

## RELACIÓN ENTRE EL DESARROLLO DE LAS COMPETENCIAS DE ANÁLISIS DIDÁCTICO, DIGITAL Y DE LA CIUDADANÍA EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES EN EL PERÚ

**Violeta Rubio Goycochea, Silvia Carvajal Romero**

Universidad Pontificia Católica del Perú (Perú), Universidad de Barcelona (España)  
nrubio@pucp.edu.pe, scarvajal@ub.edu

**Palabras clave:** Educación matemática, formación, competencias profesionales, análisis didáctico.

**Key words:** Mathematic education, training, professional skills, didactic analysis.

---

**RESUMEN:** El objetivo de este trabajo es relacionar la competencia en análisis didáctico y la competencia digital con el desarrollo de la competencia ciudadana.

Para conseguir este objetivo se diseñó e implementó una secuencia didáctica en la Maestría de Enseñanza de las Matemáticas de la PUCP.

Los participantes de la Maestría resolvieron las tareas planteadas para luego ser analizadas sus prácticas y el conocimiento matemático-didáctico activado en las mismas, con el fin de encontrar indicadores que justifiquen la asignación de grados de desarrollo de la competencia ciudadana. Las tareas se resolvieron usando las TIC, fomentando la competencia digital, no discutida en este trabajo, a través del programa interactivo GeoGebra.

**ABSTRACT:** The purpose of this paper is to relate the didactic analysis skills and the digital skills with the development of citizenship skills.

To this end, a didactic sequence was designed and implemented at the Masters of Education in Mathematics from the PUCP.

Participants of the Master solved the tasks posed before being analyzed their practices and mathematical-didactic knowledge activated in the same. Key objective is to identify indicators that justify the allocation of level of development of the citizenship skills. Tasks resolved using ICT, encourage digital skills, not discussed in this paper, through the interactive program GeoGebra.

---

## ■ INTRODUCCIÓN

A partir de los años 80 en la enseñanza de las matemáticas comienza a tener una fuerte influencia la importancia de la justicia social y la formación de ciudadanos democráticos en el contexto escolar. No podemos olvidar que la sociedad democrática está basada en la participación responsable e informada de sus individuos, y que la mayoría de las decisiones se toman en base a datos cuantitativos. Por eso los contextos donde desarrollar la actividad matemática tendrían que ser escogidos teniendo en cuenta esta contribución a la educación global para formar ciudadanos más capaces de tomar decisiones fundamentadas en el ámbito personal y social fomentando la **ciudadanía**.

Otro factor que está provocando cambios significativos que influyen de manera substancial a la hora de explicar diversos contenidos educativos, incluido el matemático, es el uso de las TIC. Estos cambios introducen nuevas necesidades formativas así como nuevas posibilidades metodológicas que hacen que el profesor adquiera y desarrolle la competencia digital, la cual se enfoca en el uso de la tecnología digital en los ámbitos profesional y social como herramienta para un desempeño profesional adecuado y un desarrollo permanente.

Otra problemática que ha interesado en el área de la educación matemática es la de determinar cuál es el conocimiento didáctico-matemático del profesorado requerido para enseñar matemáticas. Muchos profesores coinciden en que una de las competencias profesionales que debe tener un profesor es la macro competencia en análisis didáctico.

## ■ SUJETOS

La mayoría de los estudiantes de la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP) son profesores de educación secundaria o de los primeros años de educación superior.

Las diferentes asignaturas del plan de estudios de la Maestría se organizan en cursos de tres tipos: cursos de conocimientos matemáticos, cursos de didáctica de las matemáticas y cursos de investigación en educación matemática.

En este trabajo, nos centraremos en dos asignaturas: Teorías de Aprendizaje de las Matemáticas (dentro de los cursos de didáctica de las matemáticas) y Geometría Euclidiana en el Plano y en el Espacio (dentro de los cursos de conocimientos matemáticos).

De los 16 estudiantes que ingresaron al primer ciclo del semestre académico 2014-2015 solo 5 se matricularon conjuntamente en las asignaturas de Teorías de Aprendizaje de las Matemáticas y Geometría Euclidiana en el Plano y en el Espacio. Estos 5 alumnos forman la muestra de estudio.

## ■ MARCOS DE REFERENCIA

Para analizar las tareas de la secuencia didáctica implementada nos hemos centrado en el marco del Enfoque Ontosemiótico de la Instrucción Matemática (EOS). En este enfoque se proponen cinco niveles para el análisis didáctico de procesos de instrucción (Font, Planas y Godino, 2010):

- a) Análisis de los tipos de problemas y sistemas de prácticas.
- b) Análisis de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos.

- c) Análisis de evoluciones cognitivas, trayectorias e interacciones didácticas.
- d) Identificación del sistema de normas y metanormas.
- e) Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción para identificar y potenciar buenas prácticas.

Para analizar este ciclo formativo nos centraremos en el apartado b) Análisis de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos.

Los niveles de análisis 1-4 son herramientas para una didáctica descriptiva explicativa (para comprender) que permite responder a la pregunta: ¿Qué está pasando (y por qué) aquí? El nivel de análisis 5 pretende ser una herramienta para una didáctica prescriptiva (para evaluar y para indicar el camino a seguir) que permite responder a la pregunta: ¿Qué se debería hacer?

Para caracterizar la competencia ciudadana nos centraremos en la caracterización de las competencias del profesor de matemáticas de secundaria y bachillerato (Font, Giménez, Zorrilla y Larios, 2012).

**Tabla 1.** Caracterización de la competencia ciudadana

<b>Nivel 1:</b> Identifica dilemas éticos en la vida cotidiana personal y social, describiendo sus causas y consecuencias así como los valores éticos en juego.	<b>Nivel 2:</b> Manifiesta juicios críticos sobre prácticas explícitas e implícitas de formación en ciudadanía.	<b>Nivel 3:</b> Actúa en concordancia con valores que promueven la dignidad de la persona humana, tales como justicia e igualdad, poniendo en práctica valores socialmente compartidos y demostrando un espíritu de servicio social en su desempeño profesional.
<b>Nivel 1:</b> Identifica los valores morales y los principios éticos en su acción personal y profesional.	<b>Nivel 2:</b> Conoce las características del profesor de educación media y la legislación docente.	<b>Nivel 3:</b> Conoce los espacios de participación profesional y reflexiona colaborativamente en ellos.

## ■ OBJETIVOS

El objetivo principal de esta investigación es reflexionar sobre el nivel de desarrollo de la competencia ciudadanía en los alumnos de la Maestría de Enseñanza de las Matemáticas de la PUCP a partir del análisis de una secuencia didáctica implementada en la Maestría en la que se utilizaba el programa interactivo GeoGebra.

## ■ INSTRUMENTOS DE RECOGIDA DE DATOS

Para trabajar este objetivo hemos utilizado los siguientes instrumentos de recogida de datos:

- I1) Elaboración y aplicación, en la asignatura Teorías de Aprendizaje, de un cuestionario inicial sobre conocimientos previos de competencia ciudadana.

Las preguntas planteadas fueron las siguientes:

- 1) ¿Qué aspectos se deben considerar al desarrollar prácticas matemáticas de manera que se promueva el aprendizaje de las matemáticas?
- 2) ¿Cuán importante son los contextos para promover el aprendizaje de las matemáticas?
- 3) ¿Cuán importante es la gestión del proceso de enseñanza para promover el aprendizaje de las matemáticas?
- 4) ¿Cuán importante son los objetos y procesos matemáticos para promover el aprendizaje de las matemáticas?
- 5) ¿Qué aspectos se deben considerar al desarrollar prácticas matemáticas de manera que se promueva la ciudadanía?
- 6) ¿Cuán importante son los contextos para promover la ciudadanía?
- 7) ¿Cuán importante es la gestión del proceso de enseñanza y aprendizaje para promover la ciudadanía?
- 8) ¿Cuán importantes son los objetos y procesos matemáticos para promover la ciudadanía?

**12)** Lectura y análisis, en la asignatura Teorías de Aprendizaje, del marco curricular del Perú y del artículo *La educación matemática en la con-formación del ciudadano* (Rodríguez, 2013).

**13)** Elaboración y resolución, en la asignatura Geometría Euclidiana en el plano y en el espacio, de una tarea matemática mediante cuatro métodos de resolución diferentes (dos de los métodos hacían uso de las TIC a través del programa GeoGebra) y argumentación a diferentes preguntas relacionadas con la con-formación del ciudadano.

*El enunciado planteado era el siguiente: Un granjero desea cercar un terreno rectangular junto al río. El granjero dispone de una cerca de 15 cm lineales. ¿Qué dimensiones debe tener el terreno cercado para que su área sea la mayor posible teniendo en cuenta que no se debe cercar el lado que da al río?*

Los alumnos implementaron los siguientes cuatro métodos de resolución:

- a) Resolución a partir de la construcción animada del terreno rectangular mediante el programa interactivo GeoGebra.
- b) Resolución a partir de la construcción de la gráfica de la función con área máxima mediante el programa interactivo GeoGebra y los resultados del apartado a).
- c) Resolución mediante el uso apropiado de la media aritmética y la media geométrica de los datos involucrados en el problema.
- d) Resolución mediante cualquier método distinto a los usados en los tres apartados anteriores.

A partir de la siguiente tabla, analizaron los objetos y procesos matemáticos presentes en los distintos métodos de resolución de la tarea mencionada:

**Tabla 2.** Procesos y objetos matemáticos

Objetos matemáticos Procesos	Lenguaje	Situación Problema	Conceptos	Proposiciones	Procedimientos	Argumentos
Algoritmización						
Argumentación						
Particularización						
Generalización						
Idealización						
Materialización						
Representación						
Significación						
Reificación						
Descomposición						
Personalización						
Institucionalización						
Comunicación						
Definición						
Enunciación						
Problematización						

Fuente: Rubio (2012, p.113).

Por último, los alumnos justificaron si el problema planteado y la actividad en sí ayudaba a desarrollar la formación integral del individuo y en caso de que el problema o la actividad no contribuyera a su formación integral tenían que realizar las modificaciones pertinentes al problema inicial.

## ■ METODOLOGÍA

1) A partir de las respuestas de los alumnos al cuestionario inicial pudimos, además de conocer las ideas previas de los profesores sobre la relación entre prácticas matemáticas escolares y el desarrollo de la competencia ciudadana, inferir un nivel inicial en el grado del desarrollo de la competencia ciudadana.

Por ejemplo, al alumno A1 podemos caracterizar su competencia ciudadana en un nivel 1 con evidencias como su respuesta a la quinta pregunta del cuestionario.

PREGUNTA 5: *¿Qué aspectos se deben considerar al desarrollar prácticas matemáticas de manera que se promueva la ciudadanía?*

RESPUESTA A1: «Al realizar los trabajos de grupo cooperativo (al desarrollar cualquier tema), inculcar a los alumnos el saber escuchar y respetar a los demás. Cuando se realiza la discusión de un tema, siempre indicar a los alumnos que todos tenemos deberes y derechos, y si alguien levanta la mano respetar el orden, de esta manera estaremos practicando la democracia, buscar soluciones en forma pacífica y enseñarles a ponerse de acuerdo».

O, el alumno A2 parte con un nivel 2 de competencia ciudadana con evidencias como su respuesta a la sexta pregunta del cuestionario.

PREGUNTA 6: *¿Cuán importante son los contextos para promover la ciudadanía?*

RESPUESTA A2: «Los conocimientos matemáticos debemos aplicarlos al contexto real de los educandos; por ejemplo: cuando va a hacer compras al mercado, cuando calcula el tiempo de viaje, cuando lee un cuadro estadístico en el periódico, o simplemente cuando realiza labores lúdicas. Ante semejante realidad los profesores de matemática no podemos permanecer pasivos, debemos replantear nuestra labor educativa teniendo en cuenta, fundamentalmente, los objetivos de la enseñanza de la matemática. Nuestra responsabilidad de formar individuos capaces de pensar y aplicar sus conocimientos en la escuela, en el trabajo y en la vida diaria nos debe impulsar a trabajar con visión de futuro y así promover un ambiente adecuado en la ciudadanía».

Completamos el resto de la tabla a partir de las respuestas de cada uno de los alumnos infiriendo el siguiente nivel de competencia ciudadana:

**Tabla 3.** Nivel de desarrollo de la competencia ciudadana una vez realizado el cuestionario

	Nivel de desarrollo de la competencia ciudadana después de la realización del cuestionario
<b>Alumno 1</b>	Nivel 1: Identifica los valores morales y los principios éticos en su acción personal y profesional.
<b>Alumno 2</b>	Nivel 2: Manifiesta juicios críticos sobre prácticas explícitas e implícitas de formación en ciudadanía.
<b>Alumno 3</b>	Nivel 1: Identifica dilemas éticos en la vida cotidiana personal y social, describiendo sus causas y consecuencias así como los valores éticos en juego.
<b>Alumno 4</b>	Nivel 0: No responde de forma concreta a las preguntas planteadas.
<b>Alumno 5</b>	Nivel 2: Manifiesta juicios críticos sobre prácticas explícitas e implícitas de formación en ciudadanía.

2) Una vez realizadas diversas lecturas sobre la con-formación del ciudadano en el uso de la matemática y resuelto el problema matemático expuesto en clase pudimos inferir, por segunda vez, el nivel de competencia ciudadana de los 5 alumnos que forman la muestra.

Por ejemplo, al alumno A1 podemos inferirle un nivel 3 de competencia ciudadana con evidencias como:

*PREGUNTA: La actividad en sí, puede ayudar a estar formación integral, para desarrollar un buen ciudadano. Justifique su respuesta. En caso contrario qué modificaciones haría a esta actividad.*

*RESPUESTA: «El problema presentado sí contribuye a la formación integral de la persona como ciudadano. Este problema materializa una situación de un contexto tomado de la realidad y el alumno tiene que encontrar maneras diferentes de darle solución. Al preguntar cuáles deben ser las dimensiones para obtener el área máxima, hará que el alumno desarrolle su pensamiento lógico, se haga preguntas y se acerque más a las matemáticas. Ahora si el problema se le presenta a un granjero sin estudios matemáticos avanzados, no va a poder aplicar en la resolución: las derivadas o los métodos algebraicos. Incluiría un apartado más, e), con el siguiente enunciado: ¿Qué solución le daría un granjero que no maneja conocimientos matemáticos avanzados, mas sólo lo que aprendió; tal vez en la primaria o secundaria?».»*

O, al alumno A3 podemos inferirle un nivel 3 de competencia ciudadana con evidencias como su respuesta a la siguiente pregunta:

*PREGUNTA: El problema planteado, puede ayudar a estar formación integral, para desarrollar un buen ciudadano. Justifique su respuesta. En caso contrario qué modificaciones haría a esta actividad.*

*RESPUESTA: «Considero que el problema planteado sí fomenta la formación integral del estudiante, porque una situación-problema modelada puede ser provechada de muchas formas. Callejo (citado en Rodríguez, 2013) manifiesta que el dominio de la matemática para el ejercicio de la ciudadanía requiere no sólo de conocer el lenguaje matemático y hechos, conceptos y algoritmos, sino también procesos más complejos como la matematización de situaciones y la resolución de problemas. Por ello, a partir del problema planteado se puede:*

- *Generar espacios de discusión sobre posibles formas de solucionar, en las cuales un estudiante debe saber escuchar al otro, respetando la opinión de sus compañeros.*
- *Conversar sobre las situaciones de traficantes de terrenos y extorsionadores que faltan al valor de la honradez, fomentando muchas situaciones de violencia en la sociedad.*
- *Despertar el interés para resolver el problema, fomentando la participación de los alumnos con sus aportes sobre posibles formas de solución, sin necesidad de conocer conceptos más complejos, y de esta forma se atiende a los diversos ritmos y estilos de aprendizaje.*

*En consecuencia se despierta en los alumnos el deseo y la alegría por aprender ya que se sienten capaces de resolver el problema al tener confianza en su habilidad para abordar este tipo de problemas».*

A partir de las respuestas de los alumnos al problema del granjero pudimos inferir, por segunda vez, el nivel de competencia ciudadana de los 5 alumnos que forman la muestra:

**Tabla 4.** Nivel de desarrollo de la competencia ciudadana una vez discutida la lectura en gran grupo y resuelto el problema contextualizado del granjero

	Nivel de desarrollo de la competencia ciudadana después de la implementación de la secuencia didáctica
<b>Alumno 1</b>	Nivel 3: Actúa en concordancia con valores que promueven la dignidad de la persona humana, tales como justicia e igualdad, poniendo en práctica valores socialmente compartidos y demostrando un espíritu de servicio social en su desempeño profesional.
<b>Alumno 2</b>	Nivel 2: Manifiesta juicios críticos sobre prácticas explícitas e implícitas de formación en ciudadanía.
<b>Alumno 3</b>	Nivel 3: Actúa en concordancia con valores que promueven la dignidad de la persona humana, tales como justicia e igualdad, poniendo en práctica valores socialmente compartidos y demostrando un espíritu de servicio social en su desempeño profesional.
<b>Alumno 4</b>	Nivel 1: Identifica los valores morales y los principios éticos en su acción personal y profesional.
<b>Alumno 5</b>	Nivel 2: Manifiesta juicios críticos sobre prácticas explícitas e implícitas de formación en ciudadanía.

## ■ CONCLUSIONES

El nivel de desarrollo de la competencia ciudadana se analiza en dos momentos del ciclo formativo:

- 1) después de que los alumnos realizaran el cuestionario inicial del ciclo formativo.
- 2) después de que los alumnos realizaran la lectura del artículo *La educación matemática en la con-formación del ciudadano* (Rodríguez, 2013) y resolvieran el problema matemático expuesto.

Se observó cómo la mayoría de los estudiantes mejoraron el nivel de desarrollo de la competencia ciudadana, una vez se incide en la importancia de la reflexión sobre su propia práctica.

En la tabla siguiente se muestra el grado de desarrollo de la competencia ciudadana de los alumnos de la Maestría en los dos momentos expuestos anteriormente:

**Tabla 5.** Nivel de desarrollo de la competencia ciudadana en dos momentos del ciclo formativo implementado

	Nivel de desarrollo de la Competencia ciudadana Después de la realización del cuestionario	Nivel de desarrollo de la Competencia ciudadana Después de la implementación de la secuencia didáctica
<b>Alumno 1</b>	Nivel 1	Nivel 3
<b>Alumno 2</b>	Nivel 2	Nivel 2
<b>Alumno 3</b>	Nivel 1	Nivel 3
<b>Alumno 4</b>	No responde de forma concreta a las preguntas planteadas.	Nivel 1
<b>Alumno 5</b>	Nivel 2	Nivel 2

#### ■ REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Font, V., Giménez, J., Zorrilla, J. F., y Larios, V. (2012). Competencias del profesor de matemáticas de secundaria y bachillerato. *Barcelona, Publicaciones de la Universidad de Barcelona.*
- Font, V., Planas, N. y Godino, J.D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje* 33(1), 89-105.
- Rodríguez, M.E. (2013). La educación matemática en la con-formación del ciudadano. *Revista de Estudios Interdisciplinarios en Ciencias Sociales* 15 (2), 215-230.
- Rubio, N. (2012). *Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemáticos*. Tesis Doctoral no publicada. Barcelona, España.