SOBRE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LA OLIMPIADA MEXICANA DE MATEMÁTICAS

Silvia Carmen Morelos Escobar, Noelia Londoño Millán, Iris Arely Salazar Estrada

Universidad Autónoma de Coahuila (México)

silvia.morelos@gmail.com, noelialondono@uadec.edu.mx iris_arely2@hotmail.com

Palabras clave: Resolución de problemas, olimpiada

Key words: Problem solving, olympiad.

RESUMEN: En el presente artículo se documentan características de las estrategias heurísticas y de control, así como también el dominio de conocimiento que emplean los alumnos de primaria y primeros años de secundaria en la resolución de problemas de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas. Dentro de los resultados se destacan el uso de algunas estrategias, propias del nivel, que fueron usadas con varios propósitos, por ejemplo, para entender el problema construyeron figuras o realizaron trazos auxiliares, mientras que para abordarlo usaron listas, la particularización, los diagramas y el típico ensayo-error. Las estrategias metacognitivas fueron poco empleadas, de ellas usaron exclusivamente las operaciones inversas para la comprobación de los resultados.

ABSTRACT: In this article are documented heuristic strategies and control features, as well as also the domain of knowledge that students in primary and early secondary years employed in solving problems of the Mexican Mathematical Olympiad. Within the results stand the use of some strategies of the level, which were used for various purposes, for example, to understand the problem built figures or made auxiliary strokes, while addressing the problem they used lists, the particularization, diagrams, and typical trial. Metacognitive strategies were little used of them they used exclusively the inverse operations to check the result.

INTRODUCCIÓN

En el presente documento se hace alusión a la resolución de problemas de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas OMM, iniciando con algo de historia, se hace mención de las diferentes etapas que conforman el proceso de selección de alumnos.

También se alude sobre diferentes autores de resolución de problemas, haciendo énfasis en los planteamientos de Schoenfeld, ya que es la perspectiva que se tiene en cuenta en el presente reporte de investigación.

Posteriormente se comenta sobre la metodología seguida en la investigación, en donde se explica el proceso seguido, se describen las características de los individuos que participaron, para luego dar paso a la discusión de los resultados en torno a las estrategias heurísticas y de control. Por último se muestran las conclusiones y recomendaciones del estudio.

DESARROLLO

Un poco de historia. La Sociedad Matemática Mexicana (SMM) desde 1987 se encarga de organizar a nivel nacional la Olimpiada Mexicana de Matemáticas (OMM) con dos objetivos: uno el de promover el estudio de las matemáticas en forma creativa, buscando desarrollar el razonamiento lógico, las habilidades en la resolución de problemas y la imaginación de los jóvenes de los niveles de primaria, secundaria y bachillerato; y el otro seleccionar cada año a los seis mejores alumnos que representarán a México en las diferentes competencias internacionales como la Olimpiada Internacional de Matemáticas (IMO), la Olimpiada Iberoamericana, entre otras.

Anualmente cada estado de la república, a través de un delegado realiza en forma autónoma el concurso estatal, además selecciona y prepara su selección para el concurso nacional. Vale la pena resaltar que el estado de Coahuila ha participado en todas las ediciones de la OMM.

Por lo regular al Concurso Nacional, que se realiza en noviembre de cada año, asisten 196 alumnos de todo el país y los profesores de cada delegación estatal. Existe un tribunal de coordinación que lo integran 27 personas, entre los cuales hay profesores de reconocido prestigio de todo el país y alumnos que destacaron en olimpiadas anteriores y que han continuado su preparación en matemáticas. Una de las tareas asignadas a este tribunal es calificar los exámenes presentados por los alumnos concursantes, para después acordar con cada delegación la puntuación para sus respectivos alumnos.

Los participantes con mejores puntuaciones en el Concurso Nacional constituyen la preselección nacional, ellos reciben entrenamientos especiales durante varios meses, para luego conformar las delegaciones que representarán a México en las olimpiadas internacionales del año siguiente, entre ellas: la Iberoamericana, Centroamericana y del Caribe, de la Cuenca del Pacífico y en la Europea Femenil, así como también en la International Mathematical Olympiad (IMO).

Vale la pena resaltar que la participación de los alumnos en todos los concursos y entrenamientos, el hospedaje y la alimentación son gratuitos, ya que son patrocinados por diversos organismos; por lo regular las instituciones educativas de los participantes financian los gastos de traslado.

Con el propósito de fortalecer la OMM, el comité organizador de la misma realiza exámenes de práctica, cursos especiales para profesores y la publicación de material académico y de difusión OMM (2013). De manera general, este comité enlaza las inquietudes de los comités estatales, los alumnos participantes y conjuntamente con la SMM establece los contactos necesarios a nivel internacional y nacional para inscribir a las delegaciones que representan al país en los distintos concursos internacionales. También tramita los apoyos de las instituciones financiadoras de la OMM y maneja el presupuesto, se hace cargo de vigilar la correcta aplicación del reglamento. OMM (2015).

A través de varios años de experiencia puede decirse que la OMM ha tenido un gran impacto en aspecto educativo, ya que un gran porcentaje de alumnos que ingresan a las carreras de matemáticas, matemáticas aplicadas, ingeniería, ciencias de la tierra, etc., han participado en al menos una de las convocatorias de la olimpiada, aunado a eso el proyecto cuenta con varias distinciones recibidas para México en diferentes participaciones a nivel internacional, esto hace que la labor que se desempeñan los distintos actores de manera altruista, tenga sus recompensas.

Sobre la resolución de problemas. Son varios los autores que han hecho planteamientos, desde su propia visión acerca de este tema, entre ellos (Polya 1997; Schoenfeld 1985; Mason, Burton y Stacey 1988; de Guzmán 1991; entre otros), cada uno expone diferentes fases en la solución particularmente Polya en su obra ¿Cómo plantear y resolver problemas? presenta un conjunto de pasos a seguir, y a pesar de ser un planteamiento un tanto antiguo, tiene vigencia en las propuestas más recientes.

Sin pérdida de generalidad, en este estudio se analiza la resolución de problemas desde la perspectiva de Schoenfeld (1985), quien sostiene que para resolverlos de forma exitosa se requiere poner de manera articulada cuatro dimensiones las cuales son: *estrategias heurísticas, dominio de conocimientos, estrategias metacognitivas y el sistema de creencias.* A continuación se definen cada una de ellas:

Las estrategias heurísticas son procesos muy generales que consiguen transformar un problema en una situación más sencilla de entender y solucionar Schoenfeld (1979). Algunos ejemplos de este tipo de estrategias se pueden mencionar las siguientes: hacer trazos auxiliares, construir una figura, identificar sub metas, crear una lista, realizar un diagrama, la técnica de ensayo-error, resolver uno similar, pero más simple, particularizar, distinguir diversas partes de la condición, buscar patrones, disminuir las variables, empezar por el final, entre otras. En el presente estudio solamente se discuten algunas de ellas.

Dominio de conocimientos: Se refiere a los conceptos, fórmulas, algoritmos, y en general todas las nociones que se consideren necesarias saber para enfrentarse a un determinado problema. El instrumento aplicado para este estudio sólo incluye cuatro áreas del conocimiento, además aborda temas de matemáticas que se imparten hasta el segundo año de la educación básica secundaria.

Estrategias metacognitivas: Se refiere a cómo una persona controla su trabajo, consiste en una habilidad propia para monitorear y evaluar el proceso y tomar decisiones respecto a las estrategias que debe seguir para resolver el problema.

Sistemas de creencias: Consiste en lo que la persona cree acerca de la matemática y sobre la resolución en particular.

Este reporte hace referencia a los procesos y resultados parciales de investigación respecto a la resolución de problemas en la OMM, en lo referente a las tres primeras dimensiones mencionadas en párrafos anteriores, ya que no se recabó información contundente acerca del sistema de creencias.

METODOLOGÍA

Sobre las personas. El examen de olimpiada fue aplicado a 707 alumnos del estado de Coahuila, en 8 municipios sede, de los cuales 306 presentaron en Saltillo. Para el desarrollo de este estudio se eligió al azar un grupo de 36 estudiantes, cuyas edades estaban entre los 11 y 14 años, todos ellos habían sido seleccionados por sus respectivas escuelas, es decir, ya habían presentado el examen correspondiente a la primera etapa, y estaban cursando educación primaria, primero o segundo año de educación básica secundaria.

*En cuanto al instrumento. D*ebe precisarse que constó de 15 problemas con distintos niveles de profundidad, en ellos se incluyen temas de matemáticas acordes al plan de estudio para la primaria y dos primeros años de secundaria, divididos en cuatro grandes áreas; algebra, geometría, aritmética y combinatoria. El examen aplicado de forma general fue de opción múltiple con única respuesta; dado que esta modalidad no deja mucha información ni evidencias de los procesos, se indicó a los alumnos participantes que debían entregar las hojas donde hicieron los procedimientos. Fue a través de estas contestaciones que se recabó la información que se analizó para hacer el presente reporte de investigación, teniendo como marco teórico la resolución de problemas en lo que respecta a las dimensiones que se nombraron antes.

Vale la pena resaltar que en los exámenes no se evalúa si el alumno conoce fórmulas, procedimientos únicos, ni la memorización de conceptos; este concurso de olimpiada permite al alumno resolver libremente.

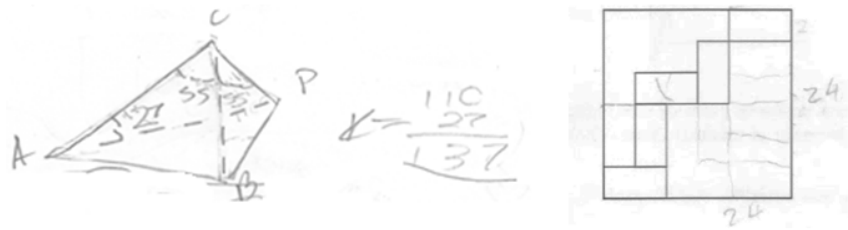
Para asignar un puntaje se tienen en cuenta todas las estrategias heurísticas que pueda usar el alumno para hallar una solución satisfactoria y correcta.

Sobre los procesos y técnicas. Cada alumno resolvió el examen de forma individual, no se permitió el uso de calculadoras ni celulares, las dudas surgidas durante el examen las atendieron los aplicadores de forma personal, la mayoría de los alumnos contestaron en un tiempo aproximado de dos horas.

RESULTADOS

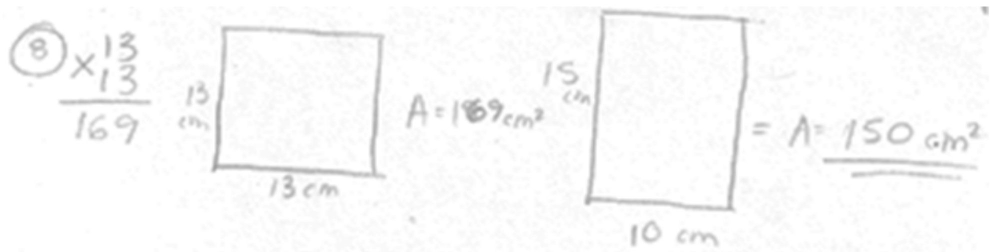
Sobre las estrategias heurísticas empleadas. Al analizar las soluciones de los alumnos pudimos advertir el uso de varias estrategias como *hacer trazos auxiliares*, por ejemplo, sobre las figuras proporcionadas ellos hicieron trazos que le ayudaron a comprender el problema, y si el enunciado no contenía una figura la construyeron. Algunos ejemplos de esta estrategia se muestran en las siguientes figuras.

Figura 2. Trazo auxiliar: diagonal AP y ángulos (izquierda) y construcción de rectángulos



(derecha).

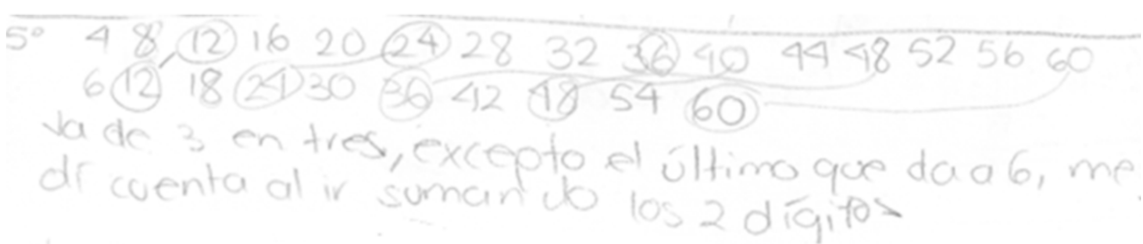
Figura 3. Hacer un dibujo del enunciado y la solución.



En la figura tres se puede observar aparte del dibujo, el uso de un proceso inverso, radicación contra potenciación. El alumno sabe que necesita la raíz cuadrada de 169, pero como no recuerda el proceso, decide probar multiplicando dos números para obtener la potencia, pero tiene control sobre los números a multiplicar, porque sabe que $10\,x10$ es 100, y descarta los cuadrados cuya medida de los lados son de un dígito.

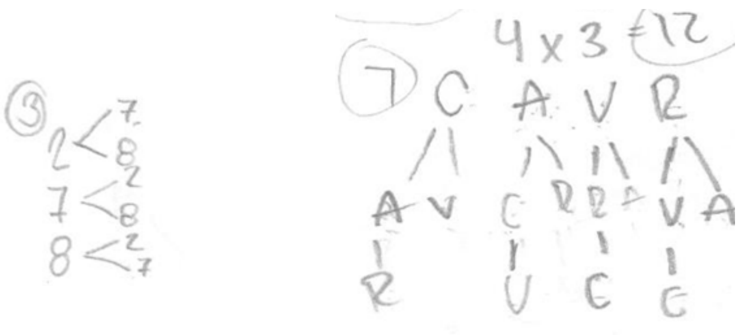
También hubo alumnos que usaron la estrategia *hacer una lista*; por ejemplo el enunciado decía: ¿Cuánto vale la suma de los números de dos dígitos que son múltiplos de seis y de cuatro a la vez? La solución de este problema implicaba conocer el mínimo común múltiplo de 4 y de 6 que es 12, y calcular los múltiplos de 12 menores que 100. En términos algebraicos corresponde a solucionar la desigualdad entera $12k < 100$, la cual da 8, en la figura 4, notamos que este alumno decidió hacer una lista de los múltiplos de cada número por separado. Esta estrategia fue utilizada por la mayoría de los alumnos sin distinción de grado escolar.

Figura 4. Lista de los múltiplos de 4 y de 6.



La estrategia de hacer un *diagrama de árbol*, fue empleada particularmente en la solución de dos problemas a saber: Considere el conjunto de todos los enteros positivos pares de tres dígitos, formados por los dígitos 2, 7, y 8 sin que estos se repitan. ¿Cuál es el resultado de restar el máximo número posible de estos y el mínimo?

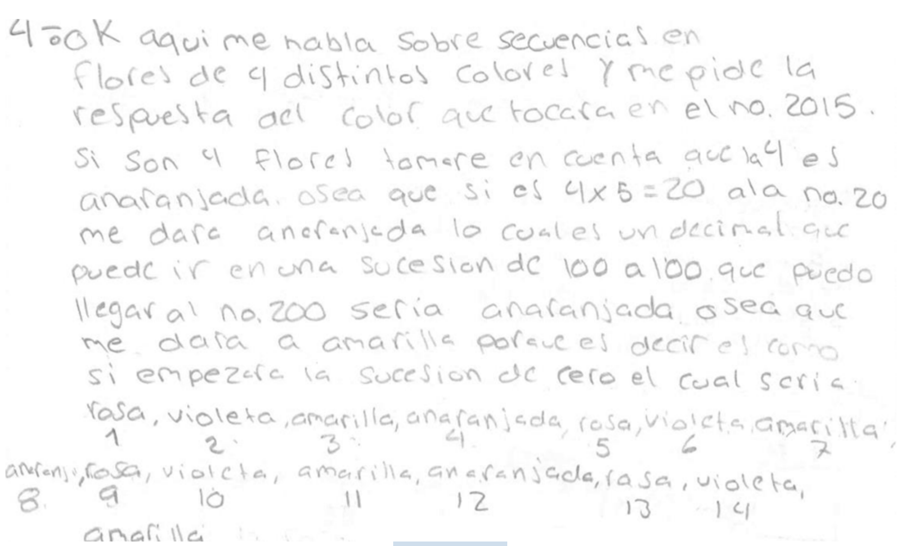
Figura 5. Diagramas de árbol.



A través del uso de este diagrama el alumno descarta las combinaciones que no hacen parte de la solución y obtiene una respuesta correcta. También esta estrategia fue usada en otro enunciado, donde se pedía el número de banderas bicolores que se pudiesen formar con cuatro lienzos de colores diferentes, para solucionarlo el alumno toma la primera letra del color y construye el diagrama como se muestra en la figura 5.

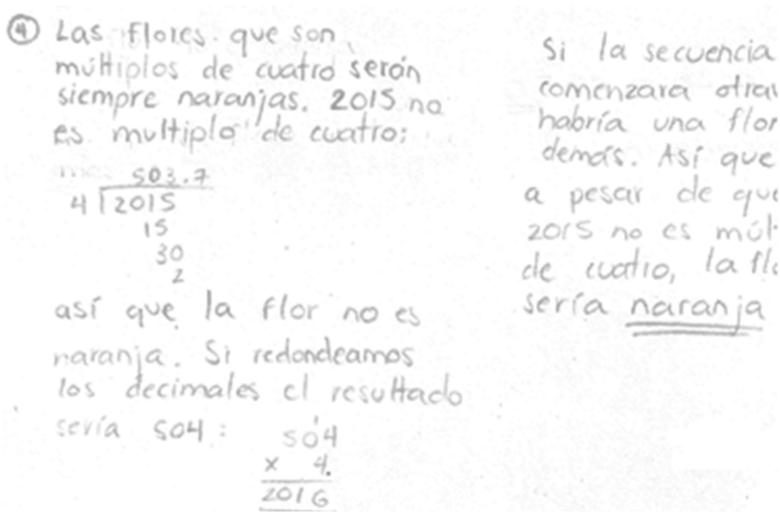
En el siguiente caso el alumno *re-escribe* el enunciado y describe su solución haciendo en principio soluciones parciales coherentes, al preguntarle qué sentido tiene escribirlo de nuevo, argumenta que de esa manera lo entiende mejor, también usa predicción respecto a la solución, además hace una lista aunque menos corta que la construida por otros alumnos, a partir del enunciado del problema el cual es el siguiente: Se dibujan flores: una rosa, una violeta, una amarilla, una anaranjada, una rosa, una violeta, y así sucesivamente. ¿De qué color es la flor número 2015?

Figura 6. Uso de diferentes estrategias.



Otro planteamiento y discusión en torno al mismo problema:

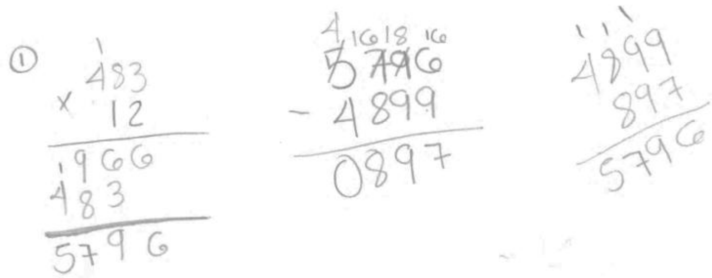
Figura 7. Estrategia de descartar opciones.



Algunas estrategias heurísticas que fueron usadas por los alumnos fueron las siguientes: hacer figuras, tablas, listas, identificar sub metas, ensayo-error, resolver un problema similar más simple, utilizar números en lugar de datos, distinguir diversas partes de la condición, buscar patrones, entre otras, y aunque no todos obtuvieron resultados exitosos su dificultad radicó en distorsión de la solución.

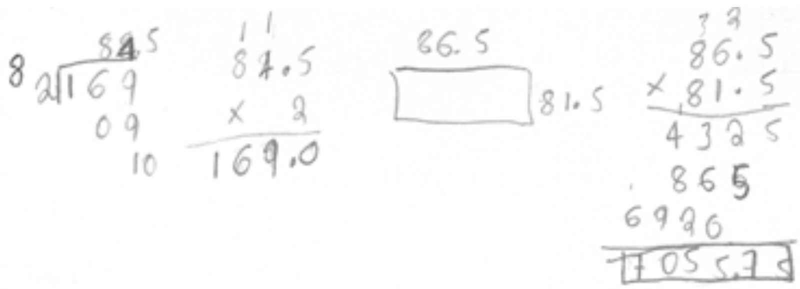
Sobre las *estrategias de control.* Realmente es poco lo que podemos decir respecto a la utilización que hicieron los estudiantes sobre esta dimensión, ya que los únicos casos en los que estuvo presente fueron para corroborar resta, haciendo suma y verificar la división usando multiplicación. Las otras estrategias metacognitivas no fueron tenidas en cuenta. Para la mayoría, el problema terminó cuando encontraron una solución, un bajo porcentaje de alumnos aplicó estrategias metacognitivas. Algunas de las que se realizaron fueron las siguientes dos (ver figuras 8 y 9): Revisar si se calculó bien una resta haciendo la suma del sustraendo y la diferencia y comparar con el resultado el minuendo.

Figura 8. Uso de estrategias de control (suma – resta).



Otro caso consistió en revisar si se realizó bien una división verificando que el resultado de multiplicar el divisor por el cociente dé como resultado al dividendo.

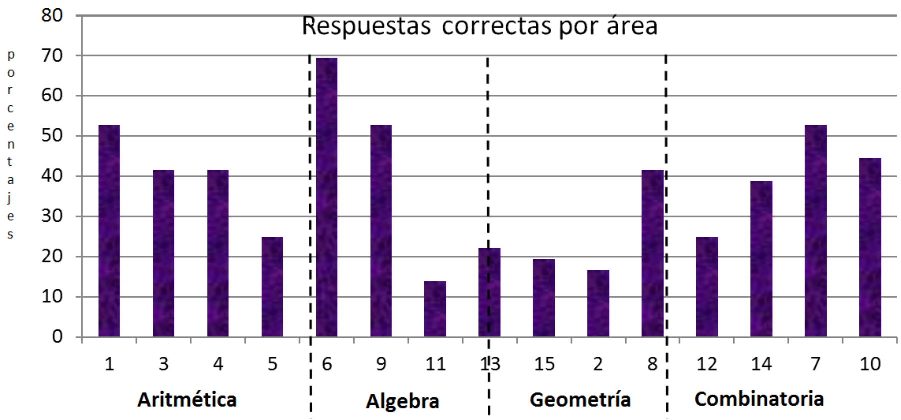
Figura 9. Uso de estrategias de control (multiplicación - división)..



Respecto al dominio de conocimientos. Como se indicó al principio fueron cuatro las áreas que se evaluaron en el examen estatal de la segunda etapa de la OMM, los resultados que se obtuvieron se resumen en la siguiente figura, donde se puede observar menor cantidad de aciertos en geometría mientras que en algebra están los porcentajes más altos. Debe decirse que los problemas propuestos tenían la opción de ser resueltos a través de aritmética o usando proceso algebraicos, esto debido a que en la educación primaria en México (1° a 6°) los alumnos no reciben formación en algebra. La valoración otorgada al examen del primer nivel no mide el uso de un área o la otra, el mayor peso lo tiene el uso de las estrategias heurísticas que pudiera implementar el alumno y las estrategias de control.

Figura 10. Porcentaje de respuestas correctas por área.

.



Algunos de los conocimientos implicados en la resolución de los problemas fueron los siguientes: algoritmos de operaciones básicas (suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación), suma de los ángulos interiores de polígonos (triángulos, cuadriláteros), propiedades de ángulos en triángulos (equiláteros, isósceles) definición de entero positivo par, definición de múltiplo, algoritmo de mínimo común múltiplo, regla de tres simple directa, fórmula del área de un cuadrado, fórmula del área de un rectángulo, algoritmo del promedio, definición de enteros positivos consecutivos, definición de punto medio, fórmula del área del triángulo, definición de dígito, lugar de las unidades, etc.

CONCLUSIONES

La Olimpiada Mexicana de Matemáticas brinda a los estudiantes que participan en ella la posibilidad resolver problemas de manera autónoma, sin que estén esperando la aprobación o reprobación de una asignatura, porque es un evento en el que se participa de manera voluntaria y no está sujeto a la promoción o reprobación de un curso en particular. Su objetivo central es promover y favorecer el pensamiento matemático de los alumnos a través de uso de diferentes estrategias heurísticas y de control, así como también el uso de los conocimientos que la escuela le provee, sin solicitar datos memorísticos.

En este estudio se muestra suficiente evidencia de lo anterior, sin embargo dado que fue notorio el poco uso de las *estrategias de control, sugerimos* crear diferentes mecanismos para promover el uso de éstas en el quehacer cotidiano de los alumnos.

Así mismo, pudimos percatarnos del bajo desempeño que tuvieron en general los alumnos en el área de geometría, a pesar de ser un área que está inmersa en varias dimensiones del

internacionales.

Sugerimos explorar des otro estudio, por supuesto, qué ocurre con la enseñanza y el aprendizaje de geometría en los primeros años de la educación básica. No lo trataremos aquí porque no es objeto de estudio en este reporte e investigación, pero se deja de tarea a los lectores.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Guzmán, M. de (1991). *Para pensar mejor.* Barcelona: Labor.

Mason, J. L. Burton y Stacey (1988). *Pensar matemáticamente*. Barcelona: Mec-Labor.

Olimpiada Mexicana de Matemáticas. OMM. (2013). *Canguro Matemático Mexicano*. México: Sociedad Matemática Mexicana.

Olimpiada Mexicana de Matemáticas. (sf). ¿Qué es la OMM? Recuperado 15 de marzo de 2015 de: http://www.ommenlinea.org/?page_id=10.

Polya, G. (1997). *¿Cómo plantear y resolver problemas?*. México D.F: Trillas.

Schoenfeld, A. (1979). Explicit Heuristic Training as a variables in problem solving performance. En *Journal for research in mathematics Education (10)*3. 173-187

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.