

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO Y LENGUAJE VARIACIONAL EN EL BACHILLERATO

Luis López-Acosta, Gisela Montiel Espinosa, Ricardo Cantoral Uriza

CINVESTAV-IPN, México.

lalopeza@cinvestav.mx, gmontiele@cinvestav.mx, rcantor@cinvestav.mx

Palabras clave: socioepistemología, pensamiento y lenguaje variacional, investigación basada en el diseño

Key words: socioepistemology, variational thinking and language, design-based research

RESUMEN: En este escrito se pretende mostrar la configuración de un proyecto de investigación enmarcado en la teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa, con el que se intentará generar un marco de referencia para aportar elementos al rediseño del discurso matemático escolar en términos del diseño instruccional y del desarrollo profesional docente. Lo anterior se pretende lograr en varias etapas, de las cuales, una inicial consiste en identificar principios y criterios que caractericen los diseños de intervención bajo la Socioepistemología, en particular, tomando como referencia la línea de investigación Pensamiento y Lenguaje Variacional. Posteriormente, se estudiará la pertinencia de tales principios y criterios para contar con elementos concretos que permitan construir escenarios de trabajo con profesores de bachillerato

ABSTRACT: In this paper the intention is to show the configuration of a research project framed in the socioepistemological theory of mathematics education, with which is intended to build a framework to provide some elements for supporting the redesign of the mathematical scholar discourse in terms of the instructional design and the teacher's professional development. To achieve that aim are proposed three phases. The first of these phases consist in the identification of principles and criteria that characterizes the intervention designs under the socioepistemological approach, using the results of the Language and Variational Thinking research line. After that process, the relevance of those principles and criteria will be studied to have concrete elements for the construction of work scenarios with high school teachers.

■ INTRODUCCIÓN

La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa, a decir de Cantoral, Reyes-Gasperini y Montiel (2014), señala que el problema educativo no apunta hacia el problema de la constitución u aprehensión de tales objetos abstractos, sino hacia el de su significación compartida mediante el uso culturalmente situado. Así, el fin último de la TSME, es la democratización del aprendizaje de las matemáticas, en el sentido de lograr que en las aulas cada vez más estudiantes disfruten, participen y aprendan de la cultura matemática enraizada en sus propias vidas (Cantoral, Reyes-Gasperini y Montiel, 2014). Esto se propone lograr a partir del rediseño del discurso matemático escolar (RdME), que descansa en un cambio de paradigma: del dominio de los objetos matemáticos escolares a la participación en las prácticas que producen el conocimiento matemático (Cantoral, 2014).

Sin embargo, el paso de la investigación a la innovación no es inmediato, requiere de la configuración de ambientes de desarrollo profesional docente y de la mediación de la investigación basada en diseño, para lograr la innovación (fundamentada en conocimiento científico) con el profesor y no para el profesor.

Por ejemplo, Cabrera (2009) encuentra que los resultados de la línea de investigación sobre el pensamiento y el lenguaje variacional (PyLVar), permiten abordar el planteamiento general del enfoque por competencias, para el nivel medio superior, en tanto valora el uso que se hace del conocimiento; en particular, transformar las estrategias de enseñanza y de aprendizaje de los contenidos relativos al Precálculo y al Cálculo.

Este cambio se logra, porque la TSME promueve el tránsito del *conocimiento* (como información) al *saber* (como conocimiento puesto en uso), donde los objetos matemáticos requieren fundamentalmente ser relacionados con el uso que les da sentido y significación.

En síntesis, diríamos desde el programa socioepistemológico que los conocimientos desde el punto de vista de su contenido conceptual y su contenido factual, para ser objetivables, requieren del uso que le da sentido al conocimiento, de herramientas y argumentos que tipifican al usuario y a las situaciones de aprendizaje, escolares o no, pero ligadas a la vida real donde se ponga en uso el conocimiento, es decir, se constituya en saber (Cantoral, 2013, p. 145).

En este sentido, la TSME propone una transformación del aula, lo cual implica una reorganización de la praxis, planteando un reto mayúsculo al promover una enseñanza basada en prácticas.

■ EL PENSAMIENTO Y LENGUAJE VARIACIONAL, Y EL BACHILLERATO MEXICANO

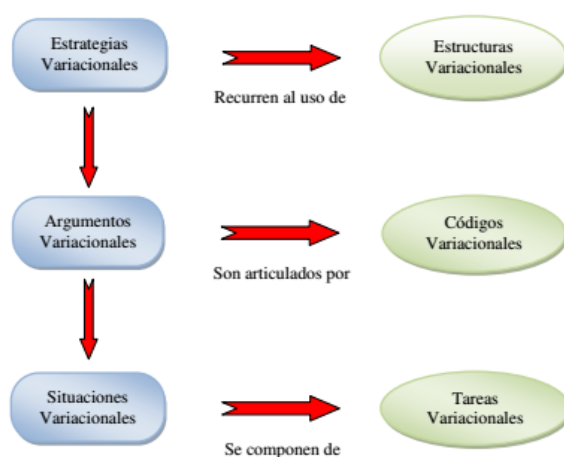
Una de las líneas de investigación fundamentales para la conformación del programa Socioepistemológico de investigación, es la del *Pensamiento y Lenguaje Variacional* (PyLVar), la cual se encarga de “estudiar fenómenos de enseñanza, aprendizaje y comunicación de saberes matemáticos propios de la variación y el cambio en el sistema educativo y en el medio social” (Cantoral, 2004, p. 8). Asimismo, el PyLVar es considerado también una forma de pensamiento que comprende un conjunto de elementos, estrategias, técnicas y lenguajes variacionales que

conforman una forma de razonamiento predictivo que permite enfrentar o conducirse ante problemas o situaciones variacionales (Cabrera, 2014).

Como se mencionó antes, en trabajos como el de Cabrera (2009) en el que se analizan los planteamientos que establece la Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS) sobre el enfoque por competencias y su relación con las estrategias metodológicas y didácticas promovidas por la línea de investigación PyLVar se muestra cómo esta última es una opción viable para alcanzar los objetivos planteados por la RIEMS.

Este análisis curricular, se complementa con la investigación de Caballero (2012), donde se caracterizan con detalle algunos de los elementos involucrados en el proceso de construcción de saberes matemáticos en situaciones variacionales (véase figura 1), por parte de los estudiantes.

Figura 1. Modelo de interacción de elementos del PyLVar (Caballero, 2012; p.39)



Entre tales elementos se encuentran las *estrategias variacionales*, *argumentos variacionales* y las *situaciones variacionales*. De estos tres elementos, las primeras, se consideran de suma importancia pues se presume que son estas las que permiten generar el pensamiento variacional, “pues resultan ser el punto de partida para el análisis y reflexión acerca del cambio y sus efectos” (Caballero, 2012; p.39). Consisten en formas particulares de razonar y actuar ante situaciones en las que la variación y el cambio juegan un rol fundamental, todo con la finalidad de reconocer y estudiar cualitativa o cuantitativamente los cambios de las variables involucradas. Algunas de las estrategias variacionales reconocidas hasta ahora son la Comparación, la Seriación, la Estimación y la Predicción (Salinas, 2003; Caballero, 2012).

Estas ideas hasta el momento se considera permitirán generar conjeturas importantes a considerar para el diseño de las propuestas de intervención que busquen promover el desarrollo del PyLVar. Así, el PyLVar se perfila como un eje que podría conducir el diseño instruccional del bachillerato mexicano. Con base en este último planteamiento el trabajo que estamos desarrollando tiene como intención central la transformación del escenario educativo en matemáticas, con base en la identificación de principios que orienten el diseño instruccional hacia la promoción del desarrollo de significados, en el sentido de la TSME: transitando de los objetos a las prácticas. Así, partiendo de la pertinencia identificada por Cabrera (2009), nos planteamos el proyecto de hacer investigación

socioepistemológica basada en el diseño, en particular, para integrar al bachillerato el desarrollo del pensamiento y el lenguaje variacional, como fundamento para la construcción de conocimiento matemático relativo al estudio del cambio y la variación.

■ UN PROYECTO DE REDISEÑO

Considerando la propuesta metodológica (Figura 2) de Montiel y Buendía (2012), es necesaria la configuración de una epistemología de prácticas que fundamente el diseño de situaciones problema, que provoquen el desarrollo intencional de prácticas; pero, también es necesario tomar en consideración el escenario educativo y sus condiciones institucionales para que dichas situaciones se integren a la actividad didáctica en el aula. En esta última fase es que, planteamos, es necesario trabajar con los profesores.

Figura 2. Esquema metodológico de la investigación socioepistemológica



Con todo lo anterior, en el proyecto se vislumbra, hasta ahora, al menos tres momentos para lograr constituir un aula extendida (Cantoral, 2013), es decir, construir un espacio (aula) que priorice la incorporación de aspectos socio-culturales, como argumentaciones, razonamientos, prácticas y actividades que permeen la realidad de quienes se encuentran dentro del mismo, de modo que este constituya un colectivo de individuos conscientes y preocupados por construir conocimiento útil para su vida:

1. Sentar las bases teóricas y de diseño instruccional, relativas al desarrollo del PyLVar.
2. Hacer, propiamente, una investigación basada en el diseño para estudiar el desarrollo del PyLVar a la luz del diseño, y con ello validar tanto las bases teóricas y de diseño instruccional, como el diseño mismo.
3. Diseñar escenarios de desarrollo profesional docente, para adaptar e integrar los diseños en condiciones reales de aula y hacer vivir la experiencia de innovación al profesor, para que se apropie no sólo del diseño, sino de las bases que lo fundamentan y orientan la valoración de los aprendizajes.

El primer momento del proyecto se está elaborando con la revisión bibliográfica relativa tanto a la teoría (TSME), como a la línea de investigación (PyLVar). A partir del marco bibliográfico logrado, configuraremos la epistemología de prácticas que servirá de base teórica inicial a nuestro(s) diseño(s). El segundo momento, sobre el cual desarrollamos el presente extenso, trata de la revisión sobre la investigación basada en el diseño para la elección o elaboración de la metodología pertinente.

■ LA INVESTIGACIÓN BASADA EN EL DISEÑO

En términos generales, la investigación basada en el diseño se puede caracterizar como la investigación en la que el diseño de materiales educativos (por ejemplo, herramientas informáticas, actividades de aprendizaje, o un programa de desarrollo profesional) es una parte crucial de la investigación (Bakker y van Eerde, 2015).

Se ha encontrado que en las últimas décadas la comunidad internacional de matemáticos educativos ha mostrado un creciente interés en la discusión y consideración de metodologías más robustas y fundamentadas con respecto a la investigación basada en diseños. Algunos autores mencionan que los reportes de investigación de estudios sobre diseño de tareas rara vez proporcionan suficientes detalles sobre la lógica de las tareas y sobre aspectos que permitan a otros el empleo de las mismas (Sierpinska, 2003, citada en Watson y Ohtani, 2015). Es por ello que se han estado organizando grupos temáticos de discusión en diversos espacios sobre el diseño y análisis de tareas, en los que los diseñadores exponen y demuestran el uso de sus principios respecto al diseño de tareas (Watson y Ohtani, 2015). Todo ello con la intención de generar marcos de referencia que permitan analizar de manera fundamentada y sistemática el papel que juega el diseño de tareas en aspectos como los procesos de enseñanza de la matemática, el diseño de actividades para libros de texto, así como en el desarrollo de los aprendizajes matemáticos dentro de una perspectiva progresiva y controlada.

Algunas perspectivas proponen la construcción y análisis de diseños de forma situada, asumiendo que la relación entre los procesos individuales y sociales son tan fuertes que no se les podría separar. Al respecto, Cobb (2003), considera que la investigación basada en el diseño implica tanto el desarrollo de diseños de instrucción para apoyar a determinadas formas de aprender, así como determinar metodologías para estudiar sistemáticamente esas formas de aprendizaje dentro del contexto definido, es decir, un análisis situado del aprendizaje. El diseño de ambientes de aprendizaje en el aula es uno de los dos principales aspectos del investigación basada en el diseño, el segundo se refiere al análisis del aprendizaje matemático situado dentro del contexto social del aula, por lo tanto, la investigación basada en el diseño debe contemplar los siguientes criterios (Cobb, 2003; p.11):

1. Los resultados de los análisis deben alimentar de nuevo a mejorar los diseños de instrucción.
2. La metodología debe permitir la documentación del aprendizaje matemático colectivo de la comunidad de la clase durante los largos períodos de tiempo abarcados por los experimentos de diseño.

- El análisis debe permitir la documentación del desarrollo individual del razonamiento matemático de los estudiantes a medida que participan en procesos comunales dentro del salón.

Bajo estas premisas, se propone un ciclo que caracteriza la investigación basada en el diseño (Cobb, Stephan, McClain, y Gravemeijer, 2001; Cobb, Confrey, diSessa, Leher, y Schauble, 2003; Bakker y van Erde, 2015; Plomp, 2013) (Ver figura 3), que en síntesis corresponde a un proceso iterativo que comprende el diseño de secuencias de instrucción, la experimentación y un análisis retrospectivo de las mismas en el contexto del aula y, con base en lo anterior, se analiza el aprendizaje de la clase para que el ciclo de diseño, revisión y aplicación reinicie nuevamente (Stephan, Bowers, Cobb y Gravenmeijer, 2003).

Figura 3. Fases en el ciclo de diseño.

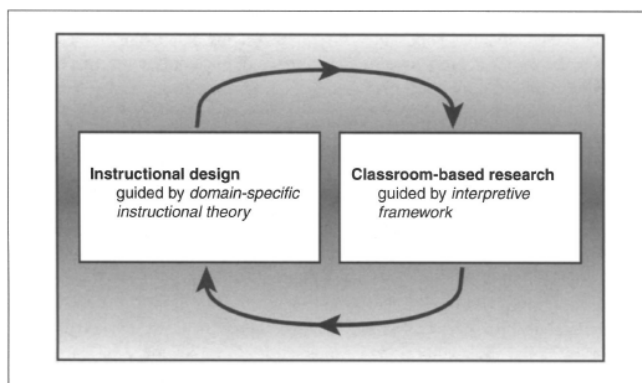


Figura 4. Un marco interpretativo para analizar el aula de clases

Social Perspective	Individual Perspective
Classroom social norms	Beliefs about own role, others' roles, and the general nature of mathematical activity in school
Sociomathematical norms	Mathematical beliefs and values
Classroom mathematical practices	Mathematical conceptions

Como puede observarse en esta perspectiva, se enfatiza la idea de aprendizaje situado, es decir, el aprendizaje de la comunidad dentro del aula y no únicamente el aprendizaje individual. Por tanto, se propone un análisis de los procesos individuales y sociales dentro del salón de clases al experimentar diseños. Cobb y Yackel (1996, citados en Stephan, 2003) desarrollaron un marco interpretativo para analizar ambos procesos descritos (Ver figura 4).

Asimismo, una de las nociones centrales de la investigación basada en el diseño es la de *Trayectoria Hipotética de Aprendizaje* que se acuñó a partir del trabajo de Martin Simon a finales de los noventa, el cual describió como sigue (Gómez y Lupiáñez, 2007):

Una trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) consiste en los objetivos para el aprendizaje de los estudiantes, las tareas matemáticas que se usarán para promover el aprendizaje de los estudiantes, y las hipótesis acerca del proceso de aprendizaje de los estudiantes (Simón, 1995, p.133).

De esta manera, la THA constituye el momento inicial y parte fundamental del ciclo de la investigación basada en el diseño, pues presenta los elementos metodológicos para la instrucción. Según Gravenmeijer, Bowers y Stephan (2003), una THA aborda cuatro consideraciones específicas que la distingue de un proceso tradicional del diseño de la instrucción, las cuales se relacionan con el énfasis respecto a la naturaleza socialmente situada de la misma, el punto de vista de la planificación como un ciclo iterativo, el enfoque en las construcciones de los estudiantes en lugar de contenido matemático y, la posibilidad de ofrecer al profesor una teoría fundamentada que describe cómo un cierto conjunto de actividades de instrucción podría desarrollarse en un entorno social determinado (el aula de clase).

Las ideas descritas con respecto a la investigación basada en el diseño solo corresponden a una perspectiva sobre esta metodología, la de los experimentos de diseño, y el interés en esta revisión es, por un lado, determinar los aspectos sobre la investigación basada en el diseño que la comunidad internacional exige en la actualidad sobre los aspectos metodológicos que se espera cumplan las investigaciones en este campo. Así, podremos elegir una metodología que se articule con nuestras bases teóricas o elaborar una propia a partir de los consensos del grupo de especialistas que discuten sobre esta tendencia de investigación.

Por ejemplo, desde la TSME una trayectoria hipotética de aprendizaje se traduciría en un modelo hipotético de anidación de prácticas, en el sentido de Cantoral (2013) (figura 5), que habría de confrontarse con los datos obtenidos de la experiencia de clase, tal como la ingeniería didáctica hace con su análisis a priori y su análisis a posteriori.

Figura 5. Modelo de anidación de prácticas (Cantoral, 2013, p. 334)



■ REFLEXIONES FINALES

En este escrito se plantean las ideas iniciales sobre un proyecto de investigación a largo plazo que abarcará diferentes fases para aportar hacia el Rediseño del discurso Matemático Escolar, a partir de dos ejes que resultan como consecuencia del planteamiento de la TSME sobre una descentración en los objetos y la centración en las prácticas que acompañan a los objetos. Estos dos ejes son el diseño instruccional y el desarrollo profesional docente, ambos vistos desde la perspectiva socioepistemológica. Por tanto, se propone un proyecto en fases debido a estas implicaciones, las cuales contemplan la determinación de principios y criterios socioepistemológicos para guiar la construcción de diseños de intervención, la experimentación de los diseños y la creación de escenarios de trabajo con docentes de bachillerato.

Se ha elegido a la línea de investigación del PyLVar para atender a este problema debido a las evidencias de su pertinencia en el nivel medio superior, así como al avance con respecto a los resultados que se siguen desarrollando dentro de la misma.

El estado actual de la investigación se centra, por un lado, en la revisión bibliográfica relativa tanto a la teoría (TSME), como a la línea de investigación (PyLVar). A partir del marco bibliográfico logrado, configuraremos una epistemología de prácticas que servirá de base teórica inicial a nuestro(s) diseño(s). Asimismo, el segundo momento de nuestro trabajo, trata de la revisión sobre la investigación basada en el diseño para la elección o elaboración de la metodología pertinente. Sobre este tipo de investigaciones se ha generado un interés para clarificar, explicitar y sistematizar los principios que guíen la elaboración de diseños de intervención para su experimentación, así como de metodologías que permitan analizar las implicaciones dicha experimentación en situaciones de aula.

■ REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bakker, A. y Van Eerde, D. (2015). An Introduction to Design-Based Research with an Example From Statistics Education. En A. Bikner-Ashbash, y N. Knipping (Eds.). *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education. Examples of Methodology and Methods*. (pp. 429-466). Bremen, Germany: Springer.
- Caballero, M. (2012). *Un estudio de las dificultades en el desarrollo del Pensamiento y Lenguaje Variacional en profesores de bachillerato*. Tesis de maestría no publicada, México: Cinvestav.
- Cabrera, L. (2009). *El Pensamiento y Lenguaje Variacional y el desarrollo de Competencias. Un estudio en el marco de la Reforma Integral de Bachillerato*. Tesis de maestría no publicada, México: Cinvestav.
- Cabrera, L. (2014). *El estudio de la variación en la práctica del profesor de cálculo. Un estudio de caso*. Tesis de doctorado no publicada, México: Cinvestav.
- Cantoral, R. (2004). Pensamiento y lenguaje variacional, una mirada Socioepistemológica. En J. Lezama, M. Sánchez y Molina J. (Eds.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 18, 1-9. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. México: Gedisa.

- Cantoral, R. (2014). Matemática Educativa: Relme, Relime y Clame. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 17 (2): 125-129
- Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D., & Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(3), 91-116.
- Cobb, P., Stephan, M., McClain, K., & Gravemeijer, K. (2001). Participating in mathematical practices. *Journal of the Learning Sciences*, 10(1, 2), 113-163.
- Cobb, P. (2003). Supporting Students' Development of Measuring Conceptions: Analyzing Students' Learning in Social Context. *Journal for Research in Mathematics Education. Monography*. 12, 1-16.
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Leher, R. y Schauble, L. (2003). Design Experiments in Educational Research. *Educational Researcher*. 32(1). p. 9-13.
- Gómez, P. y Lupiáñez, J. (2007). Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *PNA*, 1(2), p79-98.
- Montiel, G. y Buendía, G. (2012). Un esquema metodológico para la investigación socioepistemológica: ejemplos e ilustraciones. En A. Rosas y A. Romo (Eds.), *Metodología en Matemática Educativa: Visiones y Reflexiones* (pp. 61-88). México: Lectorum.
- Plomp, T. (2013). Educational Design Research: An Introduction. En Plomp, T. y Nieveen, N. (Eds.). *Educational Design Research. Part A: An introduction*. (pp. 10-51). Enschede, the Netherlands: Netherlands Institute for Curriculum Development (SLO).
- Salinas, C. (2003). *Un estudio sobre la evolución de ideas variacionales en los cursos introductorios al Cálculo*. Tesis de maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.
- Simon, M. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 114-145.
- Stephan, M. (2003). Supporting Students' Development of Measuring Conceptions: Analyzing Students' Learning in Social Context. *Journal for Research in Mathematics Education. Monography*. 12, 17-35.
- Stephan, M. y Bowers, J. Cobb, P. y Gravenmeijer, K. (2003). Supporting Students' Development of Measuring Conceptions: Analyzing Students' Learning in Social Context. *Journal for Research in Mathematics Education. Monography*. 12, 51-66.
- Watson, A y Ohtani M. (2015). *Task Design In Mathematics Education an ICMI study 22*. Germany: Springer.