

## OBJETOS DE APRENDIZAGEM ELETRÔNICOS COM ANÁLISE COMBINATÓRIA

**Agostinho Iaqchan Ryokiti Homa, Claudia Lisete Oliveira Groenwald**

Universidade Luterana do Brasil. (Brasil)

iaqchan@hotmail.com, claudiag@ulbra.br

**Palabras clave:** objetos de aprendizagem, análise combinatória, e-learning

**Key words:** learning objects, combinatorics, e-learning

### RESUMO

Este trabalho apresenta os Objetos de Aprendizagem (OA) desenvolvidos para um *e-learning* com o conteúdo de Análise Combinatória, para o Ensino Médio. Os OA foram desenvolvidos, em *Flash* e programação *actionscript*, sendo dois para o Princípio Fundamental da Contagem, um de revisão da operação de Fatorial e um de Conjuntos Numéricos, dois para a Permutação Simples, dois para Arranjo Simples, dois para Combinação Simples. Os OA têm como recurso auxiliar, vídeos tutoriais para ajudar na resolução dos problemas propostos nas atividades. O *e-learning* com os OA desenvolvidos foram aplicados em duas turmas do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Luterana do Brasil. Os resultados apontam que os estudantes não apresentaram dificuldades nas interações, e os objetos funcionaram de acordo com o planejado. Os estudantes preferiram os vídeos tutoriais com áudio alegando dificuldades em acompanhar o vídeo e ler as legendas.

### ABSTRACT

This paper presents the Learning Objects developed for e-learning with the content of Combinatorics, for high school. The Learning Objects were developed in Flash and actionscript programming, being two objects for the Fundamental Principle of Counting, one to review of the factorial operation and number groups, four for the Permutation and two for the Combination. In the Learning Objects, the tutorial videos are helper feature in solving the problems proposed in the activities. The E-learning with Learning Objects developed were applied in two classes of course degree in Mathematics of the Lutheran University of Brazil. The results show that students did not show difficulties in interactions, and the objects worked as planned. The students preferred the videos tutorials with audio claiming difficulties in tracking the video and read the subtitles.

## ■ Introdução

A facilidade de acesso aos computadores e à Internet tem mudado as características de interação do ser humano com o mundo. Nesse período de informatização massiva, onde várias atividades têm migrado para o digital, a aprendizagem eletrônica é uma das possibilidades para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem no meio computacional.

Uma sequência didática é a organização de atividades e materiais visando a aprendizagem em determinado campo do conhecimento. Os objetos de aprendizagem são partes componentes dessa organização que, segundo Wiley (2000), são recursos digitais que possam ser reutilizados para o suporte ao ensino. Para o IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2002) os objetos de aprendizagem são qualquer entidade, digital ou não, que pode ser utilizada, reutilizada ou referenciada durante o processo de aprendizagem que utilize tecnologia.

Um objeto de aprendizagem deve ter um objetivo de aprendizagem a ser alcançado dentro de um determinado tempo para a sua execução, Mortimer (2002) coloca que esse tempo é usualmente em torno de quinze minutos. A característica de reutilização, conseqüentemente faz com que um objeto possua uma descrição mínima de seus objetivos, tipos de interações e autor, através da adoção de um padrão de metadados; outra característica é que o objeto deve existir em si só, ou seja, não deve depender de outros objetos para atender o seu objetivo proposto.

Dentro de um enfoque pedagógico, Merrill (2002) afirma que objetos sem um design instrucional são somente objetos de conhecimento, ou seja, tem um caráter mais informativo. Tal preocupação tem levado aos desenvolvedores a adotarem uma postura construtivista com atividades de interação que permitam a ação do aluno.

Este trabalho apresenta os objetos de aprendizagem desenvolvidos com o conteúdo de análise Combinatória, para o Ensino Médio.

## ■ Objetivo da investigação

O objetivo dessa investigação foi o desenvolvimento de objetos de aprendizagem para *e-learning* (Aprendizagem Eletrônica) com o conteúdo de Análise Combinatória para o Ensino Médio.

## ■ Metodologia da investigação

As ações de pesquisa foram divididas em duas etapas: estudo de literaturas para embasamento teórico sobre os Objetos de Aprendizagem, a teoria que os fundamentam e desenvolvimento dos objetos de aprendizagem com o tema Análise Combinatória para estudantes do Ensino Médio.

Nessa pesquisa foram desenvolvidos, em *Flash*, objetos de aprendizagem, sendo dois para o Princípio Fundamental da Contagem, um de revisão da operação de Fatorial e um de Conjuntos Numéricos, dois para a Permutação Simples, dois para Arranjo Simples, dois para Combinação Simples. Os objetos de aprendizagem, com a apresentação do conteúdo de Análise Combinatória, foram desenvolvidos em *Flash* e os vídeos tutoriais em *Flash vídeo*. Para os vídeos foi necessário o desenvolvimento de um

recurso auxiliar, a lousa interativa, utilizada para a manipulação dos objetos utilizados nos problemas geradores.

Os objetos de aprendizagem foram desenvolvidos com as características de acessibilidade e granularidade de acordo com o padrão SCORM (ADLNET, 2009), ou seja, foram desenvolvidos para a WEB (acessibilidade) e em unidades, independentes entre si, que abordam um único tópico do conteúdo de cada vez (granularidade/modularidade).

Os conceitos de Análise Combinatória são apresentados em uma sequência didática composto por problemas geradores do cotidiano, fundamentados em Batanero, Godino e Pelayo (1996), com atividades interativas e vídeos tutoriais com demonstrações parciais dos problemas propostos servindo de orientação para a resolução das atividades.

### ■ **Objetos de aprendizagem para análise combinatória**

Os objetos de aprendizagem com os conteúdos de Análise Combinatória foram desenvolvidos com duas abordagens didáticas, uma com a construção dos conceitos através de interações e, outra para a recuperação dos conceitos com uma explicações detalhadas dos agrupamentos.

Os objetos para a construção dos conceitos foram elaborados com a apresentação de situações problema, associados a atividades interativas, possibilitando a manipulação dos objetos, seguindo as recomendações de Batanero, Godino e Pelayo (1996). A estrutura básica dos objetos de aprendizagem desenvolvidos é organizada pela sequência de dois problemas, uma orientação didática, outros dois problemas e por fim a generalização do conceito.

O primeiro problema, denominado problema gerador, introduz o conceito a ser estudado, propondo uma situação com uma solução enumerável e uma atividade interativa, com a manipulação de objetos virtuais para a construção dos agrupamentos com a intenção de, através da visualização, facilitar na generalização para a enumeração das soluções.

Na sequência é apresentado um segundo problema gerador, com um número maior de agrupamentos, aumentando a dificuldade na solução, associado a uma atividade interativa para a construção dos agrupamentos pela manipulação dos objetos virtuais. O problema ampliado tem a intenção de proporcionar situações, de maneira que, pela visualização, o aluno busque pela generalização, até desenvolver a competência de, segundo Batanero, Godino e Pelayo (1996), contar sem contar.

Após o primeiro problema e sua variante o aluno recebe uma orientação didática do conceito e um terceiro problema com um grau de dificuldade semelhante ao do segundo problema. O Aluno é então submetido ao desafio, na forma de um problema com maior grau de dificuldade e, por fim, a generalização do conceito combinatório.

Em todos os problemas propostos nos principais objetos de aprendizagem, o aluno tem a possibilidade de, caso sinta necessidade, acessar um vídeo tutorial com a explicação da solução do problema proposto. Nos vídeos é possível visualizar as construções dos agrupamentos, árvores de possibilidades,

diagramas, desenhos e explicações, por legendas ou áudio, usando o Princípio Fundamental da Contagem, de maneira que o aluno possa desenvolver a capacidade de generalizar soluções para os problemas combinatórios.

Os objetos de aprendizagem para a recuperação de conceitos, utilizando elementos geométricos, possuem atividades com a enumeração das possibilidades através da construção de agrupamentos e contagem das situações para diferentes quantidades de elementos, permitindo que o aluno generalize a lei de formação. Esses materiais, de caráter mais explicativo, utilizam as árvores e matrizes de possibilidades para o entendimento dos conceitos básicos da Análise Combinatória, dando ênfase na recuperação dos conceitos apresentados.

### ■ Princípio fundamental da contagem

Para o Princípio Fundamental da Contagem apresenta-se um problema de agrupamento com repetição de elementos, de maneira que a solução seja obtida mediante uma sequência de multiplicações repetidas. Segundo Fischbein e Gazit citado por Batanero, Godino e Pelayo (1996), uma vez introduzido o princípio da contagem com e sem a repetição de elementos é possível apresentar os demais problemas combinatórios, começando pela Permutação.

Como sugerido por Fischbein e Gazit apud Batanero, Godino e Pelayo (1996), para o Princípio Fundamental da Contagem organizou-se a sequência primeiramente com um problema gerador na forma de um Arranjo com Repetição com objetos numéricos com o seguinte enunciado:

*Um determinado hodômetro (como o medidor de quilometragem dos carros) tem um mostrador de 3 dígitos. Considerando os números com zeros a esquerda, quantos números diferentes de 3 dígitos podem ser gerados usando os dígitos de 0 a 9 nesse determinado hodômetro?*

Na sequência são apresentados dois problemas condicionais com repetição de elementos, um que exclui os números de um e dois dígitos, e o outro que restringe os números disponíveis para os agrupamentos. Os problemas têm, respectivamente, os seguintes enunciados:

*Quantos "números" de 3 dígitos podem ser gerados usando os dígitos de 0 a 9?*

*Agora, se pudesse ser usado somente os dígitos 1, 2 e 3 quantos números diferentes poderiam ser construídos?*

Para o segundo grupo de problemas geradores tem-se as seguintes situações:

*Um colégio tem 5 equipes que querem montar bandeiras com 3 faixas para identificarem-se durante as competições. O colégio dispõe de tecidos de 3 cores diferentes: AZUL, AMARELA e VERDE. Quantas bandeiras de 3 faixas distintas, isto é, sem que se repitam as cores, podem ser feitas?*

*Com 3 cores conseguimos fazer 6 bandeiras diferentes que são suficientes para as 5 equipes. Agora determine quantas bandeiras diferentes de 3 listas podem ser feitas com 4 cores.*

Estes problemas, diferente dos anteriores, introduzem a ideia da condição de agrupamentos com elementos distintos, ou seja, sem repetição de elementos.

Para a construção das soluções possíveis, o aluno deve clicar na cor desejada, posicionar a mesma em uma área livre na tela de interação e clicar novamente para fixar a faixa no lugar desejado. Caso seja feita uma construção equivocada, basta clicar na faixa errada para que ela seja excluída da tela.

Para responder aos problemas geradores, um valor, no caso um número inteiro, deve ser informado na caixa de texto na parte inferior da tela, e a seguir, deve ser pressionado o botão *Resposta*. Caso a resposta seja incorreta, uma informação auxiliar é aparece no lugar do enunciado. Se necessário, o vídeo tutorial com a solução do problema é apresentado ao clicar no botão *Solução*.

### ■ Permutação simples

Para o conceito de Permutação são apresentados como problemas geradores, duas situações de agrupamentos ordenados, questionando de quantas maneiras, as pessoas de um grupo, podem ser dispostas em uma fila, seguido de um problema de construção de anagramas, e de um desafio com um problema combinatório mais elaborado.

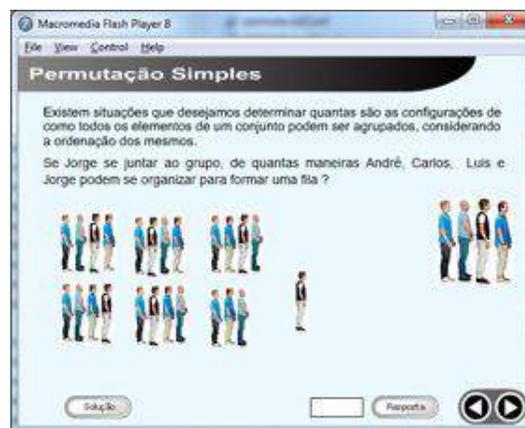
Os dois primeiros problemas geradores são:

*De quantas maneiras André, Carlos e Luis podem se organizar para formar uma fila?*

*Se Jorge se juntar ao grupo, de quantas maneiras André, Carlos, Luis e Jorge podem se organizar para formar uma fila?*

A Figura 1 mostra a tela do segundo problema gerador e a tela de interação associada. Para a manipulação dos objetos é utilizada a mesma interação de clicar, arrastar e soltar, como nas demais atividades.

**Figura 1- Problema gerador da Permutação Simples**  
Fonte: A pesquisa



O terceiro problema gerador (Figura 2) é um problema de anagrama com seis letras que, pela dificuldade de construção de todas as soluções possíveis, tem a intenção de fazer com que o aluno tente a solução

pela generalização, retomando a competência de contar sem contar. Uma calculadora é fornecida como ferramenta de apoio para auxiliar nos cálculos das possíveis soluções.

**Figura 2- Problema gerador da Permutação**

Fonte: A pesquisa



Como desafio é proposto o problema combinatório:

*De quantas maneiras podemos formar uma fila com 5 pessoas sendo que João e Maria são namorados e não se separam? Atenção que mesmo estando juntos, a ordem João e Maria é diferente de Maria e João.*

O problema desafio, além de abordar o conceito de Permutação, tem a dificuldade adicional dada pela situação condicional do casal, de maneira que o aluno não fique preso à uma aplicação de fórmula ou padronização no modo de solucionar o problema, sendo necessário a partição do problema, cuja solução é dada pelo produto de duas permutações.

### ■ Arranjo simples

Para a o conceito de Arranjo Simples são utilizados como problemas geradores os seguintes problemas de contagem:

*Cinco pessoas estão competindo entre si para os cargos de presidente e vice-presidente do clube que fazem parte. Quantos são os resultados possíveis considerando somente as vagas de presidente e vice?*

*Se a eleição incluir mais um cargo, quantos seriam os resultados possíveis para ocupar as vagas de presidente, vice e tesoureiro?*

Os problemas combinatórios propostos permitem a construção dos agrupamentos na tela de iteração e contagem após a enumeração de todas as possibilidades, dado o pequeno número de soluções.

O próximo problema gerador e o problema desafio têm os respectivos enunciados:

*Pensando assim, se em um país fictício as placas dos veículos são formadas por 2 letras (das 26 disponíveis) e 3 números (0-9), sendo que a placa terá letras e números distintos, ou seja, em uma mesma placa não haverá letras ou números repetidos, quantas placas podem ser feitas?*

*De quantas maneiras diferentes 8 (oito) pessoas podem ocupar um carro (levando em conta a posição da pessoa no carro) com 5 lugares, sendo que somente 3 delas dirigem?*

Os problemas, também de contagem, elevam o grau de dificuldade, por utilizarem um conjunto maior de elementos que dificulta a enumeração para posterior contagem, além de ambos os problemas serem do tipo compostos, cuja solução é dada pelo princípio multiplicativo associado ao arranjo simples.

### ■ **Combinação simples**

Similar às estruturas dos demais objetos, os primeiros problemas geradores para o conteúdo de Combinação Simples tem os respectivos enunciados:

*Se temos 4 frutas diferentes em quantos grupos de 3 podemos arranjá-las? (Clic arraste e monte as configurações possíveis). Agora, se considerarmos que os agrupamentos são uma salada de frutas, não interessa a ordem das frutas, pois (A) abacaxi, (U) uva, (L) laranja é a mesma salada: A,L,U ou U,L,A ou U,A,L ou L,A,U ou L,U,A. Considerando esses agrupamentos como se fossem um único, quantas saladas diferentes são possíveis?*

*Agora se tivermos 5 frutas disponíveis e usando somente 3 frutas, quantas saladas de frutas diferentes podem ser feitas?*

O primeiro problema é apresentado em duas partes, na primeira o aluno é levado a construir todos os agrupamentos considerando a ordem dos elementos e a seguir, a contar como um único agrupamento todos os agrupamentos decorrentes da permutação dos mesmos elementos, ou seja, o conceito de Combinação Simples visto como um Arranjo Simples dividido por uma Permutação Simples. O problema é expandido com o aumento do número de elementos do agrupamento no segundo problema gerador para a generalização da solução do problema de Combinação Simples.

Para o terceiro problema gerador e para o desafio, são apresentados os problemas com os respectivos enunciados:

*Seis pessoas precisam atravessar um rio. No barco cabem quatro pessoas, de quantas maneiras diferentes pode ser feita a primeira travessia considerando que o barco vai cheio?*

*Existem 8 candidatos, 4 homens e 4 mulheres, para formar um grupo de trabalho de 4 pessoas. Considerando que será formado um único grupo com 2 homens e 2 mulheres, de quantas maneiras esse grupo pode ser formado?*

### ■ Vídeos tutoriais

Os vídeos tutoriais foram desenvolvidos como material de apoio na compreensão da solução dos problemas geradores, associados aos objetos de aprendizagem desenvolvidos com o conteúdo de Análise Combinatória. Os tutoriais desenvolvidos são bem específicos na solução do problema relacionando, por isso não são considerados como objetos de aprendizagem independentes, mas como parte integrante do mesmo.

Os vídeos tutoriais não tem a intenção de explicar o conceito de Análise Combinatória, ficando restrito à apresentação da solução do problema associado. A demonstração é realizada pela manipulação dos objetos descritos no problema ou através de desenhos e diagramas, associados a textos ou áudios, com explicações pormenorizadas das ações e suas associações com o problema proposto de modo que o aluno construa o conceito.

### ■ Conclusão

Os Objetos de Aprendizagem estão implementados (desenvolvidos, aplicados e avaliados) em um *e-learning* de Análise Combinatória na plataforma de aprendizagem eletrônica ILIAS, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Luterana do Brasil, disponível em <http://matematica.ulbra.br/ilias>.

Observou-se na aplicação do *e-learning*, em duas disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Luterana do Brasil, que os alunos não tiveram dificuldades na interpretação das atividades, não sendo necessária a intervenção do professor no desenvolvimento das mesmas. Ao serem questionados sobre interface de apresentação do conteúdo matemático, todos os alunos afirmaram que as atividades estavam adequadas e de fácil interpretação.

Também, os alunos afirmaram preferirem os vídeos tutoriais com áudio, pois, segundo eles, é mais difícil ler e observar a realização dos agrupamentos, sendo necessário repassar os vídeos mais de uma vez, indicando que o uso de áudio é mais adequado para a aprendizagem.

### ■ Referências bibliográficas

- ADLNET. (2009). *Content Aggregation Model*. Retrieved December 05, 2011, from <http://www.adlnet.gov>
- Adobe. (n.d.). *Flash 8.0*. Retrieved from <http://www.adobe.com>
- Batanero, M. del C., Godino, J. D. y Pelayo, V. N. (1996). *Razonamiento combinatorio em alumnos de secundaria* (8th ed., pp. 26–39). México: Educación Matemática.
- Institute of Electrical and Electronics Engineers. (2002). *IEEE Standard For Learning Object Metadata*. Retrieved March 05, 2013, from <http://grouper.ieee.org/groups/ltsc/wg12/>
- Merrill, D. (2002). Position statement and questions on learning objects research and practice. In *Learning objects technology: Implications for educational research and practice*, AERA. New Orleans. Retrieved from <http://www.learndev.org/LearningObjectsAERA2002.html>

Mortimer, L. (2002). *Objects of desire: Promise and practicality*. *Learning Circuits*. Retrieved from <http://www.learningcircuits.org/2002/apr2002/mortimer.html>

Wiley, D. A. (2000). Connecting learning objects to instructional design theory: A definition, a metaphor, and a taxonomy. *The Instructional Use of Learning Objects*. Retrieved from <http://reusability.org/read/chapters/wiley.do>