1,34 cm
G 3:	1,34 cm porque sería más fácil y rápido medir el plano
G 4:	La ralla de 1,34 cm
G 5:	La unidad de medida que seleccionamos fue la larga porque uno puede terminar rápido
G 6:	[Sin responder]
G 7:	La unidad de medida que seleccionamos fue la larga porque acabamos más rápido
G 8:	La unidad que utilizamos fue la pequeña porque es la más apropiada
G 9:	[Sin responder]
G 10:	La unidad de medida que seleccionamos fue la larga

Tomando las medidas	
¿Consideran que el procedimiento utilizado arroja un resultado exacto o aproximado? ¿Por qué?	
G 1:	Si porque las medidas dan los cuadritos, dan algo correcto
G 2:	Si porque hay una manera exacta de saber mejor con la regla
G 3:	No pues porque en unas habitaciones no daba lo exacto porque algunas veces sobraba espacio.
G 4:	si da exacto porque no sobra cuadro
G 5:	Si es aproximado porque fue medido
G 6:	[Sin responder]
G 7:	Si fue aproximada porque fue medido
G 8:	Aproximada porque no tenemos una regla para ver los centímetros o milímetros exactos
G 9:	[Sin responder]
G 10:	Si es aproximado fue medida

Tomando las medidas	
Si una magnitud es una propiedad que se puede medir tales como la longitud y el área ¿Consideran que el ancho y el largo corresponden a una misma magnitud o a magnitudes diferentes? ¿Por qué?	
G 1:	No son iguales porque en el ancho la alcoba Ppal. es 5; la alcoba 2 es 4,5 y el estar TV 4,5 sala comedor 8,5 y 6,5 la cocina y en el largo todas dan 5,5 menos en la cocina que es 4,0
G 2:	No es lo mismo porque hay mas baldosas de ancho
G 3:	Si son diferentes porque las regiones no son del mismo tamaño
G 4:	No porque no da igual el largo y el ancho
G 5:	Son magnitudes diferentes porque no miden lo mismo
G 6:	[Sin responder]
G 7:	No es lo mismo porque no tienen la misma cantidad
G 8:	Son diferentes porque en la sala-comedor el ancho es 15,5 y el largo 7,5
G 9:	[Sin responder]
G 10:	[Sin responder]

Tomando las medidas	
- Si la longitud es una propiedad que permite comparar tamaños de segmentos rectilíneos (una dimensión) y el área una propiedad que permite comparar superficies cerradas en un plano (dos dimensiones) ¿a cuál de estas magnitudes corresponde el ancho y el largo? ¿Por qué?	
G 1:	Segmentos rectilíneos porque entonces no hubiera un línea que separara la sala
G 2:	La longitud porque es la que está bien y se puede medir exacto
G 3:	Longitud porque las medidas fueron abiertas y no cerradas
G 4:	Necesitamos una longitud
G 5:	Pertenece a la longitud porque es una línea recta
G 6:	[Sin responder]
G 7:	Pertenece a la longitud porque es en recta
G 8:	Es segmentos rectilíneos porque si fuera superficie cerradas no habría algo que los separara
G 9:	[Sin responder]
G 10:	[Sin responder]

Tomando las medidas	
¿Cuál de las dos unidades de medidas (el centímetro o el metro) consideran más apropiada para representar el ancho y largo que tienen las regiones medidas? ¿Por qué?	
G 1:	La más apropiada es en metros porque es más grande y se gasta menos
G 2:	El centímetro porque el centímetro mide cosas pequeñas
G 3:	El centímetro porque el centímetro es la medida más apropiada para medir las regiones en cambio en metros es muy difícil
G 4:	Largo
G 5:	El metro porque es la más aproximada
G 6:	[Sin responder]
G 7:	El metro porque los centímetros son muy corticos y los metros son más largos
G 8:	Metro porque da el área exacta
G 9:	[Sin responder]
G 10:	[Sin responder]

Tres maneras para remodelar el apartamento (Embaldosando con baldosas 30x30)	
- Si una baldosa cuesta \$ 3.590 ¿Cuánto tendría que pagar Ángela por la cantidad de baldas que utilizaría?	
G 1:	Tiene que pagar 2`150.410 entre todas las baldosas
G 2:	1`870.390
G 3:	344.640
G 4:	2`320.182
G 5:	Ángela tendrá que pagar 1`913.470
G 6:	[Sin responder]
G 7:	Ángela tendrá que pagar 2`462.740
G 8:	Ángela gastaría 1`698.070
G 9:	[Sin responder]

G 10:	[Sin responder]
-------	-----------------

Tres maneras para remodelar el apartamento (Embaldosando con baldosas 30x30)	
Si el área de una baldosa 30x30 es 900 cm^2 (centímetros cuadrados) ¿Cual es el área compuesta por la alcoba principal, la alcoba 2, el estar TV, la sala-comedor y la cocina?	
G 1:	539.100 cm^2 es el área compuesta
G 2:	468.900 cm^2
G 3:	La alcoba principal está compuesta por 81000, la alcoba 2 está compuesta por 72000, el estar TV está compuesta por 72000, la sala comedor está compuesta por 122400 la cocina está compuesta por 80400
G 4:	Es longitud
G 5:	El área compuesto es 479.700
G 6:	[Sin responder]
G 7:	El área compuesta es de $2\ 216.466$
G 8:	El área es 425.700 cm^2
G 9:	[Sin responder]
G 10:	[Sin responder]

Tres maneras para remodelar el apartamento (Embaldosando con baldosas 30x30)	
- Si no tuviéramos la cantidad de baldosas que cubren la sala comedor pero si tenemos el ancho y el largo de la sala comedor ¿cómo se podría calcular el área de la sala comedor? ¿Cómo serian estos dos resultados (iguales o diferentes)?	
G 1:	Se calcula multiplican entre el ancho y el largo y seria igual
G 2:	Se haría multiplicando
G 3:	Diferentes porque el ancho es más grande que el largo
G 4:	Con regla y seria igual
G 5:	Se podría calcular por los milímetros y los metros y podrían ser iguales
G 6:	[Sin responder]
G 7:	Se podría medir milímetros y la cantidad sería diferente
G 8:	Se calcula haciendo una multiplicación entre el ancho y el largo
G 9:	[Sin responder]
G 10:	[Sin responder]

Tres maneras para remodelar el apartamento (Embaldosando con baldosas 60x60)	
Si una baldosa cuesta \$ 5.590 ¿Cuánto tendría que pagar Ángela por la cantidad de baldas que utilizaría?	
G 1:	Ángela tiene que pagar 307.450 por la cantidad de baldosas
G 2:	749.060
G 3:	681.980
G 4:	1`136.450
G 5:	Ángela tiene que pagar 299.065
G 6:	Tiene que pagar 673.390 por embaldosar
G 7:	Ángela tendrá que pagar 743.470
G 8:	609.310 es lo que Ángela debe pagar
G 9:	[Sin responder]
G 10:	[Sin responder]

Tres maneras para remodelar el apartamento (Embaldosando con baldosas 60x60)	
- Si el área de una baldosa 60x60 es 3600 cm ² ¿Cuánto es el área compuesta por la alcoba principal, la alcoba 2, el estar TV, la sala-comedor y la cocina?	
G 1:	El área compuesta por 198.000 entre la alcoba Ppal., la alcoba 2, el estar TV, la sala-comedor y la cocina
G 2:	482.400 cm ²
G 3:	Alcoba principal 90000, alcoba 2 72000, cocina 86400 sala comedor 1224000
G 4:	1`383.000
G 5:	El área compuesta es 1`076.634
G 6:	[Sin responder]
G 7:	el área compuesta es de 2`676.492
G 8:	El área de toda la casa es 507.600 cm ²
G 9:	[Sin responder]
G 10:	[Sin responder]

Tres maneras para remodelar el apartamento (Embaldosando con baldosas 60x60)	
- Al comparar el área medida con la baldosa 30x30 y la medida con la baldosa 60x60 ¿Qué se puede afirmar al respecto?	
G 1:	Son diferente porque 60x60 son más grande y se gasta menos plata
G 2:	Son casi iguales
G 3:	Que ella pasa lo mismo con lo mismo con la baldosa de 30x30 y 60x60
G 4:	Que no es igual uno es más grande y otras más pequeñas
G 5:	Que la baldosa 30x30 es más pequeña que la baldosa 60x60
G 6:	[Sin responder]
G 7:	Que la baldosa 60x60 es más grande que la de 30x30 porque en una baldosa grande caben 4 cuadritos de los de 30x30
G 8:	Que una ocupa menos espacio que la otra y una es mas económica ósea que son totalmente diferentes
G 9:	[Sin responder]
G 10:	[Sin responder]

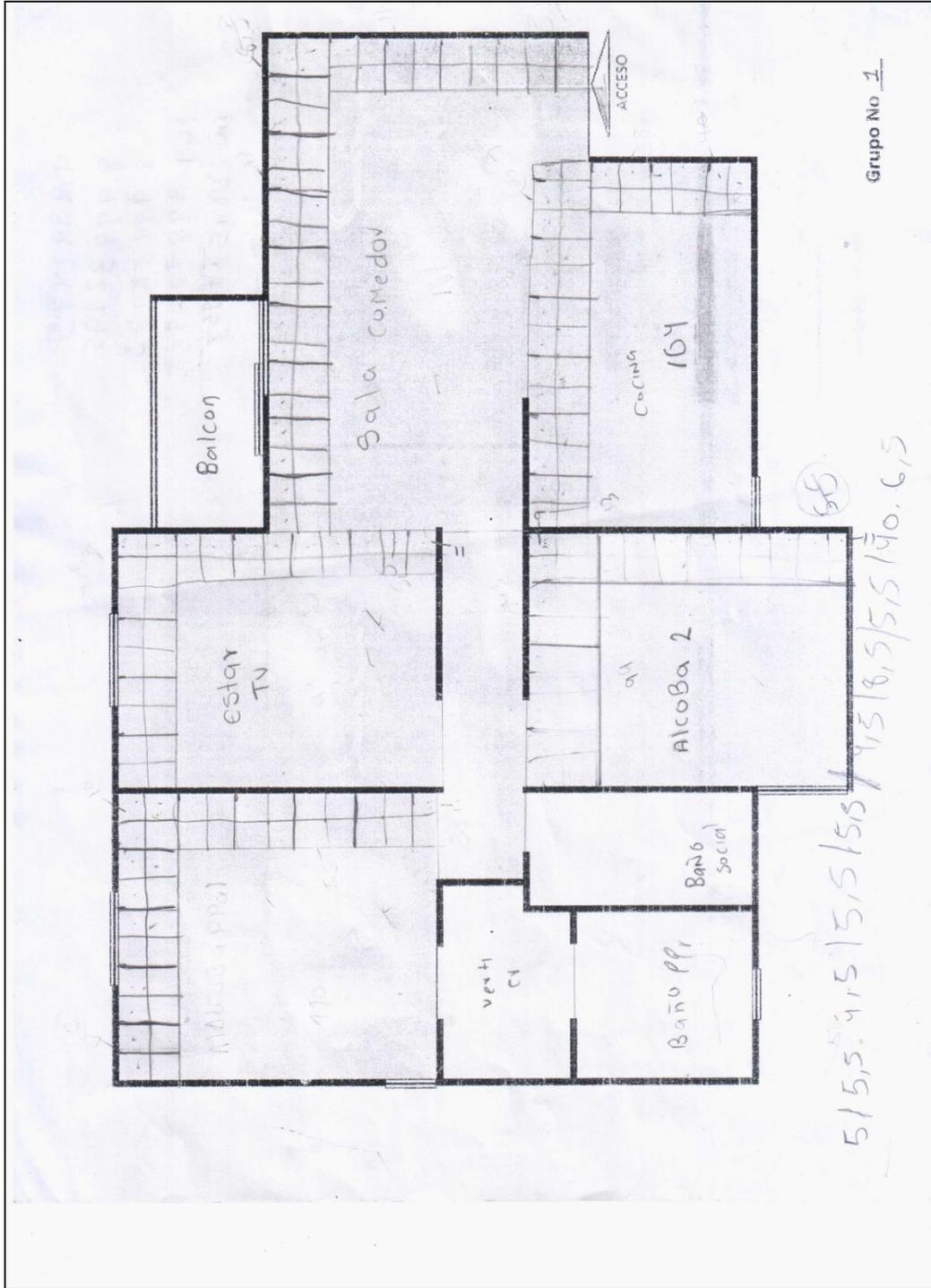
Tres maneras para remodelar el apartamento (Embaldosando con baldosas 30x30 para las alcobas y 60x60 para lo demás)	
¿Cuánto tendría que pagar Ángela por la cantidad de baldas que utilizaría	
G 1:	Tendría que pagar 1`168.310
G 2:	$646.100 + 469.560 = 1`115.560$
G 3:	3`016.550
G 4:	$30x30= 1`300.800$ y $60x60= 3`308.800$
G 5:	Tendría que pagar 247
G 6:	[Sin responder]
G 7:	Ángela tendría que pagar 313
G 8:	Ángela pagaría 1`141.760
G 9:	[Sin responder]
G 10:	[Sin responder]

Tres maneras para remodelar el apartamento (Embaldosando con baldosas 30x30 para las alcobas y 60x60 para lo demás)	
¿Cuál de las tres opciones es más económica para Ángela? ¿Por qué?	
G 1:	El 60x60 porque se gastaría menos plata por que las baldosas son mas grandes
G 2:	La más apropiada es la de 60x60
G 3:	Pues es mejor las baldosas 60x60 porque disminuiría el precio por comprar pocos, en cambio las30x30 se tendrían que comprar muchas más por su tamaño
G 4:	Es que todas las baldosas sean 60x60 porque son grandes
G 5:	La más económica es la baldosa 60x60 porque es más barata y grande
G 6:	[Sin responder]
G 7:	La más económica es la baldosa 60x60 porque ocupa más espacio y no tendría que pagar tanto
G 8:	La más económica es la baldosa grande ya que solo pagaría 609.310
G 9:	[Sin responder]

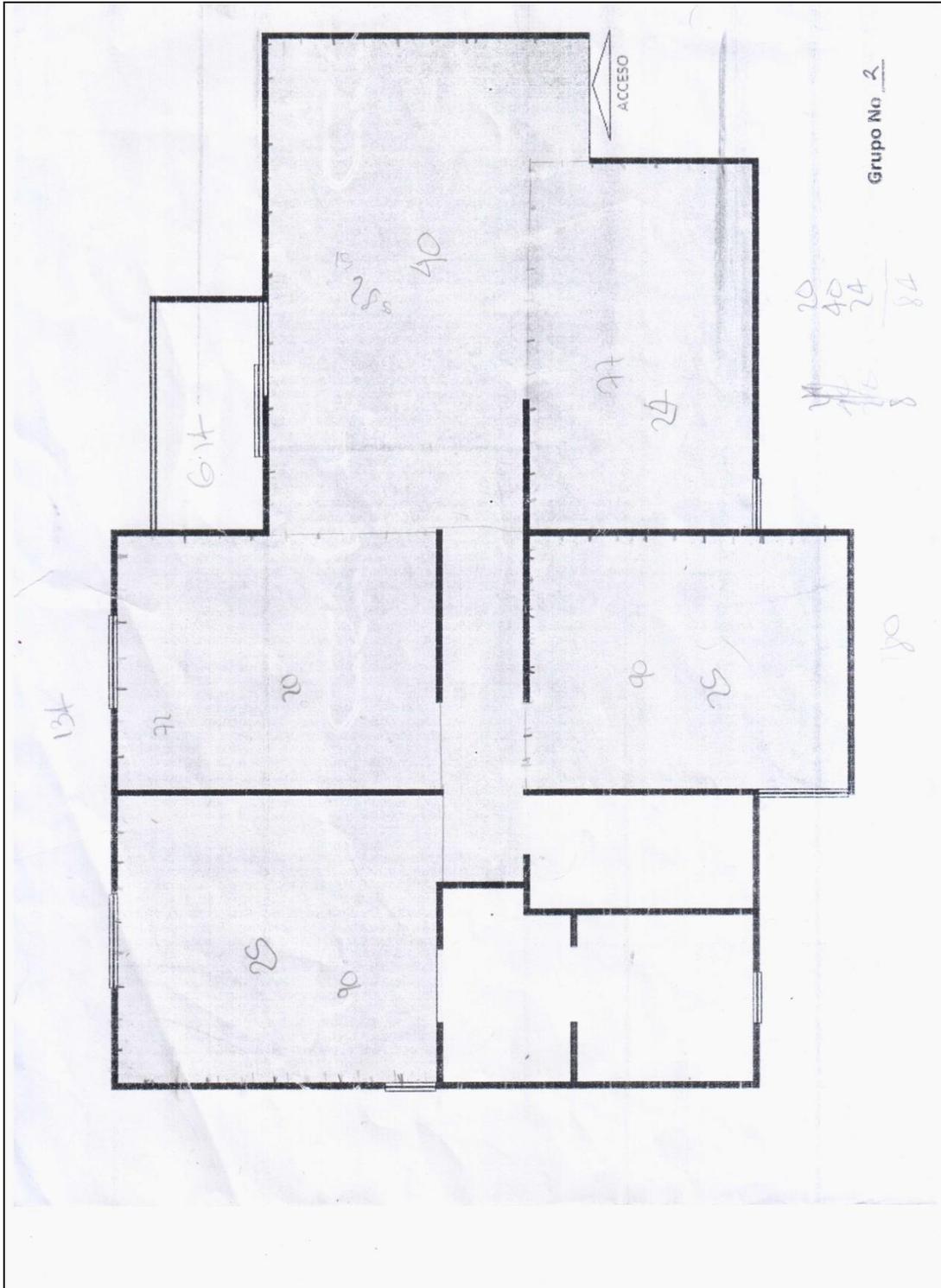
G 10:	[Sin responder]
Tres maneras para remodelar el apartamento (Embaldosando con baldosas 30x30 para las alcobas y 60x60 para lo demás)	
¿Cuál es el área en metros cuadrados de la región que se desea embaldosar?	
G 1:	El área es de 281`514.366
G 2:	La de 60x60 porque es la que es igual a 482.400
G 3:	200`359.413
G 4:	Es 60x60 por el área
G 5:	El área es 3`523.365,18
G 6:	[Sin responder]
G 7:	El área es 4`763.277,9
G 8:	El área es 727.325,1609
G 9:	[Sin responder]
G 10:	[Sin responder]

ANEXO 3. PLANOS MEDIDOS POR LOS ESTUDIANTES

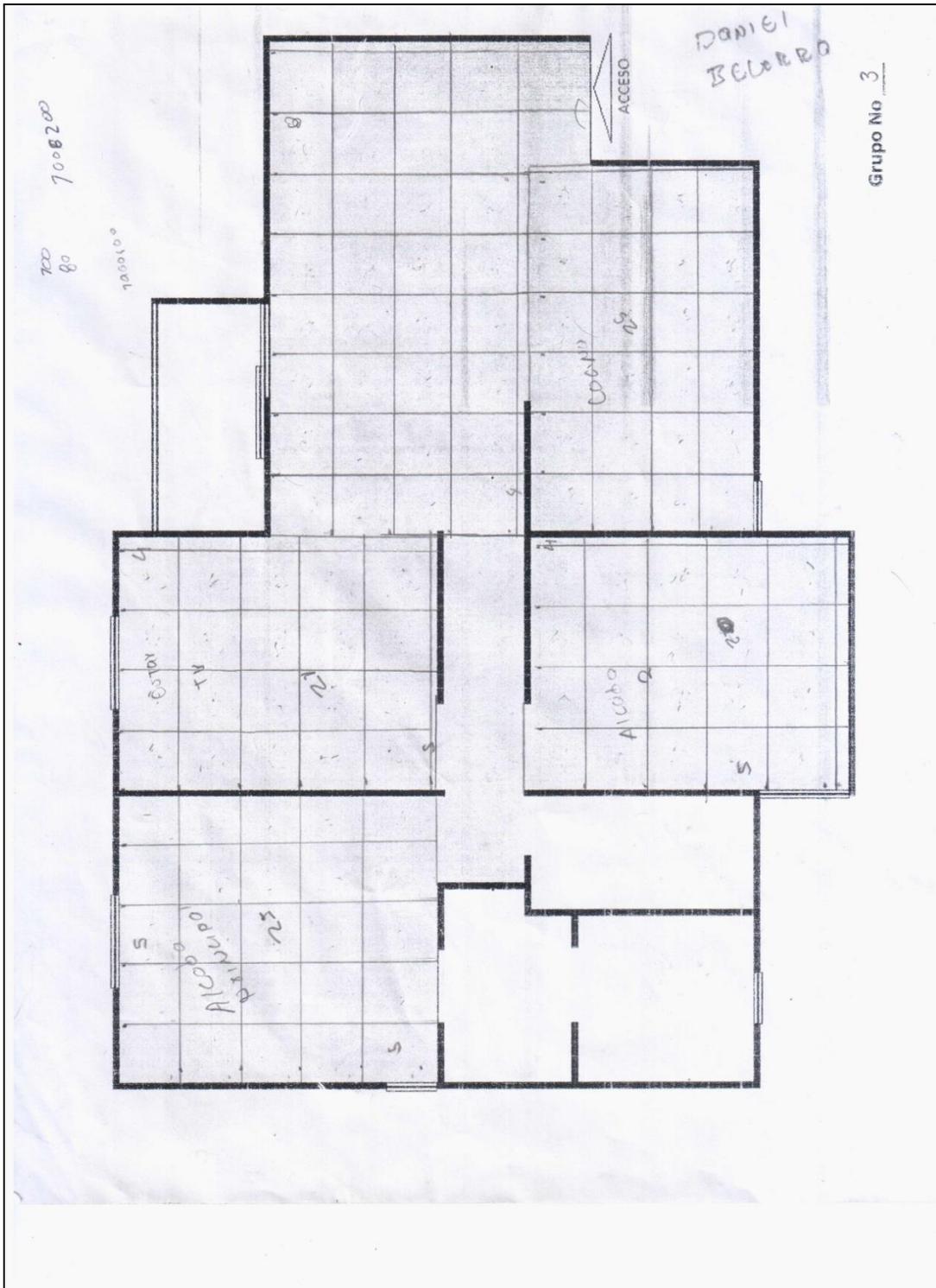
GRUPO 1



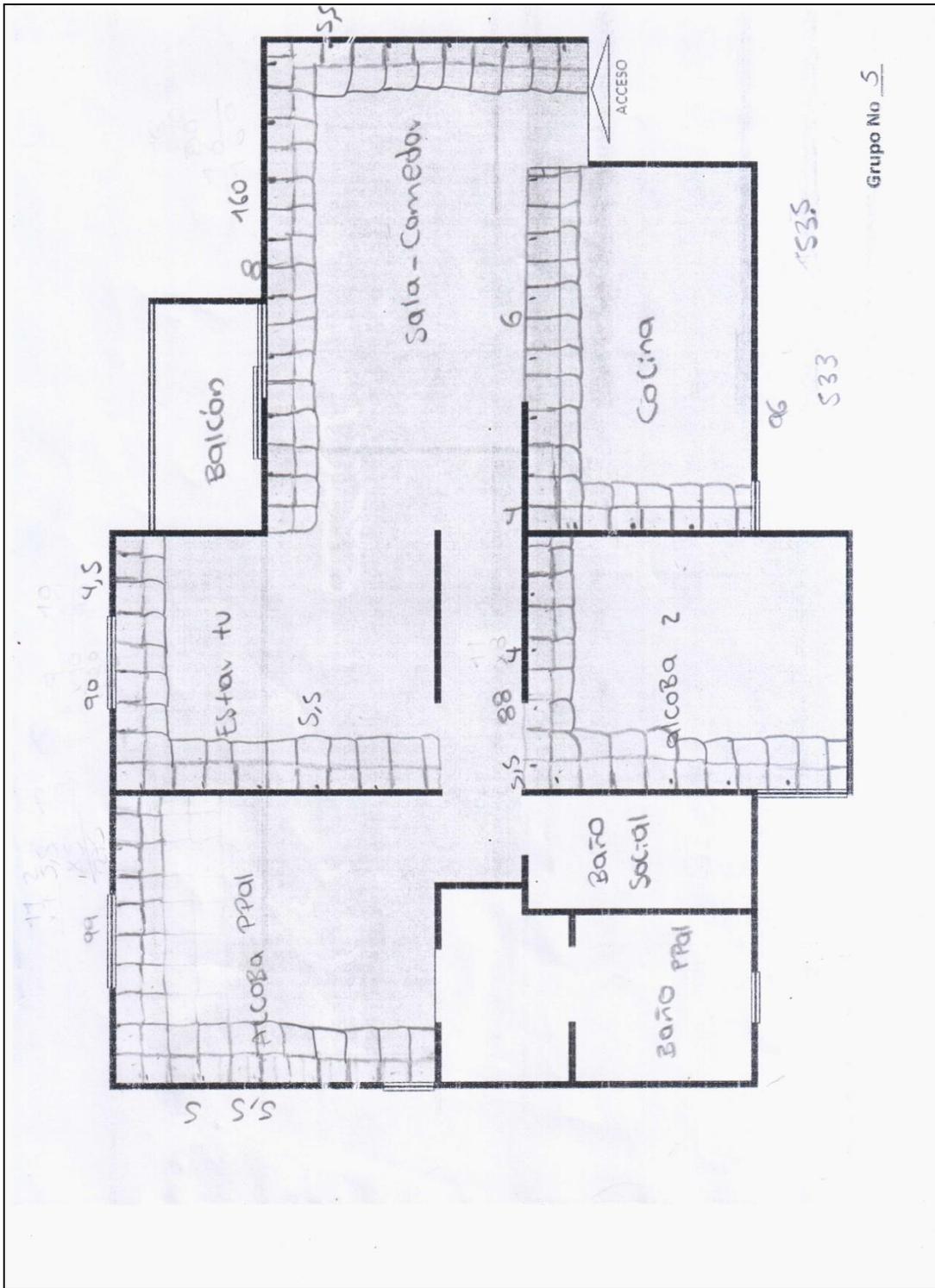
GRUPO 2



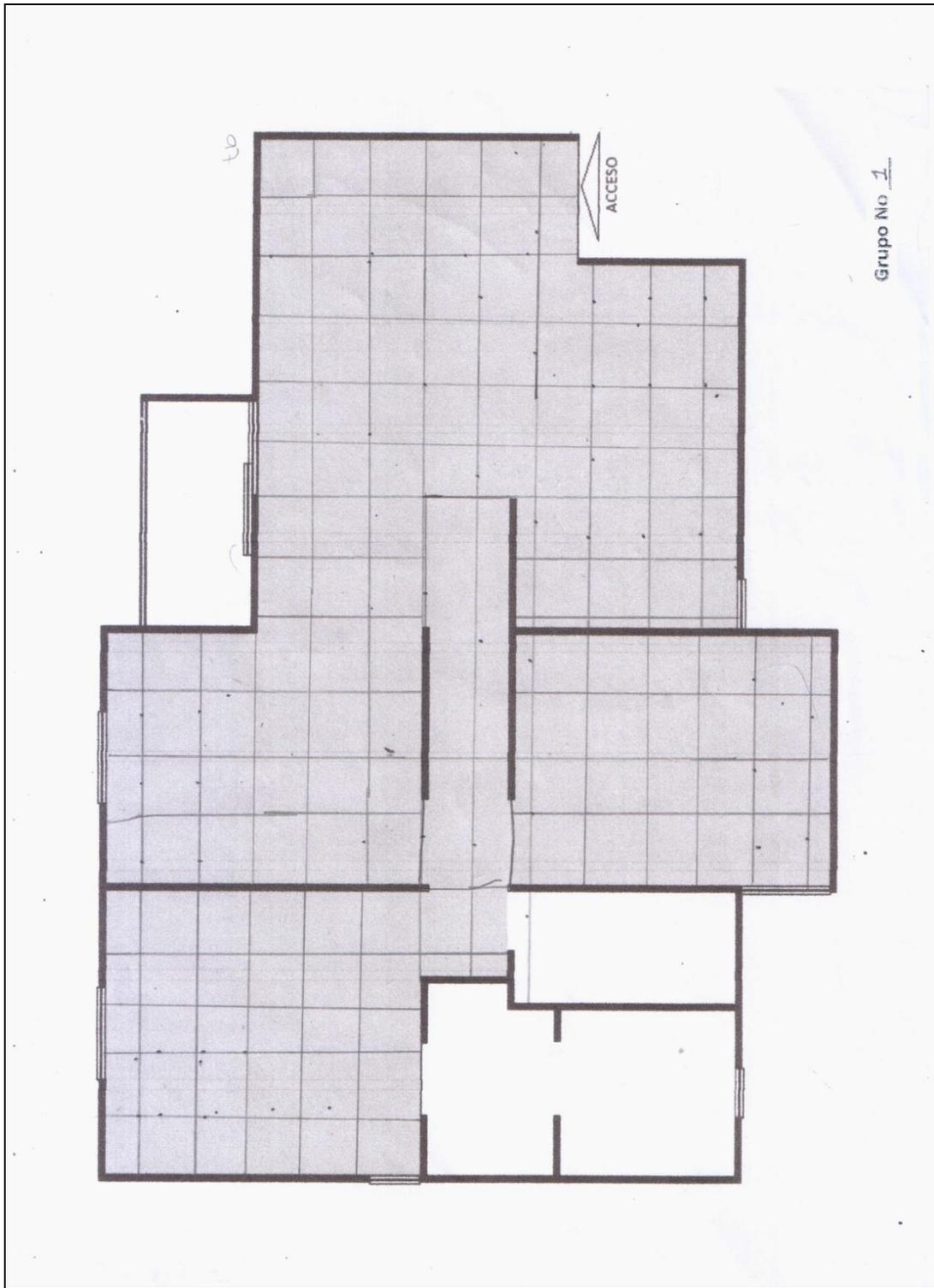
GRUPO 3



GRUPO 5

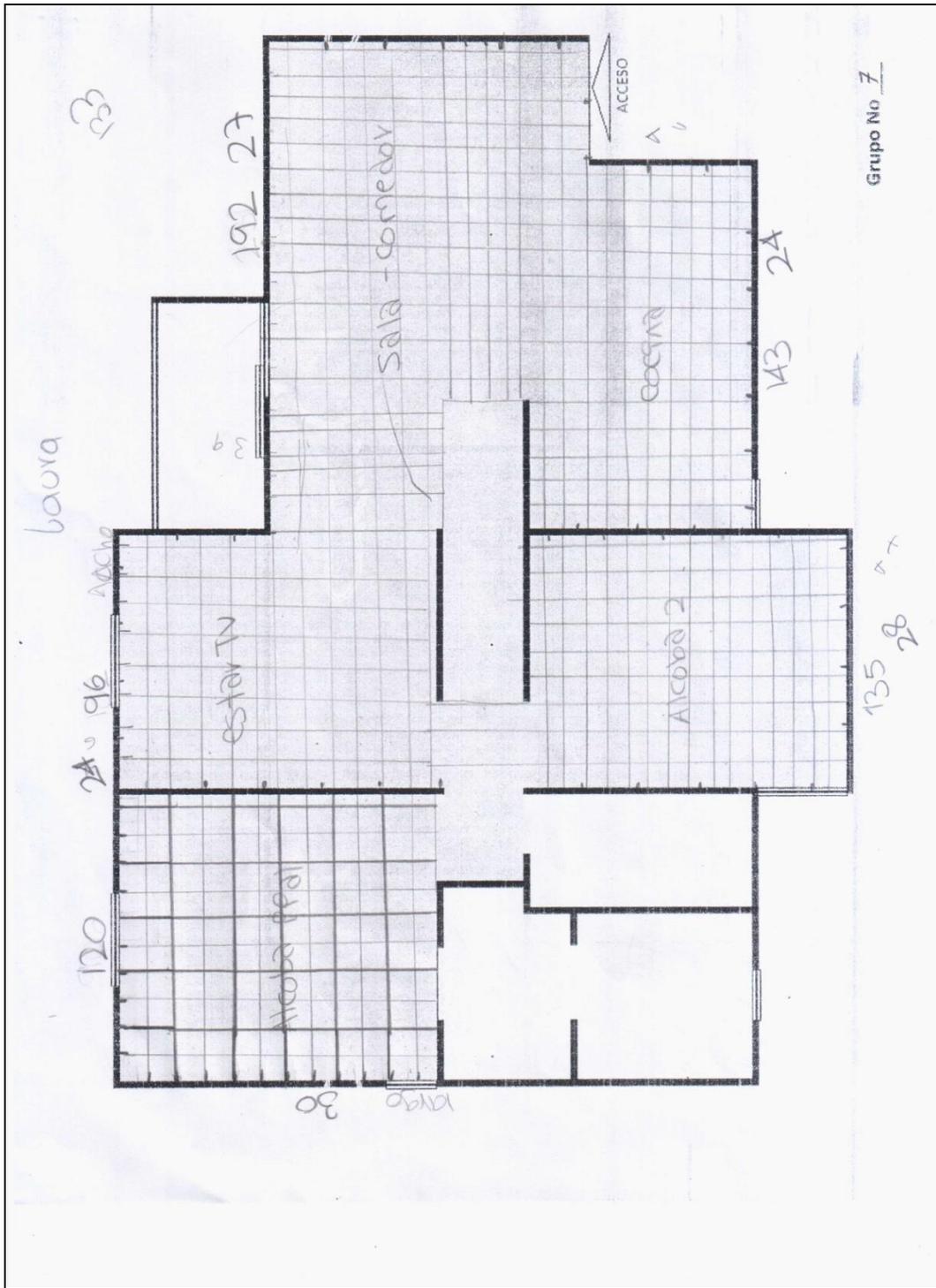


GRUPO 6

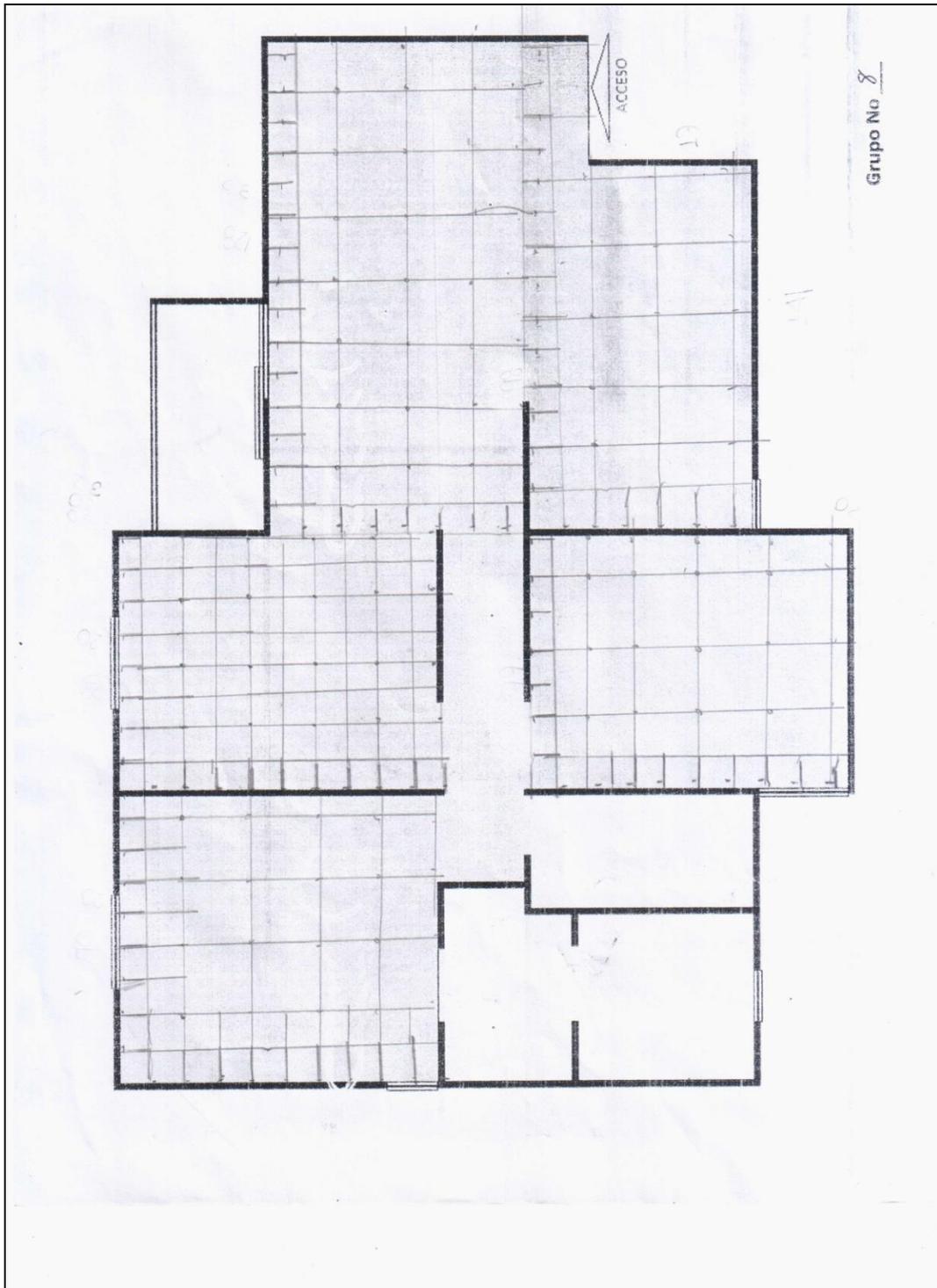


Grupo No 1

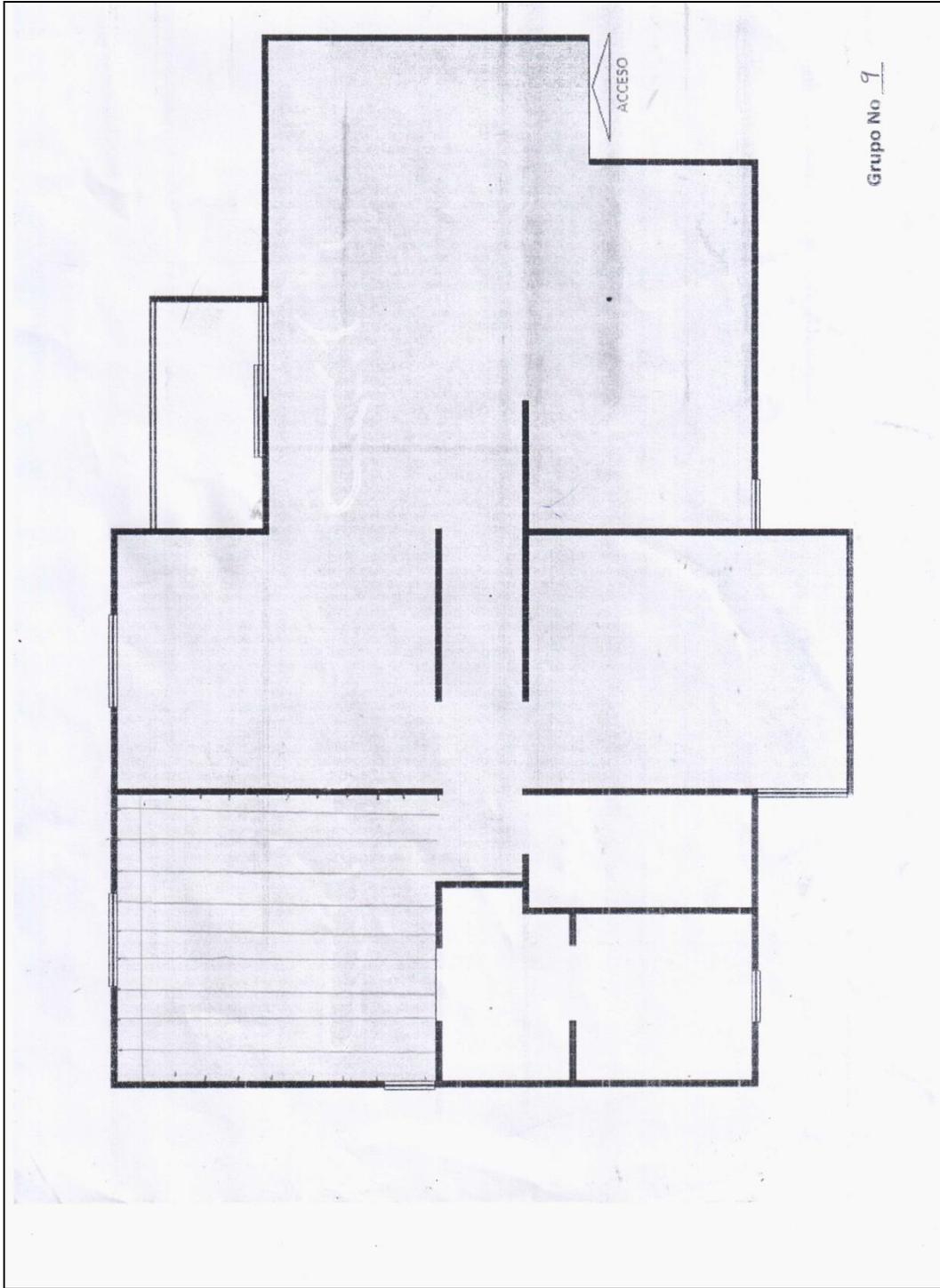
GRUPO 7



GRUPO 8



GRUPO 9



GRUPO 10

