

## TECNOLOGÍA DE LA INFORMACIÓN Y LA COMUNICACIÓN APLICADA EN EL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA PLANA

**Roberto Byas de la Cruz, Ramón Blanco Sánchez**

UASD. (República Dominicana).

UC. (Cuba).

robertobyas@hotmail.com, ramón.blanco@reduc.edu.cu

**Palabras clave:** tecnología, didáctica, representación geométrica

**Key words:** technology, didactic, geometric representation

### RESUMEN

Se considera en este trabajo de acuerdo con Torres (2009), que la geometría desempeña un papel importante en la vida cotidiana, dado que el conocimiento geométrico básico es indispensable para desenvolverse en el diario vivir. Permite una orientación reflexiva en el espacio, estimar formas y distancias, así como hacer apreciaciones y cálculos relativos a la distribución de los objetos en el espacio. Las nuevas tecnologías, propician ambientes virtuales de aprendizaje que amplían tanto la visualización de los objetos geométricos, como el cambio de registro semiótico, lo cual es reconocido en la teoría como elementos importantes para el buen desarrollo del proceso enseñanza aprendizaje de la geometría.

### ABSTRACT

With Torres (2009), we agree that Geometry is very important in everyday live. Basic geometrical knowledge is essential for the student personal achievement in his or her environment. Geometrical knowledge allows someone to move in space, to estimate shapes and distances, as well as to make estimations about the objects distribution in space. The new technologies offer the students virtual environments to visualize geometrical objects helping them in the construction of different semiotic representations, which has been acknowledged as an important element in order to reach geometric thinking.

## ■ Introducción

Independientemente de que la geometría es una de las ramas más antiguas de la Matemática, la corriente conocida como “el regreso a lo básico” prueba la importancia de la misma en la formación de los estudiantes. Pero en la actualidad existen dos elementos que permiten introducir reformas importantes en el proceso enseñanza aprendizaje de esta disciplina. Por una parte es necesario tener en cuenta el desarrollo impetuoso que han tenido las TIC en los últimos años y su influencia en dicho proceso (Macías, 2007).

Por otra parte el desarrollo de la transferencia de registros semióticos, respaldada por una parte por la teoría ontosemiótica de Godino y sus seguidores, (Godino, Font, Contreras & Wilhelmi, 2006) y la teoría de la mediación semiótica, (TMS), basada en los trabajos de S. L. Vygotsky (Mariotti, 2009). La TMS está fundamentada en el uso de los signos según la perspectiva vygotskiana, según la cual éstos son objetos cognitivos (herramientas psicológicas) que desempeñan una función mediadora entre el individuo y su contexto, al ser portadores del pensamiento de las personas y al mismo tiempo del saber cultural.

El aprendizaje ocurre en una actividad social mediada por los signos que posibilitan la comunicación con los demás y con uno mismo. Los signos explicitan los significados individuales (significados personales) relativos a los objetos matemáticos involucrados.

Estos significados individuales evolucionan hacia significados socialmente compartidos producto de la interacción social que se desarrolla en una comunidad de aprendizaje bajo la mediación de un experto representante del saber social, de modo que los aprendices se apropiaron los signos asociados a los significados personales, del saber institucional o cultural que portan. A través de los signos se realiza una gestión comunicativa tendiente a la apropiación del conocimiento social.

El carácter no ostensivo de los objetos matemáticos determina la necesidad de las representaciones semióticas de los mismos, por lo cual los signos, entendiendo como tales, símbolos matemáticos, gráficos, símbolos literales, íconos, etcétera. Se convierten en el medio a través del cual es posible acceder a los objetos matemáticos (Radford, 2013).

No obstante cada representación semiótica de un objeto matemático pone de relieve diferentes aspectos del objeto, por lo tanto para que el estudiante llegue a comprender el objeto en su totalidad se requiere que pueda no solo verlo, sino también trabajar con el mismo en diferentes registros de representación. Por tal razón, tanto en la TMS, como en la teoría ontosemiótica, el cambio de registro semiótico juega un papel de importancia notable, en lo cual el uso de las TIC hace una contribución notable, pues no sólo agiliza el cambio de representación, sino que lo hace más preciso y permite poner de relieve aspectos que por otras vías pueden pasar inadvertidos para el estudiante o resultar sumamente laboriosa su representación precisa.

Por supuesto cuando se utiliza la tecnología en el ámbito educativo, no es la tecnología en sí misma el objeto central de interés, sino cuánto esta puede contribuir al desarrollo del pensamiento matemático; cuánto puede mejorar el aprendizaje de los alumnos bajo la mediación de dicha tecnología. Por este motivo Coll (2004) plantea que la “novedad” educativa que ofrecen las nuevas tecnologías a los

docentes y alumnos no se puede ver como los recursos aislados que incluyen. Lo fundamental resulta de la integración de los mismos con los contenidos de aprendizaje con los que se trabaje.

El impacto de la tecnología en el estudiante es de carácter intrínsecamente cognitivo ya que esta se convierte en un nuevo ambiente de trabajo que permite realizar diversas representaciones de objetos y relaciones matemáticas. Además este recurso tecnológico proporciona de manera inmediata, diferentes formas de retroalimentación de las acciones hechas por el estudiante, lo que permite a este valorar su comprensión del fenómeno matemático tratado. El estudiante puede convencerse así, de la necesidad de la demostración matemática para formalizar los resultados obtenidos (Herrera, 2011).

Se debe tener en cuenta que los cambios en la forma de pensar de los estudiantes son resultado de su aprendizaje, en particular del aprendizaje de las materias escolares y muy especialmente con el aprendizaje de la geometría, proceso en el cual el aprendiz cambia su forma de hablar sobre los objetos geométricos y las relaciones entre ellos. Esto es, la enseñanza de los contenidos escolares envuelve cambios en el discurso de los estudiantes.

Según Sfard (2007), las herramientas simbólicas y otros instrumentos usados en el proceso de enseñanza no simplemente operan como representaciones externas que pueden ser eliminadas una vez que su función como ilustración ha sido completada, sino que el uso de estas herramientas tiene un efecto a largo término en el pensamiento matemático. Lo cual se puede apreciar en el cambio de las características discursivas del estudiante.

El enfoque primario en la perspectiva semiótica es la actividad comunicativa matemática mediante el uso de los signos. Esto involucra la comprensión de los signos a través de la recepción auditiva y lectora de los mismos y su producción a través del habla y la escritura, aunque estas dos direcciones en el uso de los signos son conceptualmente distintas, en la práctica ambas se superponen y posibilitan la comunicación mediante el intercambio semiótico entre las personas. Los signos funcionan como agentes para la actividad comunicativa, pero a menudo tienen un aspecto creativo (Gal & Linchevski, 2010).

En el proceso enseñanza aprendizaje de la geometría es necesario tener en cuenta, que el objeto matemático, siendo no ostensivo, se materializa, se objetiviza, en sus representaciones semióticas, a través de las cuales se realiza el trabajo con el objeto matemático. Cuando el alumno trabaja con una única representación del objeto, termina por trabajar solo a nivel de símbolo, desconociendo el objeto matemático.

El alumno necesita identificar el objeto en diferentes registros de representación semiótica, consolidando así un nexo entre estas y el objeto representado, a la vez que independiza el objeto de sus diferentes representaciones semióticas. Vemos como se manifiesta entonces una contradicción dialéctica dada por el carácter no ostensivo, conceptual del objeto geométrico y su manipulación en su forma materializada mediante registros semióticos.

La contradicción se resuelve cuando el alumno independiza el concepto de sus representaciones semióticas, y a su vez, es capaz de utilizar la más adecuada según la actividad matemática que realiza.

Precisamente en la resolución de la contradicción dialéctica interviene el uso de las TIC, las cuales posibilitan una ampliación y agilidad notable en la transferencia de registros semióticos.

A través de las transformaciones de registros semióticos se hace posible que el estudiante independice el objeto de sus representaciones y se apropie del concepto. Vygotsky expresa que el concepto en su forma acabada no puede ser puesto en la mente del alumno (Mariotti, 2009).

El alumno, ante la necesidad de resolver una tarea geométrica, puede contar con ayuda de las TIC, teniendo así la posibilidad de interactuar con las propiedades de las figuras involucradas, hacer suposiciones y modificaciones de las mismas, gracias a la visualización que dichas tecnologías le permiten, en particular la posibilidad de visualizar el objeto en estudio desde diferentes perspectivas. Las TIC posibilitan ampliar el uso de la visualización en el aprendizaje y en la enseñanza de las matemáticas (Marmolejo & Vega, 2012).

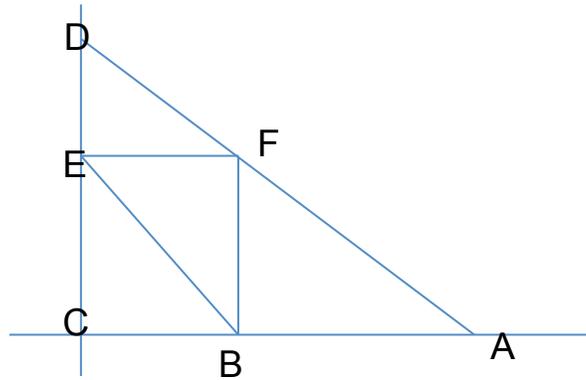
Los estudiantes sin el apoyo de las TIC privilegian una visualización de naturaleza estática o icónica, centrada en lo que “a primera vista se ve” en la figura geométrica en estudio. En este caso la actividad cognoscitiva resulta insuficiente y además dificulta la realización de la tarea y la apropiación de conceptos y relaciones geométricas (Gal & Linchevski, 2010).

Las posibilidades de exploración heurística sobre las figuras geométricas que permiten las nuevas tecnologías se encuentran íntimamente relacionadas con la gama de modificaciones posibles que se pueden realizar sobre ellas (Navarro, 2009). El dominio de operaciones necesarias para cambiar la forma de representación de un objeto matemático es primordial, constituye una operación cognitiva básica que está relacionada con las dificultades del aprendizaje conceptual, las que sólo la coordinación de varios registros semióticos ayuda a remontarlos, y en consecuencia, el dominio de la habilidad para cambiar de registro de cualquier representación semiótica en el aprendizaje de la matemática se torna fundamental (Kanashiro & Oviedo, 2012).

A continuación se ilustra como el cambio de representación del objeto geométrico simplifica considerablemente la solución de la tarea planteada.

Ejemplo 1: Determinar la posición del punto F sobre el segmento AD, (figura 1) para que la longitud de la diagonal EB sea mínima.

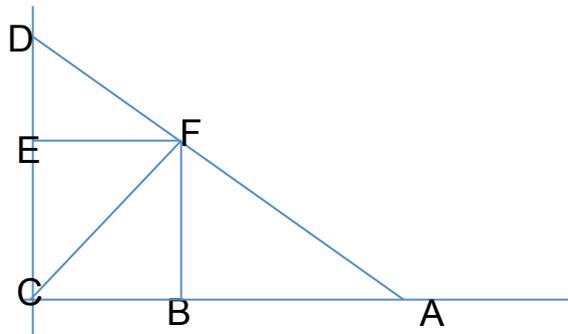
Figura 1.



En la figura 1, EB es la diagonal del rectángulo BFEC.

El problema tal como está planteado no tiene una solución inmediata, pero mediante un cambio de representación como el que se muestra en la figura 2, la solución salta a la vista.

Figura 2.

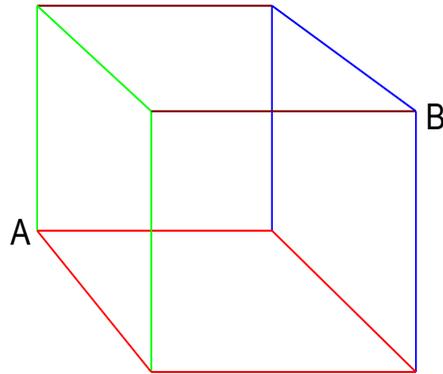


La figura 2, muestra el cambio de representación de la diagonal EB por la CF, dado que son iguales, ya que BFEC es un rectángulo.

Dado que CBFE es un rectángulo, ambas diagonales son iguales, pero al representar la diagonal CF se puede ver que para que esta sea mínima el punto F debe ser el pie de la perpendicular de C al segmento DA.

Ejemplo 2: Si una hormiga se encuentra en un vértice del fondo de una caja cúbica ¿Cuál será el menor camino que debe recorrer para llegar al vértice opuesto en la parte superior de la caja? (del vértice A al vértice B). Figura 3.

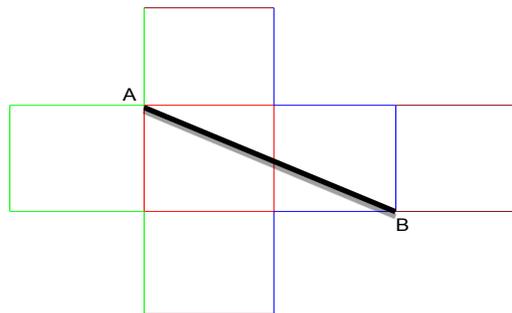
Figura 3.



La figura 3 permite apreciar la variedad de caminos que puede seguir la hormiga para desplazarse del vértice A al B.

Un problema que aparenta cierta complicación puede ser simplificado considerablemente con un cambio de registro adecuado, si se abre la caja como se muestra en la figura 4, el problema planteado en 3 dimensiones se reduce a dos dimensiones. Figura 4.

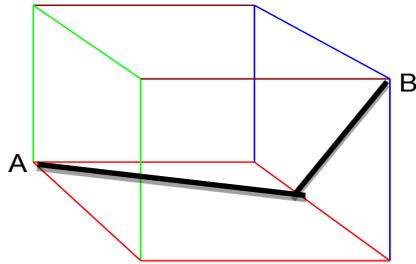
Figura 4.



La figura 4 muestra la caja, pro abierta, de modo que todos sus lados están en un mismo plano.

Donde evidentemente la menor distancia entre los puntos A y B es el segmento de recta que los une, y regresando a la representación tridimensional, se puede ver cuál es el camino que debe recorrer la hormiga. Figura 5.

Figura 5.



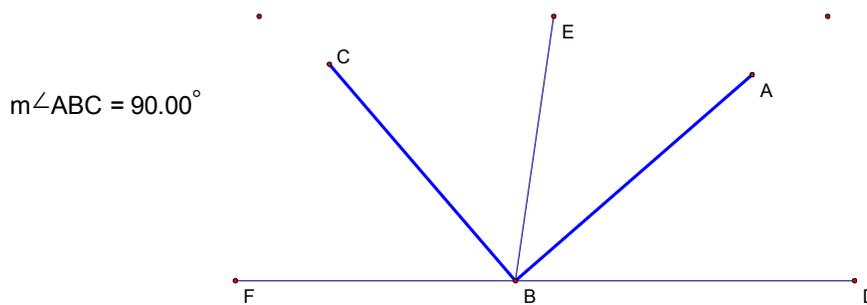
En la figura 5 se vuelve a conformar la caja inicial.

Como se puede apreciar cada representación semiótica de un objeto pone de manifiesto diferentes aspectos del mismo, razón por la cual el estudiante debe trabajar con diferentes representaciones de un concepto, si se quiere que el estudiante se apropie de todas las características de dicho concepto.

Otro aspecto importante en el uso de las TIC, se debe a los software dinámicos como el geómetra y el geogebra, entre otros, como se ilustra en el siguiente ejemplo.

Ejemplo 3: Calcular el ángulo entre las bisectrices de dos ángulos suplementarios adyacentes. Figura 6.

Figura 6.



Los segmentos AB y CB representan las bisectrices de los ángulos DBE y FBE respectivamente.

Mediante el uso de un software de geometría dinámica, se puede animar el punto E, lo cual hace que cambien las medidas de los ángulos suplementarios, pero el alumno puede apreciar que el ángulo entre las bisectrices se mantiene constante en igual a 90 grados.

Al estudiante poder visualizar el resultado, ganará confianza en sus posibilidades para analizar los objetos geométricos y las relaciones entre ellos y lograr por sí mismos identificar propiedades y relaciones.

### ■ Conclusiones

Tal como se refleja abundantemente en la bibliografía especializada, la apropiación de los conceptos matemáticos por los estudiantes, requiere que estos sean capaces de identificar y representar el concepto en diferentes registros semióticos, para que logren separar el objeto de una de sus representaciones y además apreciar y comprender las diferentes características del mismo.

Para lograr la representación del concepto en diferentes registros semióticos, las TIC brindan una variedad considerable de posibilidades y alternativas, no solo mediante representaciones estáticas, sino que además cuenta con los recursos necesarios para hacer representaciones dinámicas, que resultan de gran utilidad para ayudar a los estudiantes a apropiarse de los conceptos matemáticos.

### ■ Referencias bibliográficas

- Coll, C. (2004). Psicología de la Educación y prácticas educativas mediadas por las tecnologías de la información y la comunicación: Una mirada constructivista. *Sinéctica*, (25). Recuperado el 12 de febrero de 2011 de <http://portal.iteso.mx/portal/page/portal/Sinectica/Revista>
- Gal, H., & Linchevski, L. (2010). *To see or not to see: analyzing difficulties in geometry from the perspective of visual perception*. *Educational studies in mathematics*, 74, 163 -183.
- Godino, J., Font, V., Contreras, A. & Wilhelmi, M. (2006). Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 9, (001), 117-150.
- Herrera, M. (2011). Introducción al Capítulo de Uso de recursos tecnológicos en el proceso de aprendizaje de las matemáticas. En P. Lestón (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 24, 167-176, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Kanashiro A. M., & Oviedo L. M. (2012). Los registros semióticos de representación en matemática. *Revista Aula Universitaria*. 13, 29-36.
- Macías, F. D. (2007). Las nuevas tecnologías y el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, 42(4), 1-17.
- Mariotti, M.A. (2009). *Artifacts and signs after a Vygotskian perspective: The role of the teacher*. *ZDM*, 41(4), 427-440.
- Marmolejo G. A., & Vega M. B. (2012). *La visualización en las figuras geométricas. Importancia y complejidad de su aprendizaje*. *Educación Matemática*, 24(3), 7-28.
- Navarro del Ángel, D. (2009). Modelos Educativos y Entornos Virtuales de Enseñanza. *Revista Interdisciplinar - Entelequia - Especial Educación Superior* 10, 177-187.
- Radford, L. (2013). *Three Key Concepts of the Theory of Objectification: Knowledge, Knowing, and Learning*. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(1), 7- 44.
- Sfard, A. (2007). When the rules of discourse change, but nobody tells you: Making sense of mathematics learning from a cognitive standpoint. *The Journal of the Learning Sciences*, 16(4), 567-615.
- Torres, M. (2014). *Rincón del maestro*. Recuperado el 3 de marzo de 2014 de <http://www.rinconmaestro.es>